

DOI: 10.11779/CJGE2021S1022

# 考虑模糊随机性的土钉加固边坡可靠度分析

房光文<sup>1,2</sup>, 朱彦鹏<sup>1,2</sup>, 叶帅华<sup>\*1,2</sup>, 吴 强<sup>1,2</sup>

(1. 兰州理工大学土木工程学院,甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心,甘肃 兰州 730050)

**摘要:**针对土钉加固边坡未考虑边坡模糊随机性问题,提出考虑土体参数模糊随机性与边坡模糊过渡区间的土钉加固边坡可靠度计算方法。将土体样本试验力学参数随机值转换为模糊随机变量;在模糊随机变量与模糊过渡区间的基础上,建立模糊随机极限状态方程;确定土体参数不同 $\lambda$ -截集上下限及与之对应的边坡滑裂面;推导出仅与土体参数变量相关的土钉加固边坡可靠度计算公式,得到土钉加固边坡模糊随机可靠度。最后与传统蒙特卡洛模拟法计算出的可靠度进行对比得出:应用蒙特卡洛模拟计算出的失效概率为零时,考虑边坡模糊性后边坡失效概率为5.9%,表明考虑边坡模糊性与模糊过渡区间的加固边坡可靠度分析更能反映边坡实际状态。

**关键词:**土体参数;土钉;模糊随机性;模糊过渡区间;可靠度

**中图分类号:**TU476      **文献标识码:**A      **文章编号:**1000-4548(2021)S1-0122-05

**作者简介:**房光文(1996—),男,博士研究生,主要从事支挡结构方面的研究。E-mail:fangguangwen1996@163.com

## Reliability analysis of soil nailing-reinforced slopes considering fuzzy randomness

FANG Guang-wen<sup>1,2</sup>, ZHU Yan-peng<sup>1,2</sup>, YE Shuai-hua<sup>\*1,2</sup>, WU Qiang<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Western Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** With regard to the problem of no consideration of the fuzzy randomness of slopes reinforced by soil nailing, a method for calculating the reliability of soil nailing-reinforced slopes is proposed considering the fuzzy randomness of soil parameters and the fuzzy transition interval of the slopes. Firstly, the random values of mechanical parameters for soil sample tests are converted into the fuzzy random variables. Based on the fuzzy random variables and the fuzzy transition interval, an equation for the fuzzy random limit state is established. The upper and lower limits of the  $\lambda$ -cut set and the corresponding slip surface of slopes are determined. Then, the formula for calculating the reliability of soil nailing-reinforced slopes only related to the soil parameter variables is derived, and the fuzzy random reliability of soil nailing-reinforced slopes is obtained. Finally, the calculated results are compared with those calculated by the traditional Monte Carlo simulation method. It is shown that the reliability analysis of reinforced slopes considering fuzzy transition interval and fuzzy randomness of soil parameters can better reflect the actual state of reinforced slopes.

**Key words:** soil parameter; soil nailing; fuzzy randomness; fuzzy transition interval; reliability

## 0 引言

边坡安全系数通常用于判断边坡是否稳定。但实际工程中,存在安全系数满足要求的边坡发生滑塌,也存在安全系数未达到要求的边坡保持稳定,其主要原因在于边坡工程涉及大量不确定性因素。影响边坡稳定的因素主要为土体物理力学参数,而土体力学参数既有取样时的随机性,也有自身存在的模糊性。另一方面,边坡由稳定到不稳定应当是渐变的,其边界是模糊的,也就是说边坡的稳定与不稳定之间存在具有模糊性的过渡区间。

针对边坡中存在的不确定性,熊文林等<sup>[1]</sup>提出基于现有的岩石样本试验参数值,在考虑参数的模糊-随机性前提下,推导出岩石力学参数样本值的模糊随机

统计公式。贾厚华等<sup>[2]</sup>在边坡稳定性评价中考虑边坡存在的随机性与模糊性,并以模糊随机变量为基本变量,提出模糊随机功能函数和模糊随机极限方程。吕玺琳等<sup>[3]</sup>在一次二阶矩法的基础上,推导了仅考虑主要变量 $c, \varphi$ 情况下,边坡模糊随机可靠分析公式。王宇等<sup>[4]</sup>将统计矩点估计法与模糊随机理论相结合,提出边坡工程模糊随机可靠性分析的模糊点估计法。El-Ramly 等<sup>[5]</sup>采用蒙特卡罗模拟方法介绍边坡可靠度

