

DOI: 10.11779/CJGE20211349

考虑主应力偏转和土拱效应的干砂盾构隧道掌子面 极限支护力计算方法研究

张宇^{1,2}, 陶连金^{*2}, 刘军¹, 赵旭², 郭飞³, 边金⁴

(1. 北京建筑大学土木与交通工程学院, 北京 102627; 2. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124;
3. 北京市政建设集团有限责任公司, 北京 100048; 4. 广东海洋大学海洋工程学院, 广州 湛江 524094)

摘要: 深埋干砂盾构隧道在施工过程中存在显著的土拱效应, 如何确定考虑土拱效应的隧道掌子面极限支护力至关重要。基于极限平衡法和楔形体理论, 提出了一种多层抛物线承载拱模型。根据隧道不同埋深下掌子面失稳破坏的特征和土拱类别, 将隧道状态划分为浅埋隧道、过渡隧道和深埋隧道。考虑多层抛物线承载拱区域主应力偏转角和侧向土压力系数的连续性, 并假定抛物线承载拱为满足合理拱轴线三铰拱结构, 推导了过渡区和深埋区多层抛物线承载拱荷载传递的计算公式, 进而通过极限平衡法计算得到掌子面极限支护力。将本模型计算结果与已有理论模型、模型试验和数值结果进行对比, 验证了本模型计算得到的掌子面极限支护力和失稳破坏区的合理性。最后, 通过参数分析讨论了土体内摩擦角对隧道浅埋和深埋分界线以及极限支护力的影响。该研究成果可为深埋干砂盾构隧道极限支护力的预测提供理论依据。

关键词: 盾构隧道; 极限平衡; 极限支护力; 理论解析; 土拱效应

中图分类号: U45 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)03-0530-11

作者简介: 张宇(1993—), 男, 博士后, 主要从事地下工程施工风险方面的研究工作。E-mail: 411101866@qq.com。

Method for calculating limit support pressure of face of shield tunnels considering principal stress axis rotation and soil arching effects in dry sand

ZHANG Yu^{1,2}, TAO Lianjin², LIU Jun¹, ZHAO Xu², GUO Fei³, BIAN Jin⁴

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102627, China;
2. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 3. Beijing Municipal Construction Co., Ltd., Beijing 100048, China; 4. College of Ocean Engineering, Guangdong Ocean University, Zhanjiang 524000, China)

Abstract: For the deep-buried shield tunnels in dry cohesionless soils, it is critical to determine the support pressure acting on the tunnel face due to the significant soil arching effects. Based on the limit equilibrium method and the wedge theory, a multi-layer parabolic bearing arch model is proposed. According to the characteristics of failure zone of the tunnel face and the category of soil arch under different buried depths, the tunnel state is divided into shallow buried tunnel, transition tunnel and deep buried tunnel, respectively. By considering the continuity of the principal stress deflection angle and lateral earth pressure coefficient in the multi-layer parabolic bearing arch and assuming the parabolic bearing arch as a three-hinged structural arch with reasonable arch axis, the load transfer expression for the multi-layer parabolic bearing arch is derived in transition zone and deep buried zone respectively, and then the limit support pressure is calculated. By comparing the proposed model with the existing model, model tests and numerical model, the rationality of the limit support pressure and failure zone of the tunnel face obtained by the proposed model is verified. Finally, the influences of the internal friction angle on the boundary between shallow and deep burials and the limit support pressure are discussed through parameter analysis. This study may provide a theoretical basis for predicting the limit support pressure acting on the tunnel face in dry sand.

Key words: shield tunnel; limit equilibrium; limit support pressure; theoretical analysis; soil arching effect

0 引言

随着中国城市轨道交通发展日新月异, 城市地铁/

基金项目: 北京未来城市设计高精尖创新中心项目(UDC2019032824);
国家重点研发计划项目(2017YFC0805403, 2019YFC1509704); 国家自然科学基金项目(41877218, 42072308)

收稿日期: 2021-11-14

*通信作者 (E-mail: ljtao@bjut.edu.cn)

隧道一系列基础设施逐渐增多, 有限的浅埋地下空间严重制约着城市进一步发展, 在可预见的未来, 地下空间开发将由浅埋逐步向深埋方向发展^[1]。盾构法因其安全性高、施工速度快、施工质量好等优点在城市隧道施工中得到广泛应用。在盾构隧道施工过程中, 作用于掌子面的极限支护力是保证掌子面稳定性的关键。在浅埋隧道土压力及掌子面极限支护力计算方法方面, 诸多学者已取得了显著的成果^[2-6]。然而, 随着埋深的增加, 隧道开挖引起的土拱效应对掌子面极限支护力的影响不容忽视。因此, 如何合理预测深埋盾构隧道掌子面极限支护力是现阶段设计人员面临的巨大挑战。

Horn^[5]最早提出三维楔形体-筒仓模型, 并得到了广泛应用。传统的楔形体模型假定滑裂面拓展到地表, 并不适用于深埋情况。大量的模型试验表明: 当隧道埋深较浅时 ($C/D=0.5$, C 为隧道埋深, D 为盾构隧道直径), 极限状态下的破坏区可以拓展到地表; 当隧道埋深较深时 ($C/D=1$ 或 2), 极限状态下破坏区仍位于地层内部。另外, 极限状态下的破坏区内部还伴随着明显的主应力偏转现象^[7]。

基于上述实验结果, 国内外学者提出了适用于深埋隧道的理论分析模型。Chen 等^[8]假定松动区主应力轨迹线为圆形, 提出了一种改进的三维楔形体-棱柱体模型, 该模型假定棱柱体以上土体处于未扰动状态, 并以自重作用于棱柱体。与 Chen 等^[8]假定类似, 张孟喜等^[1]提出了深埋隧道下开挖面局部失稳和整体失稳的力学模型, 该模型假定土拱区内土压力满足 Terzaghi 计算公式, 而土拱区上部覆土以自重作用在土拱区。Lai 等^[9]通过对滑动门试验进行离散元数值模拟, 发现在破坏区和未扰动区之间存在应力重分布区。Chen 等^[10]提出了一种考虑深埋隧道土拱效应的半球形多层承载拱模型, 该半球形承载拱可将部分上覆未扰动土体荷载传递至筒仓区。Wan 等^[11]提出了一种考虑深埋隧道土拱效应的抛物线承载拱模型, 该模型中将抛物线承载拱假定为结构拱, 并利用结构拱的力学特性计算传递到失稳区的荷载。事实上, 应力重分布区介于未扰动区和破坏区之间, 在侧向土压力系数和主应力偏转方面均具有过渡和连续作用, 而在现有楔形体模型中均忽略了应力重分布区的过渡作用。

本文考虑破坏区内主应力偏转与应力重分布区的过渡作用, 并假定主应力迹线为抛物线, 提出考虑深埋隧道土拱效应的多层抛物线承载拱的楔形体模型, 进而推导了开挖面极限支护力计算解析式, 并与已有理论模型、室内模型试验和数值结果进行对比分析。

1 多层抛物线承载拱力学模型

对于浅埋隧道, 当掌子面发生破坏时, 掌子面前

方土体破坏区极易扩展到地表。随着隧道埋深的增大, 由于土拱效应的存在, 掌子面前方土体将发生局部破坏, 如图 1 所示。Lai 等^[9]利用离散元方法对二维滑动门试验的土拱效应进行了研究, 发现在土体破坏区上方存在一定范围的应力重分布区, 并将不同覆土厚度下的土拱效应可分别归纳为: 滑动剪切拱、部分土拱和完全土拱。

