

DOI: 10.11779/CJGE202112016

龙马溪页岩应力-应变门槛值的各向异性特征研究

徐荣超¹, 靳一鼎², 李日运¹, 李震^{3*}, 张圣哲¹

(1. 华北水利水电大学地球科学与工程学院, 河南 郑州 450046; 2. 中国电建集团北京勘测设计研究院有限公司, 北京 100024;

3. 河南理工大学土木工程学院, 河南 焦作 454003)

摘要: 层理面与围压共同作用下, 应力门槛值及其对应应变的各向异性特征是影响页岩脆性力学行为的重要因素之一。以龙马溪组页岩为对象, 分析其应力-应变门槛值在不同围压及不同层理面倾角影响下的变化规律。结果表明: ①起裂应力 σ_{ci} , 损伤应力 σ_{cd} 和峰值应力 σ_f 随围压增大均近似成线性规律增大, 而闭合应力 σ_{cc} 受围压影响不大。②层理面倾角对 σ_{cd} , σ_f 具有显著影响, 而对 σ_{cc} , σ_{ci} 影响不明显; 低围压下应力比 σ_{cd}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cc}/σ_f 随倾角增加表现出一定的波动性, 随着围压增大应力比趋于稳定。③应力门槛值对应的轴向及径向应变随围压增大表现出相同的变化规律: 峰值应变增长速率最快, 损伤应变次之, 起裂应变最小。④应力门槛值对应的轴向及径向应变随倾角的增大表现出相同的变化规律: 峰值应变随倾角由 0° 增大为 90° , 先减小后增大, 闭合应变、起裂应变及损伤应变与倾角的相关性不强。

关键词: 页岩; 应力门槛值; 应变; 各向异性; 三轴试验

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2021)12-2291-09

作者简介: 徐荣超(1988—), 男, 副教授, 博士, 主要从事深部岩体工程动力灾害防治方面的研究工作。E-mail: rcxirsm@126.com。

Anisotropic characteristics of stress and strain thresholds of Longmaxi shale

XU Rong-chao¹, JIN Yi-ding², LI Ri-yun¹, LI Zhen³, ZHANG Sheng-zhe¹

(1. College of Geosciences and Engineering, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China;

2. PowerChina Beijing Engineering Corporation, Beijing 100024, China; 3. School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University,

Jiaozuo 454003, China)

Abstract: Under the combined action of bedding plane and confining pressure, the anisotropic characteristics of the stress thresholds and the corresponding strains are one of the important factors affecting the brittle mechanical behaviors of shale. Taking Longmaxi formation shale as an example, the variation laws of stress-strain thresholds under different confining pressures and different bedding plane dip angles are analyzed. The results show that: (1) The crack initiation stress σ_{ci} , damage stress σ_{cd} and peak stress σ_f increase approximately linearly with the increase of the confining pressure, while the closure stress σ_{cc} is not affected by the confining pressure. (2) The dip angle of bedding plane has a significant effect on σ_{cd} and σ_f , while σ_{cc} and σ_{ci} are not affected by the dip angle. Under the low confining pressure, the stress ratios σ_{cd}/σ_f , σ_{ci}/σ_f and σ_{cc}/σ_f fluctuate with the increase of the dip angle, and tend to be stable with the increase of the confining pressure. (3) The axial strains and radial strains corresponding to the stress thresholds show the same change rules with the increase of the confining pressure: the peak strain increases the fastest, followed by the damage strain, and the crack initiation strain is the smallest. (4) The axial strains and radial strains corresponding to the stress thresholds show the same change laws with the increase of the inclination angle: the peak strain decreases first and then increases with the increase of the inclination angle from 0° to 90° , and the closure strain, crack initiation strain and damage strain are not strongly related to the dip angle.

Key words: shale; stress threshold; strain; anisotropic characteristic; triaxial compression test

0 引言

岩石的脆性特征是评价及预测其力学行为的重要指标, 尤其在页岩气开采工程中, 页岩的脆性力学行为是控制裂缝扩展形态、进而影响水力压裂效果的主

基金项目: 国家自然科学基金项目(51709113, 51704097); 河南理工大学自然科学基金项目(J2021-2)

收稿日期: 2021-04-14

***通信作者:** (E-mail: zhenli@hpu.edu.cn)

要因素之一。与均质岩石相比,由于天然层理面赋存的影响,页岩的脆性力学行为表现的更为复杂。

侯振坤等^[1]认为页岩微观裂隙的发育是造成各向异性的主要原因。衡帅等^[2]基于岩石压缩过程中能量耗散原理,定义了反映其脆性特征的新指数。班宇鑫等^[3]研究了页岩基质及层理不同类型破裂的声发射信号特征。Zhi等^[4]开展了三轴压缩试验,研究了页岩脆性随围压及层理面的变化规律。汪虎等^[5]探讨了页岩弹性模量、泊松比及抗压强度的各向异性特征。Heng等^[6]系统分析了页岩层面的抗拉强度、黏聚力、内摩擦角及断裂韧度等。Yang等^[7]系统研究了页岩在不同层面倾角及围压下的脆性破坏行为。Ren等^[8]通过三点弯曲试验研究了页岩断裂力学行为的各向异性特征。Zhai等^[9]开展了页岩在三轴压缩条件下的水力压裂试验。衡帅等^[10]研究了层理面影响下页岩抗剪强度的各向异性特征。侯冰等^[11]建立了能够反映页岩地层裂纹发育特性的二维数值模型。脆性破坏的实质是裂纹起裂、扩展及贯通的过程,需要结合应力门槛值及其变形特性综合分析。何柏等^[12]基于页岩体积变形规律的分析,将页岩压缩试验过程分为4个变形阶段。张萍等^[13]采用裂纹体积应变法,分析了应力门槛值随层理面倾角的变化规律。

从上述研究工作来看,涉及围压对页岩应力门槛值的影响规律,以及围压与不同倾角层理面共同作用下页岩应力门槛值各向异性特征方面的成果罕见报道。基于此,本文在已有页岩三轴压缩试验成果基础上^[12],分析不同倾角及不同围压作用下页岩应力门槛值及相应变形的变化规律,为认识页岩脆性破坏机制提供试验支撑。

1 应力门槛值计算方法的选取

岩石应力门槛值(闭合应力 σ_{cc} ,起裂应力 σ_{ci} ,损伤应力 σ_{cd})的确定方法主要包括裂纹体积应变法CVS、横向应变响应法LSR及移动点回归法,不同的方法有其各自的优缺点。

