

DOI: 10.11779/CJGE2021S1007

# 非饱和黄土的增湿湿陷变形特性分析

周凤玺<sup>1</sup>, 周志雄<sup>1</sup>, 邵生俊<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 西安理工大学, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 在非饱和土力学的框架下对非饱和黄土的增湿变形行为进行了研究。基于粒间吸应力表示的非饱和土有效应力原理, 建立了非饱和黄土增湿变形的本构模型, 通过理论分析, 给出了加载增湿屈服函数的积分表达式以及黄土湿陷性系数的显式计算公式。结合原状非饱和黄土的试验数据, 分析了不同水力路径下的湿陷变形特性, 并探讨了湿陷性系数的变化规律。结果表明, 提出的模型能够很好地揭示非饱和黄土湿陷变形的力学机制, 可为黄土增湿变形特性的研究和工程应用提供一定的参考价值。

**关键词:** 增湿变形; 湿陷性黄土; 吸应力; 湿陷性系数; 非饱和土

**中图分类号:** TU441      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2021)S1-0036-05

**作者简介:** 周凤玺(1979—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土力学, 结构振动方面的研究工作。E-mail: geolut@163.com。

## Wetting deformation properties of unsaturated collapsible loess

ZHOU Feng-xi<sup>1</sup>, ZHOU Zhi-xiong<sup>1</sup>, SHAO Sheng-jun<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** The wetting deformation behavior of unsaturated loess is studied under the framework of unsaturated soil mechanics. Based on the principle of effective stress of unsaturated soil is expressed by intergranular attraction, a constitutive model for wetting deformation of unsaturated loess is established. Through theoretical analysis, the integral expression for the yielding function of loading-wetting and the explicit formula for collapsibility coefficient of loess are given. Combined with the experimental data of undisturbed unsaturated loess, the characteristics of collapsing deformation under different hydraulic paths are analyzed, and the variation law of collapsibility coefficient is discussed. The results show that the model can well reveal the mechanical mechanism of deformation of unsaturated collapsible loess, and can provide some reference value for the researches on wetting deformation properties of loess and engineering application.

**Key words:** wetting deformation; collapsible loess; suction stress; collapsibility coefficient; unsaturated soil

## 0 引言

黄土作为一类具有水敏性的特殊土在世界上有着广泛的分布, 其水敏性主要表现为含水率对变形、强度和本构关系等物理力学特性的影响。其中, 湿陷性问题是黄土力学及工程中的研究热点, 迄今为止, 无论是在湿陷性发生的成因机理<sup>[1]</sup>、浸水产生的湿陷性变形<sup>[2]</sup>以及湿陷性地基的处理技术<sup>[3]</sup>等各个方面, 研究都取得了丰硕的成果。

黄土多分布于干旱和半干旱地区, 以非饱和状态存在。然而目前黄土的湿陷变形研究大都是基于浸水至饱和状态进行的, 对黄土非饱和湿陷的力学机制研究相对匮乏。从基质吸力的角度来分析黄土湿陷性促进了非饱和黄土湿陷特性的发展<sup>[4]</sup>。但是, 仅从基质吸力出发讨论湿陷性, 认为基质吸力的变化是非饱和黄土湿陷变形的唯一原因仍然存在诸如基质吸力是应力状态变量而非应力量、评价尺度上的限制以及无法从根本上解释湿陷性机理等局限性<sup>[5]</sup>。此外, 关于

黄土湿陷变形, 尤其是增湿湿陷方面的研究工作主要以室内试验和数理统计分析为主, 而从理论方面对黄土湿陷的力学机制研究鲜有文献报道。

本文从土力学角度出发, 结合以吸应力表示的非饱和土有效应力原理, 建立了相应的增湿变形本构模型。借助已有的试验数据, 研究分析了土体吸应力与非饱和黄土增湿变形之间的关系, 并对湿陷性系数的变化进行了探讨。