基金项目:教育部长江学者和创新团队支持计划项目(IRT\_17R51);国家自然科学基金项目(51978321,51768040);兰州理工大学红柳优秀青年人才支持计划

收稿日期:2020-12-15

\*通信作者(E-mail:yeshuahua@163.com)

分析方法的实际应用。Wong<sup>[6]</sup>采有限元法结合响应面法对边坡破坏概率进行研究, 并与离心机试验结果进行对比。Griffiths 等<sup>[7]</sup>采用蒙特卡罗随机有限元法对简单边坡稳定性进行可靠度分析, 研究土体强度参数空间变异性影响。

但以上边坡模糊随机可靠度分析方法均针对未加固边坡, 很少对加固边坡提出模糊随机可靠度分析方法<sup>[8]</sup>。近年来, 由于土钉具有质量轻、经济可靠、施工简便等优点, 在公路、铁路等建设中, 常采用土钉支护形式进行边坡加固。本文在考虑土体参数模糊随机性与边坡模糊过渡区间的前提下, 提出土钉加固边坡可靠度分析方法, 并推导出土钉加固边坡可靠度计算公式。

## 1 模糊随机变量

在边坡工程中, 影响稳定性的主要因素为土体物理力学参数, 其中主要为土体抗剪强度, 即  $c, \varphi$  值。利用式(1)~(8), 将由土体样本试验得到的土体参数  $c, \varphi$  随机值转化为模糊随机变量。

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left(c_i - \bar{c}\right)^2\right\} c_i}{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left(c_i - \bar{c}\right)^2\right\}}, \quad (1)$$

$$\sigma_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left[\left(c_i - \bar{c}\right)^2 - \sigma_c^2\right]^2\right\} \left(c_i - \bar{c}\right)^2}{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left[\left(c_i - \bar{c}\right)^2 - \sigma_c^2\right]^2\right\}}, \quad (2)$$

式中,

$$d_{1i} = (c_i - \bar{c})^2, \quad (3)$$

$$d_{2i} = [(c_i - \bar{c})^2 \sigma_c^2]^2. \quad (4)$$

式(1),(2)中  $d_{j\max}, d_{j\min}$  分别为  $d_{ji}(j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$  中的最大值、最小值。

$$\bar{\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left(\varphi_i - \bar{\varphi}\right)^2\right\} \varphi_i}{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left(\varphi_i - \bar{\varphi}\right)^2\right\}}, \quad (5)$$

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left[\left(\varphi_i - \bar{\varphi}\right)^2 - \sigma_\varphi^2\right]^2\right\} \left(\varphi_i - \bar{\varphi}\right)^2}{\sum_{i=1}^n \exp\left\{-2\left[\left(\varphi_i - \bar{\varphi}\right)^2 - \sigma_\varphi^2\right]^2\right\}}, \quad (6)$$

式中,

$$t_{1i} = (\varphi_i - \bar{\varphi})^2, \quad (7)$$

$$t_{2i} = [(\varphi_i - \bar{\varphi})^2 \sigma_\varphi^2]^2. \quad (8)$$

式(5),(6)中  $t_{j\max}, t_{j\min}$  分别为  $t_{ji}(j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$  中的最大值、最小值。

式(1)~(8)进行迭代运算后(其中迭代法中的初值为算数平均数, 即  $\bar{c}_0 = \bar{c}, \bar{\varphi}_0 = \bar{\varphi}$ )可得在考虑参数模糊随机性时,  $c, \varphi$  参数的均值与方差。

## 2 土钉加固边坡模糊极限状态方程

根据边坡稳定与失稳之间存在模糊过渡区间, 在极限状态方程中引入边坡模糊过渡区间, 建立极限状态方程。

令功能函数中的变量为模糊随机变量  $\tilde{X}$ , 在功能函数中仅考虑土体参数  $c, \varphi$  为模糊随机变量(土体重度  $\gamma$  变异系数较小, 可将其视为定值), 则功能函数为

$$\tilde{Z} = g(\tilde{X}) = g(\tilde{X}_c, \tilde{X}_\varphi), \quad (9)$$

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S}, \quad (10)$$

式中,  $\tilde{R}$  为考虑参数模糊随机性的抗滑力矩,  $\tilde{S}$  为考虑参数模糊随机性的下滑力矩。

当加固边坡处于由失稳到稳定的过渡区间时, 功能函数为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S} = \tilde{b}, \quad (11)$$