裂纹体积应变法由Martin等^[14]提出,该方法通过计算裂纹体积应变,根据岩石压缩变形破坏过程中裂纹体积的演化规律,确定不同变形破坏阶段的转折点,即应力门槛值。然而,尽管该方法物理意义明确且计算过程简便,但在具体应用时容易受到人为因素影响(如弹性模量及泊松比的选取)^[15-16]。

为克服应变响应法在具体应用时缺陷,Nicksiar等^[17]提出以实测横向应变与线性参考横向应变之差,确定岩石的起裂应力。该方法以体积应变拐点确定的

损伤强度和起始点连线确定线性参考横向应变值,将实测横向应变减去参考横向应变得得到横向应变差。Nicksiar认为横向应变差最大值之处即为裂纹起裂点,并以闪长岩为例验证了该方法的有效性。

岩石变形破坏过程中,由于横向应变及体积应变对于岩石内部裂纹发育情况反应敏感,而应变的变化速率可通过其一阶导数客观地反应出来。基于此,Eberhardt等^[15]认为可采用体积应变刚度的变化规律确定岩石起裂强度及损伤强度。采用该方法确定岩石应力门槛值时,损伤应力能够准确地识别出。而对于闭合应力及起裂应力,由于体积应变刚度在损伤强度之前并未表现出明显的变化特征,因而不同的观察者可能得出不同的应力门槛值^[16]。

综合对比上述几种方法优缺点,本文采用横向应变响应法(LSR)确定页岩的闭合应力 σ_{cc} 和起裂应力 σ_{ci} ,并通过计算体积应变(体积应变拐点)进而确定页岩的损伤应力 σ_{cd} 。

2 结果分析

2.1 应力门槛值

(1) 围压影响规律

图1为不同倾角下页岩的闭合应力 σ_{cc} 、起裂应力 σ_{ci} 、损伤应力 σ_{cd} 和峰值应力 σ_f 随围压增大的演化规律。相同倾角下(加载方向与层理面法线方向夹角为 θ)页岩的 σ_{ci} , σ_{cd} 和 σ_f 与围压均近似成线性关系。而 σ_{cc} 受围压影响不大,其数值基本介于35~55 MPa,这说明页岩内部原生微裂隙、孔洞的闭合过程不受围压的影响。需要指出的是,在倾角 θ 为30°条件下,围压由45 MPa升到60 MPa时,起裂应力、损伤应力均发生了一定程度的下降,这与峰值抗压强度规律一致。

应力门槛值与峰值强度之比(σ_{cc}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cd}/σ_f)在不同围压下随倾角的变化规律如图2所示。不同倾角下, σ_{cc}/σ_f 均随着围压增大而减小,由围压10 MPa时的0.3左右减小到围压60 MPa时的0.1左右。由于闭合应力随围压增大基本保持恒定,而峰值强度稳定增大,因而 σ_{cc}/σ_f 呈现随围压增大而减小的规律。不同倾角下, σ_{cd}/σ_f 随着围压增大其变化趋势不明显,围压由10 MPa增至60 MPa时,除倾角 $\theta=15^\circ$ 外,该比值始终在0.8~0.9变化,即 σ_{cd}/σ_f 对围压不敏感。与 σ_{cd}/σ_f 相同, σ_{ci}/σ_f 对围压不敏感,围压由10 MPa增至60 MPa时,该比值始终在0.5~0.6变化,未产生较大幅值的波动现象。

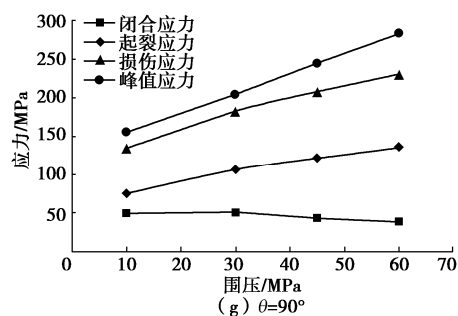
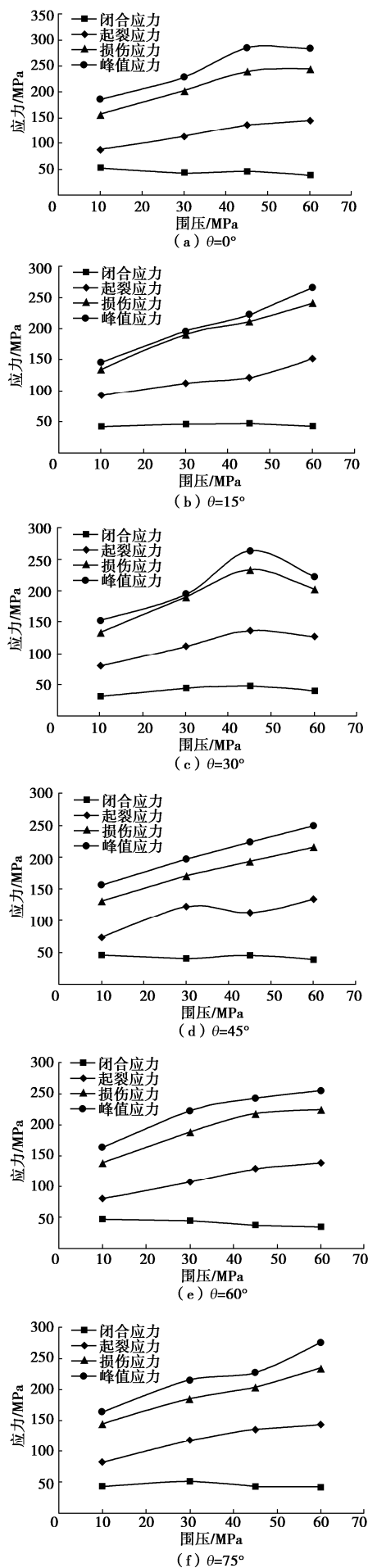
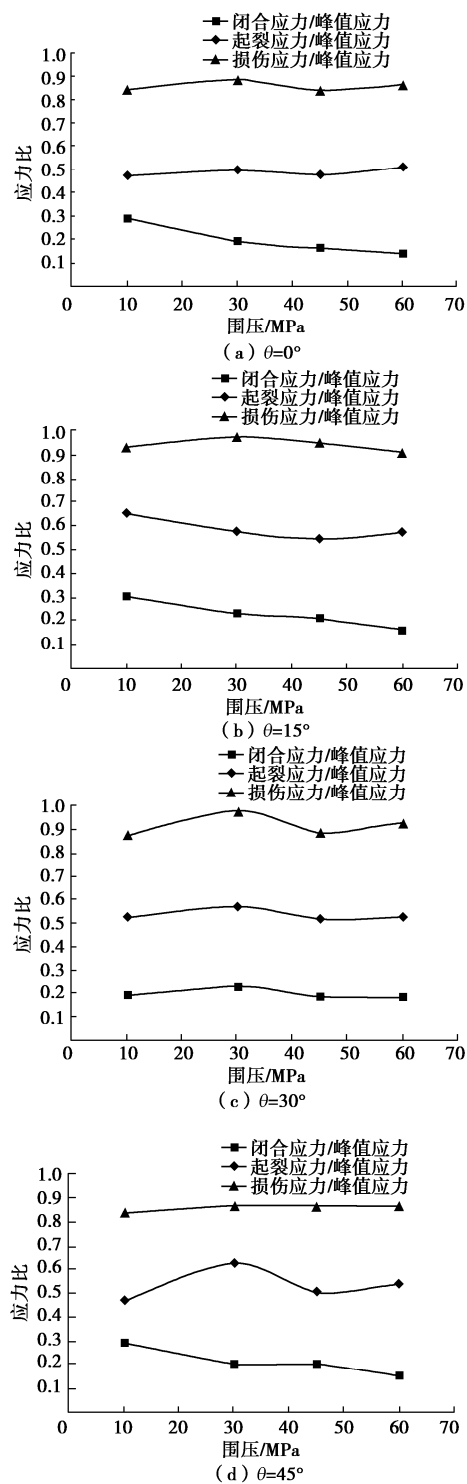