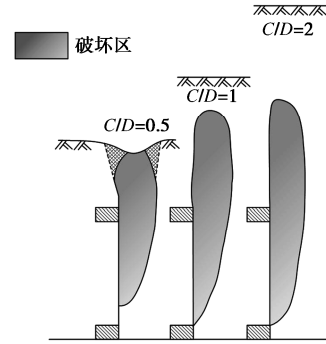
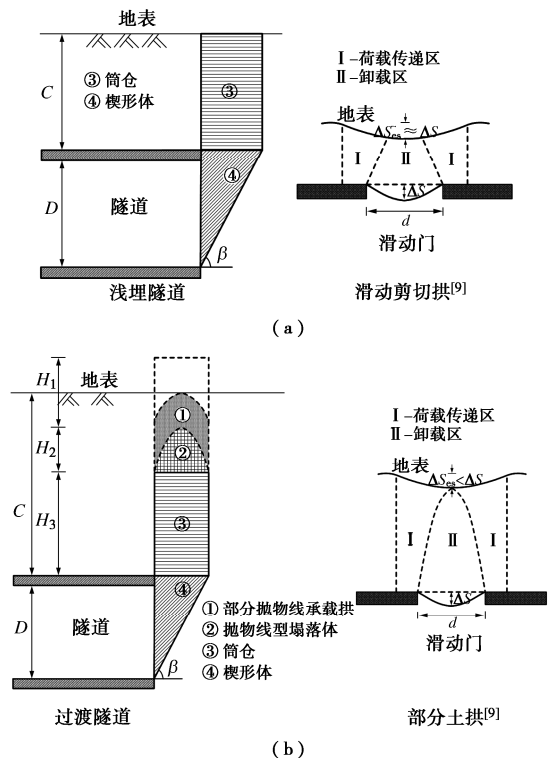


图 1 干砂地层掌子面前方失稳破坏区^[12]

Fig. 1 Failure zones in front of tunnel face in dry sand^[12]

根据上述隧道不同埋深下掌子面破坏特征和土拱类别, 借鉴已有理论和前期研究成果^[9-11], 本文提出了计算掌子面极限支护力的多层抛物线承载拱力学模型, 如图 2 所示。其中, 图 2 (a) 为浅埋隧道, 图 2 (b) 为过渡隧道, 图 2 (c) 为深埋隧道, 分别对应 Lai 等^[9]给出的滑动剪切拱, 部分土拱和完全土拱。图 3, 4 分别为当隧道处于极限状态下掌子面前方破坏区和模型荷载传递路径示意图。



(b)

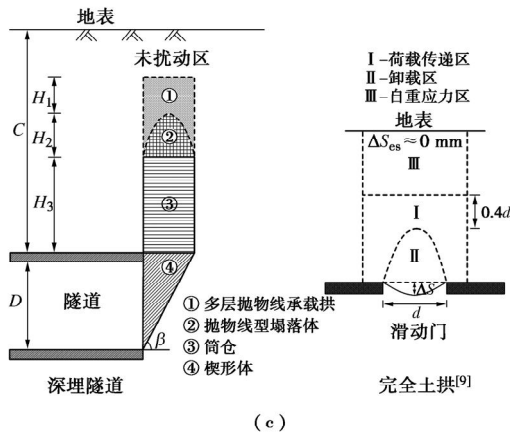


图2 不同埋深下的力学模型

Fig. 2 Mechanical model under different buried depths

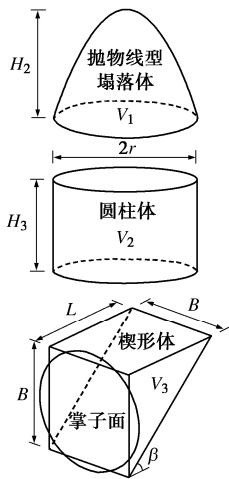


图3 极限状态下掌子面前方破坏区

Fig. 3 Failure zones in front of tunnel face under limit state

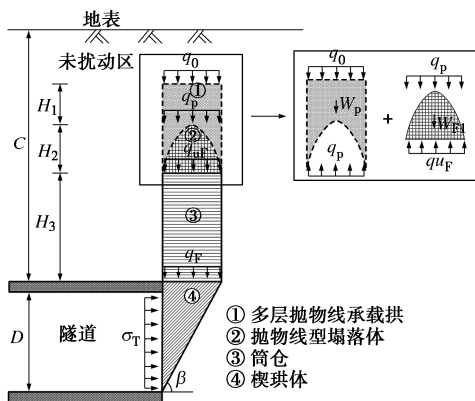


图4 力学模型荷载传递路径

Fig. 4 Load transfer path of mechanical model

本文建立的多层抛物线承载拱模型分别由①多层抛物线承载拱(应力重分布区)、②抛物线型塌落体、③筒仓(圆柱体)和④楔形体构成,描述如下:

(1) 多层抛物线承载拱(应力重分布区)。该区域内土体剪应力未达到土体的抗剪强度,因此可将该

区域假定为稳定的物理拱结构^[10-11,13]。基于土体可以承受压应力而不能承受拉应力,本文将该应力重分布区假定为多层抛物线承载拱,并将该承载拱视为满足合理拱轴线的三铰拱^[14-15]。当掌子面处于极限状态时,该区域的位移很小,可忽略不计。另外,假定该区域的主应力偏转角度与侧向土压力系数沿高度呈现线性变化。多层抛物线承载拱具有两方面的作用:①未扰动区的一部分荷载可以通过该多层抛物线承载拱传递到抛物线型塌落体顶部;②另一部分荷载被传递到周围稳定地层。

(2) 抛物线型塌落体。当掌子面处于极限状态时,该区域发生明显的竖向位移。根据Wan等^[11]的建议,可以假定该部分与周围稳定地层无剪切摩擦作用,并以自重荷载作用在筒仓上表面。

(3) 筒仓(圆柱体)。当掌子面处于极限状态时,该区域发生明显的竖向位移,且与周围稳定土体之间形成明显的剪切滑动带。作用在筒仓的荷载分别传递到周围稳定地层和楔形体上表面。

(4) 楔形体。当掌子面处于极限状态时,该区域向隧道内发生明显的水平位移。作用在楔形体的一部分荷载被传递到周围稳定地层中,而另一部分由掌子面支护力平衡。

本文构建的力学模型基本假定为:①土体材料服从莫尔-库仑屈服准则,土体均匀分布且各向同性;②楔形体与掌子面以及楔形体与筒仓接触面面积相等;③抛物线承载拱为满足合理拱轴线的三铰拱;④侧向土压力系数和主应力偏转角在多层抛物线拱区域沿高度线性变化;⑤抛物线型塌落体与周围稳定地层无摩擦剪切作用,以自重作用于筒仓。

根据假定②,可确定参数 B 、 L 和 r 关系为

$$B = \frac{\sqrt{\pi}}{2} D \quad (1)$$

$$L = \frac{B}{\tan \beta} = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \tan \beta} D \quad (2)$$

$$r = \frac{D}{2\sqrt{\tan \beta}} \quad (3)$$

式中: B 为楔形体宽度; L 为楔形体长度; β 为楔形体倾角; r 为圆柱体半径; D 为隧道直径。

2 关键参数取值

2.1 考虑主应力偏转的侧向土压力系数 K_1

土体间的相对滑动将导致主应力方向发生偏转,且松动区内应力分布形式还与主应力迹线形状有关^[2-3]。徐长节等^[3]假定主应力迹迹为抛物线,给出了滑动剪切带上侧向土压力系数 K_1 的表达式为

$$K_1 = \frac{\cos^2 \theta_0 + K_a \sin^2 \theta_0}{1 + \frac{(K_a - 1)\theta_0}{\tan \theta_0}}, \quad (4)$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}, \quad (5)$$

$$K_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (6)$$

式中： φ 为土体内摩擦角。

本文假定主应力迹线为抛物线，因此采用式(4)计算筒仓区侧向土压力系数。

2.2 多层抛物线承载拱高度 H_1

Terzaghi^[16]在滑动门试验中发现活动板向下运动对活动板宽度2~3倍上方土体的应力状态几乎没有影响。结合Lai等^[9]数值结果和Chen等^[10]的建议，多层抛物线承载拱高度 H_1 可取为0.4倍的筒仓直径，即 $H_1=0.8r$ 。值得注意的是，隧道状态(图2)取决于多层抛物线承载拱高度 H_1 ，具体表现为