## 1 非饱和土有效应力变量

有效应力原理是土力学的核心, 目前关于非饱和土的有效应力大致可以分为单变量理论、双变量理论和复合变量理论。早期最具代表的单变量理论是

**基金项目:** 国家自然科学基金青年基金项目(11962016, 51978320); 甘肃省基础研究创新群体项目(20JR5RA478)

**收稿日期:** 2020-12-15

Bishop<sup>[6]</sup>基于 Terzaghi 饱和土有效应力原理和试验结果, 提出了用有效应力材料参数  $\chi$  表示的单应力变量有效应力方程

$$\sigma' = \sigma_{\text{net}} + \chi s \mathbf{I} \quad (1)$$

式中  $\sigma'$  为有效应力;  $\sigma_{\text{net}} = \sigma - u_a \mathbf{I}$  为净应力;  $s = u_a - u_w$  为基质吸力;  $u_a$  和  $u_w$  分别为孔隙气压力和孔隙水压力;  $\mathbf{I}$  表示单位张量;  $\chi \in [0, 1]$  为有效应力参数, 是饱和度的函数。因公式(1)只借鉴饱和土有效应力的概念, 是一种宏观、直觉、经验性的表达式, 不能说明非饱和土在湿化过程中的湿陷现象, 因而很难更深入推广。

考虑到单应力变量的不足, Blight 等<sup>[7]</sup>提出了用两个独立变量描述非饱和土的强度和变形, 被广泛接受的是 Fredlund 等<sup>[8]</sup>提出的采用净应力  $\sigma_{\text{net}}$  和基质吸力  $s$  两个独立的应力变量。由于它们相互独立, 并且不含有效应力参数, 因此试验过程中容易控制, 加载路径明确, 但是双应力变量理论也存在理论基础不够充分、不能很好地描述非饱和土一些复杂现象的缺点以及不能自动退化为饱和土有效应力。

Lu 等<sup>[9]</sup>在考虑微观颗粒间作用力和有效应力的基础上提出了基于吸应力表示的有效应力公式

$$\sigma' = \sigma_{\text{net}} + \sigma_s \mathbf{I} \quad (2)$$

式中,  $\sigma_s$  为粒间吸应力, 一般形式为

$$\sigma_s = \begin{cases} -(u_a - u_w) & u_a - u_w \leq 0 \\ f(u_a - u_w) & u_a - u_w \geq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

式中,  $f(u_a - u_w)$  表示与基质吸力有关的函数。

根据土水特征曲线(soil-water characteristic curve, SWCC)来计算非饱和状态下吸应力<sup>[10]</sup>

$$\sigma_s = -(u_a - u_w) S_e = -s S_e, \quad (4)$$

式中,  $S_e = \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$  为有效饱和度,  $\theta_w$  为体积含水率,  $\theta_s$  为饱和体积含水率,  $\theta_r$  为残余体积含水率。

## 2 增湿湿陷模型

大量试验表明, 非饱和土的正常固结线(normal consolidation line, NCL)在半对数坐标系  $e - \ln p'$  中可近似为一条直线(如图 1 所示), 表示为

$$e = e_0(s) - \lambda(s) \ln p' \quad (5)$$

式中,  $e$  和  $p'$  分别表示土体的孔隙比和平均有效压 力;  $e_0(s)$  为 NCL 在  $p' = 1$  kPa 时对应的孔隙比,  $\lambda(s)$  为 NCL 在  $e - \ln p'$  平面上的斜率, 均为基质吸力  $s$  的函数。

则土体的体积应变增量为

$$d\epsilon_v = \frac{\lambda(s)}{1 + e} \frac{dp'}{p'} \quad (6)$$

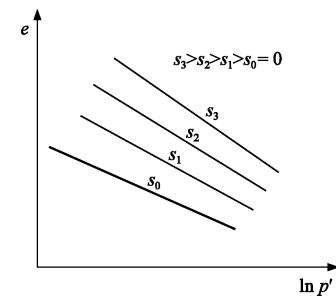


图 1 半对数线性模型

Fig. 1 Semi-logarithmic linear model

将有效应力式(2)代入式(6), 可得

$$d\epsilon_v = \frac{\lambda}{1 + e} \frac{dp_{\text{net}}}{p'} + \frac{\lambda}{1 + e} \frac{d\sigma_s}{p'} \quad (7)$$