图 1 页岩应力门槛值随围压变化曲线

Fig. 1 Variation of stress threshold of shale with confining pressure



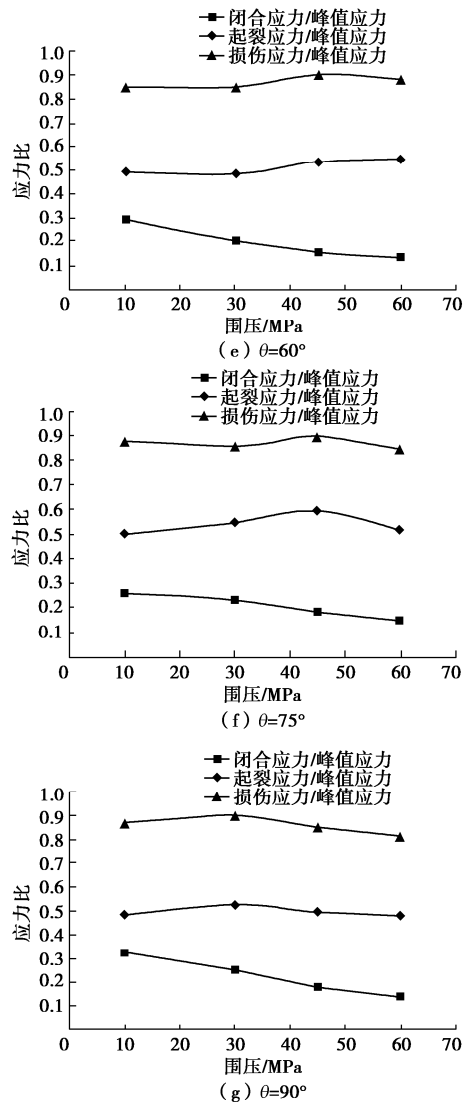


图2 页岩应力门槛值与峰值之比随围压变化曲线

Fig. 2 Variation of ratio of stress threshold to peak strength with confining pressure

(2) 层理面影响规律

如图3, 页岩的 σ_{ci} , σ_{cd} 随倾角的变化表现出明显的波动特征, 而 σ_{cc} 受倾角影响不大。其中, σ_{cd} 表现出与 σ_f 相似的变化特征, 即随倾角 θ 的增大呈现先减小后增大的规律, 最大值出现在 0° , 最小值在 30° 或 45° 。 σ_{cc} 与 σ_{ci} 随倾角增大的变化规律则不是特别明显, 尤其是 σ_{cc} , 在10 MPa围压下页岩的 σ_{cc} 随倾角增大波动性较为显著, 而在高围压下 σ_{cc} 随倾角变化的波动性较小, 变化曲线近似一条水平直线。其原因在于, σ_{cc} , σ_{ci} 为描述页岩内部原生微裂隙的闭合与起裂的应力水平, 这些随机分布的原生微裂隙的闭合与起裂过程几乎不受层理面的影响, 因而 σ_{cc} , σ_{ci} 表现出上述变化规律。

图4中, 3种应力比 σ_{cd}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cc}/σ_f 分别介于0.80~0.96, 0.47~0.67, 0.10~0.20。值得注意的是, 低围压下3种应力比波动均较为显著, 围压越高, 应力比趋向于稳定。当围压达到60 MPa时,

σ_{cc}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cd}/σ_f 分别位于0.10~0.15, 0.50~0.57, 0.8~0.9, 倾角对应应力比影响已然不大。上述变化规律表明, 低围压条件下, 页岩内裂纹的扩展与贯通在一定程度上受到层理面倾角的影响, 而当围压增大后, 层理面的影响效应显著减弱。

