

DOI: 10.11779/CJGE20211273

考虑非饱和渗透系数随机场统计特征的库岸老滑坡稳定性分析

王长虹¹, 杜昊东¹, 柳伟^{*2,3}, 宗振邦¹, 胡世韬¹

(1. 上海大学力学与工程科学学院土木工程系, 上海 200444; 2. 华东交通大学江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室,江西 南昌 330013; 3. 江西交通职业技术学院建筑工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 库岸边坡如果在历史上发生过滑坡灾害, 计算所得的安全系数将略高于临界状态值 1.0, 仅以安全系数评价库岸老滑坡的稳定性, 将导致预测结果与边坡稳定状态不相符合。提出以土水特征曲线和非饱和渗透系数为核心的水力参数联合随机(场)统计特征为基础, 建立库岸边坡稳定性的可靠度分析方法。首先根据有限的室内土水特征关系试验数据, 采用贝叶斯理论校准土水特征曲线 VGM、VGB、VG 和 FX 模型参数的随机统计特征, 并得到模型备选组合的概率。其次根据饱和渗透系数的随机场统计特征, 联合土水特征曲线的随机统计特征, 生成库岸边坡非饱和渗透系数的随机场空间分布。最后分析仅考虑土水特征曲线随机统计特征的库岸边坡稳定性失效概率, 以及综合考虑非饱和渗透系数随机场统计特征的可靠指标。针对三峡库区石榴树包老滑坡在 2020 年强降雨和长江水位快速升降的工程背景, 开展考虑渗流作用的非饱和土边坡稳定性可靠度分析。研究结果表明, 虽然边坡稳定性的安全系数较低, 但是可靠指标满足规范不小于 2.70 的要求, 无需采取额外的边坡工程加固措施, 建议继续开展边坡的长期健康监测。

关键词: 库岸老滑坡; 土水特征曲线; 非饱和渗透系数; 贝叶斯方法; 可靠度分析

中图分类号: TU443 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)02-0327-09

作者简介: 王长虹(1978—), 上海高校特聘教授, 主要从事随机岩土力学-贝叶斯方法研究。E-mail: changhong_wang@163.com。

Stability analysis of old reservoir bank landslide by considering spatial random field characteristics of unsaturated hydraulic conductivity

WANG Changhong¹, DU Haodong¹, LIU Wei^{2,3}, ZONG Zhenbang¹, HU Shitao¹

(1. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 2. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety and Control in Geotechnical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 3. Department of Architectural Engineering, Jiangxi V&T College of Communications, Nanchang 330013, China)

Abstract: If a reservoir bank landslide happens in the history, the factor of safety of slope stability will approach the critical value 1.0, which cannot indicate the realistic stable situation of the reservoir bank slope. Based on the combined random (field) statistical characteristics of the hydraulic parameters, which consist of the soil-water characteristic curve (SWCC) and the saturated hydraulic conductivity, a reliability analysis method for the old reservoir bank landslide is established. Firstly, according to the limited laboratory test data of saturation-matrix suction, the statistical characteristics of the SWCC properties, such as VGM, VGB, VG, and FX model parameters, are calibrated by the Bayesian method, and the applied probabilities of SWCC model combination are determined through the laboratory measurements. Secondly, combining the random field characteristics of the saturated hydraulic conductivity with the random characteristics of the SWCC models, the spatial distributions of the unsaturated hydraulic conductivity are generated in the slide body. Finally, the reliability analysis will calculate the failure probability of the old reservoir bank landside only considering the random characteristics of the SWCC models, and the reliability index results of the spatial random field statistical characteristics of the unsaturated hydraulic conductivity. Under the conditions of heavy rainfall and rapid rise and fall of the Yangtze River water level in 2020, the reliability analysis of the old Shiliushubao landslide is carried out in the Three Gorges Reservoir area. The results indicate that the factor of safety of the slope stability is low, but the reliability index meets the minimum requirement of 2.70 according to the specification. None of the additional reinforcement

收稿日期: 2021-12-07

*通信作者(E-mail: xjxlw1979@163.com)

measures are required. Nevertheless, the long-term slope monitoring program is suggested to be continued.

Key words: old reservoir bank landslide; soil-water characteristic curve; unsaturated hydraulic conductivity; Bayesian method; reliability analysis

0 引言

三峡库岸滑坡事故频发,主要是由于季节性强降雨和库区水位剧烈变化的联合作用^[1]。库岸边坡如果在历史上发生过滑坡灾害,无论是否发生新滑坡,依照确定性分析理论,计算的安全系数一般略大于临界值1.0,属于潜在重大地质灾害源。单凭安全系数作为评价指标,不能真实反映库岸老滑坡当前的稳定状态。因此,基于非饱和土理论、不确定性原理,分析库岸边坡的稳定性,逐渐得到学术界和工程界的重视。

李梦姿等^[2]、傅方等^[3]、邓志平等^[4]分别从抗拉强度、地震荷载作用、地层变异性及岩土参数变异性等角度,对边坡展开稳定性分析。蒋水华等^[5]通过修正Green-Ampt入渗模型,在非饱和土边坡稳定性分析中,探讨了岩土参数空间变异性与降雨入渗作用。

考虑Soil-Water Characteristic Curve(SWCC)模型及的参数影响,Rahimi等^[6]研究了SWCC模型参数变化对边坡稳定性的影响。唐栋等^[7]通过数值模拟方法,研究了SWCC模型参数拟合值的变化对边坡渗流以及稳定性的影响。王林等^[8]提出了基于室内土工试验数据的SWCC模型贝叶斯比选和参数校准方法。

考虑饱和渗透系数的空间变异性, Vanmarcke^[9]将工程地质勘察剖面视作二维空间分布的随机场,模拟岩土参数的空间变异性。Gui等^[10]采用饱和渗透系数随随机场,对大坝的渗流和稳定性开展了分析。Srivastava等^[11]将饱和渗透系数视为对数正态分布的随机场变量,研究了边坡稳态渗流和稳定性。Zhu等^[12]采用快速Fourier变换技术,生成边坡饱和渗透系数的随机场,开展了稳定性分析。

