

DOI: 10.11779/CJGE20211558

K_0 固结珊瑚砂的应力-应变模型及变形参数研究

张季如, 彭伟珂, 郑颜军

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

摘要: 珊瑚砂作为岛礁吹填地基的填料, 在填筑期的应力路径具有 K_0 固结的特点。利用三轴试验系统对不同初始相对密度的珊瑚砂进行了一系列的 K_0 固结试验, 研究了珊瑚砂的应力-应变特性, 测试了珊瑚砂的 K_0 系数和颗粒破碎率。基于广义虎克定律, 建立了幂函数形式的非线性弹性模型来描述 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系, 提出了变形参数的函数表达式, 并将模型计算结果与试验曲线进行了对比。结果表明: K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系可用幂函数表示。随着轴向有效应力的增加, K_0 减小, 颗粒破碎率增大。在相同的轴向有效应力条件下, 珊瑚砂的初始相对密度越小, K_0 越大, 颗粒破碎率越高。在 K_0 状态下, 随着轴向有效应力的增加, 珊瑚砂的切线模量增加, 切线泊松比减小。珊瑚砂的初始相对密度越大, 相同轴向有效应力下的切线模量越大, 切线泊松比越小。幂函数模型合理地预测了一定应力范围内 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系, 模型及变形参数反映了 K_0 固结的应力路径对应力-应变关系的影响。

关键词: 应力-应变模型; 变形参数; 珊瑚砂; K_0 固结; 静止土压力系数

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)03-0478-08

作者简介: 张季如(1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: zhangjr@whut.edu.cn。

Stress-strain model and deformation parameters of K_0 -consolidated coral sand

ZHANG Jiru, PENG Weike, ZHENG Yanjun

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: The stress path followed by soil consolidation in the hydraulic filling site where the coral sand is used as the filling materials is characterized by K_0 -consolidation. In order to investigate the stress-strain behaviors of the K_0 -consolidated coral sand, a series of K_0 -consolidation tests in a triaxial cell are carried out for the coral sands with different initial relative densities. The K_0 -values of the coral sands are measured and their particle breakage indexes are evaluated. Based on the generalized Hooke's law, a nonlinear elastic model in the form of a power function is proposed to describe the stress-strain relationship of the K_0 -consolidated coral sand. The functional expressions for the deformation parameters are presented, and the calculated results of the model are compared with the test curves. The results show that the stress-strain relationship of the K_0 -consolidated coral sand may be expressed by a power function. With the increase of the axial effective stress, the K_0 -value decreases, and the particle breakage index increases. Under the same axial effective stress, a small initial relative density corresponds to a large K_0 -value and a large particle breakage index. As the increase of the axial effective stress in the K_0 -state, the tangent modulus of the coral sand increases, and the tangent Poisson's ratio decreases. Under the same axial effective stress, the larger the initial relative density, the larger the tangent modulus, and the smaller the tangent Poisson's ratio. The stress-strain relationship of the K_0 -consolidated coral sand with different initial relative densities within a certain stress range is reasonably predicted by the power function model. The model and deformation parameters reflect the influence of the stress path of K_0 -consolidation on the stress-strain relationship.

Key words: stress-strain model; deformation parameter; coral sand; K_0 -consolidation; coefficient of earth pressure at rest

0 引言

近年来中国开展了南海岛礁工程建设, 以适应海上生产活动、交通运输和国防战略的需要。岛礁工程因远离大陆, 通常就地取材, 利用珊瑚礁沉积物吹填形成岛礁工程的地基。这些沉积物以珊瑚砂为主, 具

有颗粒强度低、易破碎的特点。静止土压力系数 K_0 ($K_0 = \sigma'_h / \sigma'_v$, 其中 σ'_h , σ'_v 分别为水平向和竖向有效应力) 是土力学的一个基本参数, 吹填地基固结期

基金项目: 国家自然科学基金项目(42172295)

收稿日期: 2021-12-27

的应力变化符合 K_0 固结的应力路径^[1], 而砂土应力-应变关系具有明显的应力路径依附性的特性^[2], 因此有必要深入认识 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变特性, 并在此基础上建立一个能考虑实际应力路径影响的、简单和实用的变形计算模型, 以准确预估吹填地基的固结变形量, 提高岛礁吹填工程的设计和施工质量。

描述土的应力-应变关系的数学模型分为弹性和弹塑性两大类, 其中弹塑性模型较好地反映了土体的硬化、软化和剪胀特性^[3], 但是模型比较复杂, 参数求取相对困难。而弹性类的非线性弹性模型, 例如 Duncan-Chang 的双曲线 $E-\mu$ 模型^[4]及改进的 $E-B$ 模型^[5]、 $K-G$ 模型^[6]等, 能较好地模拟土的非线性变形特性, 并具有形式简洁和参数少的特点, 因而在土的变形计算中被广泛采用^[7-8]。然而非线性弹性模型在描述土的剪胀特性方面存在局限性, 但是考虑到 K_0 固结土体变形主要表现为压缩性质, 剪胀特性并不明显。因此采用非线性弹性模型来描述 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系, 在工程应用上仍具有明显的优势。

非线性弹性模型的应力-应变关系不能用常数表示, 而是用应力或变形的函数参数来描述。由于有多种方法可以定义非线性变形中的应力和应变, 因此对应于同一种模型参数, 可以存在多个非线性函数^[9], 而这些函数的选择往往取决于特定的应力路径试验。珊瑚砂具有应力路径依附性的特性, 其应力-应变关系与应力路径有关^[10]。土体 K_0 固结的应力-应变关系不同于常规三轴试验的双曲线关系, 因此采用双曲线的非线性弹性模型计算变形误差较大。有关 K_0 固结变形计算的研究, 迄今为止多针对的是软黏土^[11-12], 珊瑚砂的研究资料不多, 对变形参数的变化规律和取值知之甚少, 需要通过 K_0 试验模拟珊瑚砂地基固结的应力路径实况, 以求得能够反映实际应力路径影响的变形参数。另外, 对于常应力下就能产生颗粒破碎的珊瑚砂, 也需要查明 K_0 固结过程中的颗粒破碎状况。