式中,  $\tilde{b}$  为模糊随机极限状态值。当  $\tilde{Z} > \tilde{b}$  时, 边坡为稳定状态; 当  $\tilde{Z} < \tilde{b}$  时, 边坡处于失稳状态。

令  $\tilde{b}$  为零点附近的有界闭模糊数, 其隶属函数为关于零点对称的三角模糊数  $\mu_{\tilde{b}}(Z)$ 。

$$\mu_{\tilde{b}}(Z) = \begin{cases} \frac{1}{d}(z + d) & (Z \in [-d, 0]) \\ -\frac{1}{d}(z - d) & (Z \in [0, d]) \\ 0 & (Z \in R - [-d, d]) \end{cases}. \quad (12)$$

$\tilde{b}$  可转化为经典集, 进行可靠度运算, 则

$$\tilde{b} = \bigcup_{\lambda \in [0, 1]} \lambda b_\lambda, \quad (13)$$

式中,

$$b_\lambda = \{x \mid (\lambda - 1)d \leq b(x) \leq (1 - \lambda)d\}. \quad (14)$$

其中,  $b_\lambda$  为  $\tilde{b}$  的  $\lambda$ -截集,  $d$  为  $\tilde{Z}$  的最大容许值,  $\lambda$  为置信水平或阈值。

## 3 土钉加固边坡模糊随机可靠度分析及计算方法

依据模糊集分解定理:

$$\tilde{Z} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda Z_\lambda , \quad (15)$$

$$\tilde{R} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda R_\lambda , \quad (16)$$

$$\tilde{S} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda S_\lambda . \quad (17)$$

则模糊随机极限状态方程在同一  $\lambda$ -截集下表示为

$$\tilde{Z}_\lambda = \tilde{R}_\lambda - \tilde{S}_\lambda = \tilde{b}_\lambda . \quad (18)$$

同一  $\lambda$ -截集下各项变量可用最大最小值表示为

$$\tilde{R}_\lambda = [R_\lambda^-, R_\lambda^+] , \quad (19)$$

$$\tilde{S}_\lambda = [S_\lambda^-, S_\lambda^+] , \quad (20)$$

$$\tilde{b}_\lambda = [b_\lambda^-, b_\lambda^+] , \quad (21)$$

式中,

$$Z_\lambda^+ = R_\lambda^+ - S_\lambda^- = b_\lambda^+ , \quad (22)$$

$$Z_\lambda^- = R_\lambda^- - S_\lambda^+ = b_\lambda^- . \quad (23)$$

由于土钉与周围土体之间的作用主要体现在土钉锚固体与周围土体之间的侧摩阻力,其在理论上主要表现为土体抗剪强度  $\tau$ ,可将  $\tau$  值作为土钉与周围土体之间的极限侧摩阻力<sup>[9]</sup>,故土钉与周围土体的极限侧摩阻力(极限抗拉力)为

$$T_{nj} = \frac{1}{\gamma_s} \pi d_{nj} \sum \tau_{ik} l_{ni} . \quad (24)$$

式中,  $\gamma_s$  为土钉抗拉承载力分项系数,取 1.3;  $l_{ni}$  为第  $j$  层土钉在滑裂面外穿越第  $i$  层稳定土体内的长度;

$\sum l_{ni}$  总和为为  $l_{nj}$ ,  $l_{nj}$  为滑裂面以外土钉锚固体总长度;  $\tau_{ik}$  为第  $i$  层土体的抗剪强度标准值。

对于一般灌浆土钉在灌浆过程中未加特殊压力,其孔壁周边的法向压力  $\sigma$  主要取决于地层压力,故土层抗剪强度为

$$\tau = c + K_0 \gamma h \tan \varphi , \quad (25)$$

式中,  $h$  为稳定土层内锚固体以上的地层覆盖厚度 (m),  $\gamma$  为锚固体土层的重度 ( $\text{kN/m}^3$ ),  $K_0$  为锚固体孔壁的土压力系数,一般取为  $K_0 = 0.5 \sim 1.0$ 。