三峡库区石榴树包老滑坡位于湖北省巴东县,2020年遭遇了极端降雨。在前期研究中,将黏聚力、内摩擦角、杨氏模量和饱和渗透系数视为空间统计相关的随机场变量,基于边坡勘察数据和长期监测数据,采用贝叶斯理论,校准了随机场统计特征,并开展了老滑坡的稳定性分析。在夏季低水位和暴雨的联合作用下,得出了边坡稳定性满足可靠度要求的结论^[13]。但是,此次特大暴雨还伴随着库区水位骤升陡降,因此从水力参数(土水特征曲线和饱和渗透系数)的联合作用出发,讨论非饱和渗透系数随随机场统计特征,在边坡稳定性分析中的控制效应尤为重要。

综上所述,首先根据有限的SWCC试验数据和先验知识,采用贝叶斯方法,校准SWCC模型参数,并

量化不同SWCC模型估计的不确定性。再使用随机场理论,描述饱和渗透系数,联合随机(场)统计特征讨论非饱和渗透系数空间变异性对边坡稳定性的影响。

1 非饱和土边坡稳定性分析理论

土水特征曲线SWCC可以描述土体中含水率与基质吸力之间的变化关系,因而成为研究非饱和土力学的基本工具。

1.1 土水特征曲线与渗透系数

目前有多种方法拟合或者预测理论土水特征曲线SWCC。如Van Genuchten-Mualem(VGM)模型^[14]、Van Genuchten-Burdine(VGB)模型^[15]、Van Genuchten(VG)模型^[16]和Fredlund-Xing(FX)模型^[17]是4种比较常用的SWCC理论模型。

以VG模型对应的非饱和渗透系数为例,通过体积含水率 θ 和饱和土渗透系数 k_s ,可以计算非饱和渗透系数。如采用幂函数形式,表示非饱和土体积含水率 θ 与基质吸力 ψ 之间的关系^[16]:

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\psi}{a}\right)^n\right]^m} \quad . \quad (1)$$

式中: θ_s 为饱和体积含水率; θ_r 为残余体积含水率; ψ 为基质吸力; a , n 和 m 均为拟合参数。非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 和基质吸力 ψ 之间的关系为^[16]

$$k_w(\psi) = k_s \frac{\left[1 - (\psi/a)^{n-1} \left[1 + (\psi/a)^n\right]^{-m}\right]^2}{\left[1 + (\psi/a)^n\right]^{m/2}} \quad , \quad (2)$$

式中, k_s 为饱和渗透系数, $k_w(\psi)$ 为当前基质吸力 ψ 对应的非饱和渗透系数。

1.2 非饱和土的剪切强度

SWCC模型描述了基质吸力 ψ 与饱和度 S_r (或饱和含水率 θ)之间的关系,非饱和渗流理论则描述了非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 随着土体饱和度 S_r 不断变化的规律。3个水力参数之间相互关联,并最终影响非饱和土的抗剪强度 τ_f ^[18],进而影响边坡的稳定性。

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} (u_a - u_w) \tan \varphi' \quad , \quad (3)$$

式中, τ_f 为非饱和土的抗剪强度, c' 为有效黏聚力, φ' 为有效内摩擦角, σ 为总应力。岩土参数 c' 和 φ' 虽然也受到非饱和土基质吸力 ψ 的影响,但为了深入研究

水力参数的空间变异性, 暂不考虑岩土参数的不确定性。水力参数的变异性通常比岩土参数的变异性要大, 因此, 本文联合 SWCC 模型参数的随机统计特征和饱和渗透系数的随机场统计特征, 研究非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 的空间变异性。

1.3 非饱和土边坡稳定性分析

考虑渗流的非饱和土边坡稳定性分析理论主要包括边坡降雨浸润和库区水位波作用下的瞬态渗流分析和边坡稳定性分析。

(1) 瞬态渗流分析

Richards^[19]提出了非饱和土孔隙水瞬态流动的控制方程:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k_{w,x_1}(\psi) \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k_{w,x_2}(\psi) \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(k_{w,x_3}(\psi) \frac{\partial H}{\partial x_3} \right) + q = m_w \gamma_w \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4)$$

式中: $k_{w,x_1}(\psi)$, $k_{w,x_2}(\psi)$ 和 $k_{w,x_3}(\psi)$ 分别为多孔介质在 x_1 , x_2 (水平方向) 和 x_3 (竖直方向) 上的非饱和渗透系数, 它们是关于基质吸力 ψ 的函数; H 为总水头; q 为边界流量; t 为渗流时间; γ_w 为水的重度; m_w 为容水能力,

$$m_w = -\frac{\partial \theta}{\partial (u_a - u_w)} \quad (5)$$

若已知土水特征曲线 SWCC 和基质吸力 ψ 与非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 之间的函数, 即可求解式 (4) 的偏微分方程。

(2) 非饱和土边坡稳定性分析

采用数值计算软件 GeoStudio 2012, 开展非饱和土边坡稳定性分析。在渗流条件下, 采用 Morgenstern-Price 极限平衡法^[20], 计算非饱和土边坡稳定性安全系数 F_s 。

2 边坡可靠度分析方法

在考虑渗流作用的非饱和土边坡稳定性分析理论中, 根据室内土工试验数据和先验知识, 利用贝叶斯理论, 校准 SWCC 模型参数的随机统计特征。然后根据饱和渗透系数 k_s 的随机场统计特征, 联合离散化非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$, 开展边坡稳定性可靠指标计算。

2.1 SWCC 模型参数校准的贝叶斯方法

为了减小结果误差, 王林等^[8]采用 Markov Chain Monte-Carlo (MCMC) 方法, 对 SWCC 模型参数开展反演分析, 将贝叶斯方法应用于模型优化选择。刘源^[21]则提出采用 adaptive Bayesian updating subset Simulation 方法进行 SWCC 模型参数的反演分析, 以提高模型优化选择的计算效率和精度。以下采用 MCMC 方法^[8]开展研究。

先通过室内土工试验方法, 获取石榴树包老滑坡残积土的 SWCC 试验数据 z_b , 数据包含 N 个数据点 $(S_{c,i}^m, \psi_i)$ 。其中, $S_{c,i}^m$ 表示第 i 个基质吸力 ψ_i ($i=1, 2, \dots, N$) 对应的饱和度测试值。VGM, VGB, VG 和 FX 模型 M_j ($j=1, 2, \dots, N_m$) 对应的 SWCC 模型参数为 $\Theta=[a, n, m, \sigma]$, 包括模型参数(如 FX 模型的拟合参数 a_{fx} , n_{fx} 和 m_{fx}) 及模型测试值 $S_{c,i}^m$ 与拟合值 $S_{c,i}$ 间的误差(如 FX 模型的误差标准差 $\sigma_{e,fx}$)。然后采用联合均匀分布描述先验信息, 采用 MCMC 模拟方法计算模型参数的后验统计结果, 通过后验概率密度函数 $p(\Theta_k | z_b, M_j)$ 量化第 k 次抽样模型参数 Θ_k 的不确定性。最后根据后验概率 $P(M_j | z_b)$ 计算 SWCC 模型 M_j 的不确定性, 并量化不同 SWCC 模型的备选概率。