鉴于此, 本文利用计算机控制的三轴试验系统对不同初始相对密度的珊瑚砂进行 K_0 试验, 研究珊瑚砂的应力-应变关系和颗粒破碎状况。在此基础上, 建立描述 K_0 固结珊瑚砂应力-应变关系的非线性弹性模型, 提出非线性弹性变形参数的表达式并确定模型参数, 最后利用模型预测 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系, 可为珊瑚砂吹填地基的设计与施工提供参考。

1 土样与试验方法

1.1 土样

珊瑚砂取自中国南海岛礁, 采用筛分法制备粒径范围为 1~0.5 mm 和 0.5~0.25 mm 两个粒组的土样, 颗粒的质量百分比各占 50%, 供试土样占珊瑚砂原始

土样的质量百分比超过 80%。土样的粒径分布曲线见图 1, 基本物理性质指标见表 1。

表 1 珊瑚砂的基本物理指标

Table 1 Physical parameters of coral sand

土粒相对质量密度 G_s	平均粒径 d_{50}/mm	不均匀系数 C_u	最大孔隙比 e_{\max}	最小孔隙比 e_{\min}
2.78	0.50	1.93	1.196	0.829

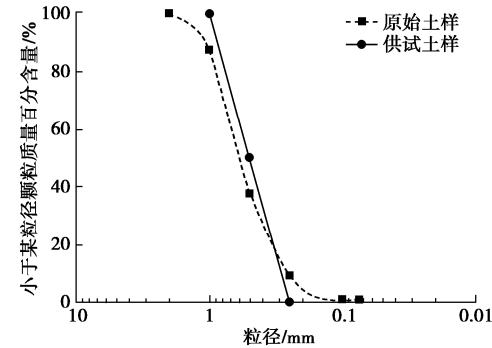


图 1 珊瑚砂的粒径分布曲线

Fig. 1 Grain-size distribution curves of coral sand

1.2 试验仪器

本文采用三轴仪法进行 K_0 试验。如图 2 所示, 试验设备为英国 GDS 公司生产的全自动三轴试验系统, 主要由三轴压力室、数据记录器、计算机、3 个数字压力/体积控制器 (DPVC1~3) 等组成。其中 DPVC1 控制轴向荷载, DPVC3 控制围压, DPVC2 控制反压 (或孔压) 并测量体变, 可以对试样施加指定的压力或强制执行所需的体积变化, 试样底部的孔压由压力传感器测量。

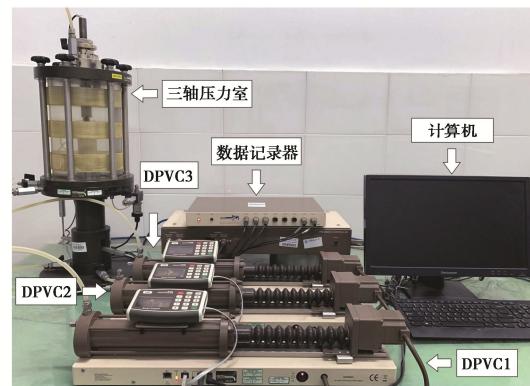


图 2 试验设备

Fig. 2 Test apparatus

1.3 试验方法

试样为圆柱形, 直径 39.1 mm, 高 80 mm。在圆柱形底座上包裹橡皮膜, 称取所需质量的烘干砂样, 采用砂雨法分三等分在膜内撒干砂制备试样, 制成试样的初始相对密度 $D_r=0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$, 为中密至密实状态。试样饱和采用水头饱和与反压饱和法, 水头饱和前, 先从试样底部通入 CO_2 气体置换孔隙中

的空气, 完毕后利用排水管从试样底部注入无气水饱和, 最后再利用三轴试验系统反压饱和, 方法是先对试样施加20 kPa的围压进行预压, 再分级施加反压饱和, 此时需同步施加围压, 并始终保持围压比反压大20 kPa。每级反压施加后检测孔压系数B值, 当检测到B>0.95时可认为试样完全饱和。由于 K_0 固结开始前所有试验都施加了20 kPa的初始有效围压, 意味着 K_0 试验并非从零应力状态开始, 而是存在着一个初始等向固结应力, 试验从各向同性应力状态开始施加应力。

本文采用的应力和应变的符号意义如下: 轴向有效应力 σ'_1 , 有效围压 σ'_3 , 偏应力 $q=\sigma'_1-\sigma'_3$, 平均有效应力 $p'=(\sigma'_1+2\sigma'_3)/3$, 轴向应变 ε_1 , 径向应变 ε_3 , 体应变 ε_v , 剪应变 ε_s 。 K_0 试验为应力式控制, 试验过程中同时施加轴向有效应力 σ'_1 和有效围压 σ'_3 , 加载速率 $d\sigma'_3=5$ kPa/min, DPVC根据轴向应变调节试样的体积变化, 以保持试样的体应变与轴向应变的变化相等($d\varepsilon_v/d\varepsilon_1=1$), 径向应变保持不变($d\varepsilon_3=0$)。当到达预定的有效围压 $\sigma'_3=1000$ kPa后试验终止。 K_0 值由 $K_0=\sigma'_3/\sigma'_1$ 计算获得。

对试验后的各试样, 利用筛分试验获得粒径分布曲线, 采用 Hardin^[13]提出的相对破碎率 B_r 来量化珊瑚砂的颗粒破碎程度, 即分别将试验前和试验后的粒径分布曲线与0.075 mm粒径截断线所围成的面积, 定义为试验前和试验后的破碎势。再将试验前和试验后的破碎势之差定义为破碎量, 则 B_r 为破碎量与试验前破碎势的比值。