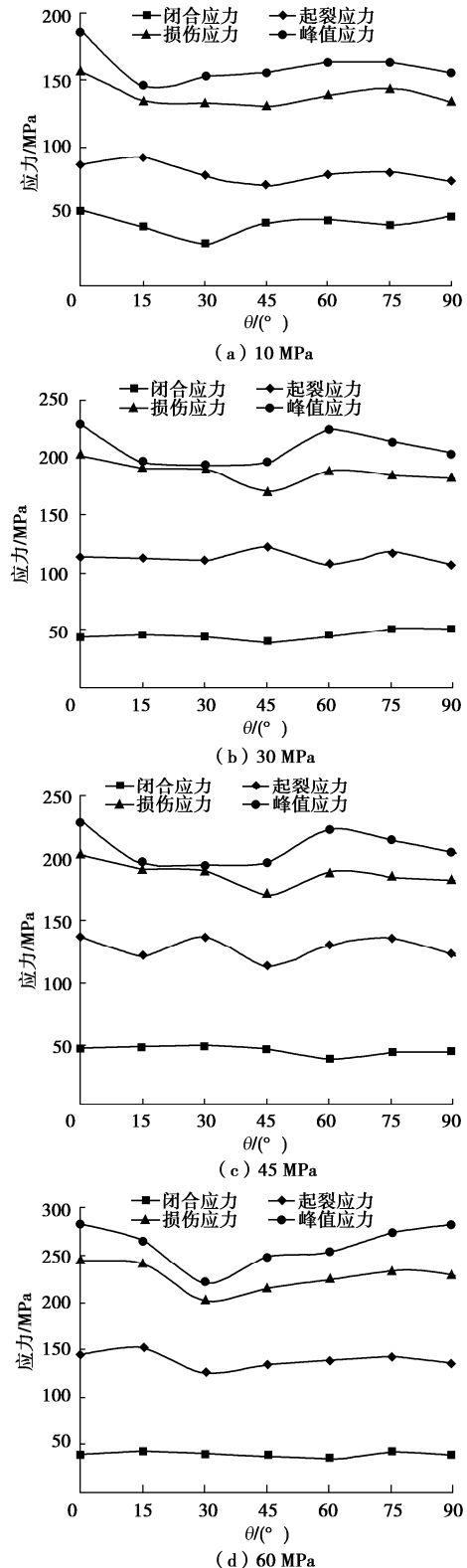
图3 页岩应力门槛值与 θ 关系曲线

Fig. 3 Curves of stress threshold with dip angle

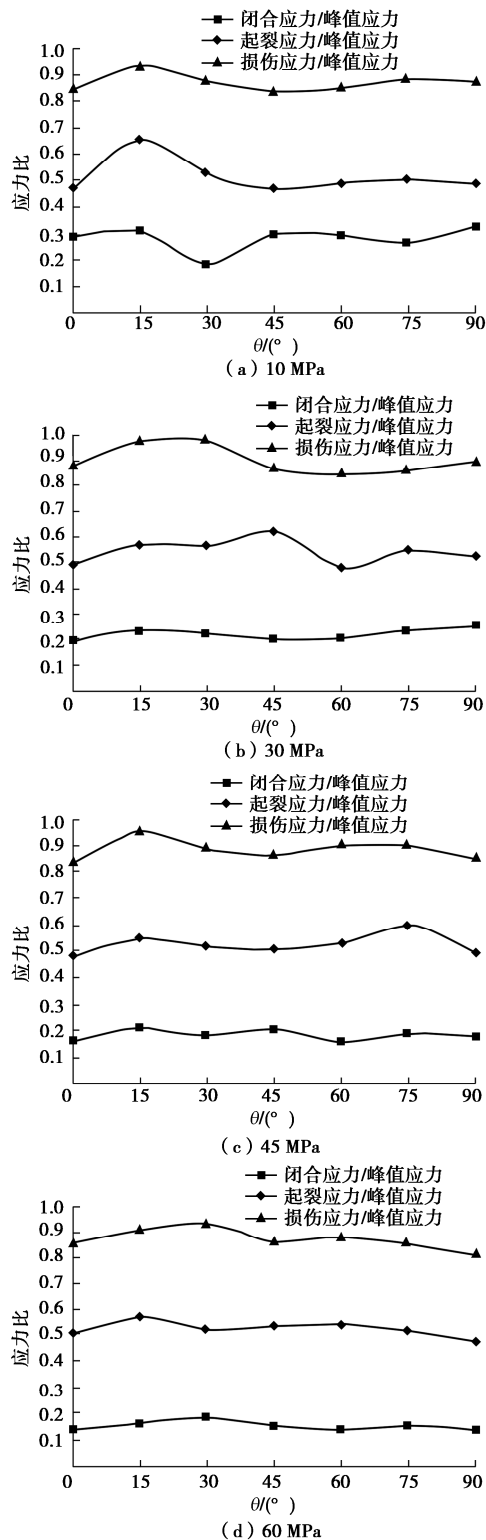
图 4 页岩应力比与 θ 关系曲线

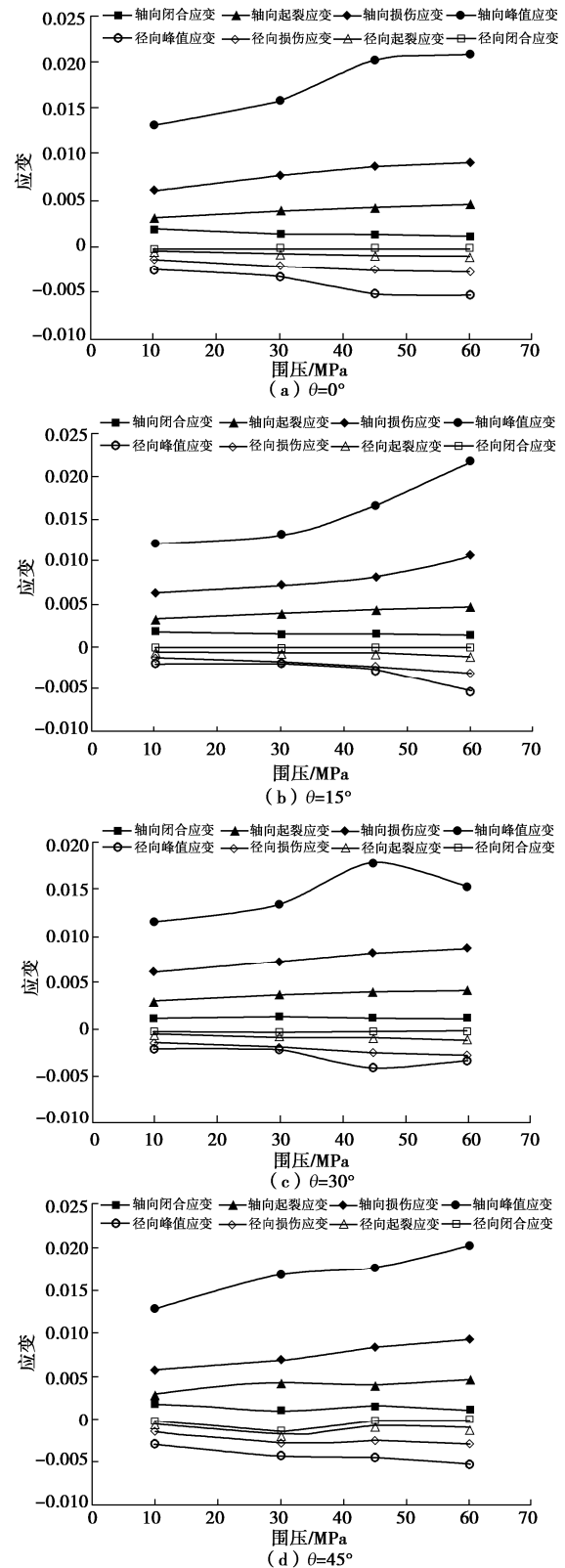
Fig. 4 Curves of ratio of stress threshold to peak strength with dip angle