由上式可以看出, 非饱和黄土的变形由两部分组成, 一部分是外部荷载引起的变形, 另一部分是与吸应力有关的变形。记外部荷载引起的压缩变形为  $d\epsilon_v^p$ , 吸应力引起的湿陷变形为  $d\epsilon_v^s$ , 则式(7)可重新写成

$$d\epsilon_v = d\epsilon_v^p + d\epsilon_v^s = m_1 \frac{dp_{\text{net}}}{p'} + m_2 \frac{d\sigma_s}{p'} \quad (8)$$

式中,  $m_1$  和  $m_2$  的表达式虽然都为  $\lambda/(1 + e)$ , 但两者之间却有着本质的不同。 $m_1$  表示与上覆净压力相关的压缩变形参数, 在压缩过程中为一常数; 而  $m_2$  表示与吸应力相关的湿陷变形参数, 在增湿变形过程中其值与土体的饱和度有关, 不再是常数。

学者们针对土水特征曲线提出了许多不同的经验表达式, 其中 Van Genuchten 提出的 VG 模型由于可有效拟合和预测试验结果而被广泛使用, 其表达式为

$$S_e = \{1 + [\alpha(u_a - u_w)]^n\}^{-m} \quad (9)$$

式中,  $\alpha$  为进气压力值的倒数,  $n$  为与土体孔径分布有关的参数;  $m = 1 - 1/n$ 。

结合 VG 模型表示的 SWCC 方程(9), 则吸应力(4)可分别用饱和度和基质吸力表示为

$$\sigma_s = -\frac{S_e}{\alpha} (S_e^{\frac{n}{1-n}} - 1)^{\frac{1}{n}} \quad (10a)$$

或

$$\sigma_s = -\frac{s}{[1 + (\alpha s)^n]^{(n-1)/n}} \quad (10b)$$

相应的式(8)中的湿陷体应变  $d\epsilon_v^s$  可以分别用有效饱和度和基质吸力进行表示如下:

$$d\epsilon_v^s = \frac{\lambda}{1 + e} \frac{1}{p'} \frac{d\sigma_s}{ds} ds_e \quad (11a)$$

或

$$d\epsilon_v^s = \frac{\lambda}{1 + e} \frac{1}{p'} \frac{d\sigma_s}{ds} ds \quad (11b)$$

式中,

$$\frac{d\sigma_s}{ds} = -\frac{1}{[1 + (\alpha s)^n]^{(n-1)/n}} + \frac{(n-1)(\alpha s)^n}{[1 + (\alpha s)^n]^{(2n-1)/n}}, \quad (12)$$

$$\frac{d\sigma_s}{dS_e} = -\frac{1}{\alpha} (S_e^{\frac{n}{1-n}} - 1)^{\frac{1}{n}} - \frac{S_e}{\alpha(1-n)} (S_e^{\frac{n}{1-n}} - 1)^{\frac{1}{n}-1} S_e^{\frac{n}{1-n}-1}. \quad (13)$$

式(11)即为非饱和黄土在增湿过程中的湿陷变形本构模型。可以看出,增湿变形的过程不仅与土体饱和度或基质吸力的变化有关,还与土体的变形模量以及外部压力有关。黄土的水敏性是在水的作用下土粒间作用力变化的外部表现,包括在水的作用下可溶盐、胶结物的溶解,土颗粒间胶结作用力消失,基质吸力等短程作用力减小,进而引起土体结构变化。而吸应力综合表达了基质吸力、胶结作用力、库仑力等颗粒间作用力,这些作用力的变化都会导致吸应力发生改变。这也能够从另一个侧面说明采用吸应力来描述黄土的湿陷变形是可行的。