2 结果与分析

2.1 应力-应变曲线

图3为 K_0 试验在 $q-p'$ 平面内的应力路径, 从中可以发现, K_0 固结珊瑚砂的初始相对密度 D_r 不同, 有效应力路径表现出一定的差异性, D_r 越小, 有效应力路径越低。考虑到珊瑚砂具有应力路径依附性的特点, 珊瑚砂的 D_r 不同, 应力路径也不同, 故对应力-应变关系会产生一定的影响。

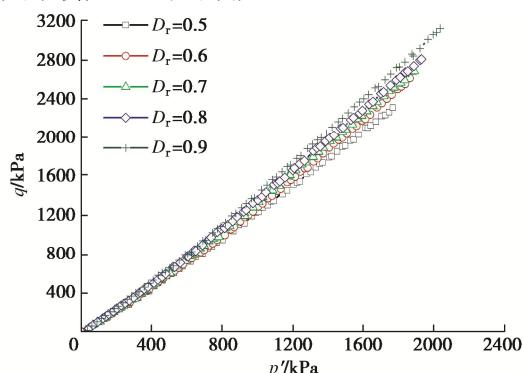


图3 $q-p'$ 平面内的应力路径

Fig. 3 Stress paths in $q-p'$ plane

图4为 K_0 固结珊瑚砂的轴向有效应力 σ'_1 与轴向应变 ε_1 的关系曲线。从图4(a)可以发现, $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线的坡度随初始相对密度的增大而逐渐变陡。 D_r 越大, 相同轴向应变时的轴向有效应力越大。将图4(a)中的 $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线绘制在双对数坐标图上, 见图4(b), 从中可以发现, 在双对数坐标轴上的 σ'_1 与 ε_1 近似成线性关系, 说明 $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线为幂函数型, 可表示为

$$\frac{\sigma'_1}{p_a} = A \varepsilon_1^B \quad (1)$$

式中: A , B 为试验参数; $p_a=101.33$ kPa, 为标准大气压力。引入 p_a 目的是使试验参数变成无量纲量, 以适应不同计量单位。

基于 K_0 试验结果, 利用式(1)对 $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线回归分析, 参数 A , B 的试验回归值及拟合度见表2, 显示了拟合度 R^2 均大于0.996, 表明回归分析的显著性水平较高, $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线可采用式(1)的幂函数模型来描述。由 K_0 条件下的 $\sigma'_3=K_0\sigma'_1$, $\varepsilon_v=\varepsilon_1$, 可推得 $q=(1-K_0)\sigma'_1$, $p'=(1+2K_0)\sigma'_1/3$, $\varepsilon_s=2\varepsilon_1/3$, 说明 K_0 固结珊瑚砂的 $q-\varepsilon_s$ 曲线、 $p'-\varepsilon_v$ 曲线也可以用幂函数模型来描述。

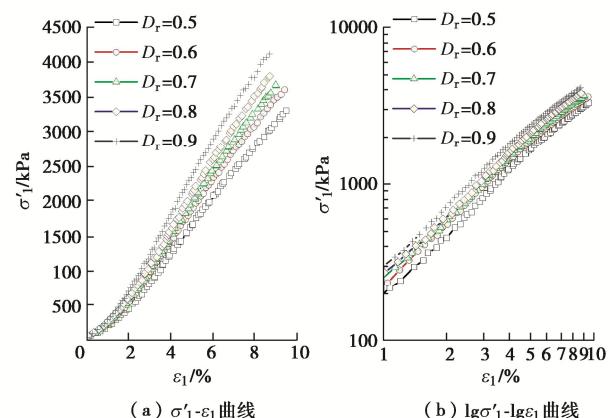


图4 轴向有效应力与轴向应变的关系曲线

Fig. 4 Curves of axial effective stress versus axial strain

表2 式(1)参数 A , B 的试验回归值

Table 2 Test regression values for parameters A and B of Eq. (1)

D_r	A	B	R^2
0.5	718.94	1.281	0.9960
0.6	732.40	1.242	0.9961
0.7	779.94	1.245	0.9969
0.8	870.28	1.261	0.9976
0.9	906.65	1.237	0.9965

2.2 K_0 系数

图5为珊瑚砂的静止土压力系数随轴向有效应力的变化曲线, 从中可以发现, 在 K_0 试验的开始阶段, K_0 先急剧减小, 然后变缓。Chu等^[14]采用三轴仪法对硅质砂的 K_0 试验中也观察到类似的现象。究其原因,

是因为在三轴仪里进行的 K_0 试验, 开始于各向同性的应力状态, 因此存在着一个从各向同性向 K_0 状态转变的过程。一旦跨过这个过渡期, K_0 的变化趋于平缓。图 5 还显示, 随着 σ'_1 的增加, K_0 逐渐减小。 D_r 对 K_0 的影响较为明显, 在相同 σ'_1 条件下, D_r 越小, K_0 越大。

将 K_0 和轴向有效应力的对数值 $\lg(\sigma'_1/p_a)$ 进行线性回归分析, 结果绘于图 6, 回归参数值及拟合度 R^2 见表 3, 显示线性回归的显著性水平较高, 说明 K_0 与 $\lg(\sigma'_1/p_a)$ 之间具有良好的直线关系, 即