2.2 应力门槛值对应的变形特征

(1) 围压影响规律

本节分析的应力门槛值的变形指应力门槛值 (σ_{cc} , σ_{ci} , σ_{cd} , σ_f) 对应的轴向应变及径向应变。如图 5, σ_{ci} , σ_{cd} , σ_f 对应的轴向应变随围压的增大均呈现出稳定增长的变化趋势, 其中峰值轴向应变增

长速率最快, 损伤轴向应变次之, 而起裂轴向应变增长速率最小。这表明, 围压对于页岩变形特性的影响主要表现在其发生宏观破裂时的压缩变形量。闭合轴向应变受围压影响不明显, 不同围压下, 闭合轴向应变数值基本保持恒定。此外, 应力门槛值对应的径向应变随围压增大表现出的变化规律与轴向应变几乎完全一致。



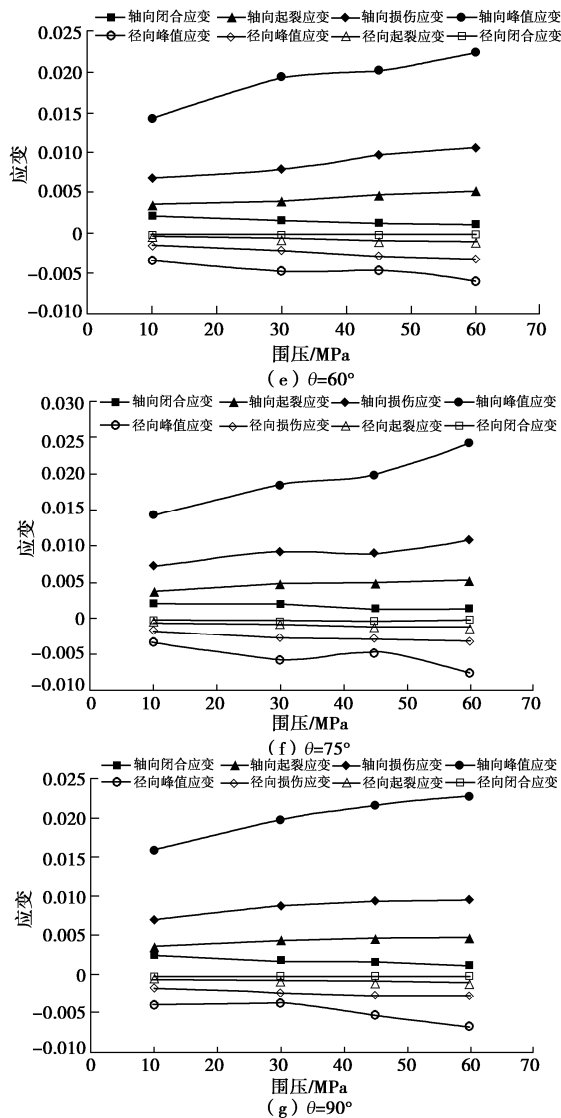
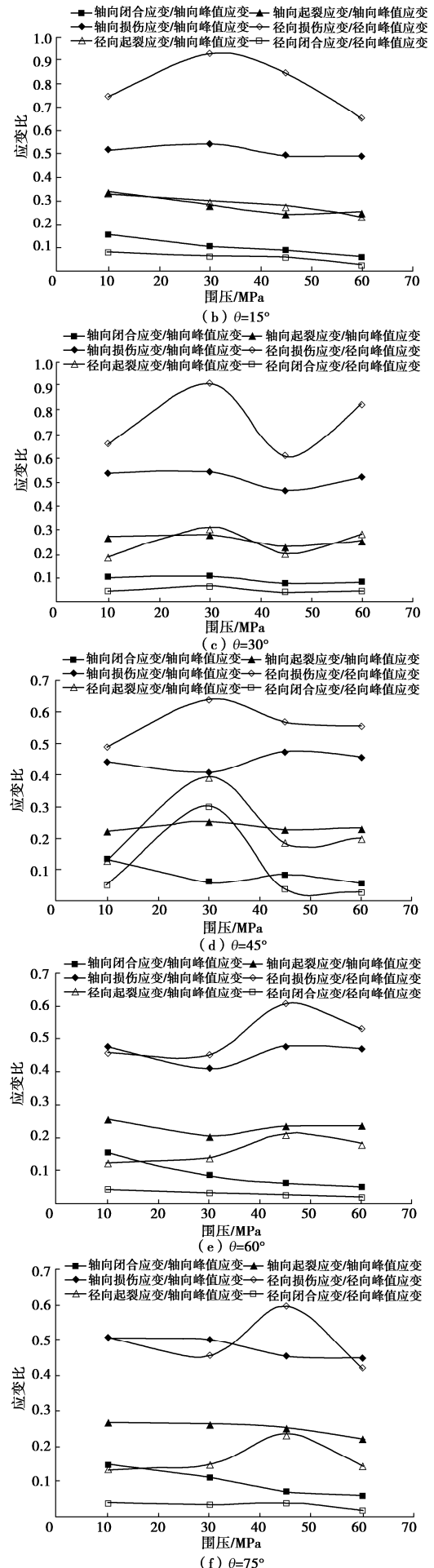
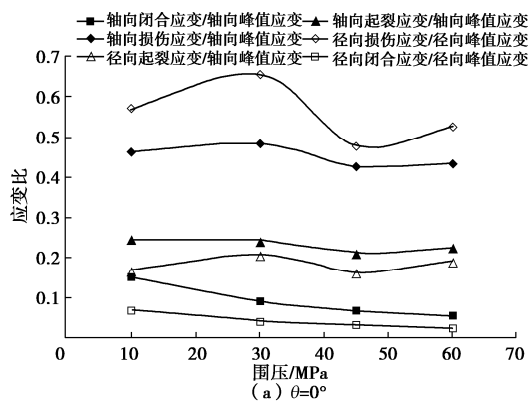