对式(13)两边积分,可以得到在给定净压力  $p_{net}$  下由于增湿引起的体积变形:

$$\varepsilon_v^s = \int_{\Delta\varepsilon_v^s} d\varepsilon_v^s = \int_{\Delta s} \frac{\lambda}{1+e} \frac{1}{p'} \frac{d\sigma_s}{ds} ds. \quad (14)$$

结合式(2),式(12)或式(13),式(14)可以简记为

$$f(p_{net}, s, \varepsilon_v^s) = 0 \text{ 或 } f(p_{net}, S_r, \varepsilon_v^s) = 0. \quad (15)$$

上式表明非饱和黄土的加载湿陷屈服函数是以增湿体积应变  $\varepsilon_v^s$  为等值线的,且与净压力和土体饱和度密切相关。由于式(14)中  $\lambda, e, p'$  和  $\sigma_s$  均为基质吸力或饱和度的函数,一般情况下很难获得其显式表达式。

湿陷性系数  $\delta_s$  是评价黄土湿陷性的一个重要指标,其定义为

$$\delta_s = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{e_p - e'_p}{1 + e_0}. \quad (16)$$

式中,  $\Delta H$  和  $H_0$  分别表示土样浸水前后高度之差与土样原始高度;  $e_p$  和  $e'_p$  分别表示在净压力  $p_{net}$  下浸水前后土样的孔隙比;  $e_0$  表示初始孔隙比。

常用的湿陷性系数为土样浸水饱和后测得,因此将式(5)代入式(16),并考虑  $e'_p$  为饱和状态对应的孔隙比,可得黄土湿陷性系数的表达式为

$$\delta_s = \frac{e_0(0) - \lambda(0) \ln p_{net} - e_0(s) + \lambda(s) \ln(p_{net} + \sigma_s)}{1 + e_0(s)}. \quad (17)$$

以  $\delta_s \geq 0.015$  作为湿陷判据,则可以依据式(17)计算得到土体在一定饱和度下对应的湿陷起始压力以及在一定压力下对应的湿陷起始饱和度。

### 3 分析与讨论

本文以王娇<sup>[11]</sup>对西安原状黄土在不同基质吸力下的压缩试验为基础进行分析。图 2 和图 3 分别为原状黄土的土水特征曲线以及  $e-\ln p'$  平面的正常固结线。

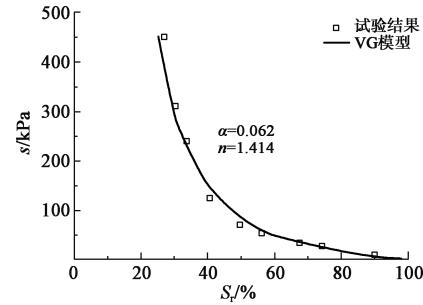


图 2 非饱和原状黄土的土水特征曲线

Fig. 2 Soil-water characteristic curves of unsaturated undisturbed loess

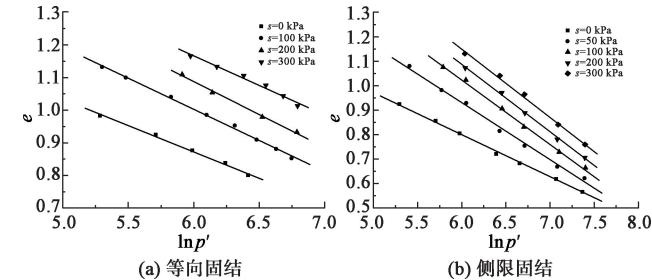


图 3  $e-\ln p'$  试验曲线

Fig. 3 Experimental curves of  $e-\ln p'$

根据试验得到的土水特征曲线,结合式(10)可以得到该原状黄土的吸应力特征曲线,如图 4 所示。从图中可以看出,原状黄土的 SWCC 具有明显的非线性,吸应力随着饱和度的增加而单调减小,并在不同的含水率状态时变化速率不同。