(1) 当 $C-H_3-H_2 \leq 0$ ， $H_1=0$ 。此时为浅埋隧道，在计算掌子面极限支护力时仅考虑滑动剪切拱效应。

(2) 当 $0 \leq C-H_3-H_2 \leq 0.8r$ ， $H_1=C-H_3-H_2$ 。此时为过渡隧道，在计算掌子面极限支护力时需考虑松动区上方的部分土拱效应。

(3) 当 $C-H_3-H_2 > 0.8r$ ， $H_1=0.8r$ 。此时为深埋隧道，在计算掌子面极限支护力时需考虑松动区上方的完全土拱效应。

2.3 抛物线表达式

将抛物线假定为满足合理拱轴线的三铰拱(图5)，抛物线方程可写为

$$y = -\frac{4f}{(2r)^2}x^2 = -\frac{f}{r^2}x^2, \quad (7)$$

式中： f 为抛物线拱高。

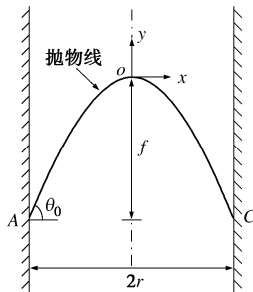


图5 抛物线模型

Fig. 5 Parabolic model

为了解拱高 f ，对式(7)进行求导可得

$$y' = -\frac{2f}{r^2}x. \quad (8)$$

大量的学者^[8, 11]在求解侧向土压力系数 K_1 过程

中，通过严格的理论推导已证明在滑动剪切带上，主应力迹线与水平线的夹角为 θ_0 (式(5))。因此，将 $(x=-r, y'=\tan \theta_0)$ 代入式(8)，可得抛物线拱高 f 为

$$f = H_2 = \frac{r \tan \theta_0}{2}. \quad (9)$$

将式(9)代入式(7)，可得抛物线解析式为

$$y = -\frac{\tan \theta_0}{2r}x^2. \quad (10)$$

2.4 筒仓高度 H_3

筒仓高度 H_3 对极限支护力具有重要的影响。本文收集了多个相关的模型试验，统计得到了筒仓高度 H_3 和楔形体宽度 L 的试验结果，如表1所示。图6还给出了深径比 $C/D \geq 1$ 工况下 H_3/L 的试验结果。 H_3/L 的结果在1.46~2.36浮动，平均值为1.9，与Chen等^[8]的假定($H_3/L=2$)较为接近。因此本文同样取 $H_3/L=2$ 。

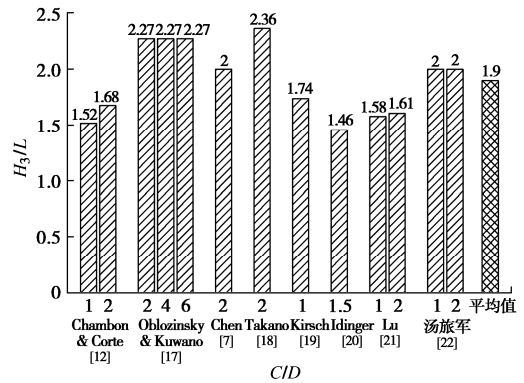


图6 当 $C/D \geq 1$ 时不同模型试验的 H_3/L

Fig. 6 Results of H_3/L under different model tests

3 极限支护力计算方法

3.1 多层抛物线承载拱

图7,8分别给出了当隧道处于过渡和深埋隧道状态下，多层抛物线承载拱区域的侧向土压力系数和主应力偏转角示意图。当隧道处于深埋状态时，多层抛物线土拱区顶部和底部的侧向土压力系数分别为 K_0 和 K_1 ，主应力偏转角分别为 0° 和 θ_0 。 K_0 为静止土压力系数，表达式为

$$K_0 = 1 - \sin \varphi. \quad (11)$$

当隧道处于过渡状态时，多层抛物线承载拱区域顶部侧向土压力系数和主应力偏转角取值需根据多层抛物线土拱区高度 H_1 线性内插。

(1) 过渡隧道多层抛物线承载拱荷载传递解析

当隧道处于过渡状态时，多层抛物线承载拱可拓展到地表，如图7所示。顶部的侧向土压力系数 K_{T0} 和主应力偏转角 θ_{T0} 可分别表示为

表 1 干砂掌子面失稳的模型试验研究

Table 1 Model tests on stability of tunnel face in dry sand

文献	研究方法	材料	深径比 C/D	筒仓高度 H_3	楔形体 宽度 L	H_3/L	内摩擦 角 φ	楔形体倾 斜角 β	归一化极限支护力 $\sigma_T/\gamma D$
Chambon 等 ^[12]	离心机 试验	枫丹白露 砂	0.5	0.5D	0.46D	1.09	40°	73.25°	0.045/0.041
			1	0.76D	0.5D	1.52		73.22°	0.046/0.041/0.037/0.043
			2	0.84D	0.5D	1.68		74°	0.05
			4	—	—	—		—	0.051/0.064
Oblozinsky 等 ^[17]	离心机 试验	丰浦砂	2	0.59D	0.26D	2.27	32°	73.15°	0.056
			4	0.59D	0.26D	2.27		—	0.041
			6	0.59D	0.26D	2.27		—	0.085
Chen 等 ^[7]	1g 试验	长江河砂	0.5	—	—	—	37°	—	0.065
			1	—	—	—		—	0.076
			2	1.5D	0.75D	2		53°	0.072
Takano 等 ^[18]	1g 试验	丰浦砂	2	1.18D	0.5D	2.36	31.5°	69°	—
Kirsch ^[19]	1g 试验	石英砂	1	0.61D	0.35D	1.74	32°	68.44°	0.051/0.055/0.11/0.097
Idinger 等 ^[20]	离心机 试验	—	0.5	—	—	—	34°	—	0.038
			1	—	—	—		—	0.074
			1.5	0.67D	0.46D	1.46		68°	0.084/0.08
Lü 等 ^[21]	1g 试验	福建标准 砂	0.5	0.5D	0.41D	1.22	35.7°	69.44°	0.108
			1	0.65D	0.41D	1.58		69.86°	0.116
			2	0.66D	0.41D	1.61		70.42°	0.155
汤旅军等 ^[22]	离心机 试验	长江河砂	0.5	0.5D	0.3D	1.67	37°	71.3°	0.037
			1	0.6D	0.3D	2			0.042
			2	0.6D	0.3D	2			0.049
Sun 等 ^[23]	1g 模型 试验	长江河砂	1	—	0.66D	—	31.2°	56.5°	0.073
			2	—	0.54D	—		61.5°	0.087
			3	—	0.46D	—		65.1°	0.107
			1	—	0.39D	—	35.2°	68.75°	0.094
			2	—	0.36D	—		70.1°	0.125
			3	—	0.31D	—		72.6°	0.169
			1	—	0.31D	—	40°	72.7°	0.141
			2	—	0.28D	—		74.3°	0.165
			3	—	0.25D	—		76.1°	0.200