2.2 随机场理论

通常采用正态分布(均值 μ 和标准差 ν) 描述随机场变量 $z(x)$ 的随机性, 采用试验变异函数 $\gamma^*(h)$ 描述其空间变异性:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N_h} \sum_{i=1}^{N_h} [z(x_i + h) - z(x_i)]^2 \quad (6)$$

式中, h 为滞后距, N_h 为在 $(x_i, x_i + h)$ 空间距离之间用来计算变异函数样本值的数据对。

球状变异函数具有简洁性和鲁棒性, 常用于理论变异函数的研究:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left[1.5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & (0 \leq h \leq a) \\ C_0 + C_1 & (h > a) \end{cases} \quad (7)$$

式中, C_0 为块金值, $C_0 + C_1$ 为基台值(即方差), a 为相关距离(即变程), 变异函数样本值可通过回归拟合方法, 得到理论变异函数。

随机场变量 $Z(x)$ 在三维空间中的各向异性统计特征, 可由加权的滞后距 h 表示:

$$h = \sqrt{\left(\frac{h_1}{\eta_1} \right)^2 + \left(\frac{h_2}{\eta_2} \right)^2 + \left(\frac{h_3}{\eta_3} \right)^2} \quad (8)$$

式中: η_1 恒等于 1.0; η_2 , η_3 分别为第二相关距离比率和第三相关距离比率, 计算值分别为其对应方向上的相关距离 a_2 , a_3 除以主相关距离 a_1 。

序贯高斯模拟算法在地统计学中的应用已经取得较好的研究成果^[22]。对于某一研究区域 D , 先将其离散化成 K 个随机单元, 然后再序贯处理每个单元中点的赋值。求解普通 Kriging 方程组得到该单元的均值和方差, 建立该单元处随机变量的正态分布, 抽样得到该单元的一个样本值。

例如, 已知某空间随机场的均值 μ 、方差 ν^2 和自变异函数为 $\gamma(h)$, 那么利用条件数据 $z(x)$, 预测结点 x_0 的均值和方差为

$$\mu(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(x_i) , \quad (9)$$

$$\nu^2(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i - x_0) + \zeta , \quad (10)$$

式中, n 为结点 x_0 的相邻观测值, 通常取 $n=10$ 。

插值系数 $\lambda_i, i=1, \dots, n$ 和拉格朗日系数 ζ 可由最小方差估计的普通 Kriging 方法方程组确定^[23]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_1(x_i - x_j) + \zeta &= \gamma_2(x_0 - x_j) \\ \left(i, j = 1, 2, \dots, n, \sum_i \lambda_i = 0 \right) \quad , \end{aligned} \quad (11)$$

式中, x_i 和 x_j 为未知点 x_0 周围的样本点, γ 为滞后距为 $h=x_i-x_j$ 的变异函数。

根据计算得到 x_0 处的均值 $\mu(x_0)$ 和方差 $\nu^2(x_0)$, 建立单元中点处随机变量的正态概率分布。抽样得到样本值 $z(x_0)$, 以及原始勘察数据 $z(x)$ 作为后续抽样的条件数据。空间离散域 D 将由 K 个相继的步骤产生。

饱和渗透系数 k_s 整体上满足对数正态分布特征。现有原始数据 $[k_s(x_j), j=1, 2, \dots, n]$ 经自然对数变换后, 数据 $[z(x_j), j=1, 2, \dots, n]$ 服从正态概率分布:

$$p[z(x_j)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu(x_0)}} e^{-[z(x_j) - \mu(x_0)]^2 / 2\nu^2(x_0)} . \quad (12)$$

通过随机场序贯高斯模拟方法, 生成饱和渗透系数 k_s 的空间分布值。数值计算模型中的滑坡体每个岩土单元都将获得一个对数正态分布的饱和渗透系数 k_s ^[13]。另一方面, 基于 SWCC 模型参数的后验统计特征, 生成随机的土水特征曲线, 采用式 (1), (2), 联合模拟滑坡体的非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 随机场。

2.3 可靠指标计算方法

将非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 随机场作为非饱和 GeoStudio 2012 土边坡稳定性分析的输入参数, 通过的 SEEP/W 模块和 SLOPE/W 模块, 计算边坡的安全系数 F_s , 采用 Monte-Carlo 模拟算法, 计算边坡的失效概率 P_f (或可靠指标 β)。边坡安全系数 F_s 的极限状态函数表示为

$$G = F_s - 1 , \quad (13)$$

式中, F_s 为最危险滑动面的安全系数, P_f 为极限状态函数 $G \leq 0$ 的失效概率。

对于不同 SWCC 模型 M_j , $j=1, 2, 3, \dots, N_m$, 采用 Monte-Carlo 模拟算法, 生成 $N_p=100000$ 个随机样本 Θ_k , 并生成相应的土水特征曲线。联合饱和渗透系数 k_s 的空间随机场离散值, 合成边坡稳定性分析中的非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$, 计算得到 100000 个边坡安全系数 F_s 值。采用式 (14), (15) 计算条件失效概率

$P[F_s < 1 | M_j, z_b, k_w(\psi)]$ 以及 $P[F_s < 1 | z_b, k_w(\psi)]$ 。

$$\begin{aligned} [F_s < 1 | M_j, z_b, k_w(\psi)] \\ = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} I[F_s < 1 | \Theta_k, M_j, z_b, k_w(\psi)]}{N_p} , \end{aligned} \quad (14)$$

$P[F_s < 1 | z_b, k_w(\psi)]$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{N_m} \sum_{k=1}^{N_p} I[F_s < 1 | \Theta_k, M_j, z_b, k_w(\psi)] P(M_j | z_b)}{N_p} . \quad (15)$$

