

DOI: 10.11779/CJGE202112015

# 横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型及参数变化规律研究

郭楠<sup>1</sup>, 陈正汉<sup>1,2</sup>, 杨校辉<sup>\*1</sup>, 郭剑峰<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 陆军勤务学院军事设施系, 重庆 401311)

**摘要:** 为了建立能同时反映成层地基土横观各向同性和非饱和特性的本构模型, 通过理论分析和系统的室内试验, 对横观各向同性非饱和土的力学特性和本构模型做了深入系统的研究。首先, 以非饱和土力学和弹塑性理论为基础, 建立了横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型; 其次, 进行了多种应力路径的非饱和土三轴试验, 揭示了横观各向同性非饱和土的力学特性与水量变化特性; 再次, 分析研究了模型参数随应力状态的变化规律, 提出了相应的数学表达式; 最后, 通过不同条件的非饱和土试验, 初步验证了本文所建立本构模型的合理性。研究成果可为天然成层地基和大量填土工程设计提供科学依据和理论支持, 丰富和发展非饱和土的本构模型。

**关键词:** 横观各向同性; 非饱和土; 增量非线性; 本构模型

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2021)12-2283-08

**作者简介:** 郭楠(1987—), 女, 博士, 讲师, 主要从事非饱和土与特殊土力学及地基处理等方面的教学和科研。E-mail: 355094754@qq.com。

## Incremental nonlinear constitutive model and parameter variation of transversely isotropic unsaturated soils

GUO Nan<sup>1</sup>, CHEN Zheng-han<sup>1,2</sup>, YANG Xiao-hui<sup>1</sup>, GUO Jian-feng<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Department of Military Installation, Army Service University, Chongqing 401311, China)

**Abstract:** In order to establish the constitutive model that can simultaneously reflect the unsaturated state, transverse isotropy and nonlinearity of soils, the mechanical properties and constitutive models of unsaturated transverse isotropic soils are systematically studied. First, an incremental nonlinear transverse isotropic constitutive model for unsaturated soils is established based on the theories of unsaturated soil mechanics and elastoplasticity. Next, the triaxial tests on unsaturated soils with various stress paths are carried out, revealing the deformation strength characteristics and water volume variation characteristics of unsaturated transverse isotropic soils. Again, the variation laws of model parameters with stress state are analyzed, and the corresponding mathematical expressions are put forward. Finally, the variation laws of model parameters with stress state are analyzed, and the corresponding mathematical expressions are put forward. The research results can provide scientific basis and theoretical support for the design of natural layered foundations and large-area filling projects. The research enriches and develops the constitutive model theories of unsaturated soils.

**Key words:** transverse isotropy; unsaturated soil; incremental nonlinearity; constitutive model

## 0 引言

土的各向异性及其宏观力学效应是土的重要力学特性,也是目前国内外土力学领域较为关注的问题之一。各向异性显著影响材料的强度与变形<sup>[1]</sup>,而地基土的各向异性在大多数情况下表现为横观各向同性<sup>[2]</sup>,亦即为层状结构。横观各向同性土体广泛分布,例如天然沉积形成的成层地基和机场、大坝、路堤等分层填筑的填土工程,都具有横观各向同性。郭楠等<sup>[3-4]</sup>和陈

天宇等<sup>[5]</sup>的一系列横观各向同性岩土材料的试验研究均表明,各向异性的影响不容忽视,研究和建立能够合理描述横观各向同性土体强度与变形特性的本构模型十分必要。

研究土的横观各向同性必须综合考虑材料横观各

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(11672330); 甘肃省青年科技基金计划项目(20JR10RA200, 20JR5RA434); 甘肃省高校创新基金项目

**收稿日期:** 2020-12-16

**\*通信作者** (E-mail: yxhui86@126.com)

向同性的影响、应力大小和方向的影响,主要研究方法包括组构张量法<sup>[6]</sup>、微观结构张量法<sup>[7]</sup>和主应力空间坐标旋转法<sup>[8]</sup>等。目前,关于横观各向同性土体强度与变形特性的本构模型研究,已有不少有益成果。路德春等<sup>[9]</sup>建立了能够反映横观各向同性土体强度与变形行为的非正交弹塑性本构模型。许萍等<sup>[10]</sup>对 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 各向同性强度表达式进行了修正,建立了横观各向同性的 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 强度准则。