$$K_{T0} = K_0 + \frac{K_1 - K_0}{H_1 + H_2} (H_1 + H_2 + H_3 - C) \quad (12)$$

$$\theta_{T0} = \frac{\theta_0}{H_1} (H_1 + H_2 + H_3 - C) \quad (13)$$

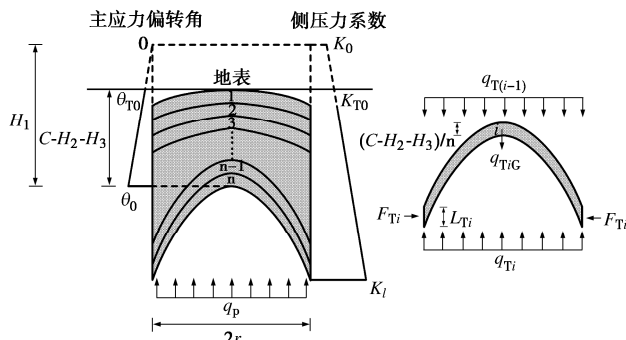


图 7 过渡隧道多层抛物线承载拱力学模型

Fig. 7 Mechanical model for bearing arch in transition tunnel

将多层抛物线承载拱平均划分为 n 等份，每份跨中高度为 $(C-H_2-H_3)/n$ ，对第 i 份抛物线承载拱进行力学分析，如图 7 所示。由第 $i-1$ 份抛物线土拱传递下

来的荷载为 $q_{T(i-1)}$ ，传递给第 $i+1$ 份抛物线承载拱的荷载为 q_{Ti} 。作用于抛物线型塌落区顶部的荷载为 $q_{Tn}(q_p)$ 。每份抛物线土拱的侧向土压力系数和主应力偏转角取该高度范围内的平均值。因此，第 i 份抛物线土拱侧向土压力系数 K_{Tiave} 和主应力偏转角 θ_{Tiave} 平均值为

$$K_{Tiave} = K_{T0} + \frac{(K_1 - K_{T0})(C - H_2 - H_3)(2i - 1)}{2n(C - H_3)} + \frac{r(K_1 - K_{T0})}{4(C - H_3)} \times \left[\tan\left(\theta_{T0} + \frac{i(\theta_0 - \theta_{T0})}{n}\right) + \tan\left(\theta_{T0} + \frac{(i-1)(\theta_0 - \theta_{T0})}{n}\right) - 2 \tan \theta_{T0} \right] \quad (14)$$

$$\theta_{Tiave} = \theta_{T0} + \frac{\theta_0 - \theta_{T0}}{2n} (2i - 1) \quad (15)$$

利用体积积分可求得每份的自重荷载 q_{TiG} 为

$$q_{TiG} = \left[\frac{C - H_2 - H_3}{n} + \frac{r}{4} \left(\tan\left(\theta_{T0} + \frac{i(\theta_0 - \theta_{T0})}{n}\right) - \tan\left(\theta_{T0} + \frac{(i-1)(\theta_0 - \theta_{T0})}{n}\right) \right) \right] \gamma \quad (16)$$

式中： γ 为土体重度。

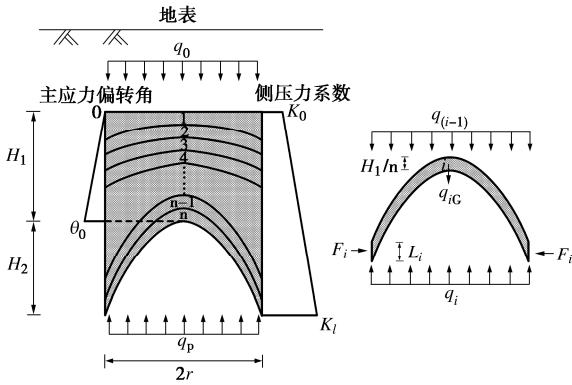


图8 深埋隧道多层抛物线承载拱力学模型

Fig. 8 Mechanical model for bearing arch in deep buried tunnel

作用在第 i 份抛物线承载拱拱脚的水平推力 F_{Ti} 可通过 $q_{T(i-1)}$, q_{TiG} 和 K_{Tiave} 求得

$$F_{Ti} = (q_{T(i-1)} + q_{TiG})K_{Tiave}L_{Ti} \quad (17)$$

式中: L_{Ti} 为抛物线承载拱拱脚长度, 表达式为

$$L_{Ti} = \frac{C - H_2 - H_3}{n} + \frac{r}{2} \left[\tan\left(\theta_{r0} + \frac{i(\theta_0 - \theta_{r0})}{n}\right) - \tan\left(\theta_{r0} + \frac{(i-1)(\theta_0 - \theta_{r0})}{n}\right) \right] \quad (18)$$

作用在抛物线承载拱上的均布荷载一部分可由拱脚水平推力平衡, 另一部分则传递到下一份抛物线承载拱。通过满足合理拱轴线的三铰拱性质可得

$$F_{Ti} = \frac{(q_{T(i-1)} + q_{iG} - q_{Ti})(2r)^2}{8f_{Tiave}} \quad (19)$$

将式 (17) 代入式 (19) 可得

$$q_{T(i-1)} + q_{TiG} - q_{Ti} = \frac{8F_{Ti}f_{Tiave}}{4r^2} = \frac{2(q_{T(i-1)} + q_{TiG})K_{Tiave}L_{Ti}f_{Tiave}}{r^2} \quad (20)$$

f_{Tiave} 为第 i 份抛物线承载拱的平均拱高, 表达式为

$$f_{Ti} = \frac{r \tan \theta_{Tiave}}{2} \quad (21)$$

化简式 (20), 可得

$$q_{Ti} = (q_{T(i-1)} + q_{TiG}) \left(1 - \frac{2K_{Tiave}L_{Ti}f_{Ti}}{r^2} \right) \quad (22)$$

边界条件为: 当 $i=1$ 时, $q_{T0}=0$ 。对抛物线承载拱由上至下依次求解, 即可得到作用于抛物线型塌落区顶部的荷载 q_P :

$$q_P = q_{Tn} = q_{T1G} \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{K_{Tiave} \tan \theta_{Tiave} L_{Ti}}{r} \right) + q_{T2G} \prod_{i=2}^n \left(1 - \frac{K_{Tiave} \tan \theta_{Tiave} L_{Ti}}{r} \right) + \dots + q_{TnG} \prod_{i=n}^n \left(1 - \frac{K_{Tiave} \tan \theta_{Tiave} L_{Ti}}{r} \right) \quad (23)$$

(2) 深埋隧道多层抛物线承载拱荷载传递解析

与过渡隧道解析思路类似, 深埋隧道同样利用差分法由上至下依次求解, 如图8所示。由于深埋隧道还存在未扰动区, 解析式将发生相应的变化。

多层抛物线承载拱顶部侧向土压力系数 K_0 取为静止侧向土压力系数, 而主应力偏转角取为 0。第 i 份抛物线承载拱的侧向土压力系数 K_{iave} 和主应力偏转角 θ_{iave} 平均值可表示为

$$K_{iave} = K_0 + \frac{(K_l - K_0)H_1(2i-1)}{2n(H_1+H_2)} + \frac{r(K_l - K_0)}{4(H_1+H_2)} \left[\tan\left(\frac{(i-1)\theta_0}{n}\right) + \tan\left(\frac{i\theta_0}{n}\right) \right] \quad (24)$$

$$\theta_{iave} = \frac{2i-1}{2n} \theta_0 \quad (25)$$

每份抛物线承载拱的自重荷载 q_{iG} 为

$$q_{iG} = \left\{ \frac{H_1}{n} + \frac{r}{4} \left[\tan\left(\frac{i\theta_0}{n}\right) - \tan\left(\frac{(i-1)\theta_0}{n}\right) \right] \right\} \gamma \quad (26)$$