$P[F_s < 1 | M_j, z_b, k_w(\psi)]$ 表示 SWCC 模型 M_j 在给定室内土工试验数据 z_b 和非饱和渗透系数随机场 $k_w(\psi)$ 的条件下, 非饱和土边坡稳定性的失效概率。由所有 SWCC 模型 M_j 的参数 Θ_k , $k=1, \dots, N_p$ 的后验样本计算对应的 F_s 值, 并统计非饱和土边坡的失效概率, $P[F_s < 1 | z_b, k_w(\psi)]$ 是综合 SWCC 备选模型的非饱和土边坡失效概率。

不同 SWCC 模型 M_j 对应安全系数 F_s 的均值 $E[F_s | M_j, z_b, k_w(\psi)]$ 和方差 $\text{Var}[F_s | M_j, z_b, k_w(\psi)]$ 为

$$E(F_s | M_j, z_b) \approx \mu_{F_s}^j = \frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} F_s^k , \quad (16)$$

$$\text{Var}(F_s | M_j, z_b) \approx \sigma_{F_s}^2 = \frac{1}{N_p-1} \sum_{k=1}^{N_p} (F_s^k - \mu_{F_s}^j)^2 , \quad (17)$$

式中, $\mu_{F_s}^j$ 和 $\sigma_{F_s}^2$ 分别为模型 M_j , 参数 Θ_k 值相应安全系数 F_s^k 的平均值和方差。

如图 1 所示, 模块一根据室内土工试验数据 z_b , 采用贝叶斯方法校准 SWCC 模型参数。模块二采用随机场理论, 描述饱和渗透系数的空间变异性, 并开展随机单元离散化赋值。利用模块一 SWCC 模型参数随机统计特征和模块二饱和渗透系数的随机统计特征, 联合生成非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 的空间分布。模块三采用极限平衡法与经典 Monte-Carlo 算法模拟边坡的失效概率或可靠指标, 综合评估库岸老滑坡的稳定性。

3 非饱和土库岸老滑坡稳定性分析

得到石榴树包老滑坡残积土的 SWCC 室内土工试验及模型参数的后验分布结果后, 开展边坡稳定性的数值分析。最后根据《水利水电工程结构可靠性设计统一标准: GB50199—2013》, 对 2020 年夏季石榴树包老滑坡稳定性做出评估。

3.1 石榴树包老滑坡的工程概况

石榴树包老滑坡位于湖北省巴东县黄蜡石村, 该村落位于三峡库区上游约 55 km 处。图 2 为地质剖面图, 潜在滑坡体积为 $11.8 \times 10^6 \text{ m}^3$, 面积约 0.25 km^2 , 宽度为 350~470 m, 高程为 60~350 m, 坡度为 $25^\circ \sim$

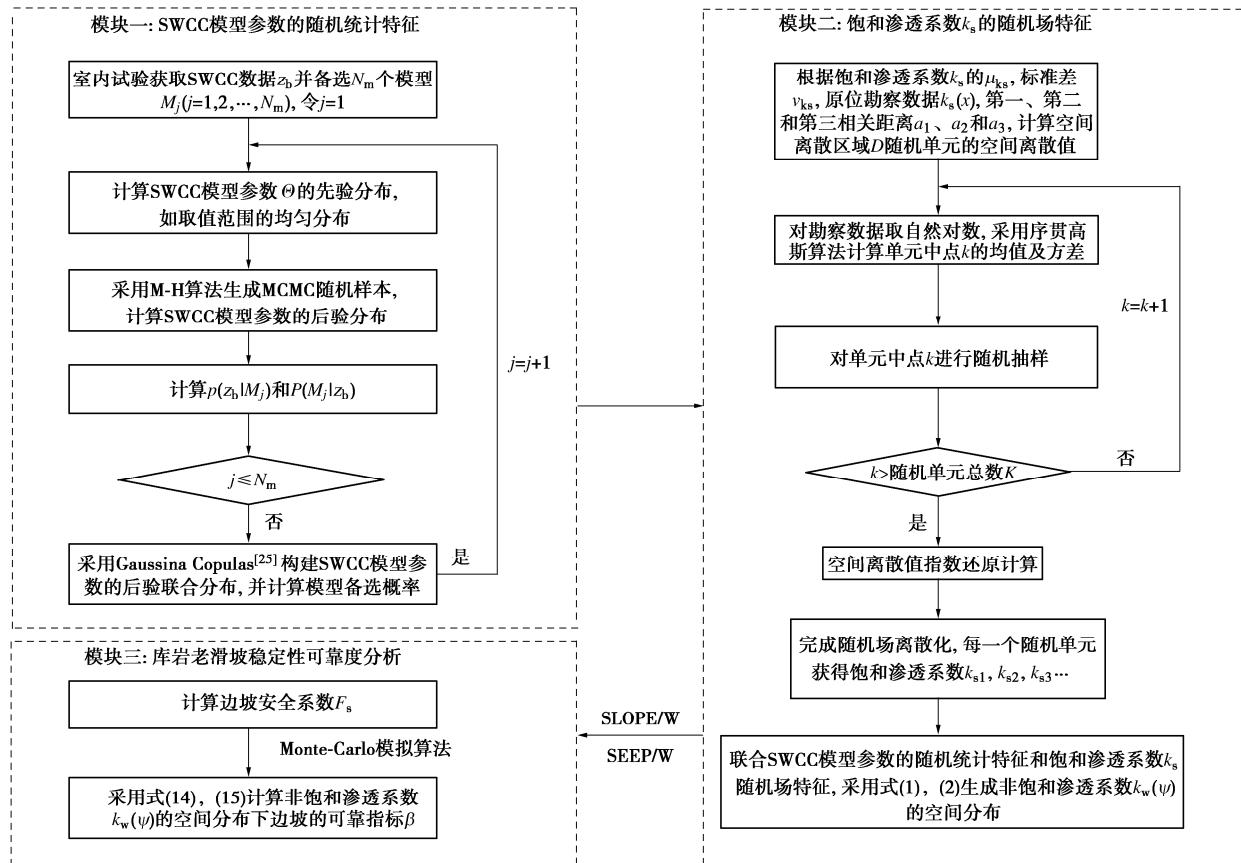


图 1 非饱和土边坡稳定性计算流程图

Fig. 1 Flow chart of stability analysis of slopes of unsaturated soils

30°。基岩主要由三叠纪中期形成的泥灰岩和石灰岩组成, 滑坡体由松散的残积土组成。通过课题组前期的现场勘察, 发现石榴树包老滑坡的结构和物质成分复杂, 但由于长年累月的风化作用和雨水冲刷, 大量碎石已被风化成土体, 被强降雨形成的地表径流携带至坡脚。