中国大部分地区的天然地基土和填土大都处于非饱和状态,故基质吸力的影响不能忽略。现有的本构模型大都没有同时反映横观各向同性与非饱和状态这两个重要特征,因而都不能用于非饱和横观各向同性地基的变形计算。因此,本文通过系统的室内三轴试验、理论分析等手段,建立了横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型。本文研究成果可为天然成层地基和大面积填土工程的设计提供理论支持。

## 1 模型的理论表述

以非饱和土力学和弹塑性理论为基础,在经典横观各向同性弹性本构方程的基础上,同时考虑净总应力 $\sigma_{ij}-u_a$ 和基质吸力 $s=u_a-u_w$ 的贡献,横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型可表述为

对土骨架变形:

$$d\varepsilon_z = \frac{d(\sigma_z - u_a)}{E_{vt}} - \frac{\nu_{hvt}}{E_{ht}} d(\sigma_x - u_a) - \frac{\nu_{hvt}}{E_{ht}} d(\sigma_y - u_a) + \frac{ds}{H_{vt}}, \quad (1)$$

$$d\varepsilon_x = \frac{d(\sigma_x - u_a)}{E_{ht}} - \frac{\nu_{hht}}{E_{ht}} d(\sigma_x - u_a) - \frac{\nu_{vht}}{E_{vt}} d(\sigma_z - u_a) + \frac{ds}{H_{ht}}, \quad (2)$$

$$d\varepsilon_y = \frac{d(\sigma_y - u_a)}{E_{ht}} - \frac{\nu_{hht}}{E_{ht}} d(\sigma_x - u_a) - \frac{\nu_{vht}}{E_{vt}} d(\sigma_z - u_a) + \frac{ds}{H_{ht}}, \quad (3)$$

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{yx} = \frac{d\tau_{xy}}{G_{ht}}, \quad d\gamma_{yz} = \frac{d\tau_{yz}}{G_{vt}}, \quad d\gamma_{zx} = \frac{d\tau_{zx}}{G_{vt}}. \quad (4)$$

水量变化:

$$d\vartheta_w = \frac{dp}{K_{wpt}} + \frac{ds}{K_{wst}} + \frac{dq}{K_{wqt}}. \quad (5)$$

式中  $E_{ht}$  为水平方向的切线杨氏模量;  $E_{vt}$  为竖直方向的切线杨氏模量;  $G_{vt}$  为竖直面上的切线剪切模量,  $G_{ht}$  为水平面的剪切模量;  $\nu_{hht}$  为水平向的正应力引起与其正交水平向应变的泊松比,  $\nu_{vht}$  为竖直向应力引起水平向应变的泊松比,  $\nu_{vht}$  为水平向的正应力引起竖直向应变的泊松比;  $H_{vt}$  为与吸力相关的竖向变形模量,  $H_{ht}$  为与吸力相关的水平向变形模量;  $K_{wpt}$ ,  $K_{wst}$  和  $K_{wqt}$  为与净平均应力、吸力和偏应力相关的水的体积模量;  $u_a$  为孔隙气压力;  $\vartheta_w$  为体积含水率;  $dp$  为

净平均应力增量;  $dq$  为偏应力增量;  $ds$  为基质吸力增量。

其中,  $G_{ht} = \frac{E_{ht}}{2(1+\nu_{hht})}$ ,  $\frac{\nu_{vht}}{E_{vt}} = \frac{\nu_{hvt}}{E_{ht}}$ , 故上述方程式