$$K_0 = K_1 - \Delta K \lg \frac{\sigma'_1}{p_a} \quad (2)$$

式中: K_1 为一个标准大气压下的 K_0 取值; ΔK 为随轴向有效应力增加的 K_0 减小值。

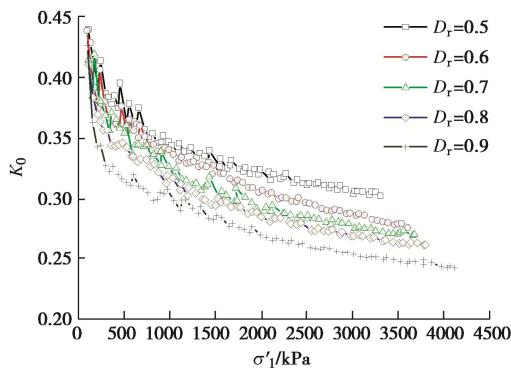


图 5 K_0 与轴向有效应力的关系曲线

Fig. 5 Curves of K_0 versus axial effective stress

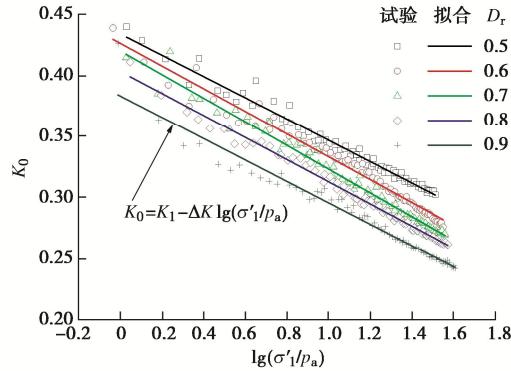


图 6 K_0 与 $\lg(\sigma'_1/p_a)$ 的关系曲线

Fig. 6 Curves of K_0 versus $\lg(\sigma'_1/p_a)$

表 3 式 (2) 参数 K_1 , ΔK 的试验回归值

Table 3 Test regression values for parameters K_1 and ΔK of Eq. (2)

D_r	K_1	ΔK	R^2
0.5	0.434	0.087	0.9777
0.6	0.426	0.093	0.9739
0.7	0.420	0.097	0.9800
0.8	0.403	0.090	0.9903
0.9	0.383	0.087	0.9589

2.3 颗粒破碎特性

图 7 为 K_0 试验结束时不同初始相对密度珊瑚砂在 $q-p'$ 平面内的应力和相对破碎率 B_r 。图 7 (a) 显示, 珊瑚砂的 D_r 越小, K_0 试验结束时的平均有效应力 p'_{\max}

和偏应力 q_{\max} 越小, 然而 B_r 越大, 见图 7 (b)。一些学者在钙质砂的侧限压缩试验中, 也得到相同的结论^[15-16]。对该现象可解释为: 单位体积内松砂颗粒较少、密砂颗粒较多, 因此松砂颗粒之间的接触点相对较少, 密砂颗粒间的接触点较多。尽管作用于密砂试样上总的有效应力更大, 但是传递到颗粒间接触点的平均有效应力, 松砂的较大, 密砂的较小, 因此松砂较密砂更容易产生颗粒破碎。

从图 7 (b) 还可以发现, 在本文的试验应力范围内, 珊瑚砂的颗粒破碎量非常小, 中密状态珊瑚砂 ($D_r=0.5\sim 0.6$) 的 B_r 小于 2.3%, 密实状态珊瑚砂 ($D_r=0.7\sim 0.9$) 的 B_r 不到 1.4%, 因此可以认为珊瑚砂的颗粒破碎对 K_0 固结的影响不大。

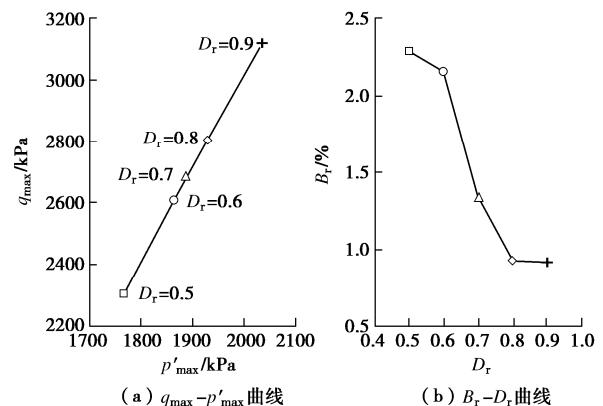


图 7 K_0 试验结束时 $q-p'$ 平面内的有效应力和颗粒破碎率

Fig. 7 Effective stresses in $q-p'$ plane and particle breakage indexes at end of K_0 -tests

3 变形参数

式 (1) 描述的幂函数非线性弹性模型, 其理论基础仍是弹性理论, 因此应力-应变关系可以用应力和应变增量形式表征的切线模量和切线泊松比来联系, 并可由广义虎克定律导出。

3.1 切线泊松比

轴对称条件下, 轴向应变 ε_1 和径向应变 ε_3 分别为

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma'_1 - 2\nu\sigma'_3) \quad (3)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma'_3 - \nu(\sigma'_1 + \sigma'_3)] \quad (4)$$

式中: E 为弹性模量; ν 为泊松比。

将式 (3), (4) 相除, 可得

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{\sigma'_1 - 2\nu\sigma'_3}{\sigma'_3 - \nu(\sigma'_1 + \sigma'_3)} \quad (5)$$

将 K_0 状态下的 $\sigma'_3 = K_0\sigma'_1$ 代入式 (5), 移项整理, 并写成应变增量的形式, 可得切线泊松比

$$\nu_t = \frac{K_0 - d\varepsilon_3/d\varepsilon_1}{1 + K_0 - 2K_0 \cdot d\varepsilon_3/d\varepsilon_1} \quad (6)$$

考虑 K_0 状态时的 $d\varepsilon_3 = 0$ ，式 (6) 可简化为

$$\nu_t = \frac{K_0}{1 + K_0} \quad (7)$$

3.2 切线模量

将 K_0 状态下的 $\sigma'_3 = K_0 \sigma'_1$ 代入式 (3)，并写成应力和应变增量的形式，可得

$$d\varepsilon_1 = \frac{(1 - 2\nu_t K_0)}{E_t} d\sigma'_1 \quad (8)$$

式中： E_t 为切线弹性模量。

将式 (1)，(7) 代入式 (8) 并移项整理，可得用轴向应变的函数表示的切线弹性模量：

$$\frac{E_t}{p_a} = AB\varepsilon_1^{B-1} \left(1 - \frac{2K_0^2}{1 + K_0} \right) \quad (9)$$