在石榴树包老滑坡上, 现场取样残积土, 立即用保鲜膜将土样包裹、运输。然后进行土的烘干法和环刀法试验, 得到石榴树包边坡土的天然含水率为20.80%, 干密度为1.66 g/cm³。土体筛分试验以及液塑限联合测定法的试验结果表明, 土体的液限 w_L 为32.5%, 塑限 w_P 为21.6%, 塑性指数 I_P 为10.9。塑性指数 I_P 小于17而大于10。所以石榴树包边坡土在分类上为粉质黏土, 并夹杂着由岩层破碎形成的碎石。

3.2 校准 SWCC 模型参数

基于压力板仪试验, 得到低吸力段的试验数据; 采用蒸汽平衡法, 得到高吸力段试验数据。采用4种SWCC模型, 拟合石榴树包老滑坡残积土的土水特征曲线, 如图2所示。

采用MCMC模拟方法, 生成4个SWCC模型参数的 $N_p=100000$ 个随机样本。采用Metropolis-Hastings(M-H)算法, 挑选服从参数 Θ_k 的后验分布样本, 收敛到稳定的Markov Chain后, 统计分析随机样本, 求得

参数 Θ_k 的后验统计特征^[9]。采用R语言编写贝叶斯算法程序, 输入土水特征曲线的试验数据、先验信息和备选的SWCC模型, 计算模型参数 Θ 的后验概率密度函数, 先验信息的参数取值范围来自参考文献[24], 其中 α_{vgm} , α_{gb} , α_g 和 α_k 取值为(0 kPa, 300 kPa], n_{vgm} 取值为(1,10], n_{vbg} 取值为(2,10], n_{vg} 和 n_{fk} 取值为(0,10], m_{vg} 和 m_{fk} 取值为(0,10]。图3~6给出 $N_p=100000$ 个MCMC随机样本统计的后验概率密度函数。图4表示SWCC模型参数 α 的后验分布, 红色的直方图为随机样本统计的频数分布, 黑色曲线是拟合的概率密度函数Probabilistic Density Function (PDF)曲线。

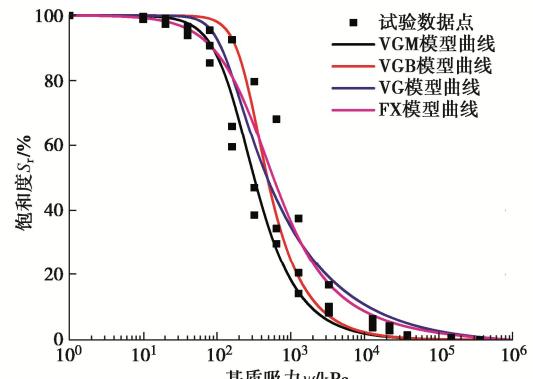
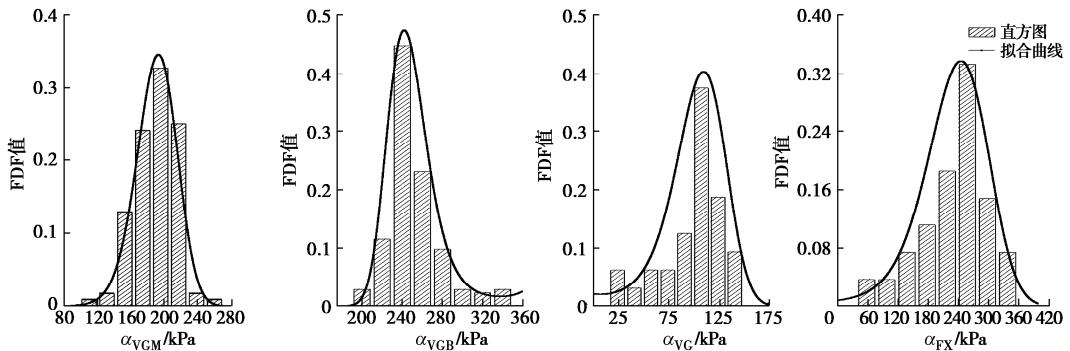
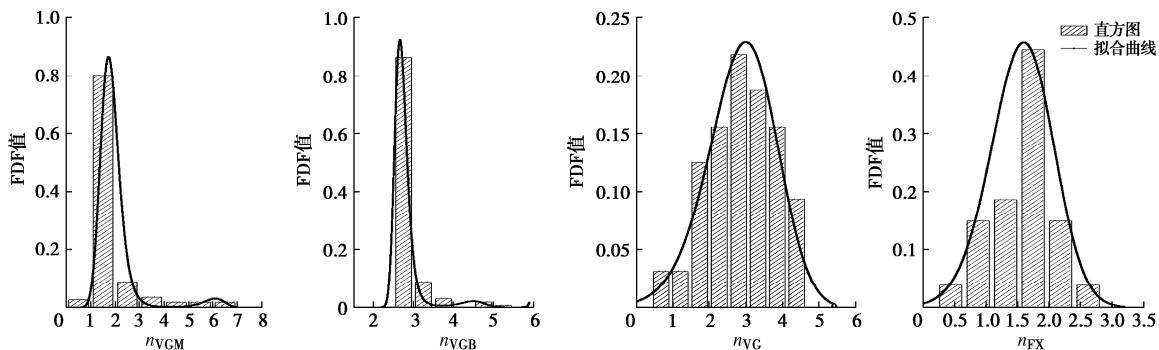
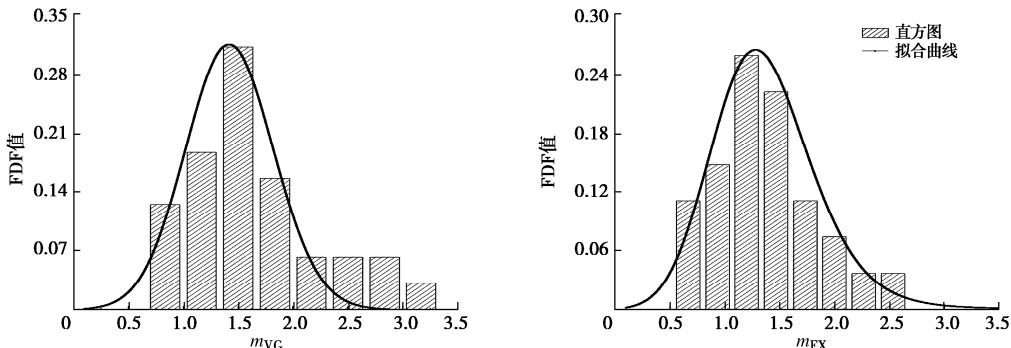
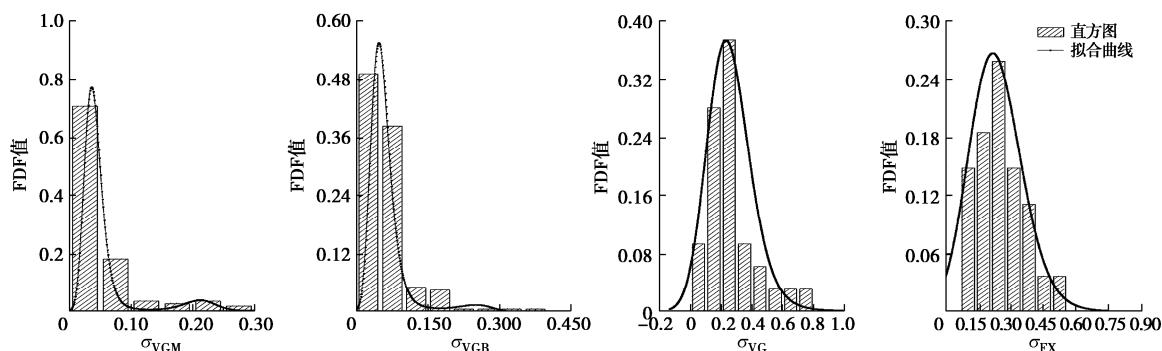