根据式(24),(25),采用 Morgenstern-Price 法可得抗滑力与下滑力:

$$R = \left[ \sum_{i=1}^n c_{ik} L_i s + s \sum_{i=1}^n (w_i + q_0 b_i) \cos \theta_i \tan \varphi_{ik} \right] + \sum_{j=1}^m \left[ \frac{1}{\gamma_s} \pi d_{nj} \sum (c_{ik} + K_0 \gamma h \tan \varphi_{ik}) \cdot l_{ni} \right] \cdot \left[ \cos(\alpha_j + \theta_j) + \frac{1}{2} \sin(\alpha_j + \theta_j) \cdot \tan \varphi_{jk} \right], \quad (26)$$

$$S = \left[ s \gamma_o \sum_{i=1}^n (w_i + q_o \cdot b_i) \sin \theta_i \right] , \quad (27)$$

式中,  $n$  为滑动体分条数,  $m$  为土钉层数,  $\gamma_0$  为结构重要性系数,  $w_i$  为第  $i$  条带的土重,  $b_i$  为第  $i$  条带的宽度,  $c_{ik}$  为第  $i$  条带滑裂面处的黏聚力标准值,  $\varphi_{ik}$  为第  $i$

条带滑裂面处的内摩擦角标准值,  $\theta_i$  为第  $i$  条带滑裂面处的切线与水平面夹角,  $\alpha_j$  为土钉与水平面间的夹角,  $L_i$  为第  $i$  条带滑裂面处的弧长,  $s$  为滑动体单元的厚度<sup>[10]</sup>。

假定式(26),(27)中的模糊随机变量仅为  $c, \varphi$ ,且不考虑土体参数之间的相关性,土体重度  $\gamma$  为定值;同时,模糊随机变量分布类型为正态模糊分布,  $\lambda$ -截集为随机区间。

确定可靠度指标、失效概率、可靠度以及稳定性系数的上下限值,

$$\beta_\lambda = \frac{\mu_{Z_\lambda} - b_\lambda}{\sigma_{Z_\lambda}} , \quad (28)$$

$$P_{f\lambda} = \Phi(-\beta_\lambda) , \quad (29)$$

$$P_{r\lambda} = 1 - P_{f\lambda} = 1 - \Phi(-\beta_\lambda) = \Phi(\beta_\lambda) , \quad (30)$$

$$F_{s\lambda} = \frac{R_\lambda}{S_\lambda} , \quad (31)$$

式中,

$$\tilde{\beta} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda \beta_\lambda = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda [\beta_\lambda^-, \beta_\lambda^+] , \quad (32)$$

$$\tilde{P}_f = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda P_{f\lambda} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda [P_{f\lambda}^-, P_{f\lambda}^+] , \quad (33)$$

$$\tilde{P}_r = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda P_{r\lambda} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda [P_{r\lambda}^-, P_{r\lambda}^+] , \quad (34)$$

$$\tilde{F}_s = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda F_{s\lambda} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} \lambda [F_{s\lambda}^-, F_{s\lambda}^+] . \quad (35)$$

最后,加权得到土钉加固边坡模糊随机可靠度。

## 4 算例分析

### 4.1 工程概况

甘肃兰州地区某公路边坡支护,边坡高度为 7 m,边坡重要性系数为 1.0,边坡倾角为 80°,边坡稳定性系数为 1.3,采用土钉支护型式,支护剖面见图 1。

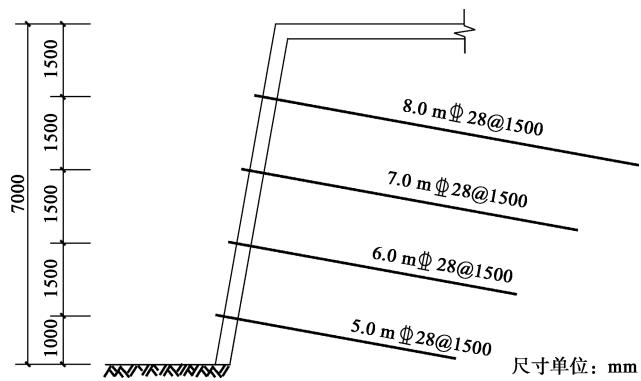


图 1 边坡剖面布置图

Fig. 1 Profile of slope

### 4.2 土体参数对比

采用样本力学参数值的模糊-随机处理方法将土体参数的随机值转化为模糊随机变量,土体参数均值与方差对比见表 1。

表 1 土体的物理力学参数

Table 1 Physico-mechanical parameters of soils

参数		$c/\text{kPa}$	$\varphi/(\circ)$
考虑随机性	均值	16.5633	24.0411
	方差	7.3752	3.8890
考虑模糊随机性	均值	16.2960	24.0278
	方差	7.2643	3.7144