第 i 份抛物线承载拱拱脚水平推力可表示为

$$F_i = (q_{(i-1)} + q_{iG})K_{iave}L_i \quad (27)$$

式中: L_i 为抛物线承载拱拱脚长度, 表达式为

$$L_i = \frac{H_1}{n} + \frac{r}{2} \left[\tan\left(\frac{i\theta_0}{n}\right) - \tan\left(\frac{(i-1)\theta_0}{n}\right) \right] \quad (28)$$

根据三铰拱性质可求得荷载 q_i 为

$$q_i = (q_{(i-1)} + q_{iG}) \left(1 - \frac{2K_{iave}L_i f_i}{r^2} \right) \quad (29)$$

$i=1$ 时, q_0 为上部未扰动区自重荷载, 表示为

$$q_0 = (C - H_1 - H_2 - H_3)\gamma \quad (30)$$

最后得到作用在抛物线型塌落体的荷载 q_P :

$$q_P = q_n = (q_0 + q_{1G}) \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{K_{iave} \tan \theta_{iave} L_i}{r} \right) + q_{2G} \prod_{i=2}^n \left(1 - \frac{K_{iave} \tan \theta_{iave} L_i}{r} \right) + \dots + q_{nG} \prod_{i=n}^n \left(1 - \frac{K_{iave} \tan \theta_{iave} L_i}{r} \right) \quad (31)$$

3.2 抛物线型塌落体

根据 Wan 等^[11]建议, 可认为抛物线型塌落体以自重作用于筒仓。抛物线型塌落体自重 W_{F1} 可表示

$$W_{F1} = \frac{\pi r^3 \tan \theta_0}{4} \gamma \quad (32)$$

因此, 作用于筒仓上表面的均布荷载 q_{uF} 为

$$q_{uF} = q_P + \frac{\frac{\pi r^3 \tan \theta_0}{4} \gamma}{\pi r^2} = q_P + \frac{r \gamma \tan \theta_0}{4} \quad (33)$$

式中: q_P 可通过式 (23) 或 (31) 求得。

3.3 筒仓

取筒仓任意深度水平微分层进行受力分析, 如图9所示。根据竖向力平衡条件, 可得解析式为

$$\frac{d\sigma_{av}}{dz} + \frac{2K_l \tan \varphi}{r} \sigma_{av} = \gamma \quad (34)$$

式中: σ_{av} 为作用在微分层上的垂直应力; z 为距筒

仓上表面的高度。

根据边界条件： $z=0$ ， $\sigma_{av} = q_{uF}$ ，可得

$$\sigma_{av} = \frac{\gamma r}{2K_1 \tan \varphi} \left(1 - e^{-\frac{2K_1 \tan \varphi z}{r}} \right) + q_{uF} e^{-\frac{2K_1 \tan \varphi z}{r}} \quad (35)$$

令 $z=H_3$ ，可得作用于楔形体上的均布荷载 q_F ：

$$q_F = \frac{\gamma r}{2K_1 \tan \varphi} \left(1 - e^{-\frac{2K_1 \tan \varphi H_3}{r}} \right) + q_{uF} e^{-\frac{2K_1 \tan \varphi H_3}{r}} \quad (36)$$

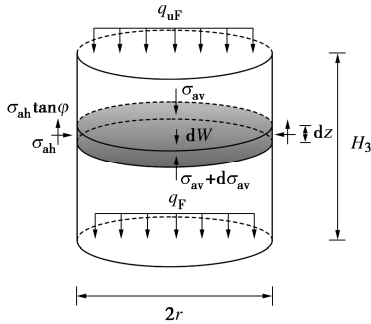


图9 筒仓微分土层受力分析

Fig. 9 Stress analysis of differential soil layers in silo

3.4 楔形体

在楔形体模型中，通过对楔形体进行力学平衡可求得掌子面极限支护力^[8,10]，如图10所示。作用在楔形体的力包括：①楔形体自重 G_w ；②作用在楔形体上表面的均布荷载 q_F ($cdef$)；③作用在倾斜滑动面 $abfe$ 上的反作用力 Q_{1N} 和摩擦力 Q_{1t} ；④作用在垂直滑动面 (ace 和 bdf) 的两个水平法向力 $2Q_{2N}$ 和两个摩擦力 $2Q_{2t}$ ；⑤作用在开挖面的支护力 S 。

楔形体自重 G_w 可表示为

$$G_w = \frac{B^2 L \gamma}{2} \quad (37)$$

为了计算作用在垂直滑动面 (ace 和 bdf) 上的摩擦力 $2Q_{2t}$ ，假定垂直应力沿垂直滑动面 (ace 和 bdf) 线性分布^[8]，摩擦力 Q_{2t} 的表达式为

$$Q_{2t} = \frac{BLK \tan \varphi \left(q_F + \frac{B\gamma}{3} \right)}{2} \quad (38)$$

式中： K 为楔形体与周围稳定土层之间的侧压力系数，根据 Chen 等^[10] 的建议，可取 $K=K_1$ (式(4))。

反作用力 Q_{1N} 和摩擦力 Q_{1t} 之间的关系式为

$$Q_{1t} = Q_{1N} \tan \varphi \quad (39)$$

根据极限平衡理论，楔形体平衡方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} q_F BL + G_w &= Q_{1N} \cos \beta + 2Q_{2t} \sin \beta + Q_{1t} \sin \beta \\ S &= Q_{1N} \sin \beta - 2Q_{2t} \cos \beta - Q_{1t} \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

求解式(40)，掌子面支护力 S 和反作用力 Q_{1N} ：

$$Q_{1N} = \frac{q_F BL + G_w - 2Q_{2t} \sin \beta}{\cos \beta + \sin \beta \tan \varphi} \quad (41)$$

$$S = Q_{1N} (\sin \beta - \tan \varphi \cos \beta) - 2Q_{2t} \cos \beta \quad (42)$$

值得说明的是，式(41)，(42)中楔形体倾斜角 β 还未给出明确的取值。武军等^[24] 建议倾斜角 β 可取为 $45^\circ + \varphi/2$ 。Chen 等^[10] 通过对大量模型试验的分析，发现倾斜角 β 随土体内摩擦角 φ 线性增加，并在 $50^\circ + \varphi/2$ 和 $60^\circ + \varphi/2$ 范围之间。事实上，楔形体倾斜角 β 会随着内摩擦角 φ 和埋深的改变而改变，并非为一定值。倾斜角 β 的取值范围可定为^[8]

$$\beta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right] \quad (43)$$

对倾斜角 β 进行逐一取值，并代入到式(41)，(42)中进行计算。当计算得到支护力 S 最大时，可求得掌子面临界状态下的极限支护力 σ_T ，表示为

$$\sigma_T = \max \left\{ \frac{4S}{\pi D^2} \right\} \quad (44)$$

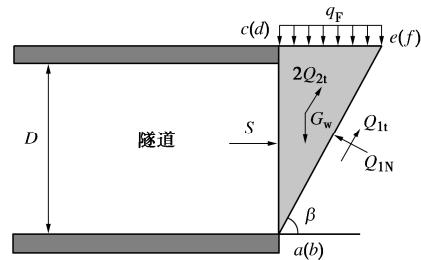


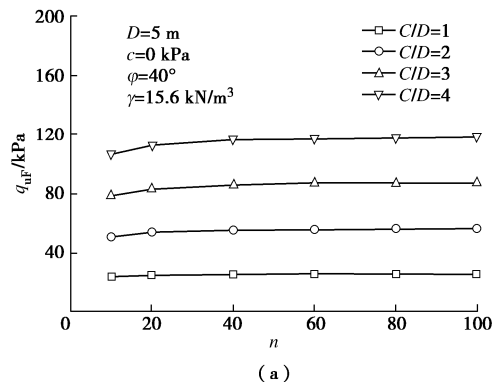
图10 楔形体模型受力情况

Fig. 10 Force condition of wedge model

4 模型验证

4.1 参数 n 敏感性分析

在3.1节提出的多层抛物线承载拱的计算方法中，作用在筒仓的荷载 q_{uF} 受参数 n 的影响。理论上，参数 n 取值越大，计算结果越准确。为了得到 n 的合理取值，图11给出了不同埋深和内摩擦角情况下荷载 q_{uF} 和参数 n 的关系。可以看出，荷载 q_{uF} 随着参数 n 取值的增加而增加。当 $n \geq 80$ 时，曲线近似于一条水平直线，意味着此时 n 的取值对荷载 q_{uF} 的影响可忽略不计。因此，将参数 n 取为100。