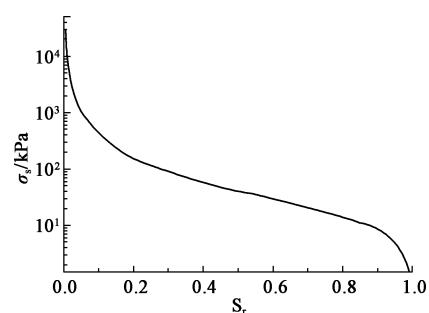
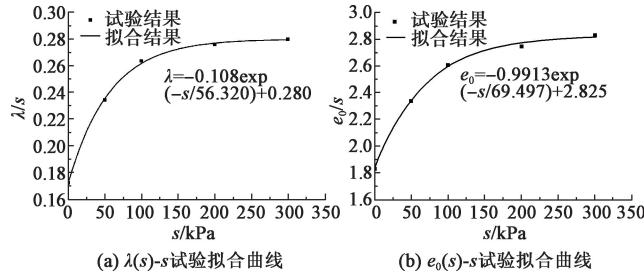


图 4 非饱和原状黄土的吸应力特征曲线

Fig. 4 Characteristic curves of suction stress of unsaturated undisturbed loess

大量试验结果表明,非饱和土正常固结曲线方程(5)中的参数  $e_0(s)$  和  $\lambda(s)$  与基质吸力  $s$  之间没有统一的规律可寻。本文通过具体的侧限压缩试验结果进行了拟合分析,具体的拟合曲线以及表达式如图 5 所示。

图 5  $\lambda(s), e_0(s)$  与基质吸力  $s$  的试验拟合曲线Fig. 5 fitting curves of  $\lambda(s), e_0(s)$  and  $s$ 

### 3.1 增湿变形分析

为了研究加载增湿路径对原状非饱和黄土湿陷变形特性的影响, 以竖向净压力  $p_{net}$  和基质吸力  $s$  为控制变量, 分别选取图 6 所示的 3 种不同的水力路径进行模拟分析。

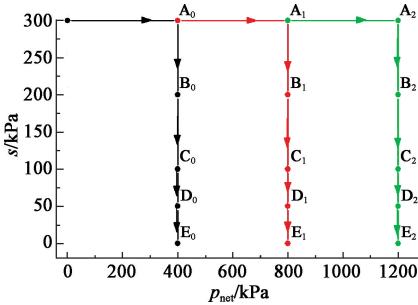
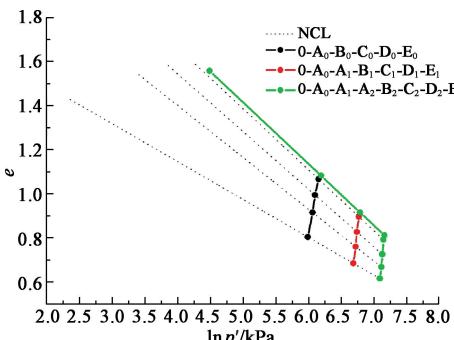
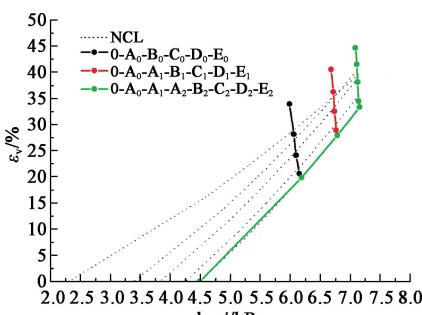


图 6 不同的加载增湿作用路径

Fig. 6 Different paths of wetting-loading

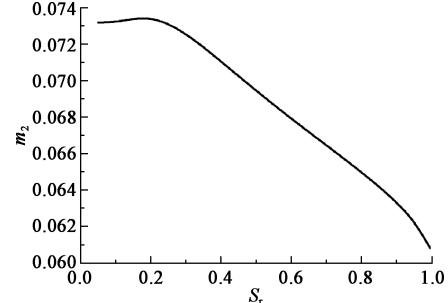
针对 4 种不同的加载增湿路径, 图 7 和图 8 分别绘出了该原状黄土的孔隙比随着有效压力的变化曲线以及体积应变的变化曲线, 并与正常固结状态进行了比较。