土体重度  $\gamma$  值为定值, 其值为  $16.5 \text{ kN/m}^3$ , 内摩擦角  $\varphi$  (最大值为  $33.3^\circ$ , 最小值为  $16.8^\circ$ ) 与黏聚力  $c$  (最大值为  $24.9 \text{ kPa}$ , 最小值为  $11.4 \text{ kPa}$ ) 为模糊随机

变量, 令  $\tilde{c}, \tilde{\varphi}$  服从正态模糊分布, 可求得同一  $\lambda$ -截集下的  $c, \varphi$  上下限值。

### 4.3 应用本文方法计算模糊随机可靠度

根据正态模糊分布求得不同  $\lambda$ -截集的  $\tilde{c}$  与  $\tilde{\varphi}$  值, 采用 Morgenstern-Price 法确定未加固边坡模型的最危险滑移面, 得到式(26), (27) 中除变量  $c, \varphi$  外的其他参数值, 并结合 MATLAB 软件计算不同  $\lambda$ -截集的  $R, S, F_s, \beta, P_r$  上下限值, 加权得到该加固边坡在考虑边坡模糊性后的可靠度<sup>[3]</sup>, 其中  $d = 220 \text{ kN}$ ,  $\lambda$  取  $0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 1.0$ , 计算结果见表 2。

表 2 模糊随机可靠度

Table 2 Fuzzy random reliabilities

$\lambda$	$c^-$	$c^+$	$\varphi^-$	$\varphi^+$	$b^-$		$R^-$	$R^+$	$S^-$	$S^+$	
0.75	14.8504	17.7416	22.9941	25.0615	-55		55	446.3929	486.7471	300.8916	327.4468
0.80	15.0228	17.5692	23.1174	24.9382	-44	44	453.7152	528.0391	329.9547	337.3319	
0.85	15.2095	17.3825	23.2508	24.8048	-33	33	425.6826	520.0764	300.8915	334.8997	
0.90	15.4211	17.1709	23.4022	24.6534	-22	22	463.7094	466.4952	295.2597	329.9547	
0.95	15.6856	16.9064	23.5913	24.4643	-11	11	470.4071	510.8604	329.9547	337.3319	
1.00	16.2960	16.2960	24.0278	24.0278	0	0	448.5147	448.5147	298.0881	298.0881	
$\lambda$	$F_s^-$	$F_s^+$	$Z^-$	$Z^+$	$\mu_z$	$\sigma_z$	$\beta^-$	$\beta^+$	$P_r^-$	$P_r^+$	$P_{rA}$
0.75	1.3633	1.6177	118.9461	185.8555	152.4008	62.3736	1.5616	3.3251	0.9408	0.9996	0.9856
0.80	1.3450	1.6003	116.3833	198.0844	157.2338	86.478	1.3094	2.3270	0.9048	0.9900	0.9595
0.85	1.2711	1.7285	90.7829	219.1849	154.9839	159.2538	0.7660	1.1804	0.7782	0.8811	0.8330
0.90	1.4054	1.5799	133.7547	171.2355	152.4951	57.73513	2.2602	3.0223	0.9881	0.9987	0.9951
0.95	1.3945	1.5483	133.0752	180.9057	156.9905	105.5953	1.3825	1.5909	0.9166	0.9442	0.9311
1.0	1.5046	1.5046	150.4266	150.4266	152.4266	94.2872	1.5954	1.5954	0.9447	0.9447	0.9447

### 4.4 可靠度结果对比分析

不同  $\lambda$ -截集可靠度加权求和得到  $P_r = 0.9410$  (94.10%), 利用 GeoStudio 软件进行未考虑边坡模糊性的蒙特卡洛模拟可靠度分析, 分析类型为 Morgenstern-Price, Monte Carlo Simulation 为 10000 次, 失效概率近似为 0, 可靠度为  $P_r = 1.000000$ 。(安全系数频率见图 2, 蒙特卡洛模拟分析结果见表 3)