对式 (1) 变形可得 $\varepsilon_1 = (1/A)^{1/B} \cdot (\sigma'_1/p_a)^{1/B}$ ，代入式 (9) 并整理，可得用轴向有效应力的函数表示的切线弹性模量：

$$\frac{E_t}{p_a} = BA^{\frac{1}{B}} \left(1 - \frac{2K_0^2}{1 + K_0} \right) \cdot \left(\frac{\sigma'_1}{p_a} \right)^{\frac{B-1}{B}} \quad (10)$$

在非线性弹性模型中，以增量形式表征的 $q-\varepsilon_s$ ， $p'-\varepsilon_v$ 关系，可分别用切线剪切模量 G_t 和切线体积模量 K_t 来联系，即

$$d\varepsilon_s = \frac{1}{3G_t} dq, \quad (11)$$

$$d\varepsilon_v = \frac{1}{K_t} dp' \quad (12)$$

按照弹性理论，非线性弹性模型中的其他弹性参数可以从 E_t ， ν_t 二个参数获得。由广义虎克定律可知， G_t ， K_t 与 E_t ， ν_t 的关系为

$$G_t = \frac{E_t}{2(1 + \nu_t)}, \quad (13)$$

$$K_t = \frac{E_t}{3(1 - 2\nu_t)} \quad (14)$$

将式 (13)，(14) 分别代入式 (10)，再代入式 (7) 并移项整理，可得

$$\frac{G_t}{p_a} = BA^{\frac{1}{B}} \cdot \frac{1 - K_0}{2} \cdot \left(\frac{\sigma'_1}{p_a} \right)^{\frac{B-1}{B}}, \quad (15)$$

$$\frac{K_t}{p_a} = BA^{\frac{1}{B}} \cdot \frac{1 + 2K_0}{3} \cdot \left(\frac{\sigma'_1}{p_a} \right)^{\frac{B-1}{B}}. \quad (16)$$

式 (10)，(15)，(16) 表明，幂函数模型的 3 个切线模量 E_t ， G_t ， K_t 都可表示为轴向有效应力的函数，并通过 K_0 和参数 A ， B 来描述。

3.3 模型参数的确定

考察表 2 中参数 A ， B 的试验回归值随 D_r 的变化规律，可建立它们之间的相关关系。分析表明，参数

A 随 D_r 的增大而增大，并与 D_r 大致成线性关系，回归分析结果见图 8 (a)；参数 B 是一个与 $\lg \sigma'_1 - \lg \varepsilon_1$ 线性关系的斜率有关的量，由于不同 D_r 的 $\lg \sigma'_1 - \lg \varepsilon_1$ 直线大致平行，见图 4 (b)，因此 B 可近似为常数。有关回归值的计算公式及相关参数见表 4，可见参数 A ， B 的计算回归值可以用 a_1 ， b_1 ， c_1 3 个参数表示。

同理，建立表 3 中参数 K_1 ， ΔK 的试验回归值与 D_r 的相关关系。表 3 显示，参数 K_1 随 D_r 的增大而减小，与 D_r 大致满足直线关系，线性回归结果见图 8(b)。参数 ΔK 是 $K_0 - \lg(\sigma'_1/p_a)$ 线性关系的斜率，不同 D_r 的拟合直线大致保持平行，见图 6，因此 ΔK 也近似为常数。回归值计算公式及相关参数见表 4，参数 K_1 ， ΔK 的计算回归值可以用 a_2 ， b_2 ， c_2 3 个参数表示。

从上述分析可知，幂函数模型通过表 4 中的 a_1 ， b_1 ， c_1 ， a_2 ， b_2 ， c_2 等 6 个参数，表达了 K_0 ， ν_t 和 3 个切线模量 E_t ， G_t ， K_t ，完成了对一定范围 D_r 值的 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变-体变关系曲线的描述。

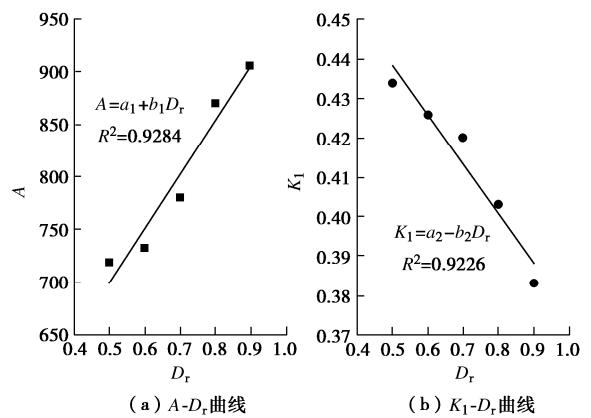


图 8 参数 A ， K_1 的试验回归值与 D_r 的关系曲线

Fig. 8 Curves of test regression values A , K_1 versus D_r values

表 4 试验参数回归值的计算公式

试验参数	回归值计算公式	相关参数	R^2
A	$A = a_1 + b_1 D_r$	$a_1 = 442.33, b_1 = 513.30$	0.9284
B	$B = c_1$	$c_1 = 1.253$	
K_1	$K_1 = a_2 - b_2 D_r$	$a_2 = 0.501, b_2 = 0.125$	0.9226
ΔK	$\Delta K = c_2$	$c_2 = 0.091$	

4 模型计算与试验曲线的比较

将本文模型的计算结果与试验曲线进行比较，以验证描述 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系的幂函数模型及其参数的适用性。模型计算的具体步骤如下：