图 7 不同水力路径下的  $e$ - $\ln p'$  曲线Fig. 7  $e$ - $\ln p'$  curves under different wetting-loading paths图 8 不同水力路径下的  $\varepsilon_v$ - $\ln p'$  曲线Fig. 8  $\varepsilon_v$ - $\ln p'$  curves under different wetting-loading paths

由式(8)可知, 当竖向净压力增大到一定值后, 对土样进行增湿, 则总的变形包括两部分, 即压缩变形和增湿变形, 这两种变形可从图 7 和图 8 中明显地反映出来, 其中沿着 NCL 的即为压缩变形。并且从图中可以看出, 压缩变形的曲线斜率远小于增湿变形部分的斜率。根据有效应力原理(2), 在净应力不变的情况下增湿, 虽然增加了土体的饱和度, 但同时也降低了基质吸力, 使得土中有效应力总体呈减小趋势, 因此图 7 和图 8 中增湿变形部分的斜率和压缩变形部分的斜率正好相反。

如上所述, 虽然增湿降低了土体的有效应力, 但表征增湿变形的参数  $m_2$  相比较降低的更快(如图 9 所示), 因此式(8)也从连续介质力学的角度揭示了湿陷变形发生的机制原因。

从图 7 和图 8 中还可以看出, 不论加载增湿路径如何, 孔隙比的变化始终沿着相应吸力时的压缩曲线变化, 而与  $e$ - $\ln p'$  曲线不同, 体应变的变化虽与相应吸力有关, 但并没有和 NCL 重合, 而是与增湿路径相关。

图 9 增湿变形参数  $m_2$  的变化曲线Fig. 9 Variation of parameter  $m_2$ 

### 3.2 湿陷性系数分析

湿陷系数(collapsibility coefficient)是评价黄土湿陷性的一个重要指标, 根据湿陷性系数可以确定湿陷所需的最小压力(即湿陷起始压力), 以及在外荷载作用下, 发生湿陷时的最低含水率(即湿陷起始含水率)。图 10 采用参数分析方法计算了湿陷性黄土的湿陷性系数。从图中可以发现, 吸力一定时, 随着压力的增大, 湿陷系数呈现出先增大后减小的趋势, 且随着初始含水率的增大, 湿陷系数曲线逐渐降低趋于平缓, 即存在峰值湿陷系数和对应的峰值湿陷压力。这与陈存礼等人的试验结果相一致<sup>[12]</sup>。

为了更进一步分析不同水力作用路径下, 原状黄土湿陷系数变化情况。图 11 绘出了不同初始含水率下的湿陷系数与竖向净压力的等值线图。从图中可以看出, 不同水力组合作用下, 湿陷系数均随着初始含水率的增大而逐渐减小, 说明湿陷起始压力随着土体初始含水率的增大而增大, 与之相对应的湿陷起始含水率随着上覆荷载的减小而减小。

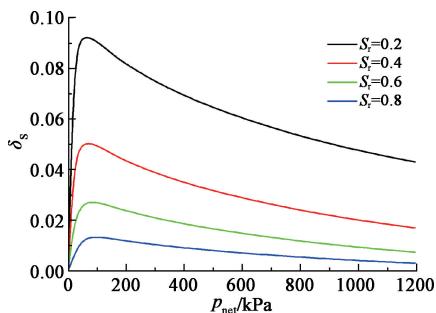


图 10 湿陷性系数

Fig. 10 Collapsibility coefficient

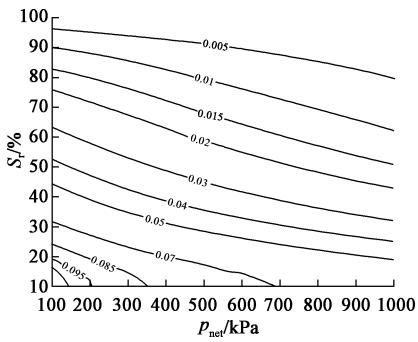


图 11 不同水力组合作用下的湿陷性系数

Fig. 11 Collapsibility coefficients of different loading-wetting paths

## 4 结 论

基于非饱和土有效应力原理,建立了非饱和黄土增湿变形本构模型,其中模型中的两个参数均为基质吸力的函数。通过对不同水力路径下的增湿变形行为以及湿陷性系数进行了分析,结果表明:

(1) 对非饱和黄土进行加载增湿,总的变形包括压缩变形和增湿变形两部分,并且压缩变形的曲线斜率远小于增湿变形部分的斜率,增湿变形部分的斜率和压缩变形部分的斜率相反,并且增湿体应变与增湿路径相关。

(2) 非饱和黄土的湿陷系数与加载增湿路径有关,湿陷起始压力随着土体初始含水率的增大而增大;湿陷起始含水率随着净压力的减小而减小。

(3) 与基质吸力相比较,吸应力能够较全面地描述土体颗粒间的作用力,适用于表征土水作用机制,从而能有效揭示非饱和黄土湿陷发生的力学机制。

## 参 考 文 献:

[1] DERBYSHIRE E, DIJKSTRA T A, SMALLEY I J, et al. Failure mechanisms in loess and the effects of moisture content changes on remoulded strength [J]. Quaternary International,

1994, 24: 5 – 15.

- [2] LI H, ZHANG Y M, XU H, et al. A constitutive model for collapsible loess material: i analytic formulation [J]. Advanced Materials Research, 2012, 511: 117 – 121.
- [3] 邵生俊, 于清高, 王 婷, 等. 深厚湿陷性黄土地基综合整治新技术研究 [J]. 土木工程学报, 2007, 40(12): 77 – 82. (SHAO Sheng-jun, YU Qing-gao, WANG Ting. A novel comprehensive treatment technology for deep wet-collapsible loess foundations [J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(12): 77 – 82. (in Chinese))
- [4] 邢义川, 谢定义, 李永红. 非饱和黄土湿陷过程中有效应力变化规律 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(7): 1100 – 1103. (XING Yi-chuan, XIE Ding-yi, LI Yong-hong. Effective stress and collapse process of unsaturated loess [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(7): 1100 – 1103. (in Chinese))
- [5] LU N. Is matric suction stress variable? [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(7): 899 – 905.
- [6] BISHOP A W. The effective of stress principle [J]. Teknisk Ukeblad, 1959, 39: 859 – 863.
- [7] BLIGHT G E. Effective stress evaluation for unsaturated soils [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1967, 93(2): 125 – 148.
- [8] FREDLUND D G, MORGENSEN N R. Stress state variables for unsaturated soils [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1977, 103(5): 447 – 466.
- [9] LU N, LIKOS W J. Suction Stress Characteristic Curve for Unsaturated Soil [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, 132(2): 131 – 142.
- [10] LU N, GODT J W, WU D T. A Closed form equation for effective stress in unsaturated soil [J]. Water Resources Research, 2010, 46(5): 1 – 14.
- [11] 王 娇. 非饱和黄土水特性与真三轴屈服及强度变形特性试验研究 [D]. 西安: 西安理工大学. 2018. (WANG Jiao. Research on Soil Water Characteristics and Yielding, Strength and Deformation Properties of Unsaturated Loess by the True Triaxial Test [D]. Xi'an University of Technology, 2018. (in Chinese))
- [12] 陈存礼, 张登飞, 张 洁, 等. 等向应力下原状黄土的压缩及增湿变形特性研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 36(7): 1736 – 1747. (CHEN Cun-li, ZHANG Deng-fei, ZHANG Jie, et al. Compression and wetting deformation behavior of intact loess under isotropic stresses [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 36(7): 1736 – 1747. (in Chinese))

(编校: 黄贤沙)