图5 应变门槛值随围压变化曲线

Fig. 5 Curves of strain threshold with confining pressure

图6绘制了不同倾角下应变比值随围压的演化曲线。对于轴向应变, 总体而言 θ 由 0° 变为 90° , 上述3个应变比值随围压增大起伏较小, 其中闭合应变/峰值应变、起裂应变/峰值应变均随着围压的增大而逐渐减小, 而损伤应变/峰值应变之比值的变化规律与倾角相关, 具体来看, 倾角为 0° , 15° , 75° , 90° 时, 该比值随围压增大稳定减小, 而当倾角为 30° , 45° , 60° 时, 比值先减小后增大, 但是变化幅度很小。



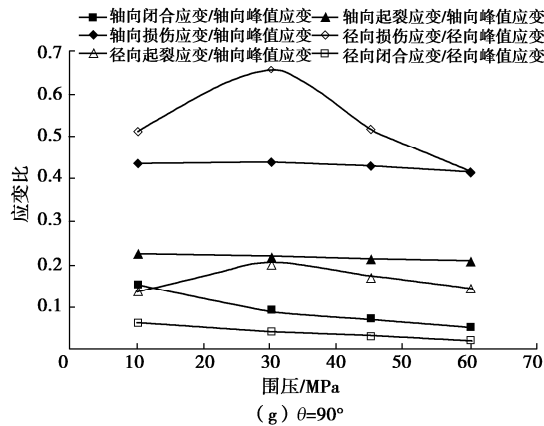


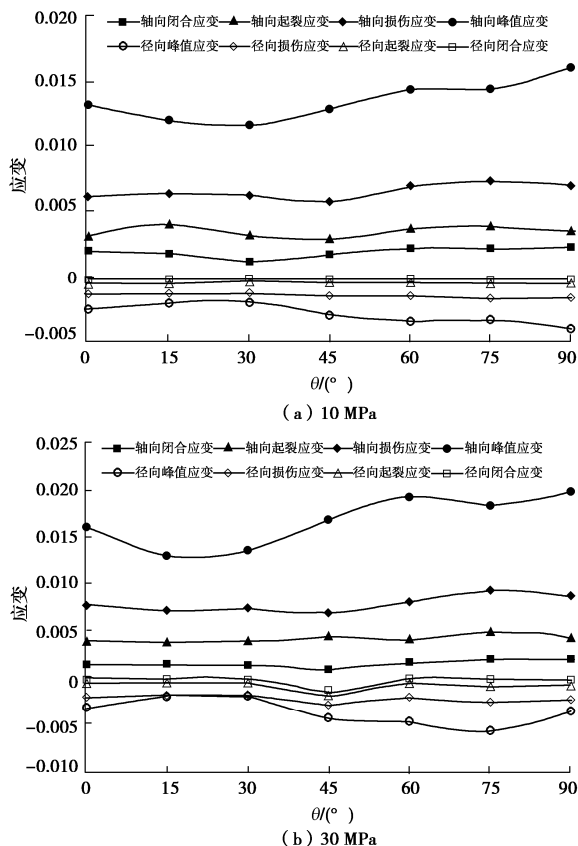
图 6 应变比值随围压变化曲线

Fig. 6 Variation of strain ratio with confining pressure

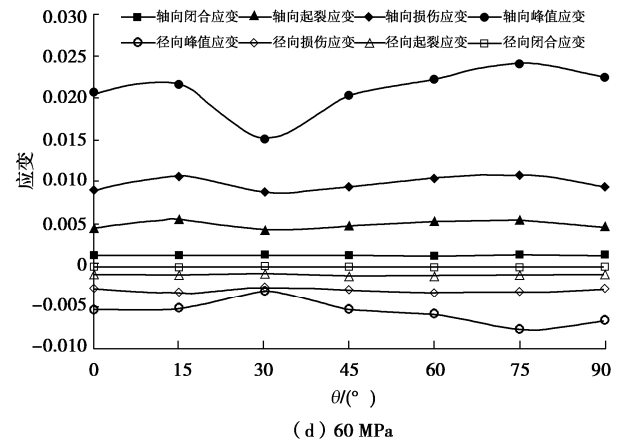
对于径向应变, 闭合应变/峰值应变、起裂应变/峰值应变随着围压增大表现出一定波动性, 但变化幅度不大, 而损伤应变/峰值应变随围压增大其波动性较强, 变化明显, 总体呈现出先增大后减小的变化规律。

(2) 层理面影响规律

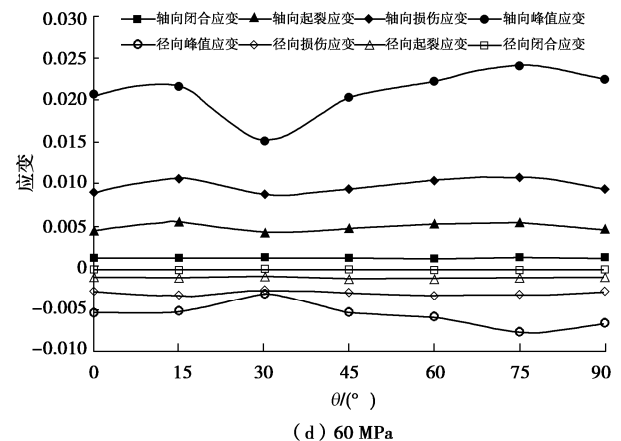
不同围压下页岩应力门槛对应的轴向应变、径向应变与倾角 θ 关系曲线如图 7。轴向应变及径向应变闭合规律一致: 围压恒定时, 页岩峰值应变随倾角 θ 的增大表现出明显的波动性, 总体而言, 峰值应变随着倾角 θ 由 0° 增大为 90° , 其值先减小后增大, 即 0° 和 90° 时峰值应变最大, 而 θ 为 $15^\circ \sim 45^\circ$ 时最小。闭合应变、起裂应变及损伤应变与倾角 θ 的相关性不强, 倾角的变化对三者大小无显著影响。