中只有10个参数是独立的,其中描述土骨架变形的参数有7个,描述水量变化的参数有3个。

由于模型参数的确定要用非饱和土三轴试验,故需要把方程式(1)~(5)对应的增量形式改成三轴应力状态下的表达形式:

$$d\varepsilon_1 = \frac{d(\sigma_1 - u_a)}{E_{vt}} - 2\frac{\nu_{hvt}}{E_{ht}} d(\sigma_3 - u_a) + \frac{ds}{H_{vt}}, \quad (6)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{1-\nu_{hht}}{E_{ht}} d(\sigma_3 - u_a) - \frac{\nu_{vht}}{E_{vt}} d(\sigma_1 - u_a) + \frac{ds}{H_{ht}}, \quad (7)$$

$$d\vartheta_w = \frac{dp}{K_{wpt}} + \frac{ds}{K_{wst}} + \frac{dq}{K_{wqt}}. \quad (8)$$

式(6)~(8)中包含9个切线模型参数,需要多个应力路径的非饱和土三轴试验测定。

## 2 模型中各参数的测定及其随应力状态变化的规律

试验设备采用陆军勤务学院改进升级的非饱和土三轴仪,试验用土取自延安新区工地现场,为重塑Q3黄土,土体的基本物理性质如表1所示。

表1 土样的基本物理指标

Table 1 Physical parameters of soil samples

相对质量 密度 $G_s$	塑限 $w_p$ /%	液限 $w_l$ /%	最大干密 度 $\rho_{dmax}$	最优含水 率 $w_{op}$ /%
2.71	17.3	31.1	1.91	12.5

用于确定模型参数试验的土样必须是横观各向同性非饱和土,故试验前需首先制备横观各向同性土样,具体的制备方法见文献[3]。根据延安新区某一区域填方的压实度,本文重塑试样的干密度控制为1.51 g/cm<sup>3</sup>,含水率控制为18.6%。

为求出模型中所有参数,设计6种应力路径的非饱和土三轴试验。为此,对每一种应力路径依据式(6)~(8)解出对应参数的表达式,这些表达式即为用非饱和土三轴试验确定模型参数的理论依据。

### 2.1 控制净围压和吸力都等于常数的三轴排水剪切试验

控制净围压、吸力均为常数,进行了24个横观各向同性试样的三轴固结排水剪切试验,试验方案列于表2。在该试验条件下,由式(6),(7)可得

$$E_{vt} = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \frac{dq}{d\varepsilon_1}, \quad (9)$$

$$\nu_{vht} = -\frac{d\varepsilon_3}{d\sigma_1} E_{vt} = -\frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1}. \quad (10)$$

表 2 试验研究方案

Table 2 Test plan

控制竖向压力 /kPa	控制净围压 /kPa	控制基质吸力 /kPa
		0
100	100	50
200	200	100
	300	200

图 1 为试样的偏应力 - 轴向应变曲线和轴向应变 - 体应变关系曲线, 试样的破坏形式均属于塑性破坏, 取轴向应变等于 15% 时的偏应力为破坏应力。参照文献[4]的处理方法, 可求出各试样的强度与变形参数列于表 3。

由表中参数可求得土样的切线变形模量表达式为

$$E_{vt} = \left( C \frac{s}{p_a} + D \right) p_a \left( \frac{\sigma_3 - u_a}{p_a} \right)^n \cdot \left[ 1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2(\sigma_3 - u_a) \sin \varphi} \right]^2, \quad (11)$$
$$v_{vht} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{E_t}{3K_t} \right). \quad (12)$$

式中  $C, D$  为本节试验中  $k-s$  关系曲线的斜率和截距;  $c$  为表观黏聚力;  $\varphi$  为有效内摩擦角;  $p_a$  为标准大气压;  $R_f$  为破坏比,  $R_f = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 。

2 个参数均受吸力、净围压和应力水平的影响,  $E_{vt}$  可由  $s, (\sigma_3 - \mu_a)$  及相应的  $n, R_f, c, \varphi$  求得,  $v_{vht}$

由  $E_{vt}$  和切线体积模量  $K_t$  确定, 而  $K_t$  受净围压的影响不大, 受吸力的影响较大。

2.2 控制吸力和偏应力都为常数的各向等压排水试验

控制吸力和偏应力都为常数的各向等压排水试验条件下, 由式 (8) 得

$$K_{wpt} = \frac{dp}{d\epsilon_w} \quad (13)$$

由式 (6), (7) 可得

$$\frac{1 - 2v_{vht}}{E_{vt}} + 2 \frac{1 - v_{hht} - v_{hvt}}{E_{vt}} = \frac{d\epsilon_v}{dp} \quad (14)$$