(1) 将 K_0 固结珊瑚砂预备比较的初始相对密度 D_r 代入表 4 中的回归值计算公式，求得试验参数 A ， B ， K_1 ， ΔK 的计算回归值，结果如表 5 所示。

(2) 将 K_1 ， ΔK 的计算回归值代入式 (2) 确定

K_0 , 再将 K_0 和参数 A , B 的计算回归值代入式(7), (10), (15), (16), 以确定 ν_t , E_t , G_t , K_t 。

(3) 先给定一个较小的有效应力增量步 $d\sigma'_1$, $d\sigma' = (1-K_0)d\sigma'_1$ 或 $d\sigma' = (1+2K_0)d\sigma'_1/3$, 再将计算得到的 K_0 , ν_t , E_t , G_t , K_t 分别代入式(8), (11), (12), 计算出相应的应变增量值 $d\varepsilon_1$, $d\varepsilon_s$, $d\varepsilon_v$ 。最后分别累加各应力增量、应变增量值, 得到全量的 σ'_1 - ε_1 , q - ε_s , p' - ε_v 关系曲线。

图9为 K_0 的式(2)计算结果与试验曲线的比较, 显示 K_0 的计算值与试验值吻合较好。将试验参数的计算回归值和试验回归值分别代入式(7), (10), (15), (16), 计算出对应的 ν_t , E_t , G_t , K_t 并相互比较, 结果如图10~11所示。从中可以发现, 无论是 ν_t , 还是 E_t , G_t , K_t , 采用计算与试验回归值算得的变形参数都吻合较好, 说明幂函数模型对 K_0 固结珊瑚砂的各种变形参数都能够合理预测。

表5 试验参数的计算回归值

Table 5 Calculated regression values of test parameters

D_r	A	B	K_1	ΔK
0.5	698.98	1.253	0.439	0.091
0.6	750.31	1.253	0.426	0.091
0.7	801.64	1.253	0.414	0.091
0.8	852.97	1.253	0.401	0.091
0.9	904.30	1.253	0.389	0.091

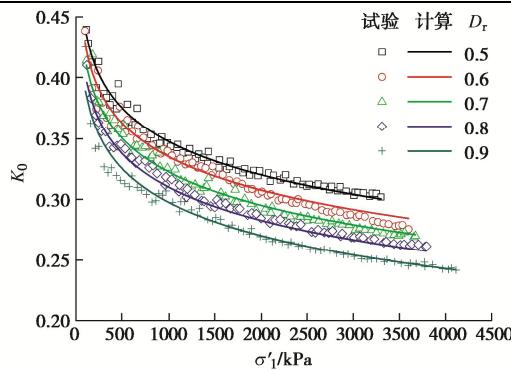


图9 K_0 的计算与试验结果的比较

Fig. 9 Comparison between calculated and measured K_0 -values

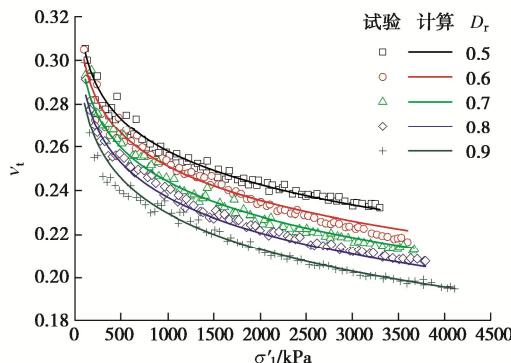
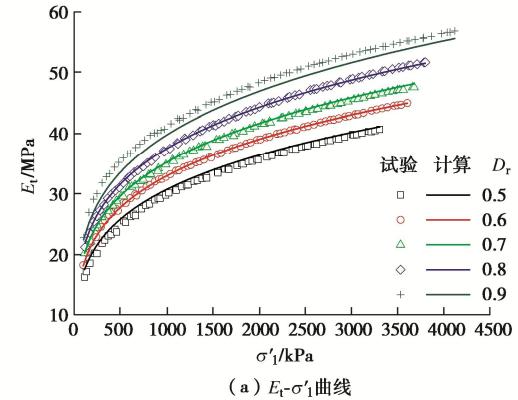


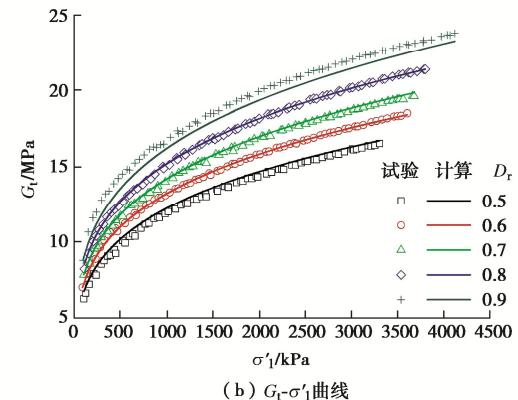
图10 切线泊松比的计算与试验结果的比较

Fig. 10 Comparison between calculated and measured tangent Poisson's ratio

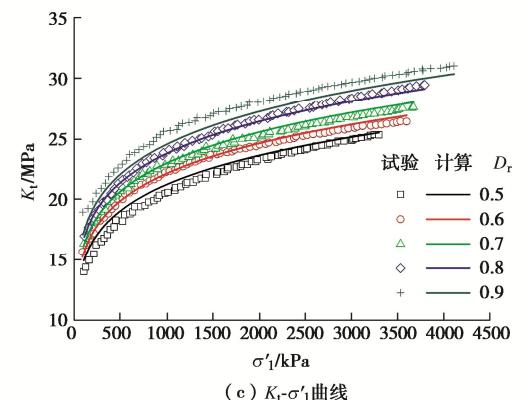
图10显示, 切线泊松比 ν_t 并非是一个常量, 而是随着 σ'_1 的增加而逐渐减小。在相同的 σ'_1 条件下, D_r 越大, ν_t 越小。图11显示, 切线模量 E_t , G_t , K_t 随着 σ'_1 的增加而逐渐增大。在相同的 σ'_1 条件下, D_r 越大, E_t , G_t , K_t 越大。在本文 D_r 范围内, 珊瑚砂变形参数的取值范围: ν_t 为 0.2~0.3, E_t 为 16~56 MPa, G_t 为 6~24 MPa, K_t 为 14~31 MPa。