(b) 30 MPa



(d) 60 MPa

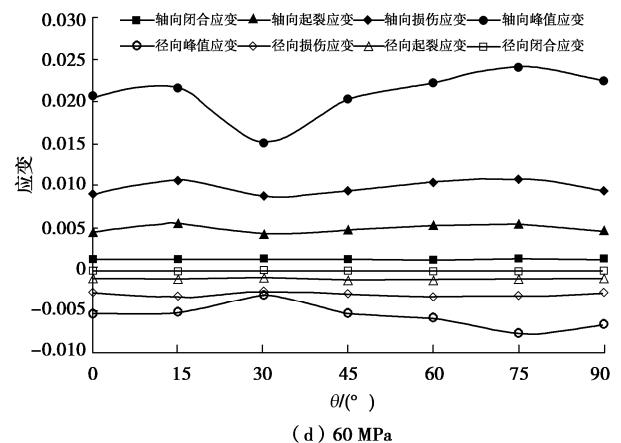


(c) 45 MPa

图 7 应力门槛值与 θ 关系曲线

Fig. 7 Variation of strain threshold with dip angle

应力门槛值对应的轴向应变与峰值轴向应变之比、径向应变与峰值径向应变之比, 随倾角变化曲线如图 8。倾角的变化对轴向应变与峰值轴向应变之比、径向应变与峰值径向应变之比的影响规律大致相同: 倾角的变化对闭合应变/峰值应变影响不明显; 起裂应变/峰值应变及损伤应变/峰值应变随倾角的变化, 表现出一定的起伏特征, 尤其是损伤应变/峰值应变, 其波动性更为显著; 随着围压由 30 MPa 增大为 45 MPa, 倾角对两者的影响减弱, 即不同倾角时起裂应变/峰值应变、损伤应变/峰值应变大小差异减小。



(d) 60 MPa

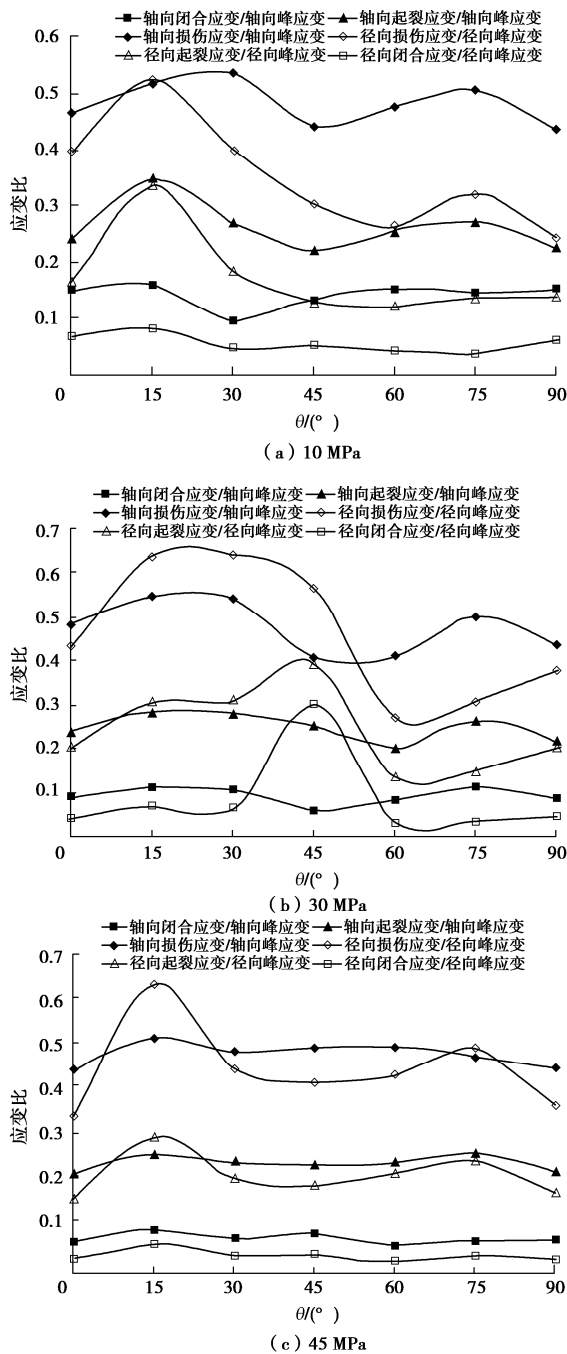
图8 应变比随 θ 变化曲线

Fig. 8 Variation of strain ratio with dip angle

3 讨论

龙马溪页岩闭合应力随围压增大基本保持恒定 (图1), 这与花岗岩及大理岩等均质岩石的试验结果一致, 同时层理面倾角对闭合应力影响不明显 (图3)。此外, 相同围压条件下, 起裂应力大小对层理面倾角也不敏感 (图3)。这表明, 赋存于页岩基质内随机分布的微裂隙、孔洞等缺陷, 在外荷载作用下其闭合及起裂过程几乎不受层理面的影响, 与均质岩石性质类似。新生裂纹起裂后随着荷载的增大稳定扩展, 当新生裂纹扩展至与层理面交汇时, 其扩展方向及裂纹长

度将受到层理面的影响而发生变化 (沿着层理面扩展或穿越层理面后继续在基质内扩展); 此外, 新生裂纹之间的交汇、搭接也同样会受到层理面的影响而发生变化, 显然层理面倾角的大小及其本身的强度特性是对上述裂纹的扩展行为造成不同影响效果的主要因素, 这是造成龙马溪页岩损伤应力 σ_{cd} 及峰值应力 σ_f 表现出明显各向异性现象 (图2, 3) 的内在原因。

低围压下龙马溪页岩的应力比 σ_{cd}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cc}/σ_f 随倾角增加表现出一定的波动性, 随着围压增大应力比趋向于稳定 (图4), 与此同时, 层理面倾角对应变比值的影响减弱 (图8), 这说明围压增大后, 层理面对裂纹扩展的影响效应在减弱。试样表现出的破坏模式可以从另一个角度说明此问题: 文献[12]中页岩典型破坏照片可以看出, 围压小于30 MPa时, 表现出沿层理面的剪切或劈裂; 而当围压超过45 MPa后, 试样宏观破坏模式主要为穿切层理面的剪切破坏, 破裂面受层理面倾角影响很小。

4 结论

(1) 龙马溪页岩的起裂应力 σ_{ci} 、损伤应力 σ_{cd} 和峰值应力 σ_f 随围压增大的均近似成线性规律增大, 而闭合应力 σ_{cc} 的数值受围压影响不大; σ_{ci}/σ_f , σ_{cd}/σ_f 随着围压增大基本保持不变, σ_{cc}/σ_f 随着围压增大而减小。