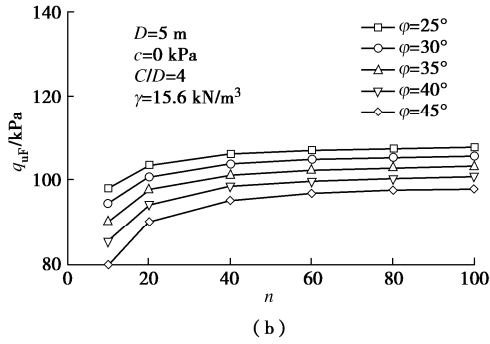


图 11 参数 n 敏感性分析

Fig.11 Sensitivity analysis of parameter n

4.2 归一化极限支护力 $\sigma_T/(\gamma D)$ 对比

(1) 数值结果对比

为了验证本文提出模型的有效性, 利用 FLAC^{3D} 软件建立了三维数值模型。为了避免边界效应的影响, 三维数值模型尺寸为: 长 \times 宽 \times 高 = $10D \times 5D \times 9D$, 如图 12 所示。隧道直径 D 取为 10 m, 埋深 C 取为 $3D$ (30 m)。模型底部采用固定约束, 模型侧边界为法向约束, 模型上表面保持自由。土体采用理想弹塑性本构模型 (莫尔-库仑屈服准则)。土体侧压力系数 K_0 和泊松比 ν 分别由式 (11), (45) 确定。模型参数和工况设置如表 2 所示。

$$\nu = \frac{K_0}{1+K_0} \quad (45)$$

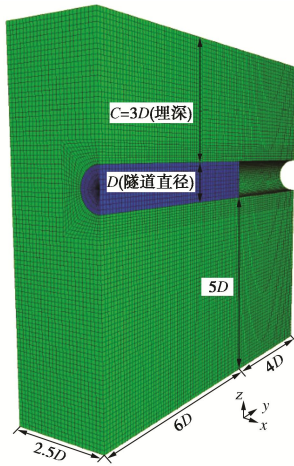


图 12 数值模型

Fig. 12 Numerical model

表 2 数值模型参数

Table 2 Parameters of numerical model

工况	E/MPa	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	K_0	ν	$\varphi/(\text{°})$	c/kPa
1	25	18	0.577	0.366	25	0
2	25	18	0.5	0.333	30	0
3	25	18	0.426	0.299	35	0
4	25	18	0.357	0.263	40	0
5	25	18	0.293	0.226	45	0

采用简化的一步开挖进行开挖过程的数值模拟, 并对已开挖隧道周边的位移进行固定, 仅允许隧道掌子面发生变形^[25]。初始阶段, 作用在掌子面的支护压力与掌子面中心初始水平地应力一致。随后逐步降低支护压力, 得到支护压力与掌子面中心点水平位移的曲线。当掌子面支护力减小到一定值时, 掌子面中心点水平位移急剧增大 (斜率近似为 0), 此时该支护压力即可视为极限支护力。

图 13 给出了 5 个工况下, 掌子面支护压力与掌子面中心点水平位移的关系曲线。当土体内摩擦角分别为 $25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ 和 45° 时, $\sigma_T/(\gamma D)$ 分别为 0.15, 0.104, 0.073, 0.053 和 0.039。数值结果和本文模型的计算结果对比如图 14 所示。两者均呈现出随着土体内摩擦角的增加, $\sigma_T/(\gamma D)$ 非线性减小, 曲线逐渐趋于平缓, 且当参数 n 取值大于 100 后, 本文模型结果已不受参数 n 取值的影响。本文模型计算结果稍大于数值结果, 预测结果更为保守。

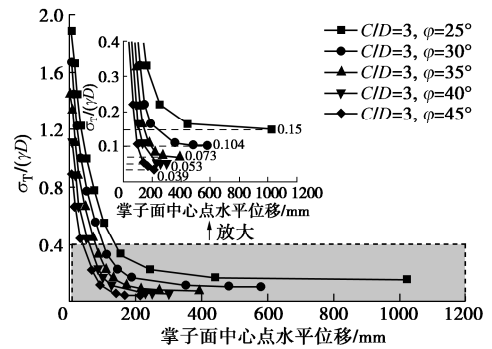


图 13 归一化支护力与掌子面中心点水平位移关系

Fig. 13 Relationship between $\sigma_T/(\gamma D)$ and horizontal displacement at central point of tunnel face

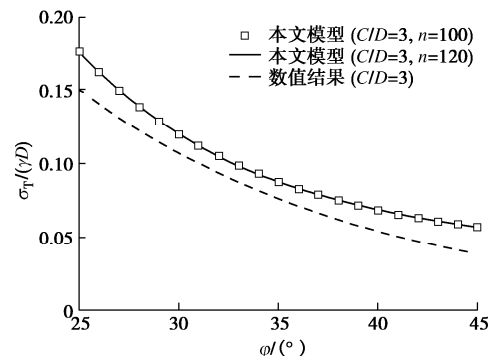


图 14 模型计算结果与数值结果的比较

Fig. 14 Comparison between results obtained by proposed model and numerical ones

(2) 模型试验对比

图 15 给出了工况为 $32^\circ, 37^\circ$ 和 40° 情况下, 本文模型计算得到的 $\sigma_T/(\gamma D)$ 与不同理论模型和模型

试验的结果对比。本文模型的计算结果与 Leca 等^[26]和 Mollon 等^[27]的计算结果较为接近，而小于 Chen 等^[8]和 Anagnostou 等^[6]的计算结果。当隧道埋深较小时 ($C/D < 1$)，本文计算得到的 $\sigma_T/(\gamma D)$ 随着埋深的增大逐渐增大，与文献 Chen 等^[8]和 Anagnostou 等^[6]的计算结果规律一致。当隧道埋深较大时 ($C/D > 1$) 时，本文计算得到的 $\sigma_T/(\gamma D)$ 随隧道埋深的增大略微增加，但增幅有限，与 Chen 等^[8]给出的结论较为一致。模型试验结果均位于本文模型计算结果附近，验证了本文模型的正确性。