图 2 SWCC 模型的试验数据和拟合曲线

Fig. 2 Laboratory test data and fitting models of SWCC

图 3 SWCC 模型参数 α 的后验分布Fig. 3 Posterior distributions of SWCC model parameter α 图 4 SWCC 模型参数 n 的后验分布Fig. 4 Posterior distributions of SWCC model parameter n 图 5 SWCC 模型 VG 和 FX 参数 m 的后验分布Fig. 5 Posterior distributions of SWCC model (i.e., VG and FX) parameter m 图 6 SWCC 模型误差 σ 的后验分布Fig. 6 Posterior distributions of SWCC model error σ

对于 4 个 SWCC 模型, 模型参数的后验统计值也不尽相同, 表明 Θ 的后验统计特征受到 SWCC 备选模

型的影响。采用贝叶斯方法计算 SWCC 备选模型概率 $P(M_j | z_b)$ 的结果, 从大到小依次为 $FX > VG > VGB > VGM$,

分别是 52.04%, 25.56%, 12.27% 和 10.13%。因此, 根据土水特征曲线试验数据和先验信息, 石榴树包老滑坡残积土最优的 SWCC 是 FX 模型。

3.3 非饱和土边坡稳定性的数值分析

图 7 为石榴树包老滑坡的数值计算模型, 边坡确定性分析的岩土参数和水力参数取值和课题组前期研究保持一致^[13]。数值计算模型的前缘设置为降雨和水位的混合边界(蓝色线段表示), 采用完全入渗流速边界, 即根据实际降雨强度设定的入渗流速。其具体取值, 可根据不同工况下的库区水位波动和日降雨量确定, 并在滑坡体内设置 3 个变形监测点。

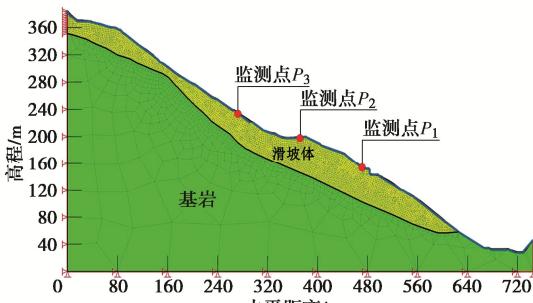


图 7 数值计算模型

Fig. 7 Numerical model

2020 年第 5 波洪峰经过三峡时的水文情况如图 8 所示, 将第 5 波洪峰所在的整个 8 月作为数值模拟的时间范围。库区水位从最低 145 m 到最高 175 m 的 30 m 高度作为水位升降范围。降雨等级取 300 mm/d 的特大暴雨, 水位升、降取 4 m/d 的变化速度。根据以上水文监测数据和数值模拟假设的降雨及水位变化条件, 共设计了降雨, 水位变化以及降雨联合水位变化 3 种计算工况。若老滑坡在假设的极端工况下, 依然可保持较大的安全系数, 则说明不存在滑坡风险; 否则应开展边坡的可靠性分析, 综合评估老滑坡的稳定性。

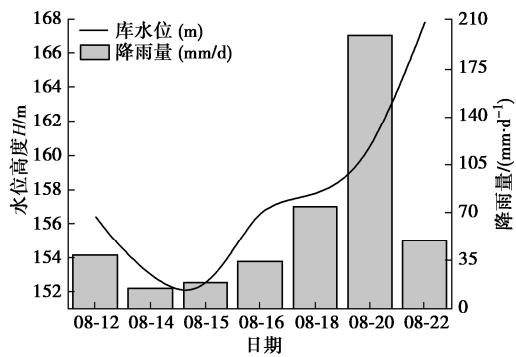


图 8 2020 年三峡库区第 5 波洪峰水文图

Fig. 8 Hydrograph of fifth wave of flood arriving at Three Gorges Reservoir in 2020

SWCC 模型 FX 备选概率最高, 为 52.04%。因此确定性边坡稳定性分析采用 FX 模型。降雨作用下,

为了保证总降雨量一定且降雨集中在汛期, 前期设计为无雨工况, 所以在这段时间内安全系数无变化。当边坡遇到特大暴雨降雨, 安全系数在一开始迅速降低, 最终降雨工况下安全系数为 1.029, 但特大暴雨和水位骤升陡降联合作用下库岸边坡的安全系数变化幅度显然更大。刚开始时, 随着水位的骤然上升, 由于存在指向滑坡体内的动水压力, 边坡的安全系数较初始水位 145 m 的数值呈现增大趋势, 由初始的 1.128 增大至 1.228。当库区水位保持 175 m 最高位时, 安全系数回落至 1.203, 并趋于稳定。在水位下降和降雨联合作用阶段, 边坡的安全系数快速降低至 1.028, 如图 9 所示。由此判断, 石榴树包老滑坡的确定性分析的安全系数略大于临界状态值 1.0, 老滑坡有激活的风险。