(a) E_t - σ'_1 曲线



(b) G_t - σ'_1 曲线



(c) K_t - σ'_1 曲线

图11 切线模量的计算与试验结果的比较

Fig. 11 Comparison between calculated and measured tangent moduli

将模型计算得到的 σ'_1 - ε_1 , q - ε_s , p' - ε_v 曲线与试验曲线进行比较, 结果如图12所示。从图12(a), (b) 可以发现, σ'_1 - ε_1 , q - ε_s 曲线的计算与试验结果较为吻合, 说明幂函数模型对轴向应变和剪应变都能合理预测。其中 σ'_1 - ε_1 曲线的计算与试验结果在大部分的试验

应力范围内都极为吻合, 只有当 σ'_1 超出了某个临界应力值之后, ε_1 的计算值开始偏离试验结果。

$\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线计算与试验结果相吻合的应力范围, 与珊瑚砂的初始相对密度有关。 D_r 越小, 对应的 σ'_1 范围也越小, 在本文试验条件下, 不同 D_r 对应的临界 σ'_1 : $D_r=0.5$ 约 2500 kPa, $D_r=0.6, 0.7$ 约 3000 kPa, $D_r=0.8$ 约 3500 kPa, $D_r=0.9$ 约 4000 kPa, 见图 12 (a)。由此可见, $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 计算与试验曲线相吻合的应力范围比较宽泛, 涵盖了 K_0 固结珊瑚砂正常的工程应力范围。

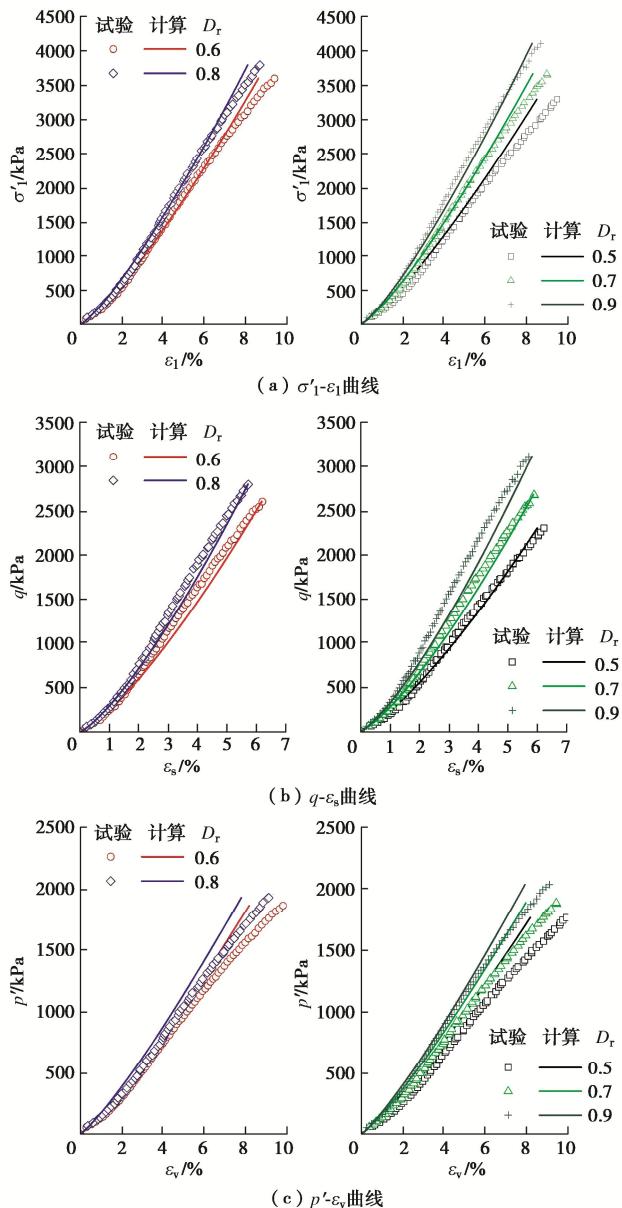


图 12 应力-应变曲线的预测与试验结果的比较

Fig. 12 Comparison between predicted and measured stress-strain curves

图 12 (c) 显示, 与 $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线相比较, $p'-\varepsilon_v$ 曲线计算结果与试验曲线的误差稍显偏大, 但在 $p' \leq 1000$ kPa 的应力范围内吻合较好, 说明在实际的工程应力范围内, 模型计算与试验结果的误差都可以接受。

与 $\sigma'_1-\varepsilon_1$ 曲线的计算结果相似, 随着 p' 的增加, ε_v 的计算值略小于试验结果, 误差值与珊瑚砂的初始相对密度有关。相同 p' 条件下, D_r 越小, ε_v 计算与试验结果的误差越大。初步分析原因, 是因为式 (12) 只能描述 dp' 产生的 $d\varepsilon_v$, 没有考虑 dq 产生的 $d\varepsilon_v$, 而珊瑚砂具有剪胀特性, 因此存在剪应力与体应变的交叉效应^[17], 即剪应力也能产生体变, 从而导致体应变的模型计算值比试验结果偏小。

图 12 给出的对比结果验证了采用幂函数模型描述一定应力范围内 K_0 固结珊瑚砂应力-应变关系的合理性, 同时也表明了模型对各种应力-应变关系的预测效果在不同程度上受到应力范围的影响, 应力范围的大小与珊瑚砂的初始相对密度有关。幂函数模型和变形参数不仅能够反映 K_0 固结的应力路径对珊瑚砂应力-应变关系的影响, 而且模型的本构关系式概念清楚、简单易懂, 模型参数易于求取、便于应用, 因此可以将本文模型结合有限元程序, 对珊瑚砂吹填地基的固结变形进行计算分析, 具有一定的实用性。