(2) 层理面倾角对龙马溪页岩的 σ_{cd} , σ_f 具有显著影响, 而对 σ_{cc} , σ_{ci} 影响不显著; 倾角 θ 由0°增至90°, σ_{cd} , σ_f 呈现先减小后增大的规律; 低围压下应力比 σ_{cd}/σ_f , σ_{ci}/σ_f , σ_{cc}/σ_f 随倾角增加表现出一定的波动性, 随着围压增大层理面倾角对应力比影响减弱。

(3) 应力门槛值对应的轴向应变及径向应变随围压增大表现出相同的变化规律: 起裂应变、损伤应变及峰值应变随围压的增大均呈现出稳定增长的变化趋势, 其中峰值应变增长速率最快, 损伤应变次之, 而起裂应变增长速率最小。对于轴向应变, 门槛值对应的闭合应变/峰值应变、起裂应变/峰值应变及损伤应变/峰值应变, 总体呈现随着围压的增大而逐渐减小。对于径向应变, 门槛值对应的损伤应变/峰值应变随围压增大起伏明显。

(4) 应力门槛值对应的轴向应变及径向应变随倾角 θ 的增大表现出相同的变化规律: 峰值应变随倾角 θ 由0°增大为90°, 先减小后增大, 闭合应变、起裂应变及损伤应变与倾角 θ 的相关性不强; 倾角的变化对闭合应变/峰值应变影响不明显, 起裂应变/峰值应变及损伤应变/峰值应变随倾角 θ 的改变, 表现出一

定的起伏特征; 围压超过 45 MPa 后, 层理面倾角对应变比的影响减弱。

致 谢: 衷心感谢四川大学能源工程安全与灾害力学教育部重点实验室何柏教授、谢凌志教授提供的页岩三轴试验数据!

参考文献:

- [1] 侯振坤, 杨春和, 郭印同, 等. 单轴压缩下龙马溪组页岩各向异性特征研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(9): 2541 - 2550. (HOU Zhen-kun, YANG Chun-he, GUO Yin-tong, et al. Experimental study on anisotropic properties of Longmaxi formation shale under uniaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(9): 2541 - 2550. (in Chinese))
- [2] 衡 帅, 杨春和, 李 芷, 等. 基于能量耗散的页岩脆性特征[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, **47**(2): 577 - 585. (HENG Shuai, YANG Chun-he, LI Zhi, et al. Shale brittleness estimation based on energy dissipation[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, **47**(2): 577 - 585. (in Chinese))
- [3] 班宇鑫, 傅 翔, 谢 强, 等. 页岩巴西劈裂裂缝形态评价及功率谱特征分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(12): 2307 - 2315. (BAN Yu-xin, FU Xiang, XIE Qiang, et al. Evaluation of fracture morphology of shale in Brazilian tests and analysis of power spectral characteristics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(12): 2307 - 2315. (in Chinese))
- [4] GENG Z, CHEN M, JIN Y, et al. Experimental study of brittleness anisotropy of shale in triaxial compression[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2016, **36**: 510 - 518.
- [5] 汪 虎, 郭印同, 王 磊, 等. 不同深度页岩储层力学各向异性的试验研究[J]. 岩土力学, 2017, **38**(9): 2496 - 2506. (WANG Hu, GUO Yin-tong, WANG Lei, et al. An experimental study on mechanical anisotropy of shale reservoirs at different depths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(9): 2496 - 2506. (in Chinese))
- [6] HENG S, LI X Z, LIU X, et al. Experimental study on the mechanical properties of bedding planes in shale[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2020, **76**: 103161.
- [7] YANG S Q, YIN P F, RANJITH P G. Experimental study on mechanical behavior and brittleness characteristics of longmaxi formation shale in Changning, Sichuan basin, China[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, **53**(5): 2461 - 2483.
- [8] REN L, XIE H P, SUN X, et al. Characterization of anisotropic fracture properties of Silurian Longmaxi shale[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2021, **54**(2): 665 - 678.
- [9] ZHAI H Y, CHANG X, ZHU W, et al. Study on anisotropy of Longmaxi shale using hydraulic fracturing experiment[J]. Science China Earth Sciences, 2021, **64**(2): 260 - 277.
- [10] 衡 帅, 杨春和, 曾义金, 等. 基于直剪试验的页岩强度各向异性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(5): 874 - 883. (HENG Shuai, YANG Chun-he, ZENG Yi-jin, et al. Anisotropy of shear strength of shale based on direct shear test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(5): 874 - 883. (in Chinese))
- [11] 侯 冰, 陈 勉, 张保卫, 等. 裂缝性页岩储层多级水力裂缝扩展规律研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1041 - 1046. (HOU Bing, CHEN Mian, ZHANG Bao-wei, et al. Propagation of multiple hydraulic fractures in fractured shale reservoir[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1041 - 1046. (in Chinese))
- [12] 何 柏, 谢凌志, 李凤霞, 等. 龙马溪页岩各向异性变形破坏特征及其机理研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, **47**(11): 107 - 118. (HE Bo, XIE Ling-zhi, LI Feng-xia, et al. Anisotropic mechanism and characteristics of deformation and failure of Longmaxi shale[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2017, **47**(11): 107 - 118. (in Chinese))
- [13] 张 萍, 杨春和, 汪 虎, 等. 页岩单轴压缩应力-应变特征及能量各向异性[J]. 岩土力学, 2018, **39**(6): 2106 - 2114. (ZHANG Ping, YANG Chun-he, WANG Hu, et al. Stress-strain characteristics and anisotropy energy of shale under uniaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(6): 2106 - 2114. (in Chinese))
- [14] MARTIN C D, CHANDLER N A. The progressive fracture of Lac du Bonnet granite[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1994, **31**(6): 643 - 659.
- [15] EBERHARDT E, STEAD D, STIMPSON B, et al. Identifying crack initiation and propagation thresholds in brittle rock[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, **35**(2): 222 - 233.
- [16] ZHANG X P, LV G G, LIU Q S, et al. Identifying accurate crack initiation and propagation thresholds in siliceous siltstone and limestone[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2021, **54**(2): 973 - 980.
- [17] NICKSIAR M, MARTIN C D. Evaluation of methods for determining crack initiation in compression tests on low-porosity rocks[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, **45**(4): 607 - 617.