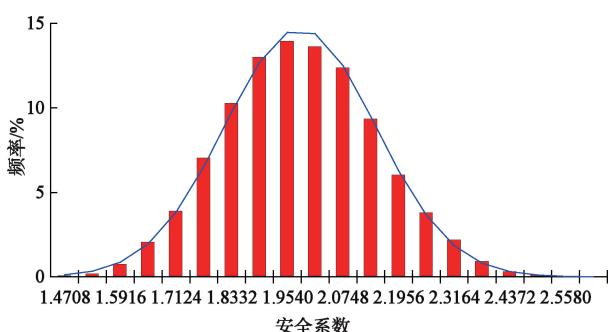


图 2 蒙特卡洛模拟安全系数频率

Fig. 2 Frequencies of safety factor by Monte Carlo simulation

## 5 结论

本文在考虑土体参数模糊随机性与边坡模糊过渡空间基础上, 提出土钉加固边坡可靠度分析方法, 并推导出土钉加固边坡可靠度计算公式。

(1) 在土钉加固边坡工程中, 应用蒙特卡洛模拟分析出加固边坡处于稳定状态, 但在考虑边坡模糊性与模糊过渡区间后, 加固边坡可能会出现失效概率。

(2) 边坡自身存在的模糊性与模糊过渡区间对土钉加固边坡可靠度具有较大影响,在加固边坡中应考虑边坡模糊性与模糊过渡区间对边坡稳定性的影响。

(3) 本文仅分析了土体侧摩阻力对土钉加固边坡的影响,然而在实际工程中,永久边坡会遇到地震作用、降雨入渗等外部作用,在后续研究应将各类外部作用考虑到土钉加固边坡可靠度分析中。

## 参考文献:

- [1] 熊文林, 李胡生. 岩石样本力学参数值的随机 – 模糊处理方法 [J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(6): 101 – 108. (XIONG Wen-lin, LI Hu-Sheng. A random-fuzzy method for treating the experimental data of mechanical parameters of rock sample[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(6): 101 – 108. (in Chinese))
- [2] 贾厚华, 贺怀建. 边坡稳定模糊随机可靠度分析 [J]. 岩土力学, 2003, **24**(4): 657 – 660. (JIA Hou-hua, HE Huai-jian. Analysis of fuzzy-random reliability of slope stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(4): 657 – 660. (in Chinese))
- [3] 吕玺琳, 钱建固, 吕 龙, 等. 边坡模糊随机可靠性分析 [J]. 岩土力学, 2008, **29**(12): 3437 – 3442. (LÜ Xi-lin, QIAN Jian-guo, LÜ Long, et al. Fuzzy stochastic reliability analysis of slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(12): 3437 – 3442. (in Chinese))
- [4] 王 宇, 贾志刚, 李 晓, 等. 边坡模糊随机可靠性分析的模糊点估计法 [J]. 岩土力学, 2012, **33**(6): 1795 – 1800.

(WANG Yu, JIA Zhi-gang, LI Xiao, et al. Fuzzy random reliability analysis of slope based on fuzzy point estimate method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(6): 1795 – 1800. (in Chinese))

- [5] EL-RAMLY H, MORGENSEN N R, CRUDEN D M. Probabilistic slope stability analysis for practice [J]. Canadian Geotechnical Journal. 2002, **39**(3): 665 – 683.
- [6] WONG F S. Slope reliability and response surface method[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(1): 32 – 53.
- [7] GRIFFITHS D. V, FENTON G A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(5): 507 – 518.
- [8] YE S. H, FANG G W, MA X R. Reliability analysis of grillage flexible slope supporting structure with anchors considering fuzzy transitional interval and fuzzy randomness of soil parameters [J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2019, **44**(10): 8849 – 8857.
- [9] 朱彦鹏, 罗晓辉, 周 勇. 支挡结构设计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2008. (ZHU Yan-peng, LUO Xiao-hui, ZHOU Yong. Design of Retaining Structures[M]. Beijing: Higher Education Press. (in Chinese))
- [10] 朱彦鹏, 李 忠. 深基坑土钉支护稳定性分析方法的改进及软件开发 [J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(8): 939 – 943. (ZHU Yan-peng, LI Zhong. Improvement on stability analysis of soil nailing in foundation excavations and its software development[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(8): 939 – 943. (in Chinese))

(编校:胡海霞)