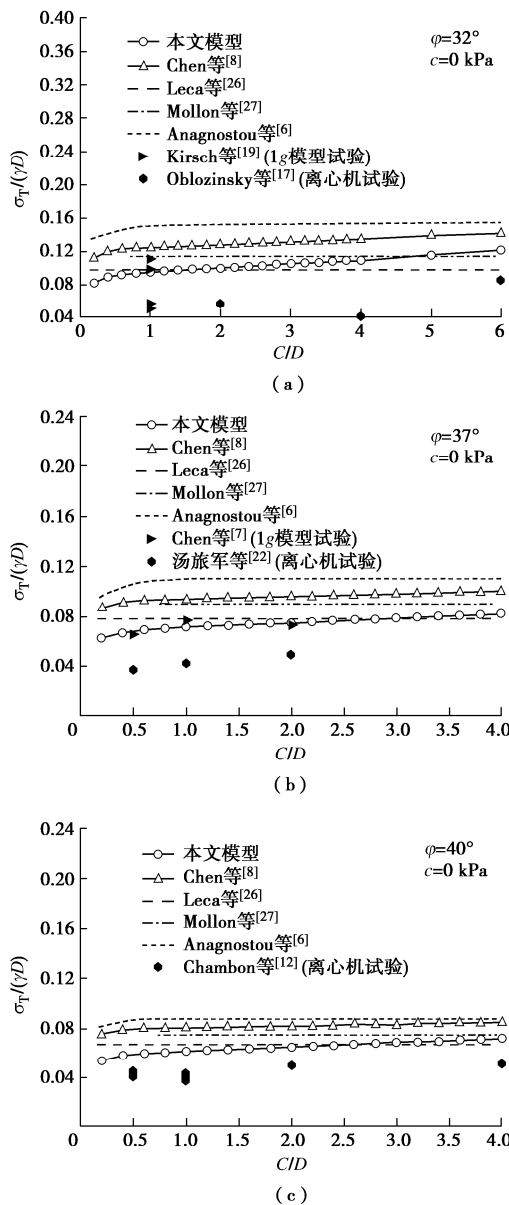


图 15 归一化极限支护力计算结果比较

Fig. 15 Comparison of $\sigma_T/(\gamma D)$ on tunnel face

为了更直观地表征归一化极限支护力与内摩擦角的关系，图 16 给出了不同埋深下，内摩擦角 ϕ 和 $\sigma_T/(\gamma D)$ 的关系曲线。可以看出，计算得到的 $\sigma_T/(\gamma D)$ 随着内摩擦角的增大而非线性减小。Chen 等^[8]模型的计算

结果大于本文模型，这是因为在 Chen 等^[8]模型中未考虑失稳破坏区上方土体应力重分布作用，而是假定失稳破坏区上方土层均为未扰动区域，将未扰动土体以自重荷载直接作用于失稳破坏区顶部。将本文模型与模型试验结果对比可见，除少数数据点外，大部分试验结果在本文模型计算结果附近，证明了本文模型的合理性。

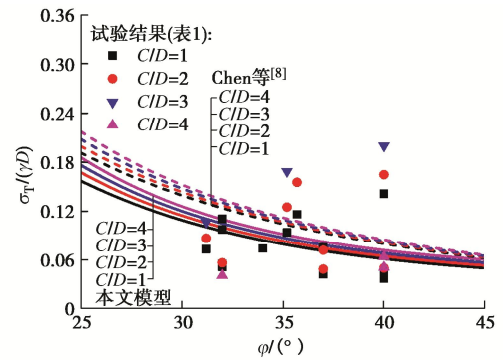
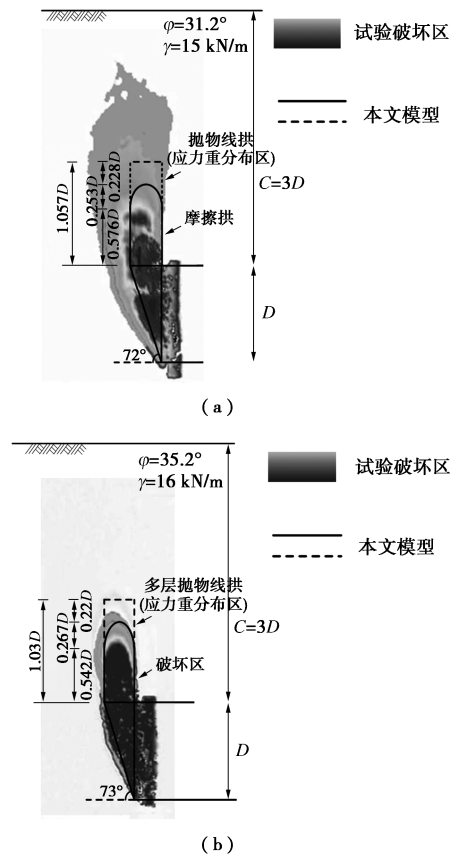


图 16 土体内摩擦角和归一化极限支护力关系

Fig. 16 Relationship between ϕ and $\sigma_T/(\gamma D)$

4.3 失稳破坏区对比

图 17 给出了深径比 $C/D=3$ ，不同内摩擦角工况下，本文提出的破坏模式与模型试验实测结果^[23]的对比。可以看出，在不同内摩擦角情况下，本文给出的掌子面前方失稳破坏区与试验结果较为吻合，验证了本文模型构建掌子面失稳模式的合理性。



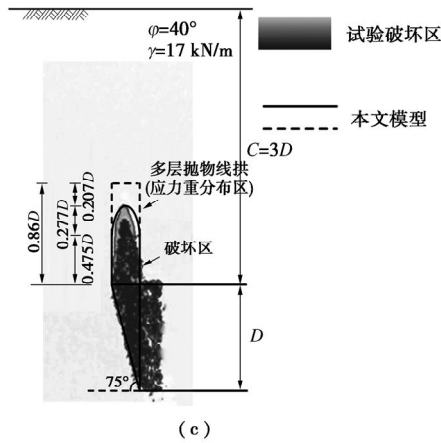


图 17 失稳破坏区计算结果与模型试验结果^[23]对比

Fig. 17 Comparison between calculated results of failure zone and model tests^[23]

5 参数影响分析

5.1 内摩擦角对隧道深埋分界线的关系

图 18 给出了隧道状态边界与土体内摩擦角之间的关系。随着内摩擦角的增大，隧道深埋和浅埋分界线呈现出线性减小的趋势。当内摩擦角 ϕ 由 25° 增大到 45° 时，浅埋区分界线 C/D 由 1.0 减小到 0.71，而深埋区分界线 C/D 由 1.26 减小到 0.9。表明了当土体内摩擦角越大，隧道越容易进入深埋状态。因此，在进行工程设计时，应首先根据土体内摩擦角和隧道埋深确定隧道的状态，以便选择合适的计算方法预测掌子面极限支护力。

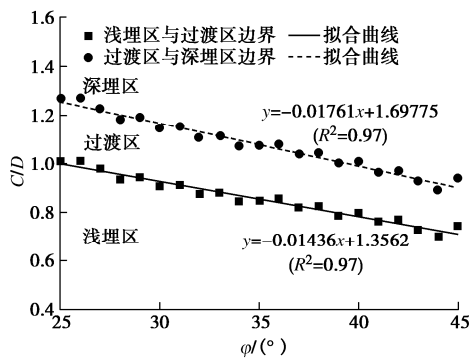


图 18 隧道状态与土体内摩擦角的关系

Fig. 18 Relationship between tunnel state and ϕ

5.2 内摩擦角对归一化极限支护力 $\sigma_T/(\gamma D)$ 的影响

图 19 给出了不同内摩擦角下，隧道深径比 C/D 和归一化极限支护力 $\sigma_T/(\gamma D)$ 之间的关系。对于内摩擦角 $\phi=25^\circ, 30^\circ$ 和 35° ，当 $C/D < 1$ 时， $\sigma_T/(\gamma D)$ 随着深径比 C/D 增加而显著增加；当 $C/D > 1$ 时， $\sigma_T/(\gamma D)$ 随着深径比 C/D 增加略微增加。对于内摩擦角 $\phi=40^\circ$ 和 45° ， $\sigma_T/(\gamma D)$ 随着深径比 C/D 增加大致呈线性增加。