5 结 论

本文利用三轴试验系统对 5 种不同初始相对密度的珊瑚砂进行 K_0 固结试验, 研究了珊瑚砂的应力-应变关系和颗粒破碎状况。在此基础上, 建立了幂函数非线性弹性模型, 描述了 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系。得到以下 5 点结论。

(1) K_0 固结珊瑚砂的轴向有效应力与轴向应变、偏应力与剪应变、平均有效应力与体应变之间的关系曲线都可以用幂函数表示, 这些应力-应变曲线受到珊瑚砂初始相对密度的影响。

(2) 珊瑚砂的静止土压力系数随轴向有效应力的增加而减小, 初始相对密度对其影响较为明显。在相同的轴向有效应力条件下, 初始相对密度越小, 静止土压力系数越大。

(3) K_0 固结珊瑚砂的初始相对密度越小, 颗粒破碎率越大。在本文的试验应力范围内, 由于颗粒破碎量很小, 对珊瑚砂 K_0 固结特性的影响不大。

(4) K_0 固结珊瑚砂的变形参数受到应力状态和初始相对密度的影响。随着轴向有效应力的增加, 切线模量增加, 切线泊松比减小。初始相对密度越大, 相同轴向有效应力下的切线模量越大, 切线泊松比越小。

(5) 幂函数模型能够合理预测一定应力范围内 K_0 固结珊瑚砂的应力-应变关系, 并能反映 K_0 固结的应力路径对应力-应变关系的影响, 而且具有形式简单, 参数易于求取, 实用性强的优点。

参考文献:

- [1] 刘祖德, 陆士强, 杨天林, 等. 应力路径对填土应力应变关系的影响及其应用[J]. 岩土工程学报, 1982, 4(4): 45-55. (LIU Zude, LU Shiqiang, YANG Tianlin, et al. The influence of stress path on the stress-strain behavior of earthfills and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, 4(4): 45-55. (in Chinese))
- [2] 孙岳崧, 潘家骝, 李广信. 不同应力路径对砂土应力-应变关系影响[J]. 岩土工程学报, 1987, 9(6): 78-88. (SUN Yuesong, PU Jialiu, LI Guangxin. Influence of different stress path on stress-strain relationship of sandy soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, 9(6): 78-88. (in Chinese))
- [3] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147-2153. (YAO Yangping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(12): 2147-2153. (in Chinese))
- [4] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, 96(5): 1629-1653.
- [5] DUNCAN J M, BYRNE P, WONG K S, et al. Strength, Stress-Strain, and Bulk Modulus Parameters for Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Soil Masses[R]. Berkeley, California: College of Engineering, University of California, 1980.
- [6] DOMASCHUK L, VALLIAPPAN P. Nonlinear settlement analysis by finite element[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975, 101(7): 601-614.
- [7] 柳志平, 刘泉声, 程勇, 等. 卸荷土体本构模型选用及其参数的确定——以港珠澳大桥拱北隧道明挖段基坑为例[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(增刊 1): 197-202. (LIU Zhiping, LIU Quansheng, CHENG Yong, et al. Selection and parametric determination of constitutive model for unloading soil—Case study of foundation pit at open excavation section of Gongbei tunnel of Hongkong-Zhuhai-Macau Bridge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(S1): 197-202. (in Chinese))
- [8] 邵晓泉, 迟世春. 堆石料变形参数的粒径尺寸相关性研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(9): 1715-1722. (SHAO Xiaoquan, CHI Shichun. Particle size correlation of deformation parameters for rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(9): 1715-1722. (in Chinese))
- [9] MIHAI L A, GORIELY A. How to characterize a nonlinear elastic material? A review on nonlinear constitutive parameters in isotropic finite elasticity[J]. Proceedings Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2017, 473(2207): 20170607.
- [10] 张季如, 罗明星, 彭伟珂, 等. 不同应力路径下钙质砂力学特性的排水三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(4): 593-602. (ZHANG Jiru, LUO Mingxing, PENG Weike, et al. Drained triaxial tests on mechanical properties of calcareous sand under various stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(4): 593-602. (in Chinese))
- [11] 胡利文, 刘志军. 真空预压加固土体变形机制分析[J]. 岩土力学, 2021, 42(3): 790-799, 812. (HU Liwen, LIU Zhijun. Analysis on deformation mechanism of soft soil reinforcement by vacuum preloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(3): 790-799, 812. (in Chinese))
- [12] 王立忠, 沈恺伦. K_0 固结结构性软黏土的本构模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(4): 496-504. (WANG Lizhong, SHEN Kailun. A constitutive model of K_0 consolidated structured soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(4): 496-504. (in Chinese))
- [13] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(10): 1177-1192.
- [14] CHU J, GAN C L. Effect of void ratio on K_0 of loose sand[J]. Géotechnique, 2004, 54(4): 285-288.
- [15] XIAO Y, LIU H L, CHEN Q S, et al. Particle breakage and deformation of carbonate sands with wide range of densities during compression loading process[J]. Acta Geotechnica, 2017, 12(5): 1177-1184.
- [16] WANG C Y, DING X M, XIAO Y, et al. Effects of relative densities on particle breaking behaviour of non-uniform grading coral sand[J]. Powder Technology, 2021, 382: 524-531.
- [17] 相彪, 张宗亮, 迟世春. 堆石料等应力比路径三模量增量非线性模型[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(9): 1322-1326. (XIANG Biao, ZHANG Zongliang, CHI Shichun. Three-modulus incremental nonlinear model of rockfill under paths of constant stress ratio[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(9): 1322-1326. (in Chinese))