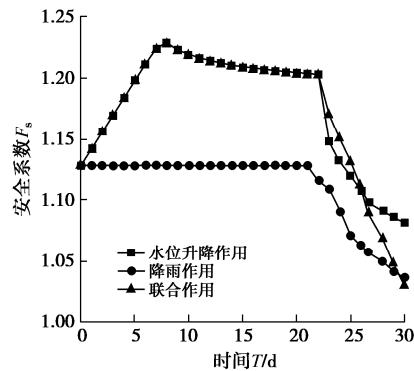


图 9 边坡安全系数变化图

Fig. 9 Variation of factor of safety of slopes

3.4 非饱和土边坡稳定性可靠度分析

石榴树包老滑坡确定性分析的安全系数最小值仅为 1.026, 预示着边坡处于临界状态, 需开展非饱和土边坡稳定性的可靠度分析。饱和渗透系数 k_s 的随机统计特征来自于参考文献[13], 均值 $\mu_{k_s}=2.04 \text{ m/d}$, 标准差 $\sigma_{k_s}=0.29 \text{ m/d}$ 。另外, 随机场统计特征主相关距离 a_1 与坡面平行(倾角为 27.5°), 相关距离 a_1 , a_2 和 a_3 互相垂直。假设 a_1 和 a_2 的值取为 20 m, 第三相关距离比率 η_3 取为 0.2, 即 $\eta_{k_s}=0.2$ 。潜在滑坡单元体将被赋予非饱和渗透系数的随机场统计特征, 单元最大边长尺寸为 2.0 m, 不大于第三相关距离 a_3 的一半, 保证离散化的随机场可以描述非饱和渗透系数 $k_w(\psi)$ 的空间变异性。图 10 给出结合 SWCC 模型参数随机统计特征的非饱和渗透系数空间离散化赋值示例。

非饱和土边坡稳定性失效概率的计算结果表明 VGM、VGB、VG 和 FX 模型对应的失效概率在 $1.36 \times 10^{-4} \sim 3.06 \times 10^{-3}$ 变化。如图 11 所示, 分别为 7.94×10^{-4} , 1.36×10^{-4} , 1.67×10^{-3} 和 3.06×10^{-3} 。显然 FX 模型的失效概率最大, 安全系数均值 $\mu_{F_s}=1.065$; VGB 模型的失效概率最小, 安全系数均值 $\mu_{F_s}=1.082$ 。综合考虑 SWCC 模型不确定性的失效概率为 2.12×10^{-3} 。

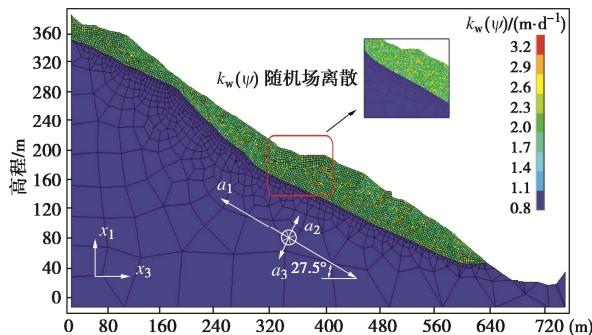


图 10 非饱和渗透系数随机场离散化赋值

Fig.10 Spatial discretization of unsaturated hydraulic conductivity

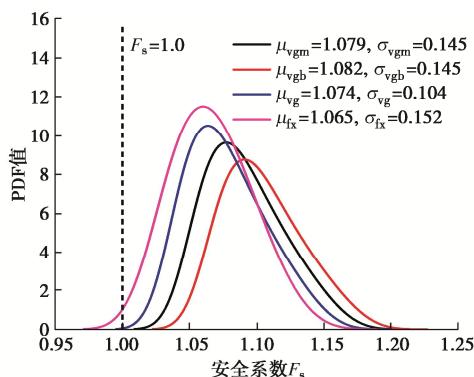


图 11 SWCC 模型对应边坡稳定性安全系数的 PDF 曲线

Fig.11 PDFs of factor of safety of 4 SWCC models

如图 12 所示, 安全系数可靠指标在 2.70~4.27 变化, FX 模型对应的可靠指标最小, $\beta=2.741$, VGB 模型对应的可靠指标最大, $\beta=3.641$ 。图中的红色虚线表示综合 4 个 SWCC 模型计算得到的边坡稳定性可靠指标 $\beta=2.860$, 蓝色虚线是将非饱和渗透系数简化考虑为随机变量 (即 $\mu_{k_s}=2.04 \text{ m/d}$, 标准差 $\nu_{k_s}=0.29 \text{ m/d}$) 得到的计算结果, 可靠指标 $\beta=2.349$ 。

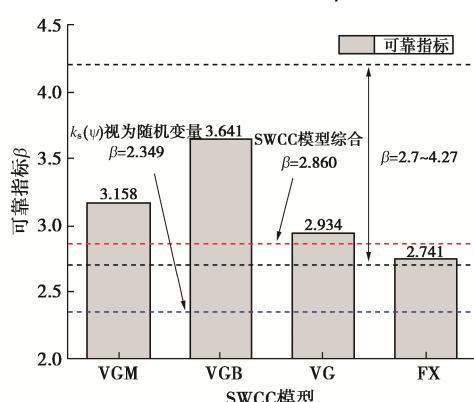


图 12 不同 SWCC 模型的可靠指标

Fig. 12 Reliability indices of 4 SWCC models

结果表明, 如将非饱和渗透系数作为随机变量, 计算得到的可靠指标 β 不能满足《水利水电工程结构可靠性设计统一标准: GB 50199—2013》的要求 ($\beta < 2.70$)。而考虑非饱和渗透系数空间变异性边坡稳定性可靠度分析方法表明, 虽然石榴树包老滑坡的安全系数比较低, 但是稳定性可靠指标大于规范要

求 ($\beta > 2.70$)。因此石榴树包老滑坡在未来遭遇类似 2020 年暴雨和水位骤升陡降等极端工况作用, 不采取加固措施也可以保持边坡稳定。

4 总结与展望

以土水特征曲线的室内土工试验数据为基础, 采用贝叶斯方法比选理论模型和校准模型参数。考虑土水特征曲线的随机统计特征和饱和渗透系数的随机场统计特征, 描述非饱和渗透系数的空间变异性。基于非饱和渗透系数随机场, 开展石榴树包老滑坡稳定性可靠度分析, 主要得出以下 3 点结论。