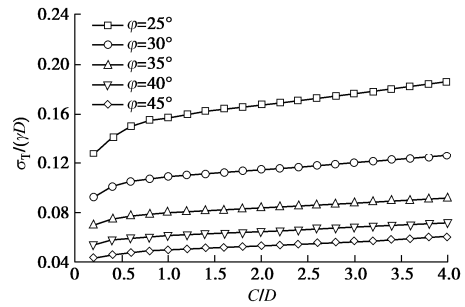


图 19 不同内摩擦角下深径比与归一化极限支护力的关系

Fig. 19 Relationship between C/D and $\sigma_T/(\gamma D)$

6 结 论

(1) 基于楔形体理论和土拱效应，本文提出了一种用于计算掌子面极限支护力的多层抛物线承载拱模型，该模型由楔形体、筒仓、抛物线型塌落体和多层抛物线承载拱构成。

(2) 根据隧道不同埋深下掌子面失稳破坏区的特征和土拱类别，可将隧道状态划分为浅埋隧道、过渡隧道和深埋隧道。

(3) 考虑多层抛物线承载拱区域主应力偏转角和侧向土压力系数的连续性，假定抛物线承载拱为满足合理拱轴线三铰拱结构，推导了过渡区和深埋区多层抛物线承载拱荷载传递的计算公式。

(4) 通过参数分析表明土体内摩擦角对隧道状态和掌子面极限支护力影响较大。随着内摩擦角的增大，隧道深埋和浅埋分界线呈现出线性下降的趋势，极限支护力呈现出非线性减小的趋势。

参考文献:

[1] 张孟喜, 戴治恒, 张晓清, 等. 考虑主应力轴偏转的深埋盾构隧道开挖面主动极限支护压力计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(11): 2366-2376. (ZHANG Mengxi, DAI Zhiheng, ZHANG Xiaoqing, et al. A calculation method of active limit support pressure for deep shield tunnels considering principal stress axis rotation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(11): 2366-2376. (in Chinese))

[2] 汪丁建, 唐辉明, 李长冬, 等. 考虑主应力偏转的土体浅埋隧道支护压力研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(5): 804-810. (WANG Dingjian, TANG Huiming, LI Changdong, et al. Theoretical study on earth pressure on shallow tunnel considering principal stress rotation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(5): 804-810. (in Chinese))

[3] 徐长节, 梁禄钜, 陈其志, 等. 考虑松动区内应力分布形式的松动土压力研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(6): 1927-1934. (XU Changjie, LIANG Lujun, CHEN Qizhi, et al. Research on loosening earth pressure considering the patterns of stress

- distribution in loosening zone[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, **39**(6): 1927-1934. (in Chinese))
- [4] 加 瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的研究[D]. 南京: 河海大学, 2007. (JIA Rui. Study on Relaxation Effect of Vertical Soil Pressure for Shield Tunnel[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese))
- [5] HORN N. Horizontal earth pressure on the vertical surfaces of the tunnel tubes[C]// National Conference of the Hungarian Civil Engineering Industry. Budapest, 1961.
- [6] ANAGNOSTOU G, KOVÁRI K. Face stability conditions with earth-pressure-balanced shields[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 1996, **11**(2): 165-173.
- [7] CHEN R P, LI J, KONG L G, et al. Experimental study on face instability of shield tunnel in sand[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2013, **33**: 12-21.
- [8] CHEN R P, TANG L J, YIN X S, et al. An improved 3D wedge-prism model for the face stability analysis of the shield tunnel in cohesionless soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2015, **10**(5): 683-692.
- [9] LAI H J, ZHENG J J, ZHANG R J, et al. Classification and characteristics of soil arching structures in pile-supported embankments[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, **98**: 153-171.
- [10] CHEN R P, LIN X T, WU H N. An analytical model to predict the limit support pressure on a deep shield tunnel face[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, **115**: 103174.
- [11] WAN T, LI P F, ZHENG H, et al. An analytical model of loosening earth pressure in front of tunnel face for deep-buried shield tunnels in sand[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, **115**: 103170.
- [12] CHAMBON P, CORTÉ J F. Shallow tunnels in cohesionless soil: stability of tunnel face[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1994, **120**(7): 1148-1165.
- [13] 林星涛. 砂土地层盾构掘进土拱效应及其应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2020. (LIN Xingtao. Soil Arching Effect Induced by Shield Tunneling in Sandy Ground and Its Application[D]. Changsha: Hunan University, 2020. (in Chinese))
- [14] 张 玲, 陈金海, 赵明华. 考虑土拱效应的悬臂式抗滑桩最大桩间距确定[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(11): 4497-4505, 4522. (ZHANG Ling, CHEN Jinhai, ZHAO Minghua. Maximum cantilever anti-slide piles spacing determination with consideration of soil arching effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(11): 4497-4505, 4522. (in Chinese))
- [15] 陈 冲, 王 卫, 吕华永. 基于复合抗滑桩模型加固边坡稳定性分析[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(8): 3207-3217. (CHEN Chong, WANG Wei, LÜ Huayong. Stability analysis of slope reinforcement based on composite anti-slide pile model[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(8): 3207-3217. (in Chinese))
- [16] TERZAGHI K. *Theoretical Soil Mechanics*[M]. London: Chapman and Hall, limited, 1943.
- [17] OBLOZINSKY P, KUWANO J. Centrifuge experiments on stability of tunnel face in sandy ground[J]. *Slovak J Civ Eng*. 2004, **3**: 23-9.
- [18] TAKANO D, OTANI J, NAGATANI H, et al. Application of X-ray CT on boundary value problems in geotechnical engineering: research on tunnel face failure[C]//GeoCongress 2006. Atlanta, Georgia, USA. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2006.
- [19] KIRSCH A. Experimental investigation of the face stability of shallow tunnels in sand[J]. *Acta Geotechnica*, 2010, **5**(1): 43-62.
- [20] IDINGER G, AKLIK P, WU W, et al. Centrifuge model test on the face stability of shallow tunnel[J]. *Acta Geotechnica*, 2011, **6**(2): 105-117.
- [21] LÜ X L, ZHOU Y C, HUANG M S, et al. Experimental study of the face stability of shield tunnel in sands under seepage condition[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2018, **74**: 195-205.
- [22] 汤旅军, 陈仁朋, 尹鑫晟, 等. 密实砂土地层盾构隧道开挖面失稳离心模型试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(10): 1830-1838. (TANG Lǚjun, CHEN Rempeng, et al. Centrifugal model tests on face stability of shield tunnels in dense sand[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(10): 1830-1838.(in Chinese))
- [23] SUN X H, MIAO L C, LIN H S, et al. Soil arch effect analysis of shield tunnel in dry sandy ground[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2018, **18**(6): 04018057.
- [24] 武 军, 廖少明, 时振昊. 考虑土拱效应的盾构隧道开挖面稳定性[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2015, **43**(2): 213-220. (WU Jun, LIAO Shaoming, SHI Zhenhao. Workface stability of shield tunnel considering arching effect[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2015, **43**(2): 213-220. (in Chinese))
- [25] LI P F, WANG F, ZHANG C P, et al. Face stability analysis of a shallow tunnel in the saturated and multilayered soils in short-term condition[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, **107**: 25-35.
- [26] LECA E, DORMIEUX L. Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material[J]. *Géotechnique*, 1990, **40**(4): 581-606.
- [27] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Face stability analysis of circular tunnels driven by a pressurized shield[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, **136**(1): 215-229.