(1) 基于土水特征曲线的试验数据, 采用贝叶斯方法得出 VGM、VGB、VG 和 FX 理论模型后验发生概率, 分别为 10.13%, 12.27%, 25.56% 和 52.04%, 最优的理论土水特征曲线是 FX 模型。

(2) 2020 年第 5 波洪峰过境时, 开展石榴树包老滑坡的确定性数值模拟分析, 水位骤升陡降和降雨联合作用下库岸老滑坡的安全系数最小, 不满足边坡稳定性要求。

(3) 将非饱和渗透系数简化考虑为随机变量, 边坡稳定性的可靠指标 β 不能满足规范要求 ($\beta < 2.70$)。而考虑非饱和渗透系数随机场统计特征时, 边坡稳定性可靠度分析结果满足规范要求 ($\beta > 2.70$), 无需采取额外的边坡工程加固措施, 建议继续开展边坡的长期健康监测。

参考文献:

- [1] 李松林, 许强, 汤明高, 等. 库水位升降作用下不同滑面形态老滑坡响应规律[J]. 工程地质学报, 2017, 25(3): 841-852.
(LI Songlin, XU Qiang, TANG Minggao, et al. Response patterns of old landslides with different slipsurface shapes triggered by fluctuation of reservoir water level[J]. Journal of Engineering Geology, 2017, 25(3): 841-852. (in Chinese))
- [2] 李梦姿, 蔡国庆, 李昊, 等. 考虑抗拉强度剪断的非饱和土无限边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(4): 705-713. (LI Mengzi, CAI Guoqing, LI Hao, et al. Stability of infinite unsaturated soil slopes with tensile strength cut-off[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(4): 705-713. (in Chinese))
- [3] 傅方, 赵成刚, 李伟华, 等. 地震荷载作用下非饱和土边坡稳定性数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊 2): 408-414. (FU Fang, ZHAO Chenggang, LI Weihua, et al. Numerical simulation of stability of unsaturated soil slopes under earthquakes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S2): 408-414. (in Chinese))
- [4] 邓志平, 李典庆, 曹子君, 等. 考虑地层变异性和平土参数变异性边坡可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(6):

- 986-995. (DENG Zhiping, LI Dianqing, CAO Zijun, et al. Slope reliability analysis considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(6): 986-995. (in Chinese))
- [5] 蒋水华, 刘 贤, 黄发明, 等. 考虑多参数空间变异性的降雨入渗边坡失稳机理及可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 900-907. (JIANG Shuihua, LIU Xian, HUANG Faming, et al. Failure mechanism and reliability analysis of soil slopes under rainfall infiltration considering spatial variability of multiple soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 900-907. (in Chinese))
- [6] RAHIMI A, et al. Effect of hydraulic properties of soil on rainfall-induced slope failure[J]. Engineering Geology, 2010, **114**(3/4): 135-143.
- [7] 唐 栋, 郭小辉, 蒋水华, 等. 不同前期降雨与土 - 水特征曲线对边坡稳定的影响[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(增刊1): 148-155. (TANG Dong, QI Xiaohui, JIANG Shuihua, et al. Effect of different antecedent rainfalls and SWCCs on slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(S1): 148-155. (in Chinese))
- [8] 王 林, 李典庆, 曹子君, 等. 基于贝叶斯理论的土水特征曲线模型选择与参数识别方法[J]. 应用基础与工程科学学报, 2019, **27**(6): 1269-1284. (WANG Lin, LI Dianqing, CAO Zijun, et al. Bayesian approaches for model selection and parameter identification of soil-water characteristic curve[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2019, **27**(6): 1269-1284. (in Chinese))
- [9] VANMARCKE E H. Probabilistic modeling of soil profiles[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1977, **103**(11): 1227-1246.
- [10] GUI S X, ZHANG R D, TURNER J P, et al. Probabilistic slope stability analysis with stochastic soil hydraulic conductivity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, **126**(1): 1-9.
- [11] SRIVASTAVA A, et al. Influence of spatial variability of permeability property on steady state seepage flow and slope stability analysis[J]. Engineering Geology, 2010, **110**(3/4): 93-101.
- [12] ZHU H, ZHANG L M, ZHANG L L, et al. Two-dimensional probabilistic infiltration analysis with a spatially varying permeability function[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **48**: 249-259.
- [13] HUANG M L, SUN D A, WANG C H, et al. Reliability analysis of unsaturated soil slope stability using spatial random field-based Bayesian method[J]. Landslides, 2021, **18**(3): 1177-1189.
- [14] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. Water Resources Research, 1976, **12**(3): 513-522.
- [15] BURDINE N T. Relative permeability calculations from pore size distribution data[J]. Journal of Petroleum Technology, 1953, **5**(3): 71-78.
- [16] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892-898.
- [17] FREDLUND D G, XING A Q. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 521-532.
- [18] LU N, GODT J W, WU D T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil[J]. Water Resources Research, 2010, **46**(5): 567-573.
- [19] RICHARDS L A. Capillary conduction of liquids through porous mediums[J]. Physics, 1931, **1**(5): 318-333.
- [20] CHEN Z Y, MORGENSEN N R. Extensions to the generalized method of slices for stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, **20**(1): 104-119.
- [21] 刘 源. 基于贝叶斯方法的岩土参数随机反演及边坡可靠度分析[D]. 南昌: 南昌大学, 2020. (LIU Yuan. Stochastic Back Analysis of Geotechnical Parameters and Reliability Analysis for Slope Using Bayesian Method[D]. Nanchang: Nanchang University, 2020. (in Chinese))
- [22] 王长虹, 朱合华, 徐子川, 等. 考虑岩土参数空间变异性的盾构隧道地表沉降分析[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(2): 270-277. (WANG Changhong, ZHU Hehua, XU Zichuan, et al. Ground surface settlement of shield tunnels considering spatial variability of multiple geotechnical parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(2): 270-277. (in Chinese))
- [23] KRIGE D. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand[J]. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 1951, **52**(6): 119-139.
- [24] 高 游, 孙德安. 单峰和双峰土水特征曲线基本参数的确定[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(10): 1884-1891. (GAO You, SUN De'an. Determination of basic parameters of unimodal and bimodal soil water characteristic curves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(10): 1884-1891. (in Chinese))