本节进行了 6 个控制吸力 (50, 100, 200 kPa) 及偏应力 (100, 200 kPa) 均为常数的各向等压排水试验。试验包括  $K_0$  预固结及等向压缩两个阶段, 首先试样在相应的吸力及偏应力下进行  $K_0$  预固结, 具体方法见文献[3], 本文中的其余各种试验均包含该阶段, 此后不再赘述。待试样的轴向变形及排水稳定后  $K_0$  预固结结束, 再给试样在相同的吸力及偏应力下分级施加净平均应力, 研究不同压力下试样的排水特性和体变, 进而求出净平均应力  $p$  和水相体变  $\epsilon_w$  的关系, 如图 2 所示。

由图 2 可知, 试样的水相体变随净平均应力的增大而增大, 且关系曲线近似呈直线。由于试样  $K_0$  预固结过程中的吸力及偏应力不同, 则试样的  $\epsilon_w - p$  关系

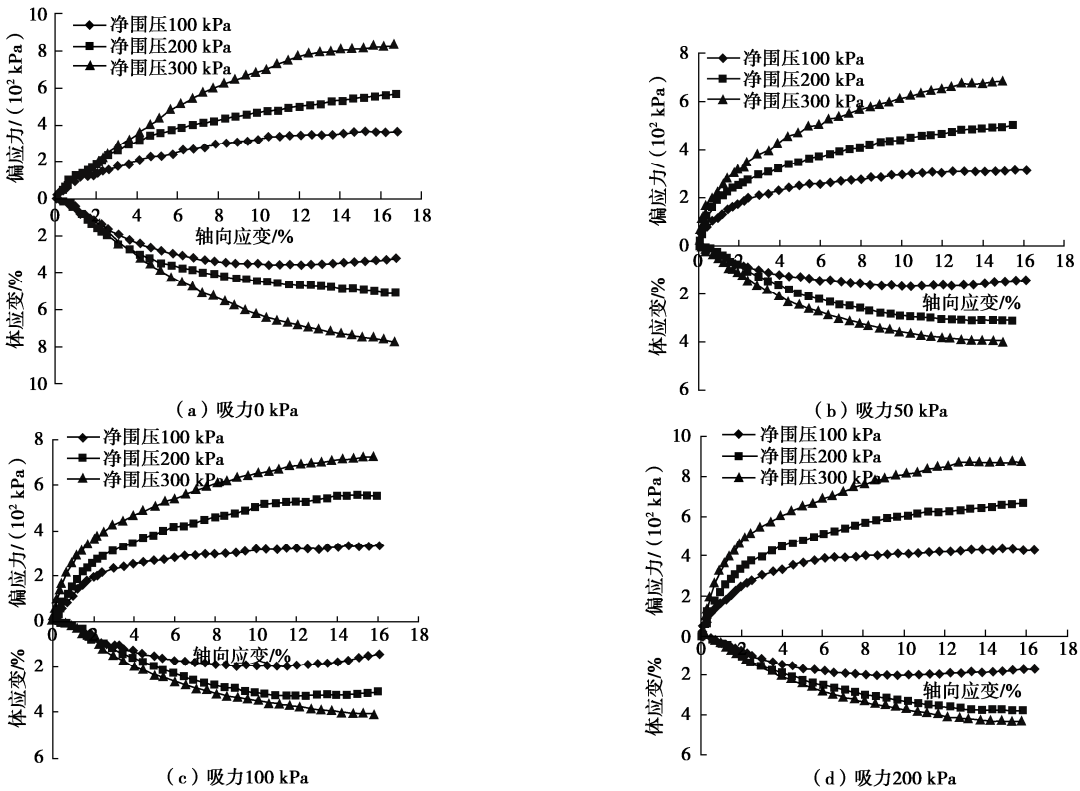


图 1 横观各向同性试样的  $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_a$  及  $\epsilon_a - \epsilon_v$  关系曲线

Fig. 1 Relation curves of  $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_a$  and  $\epsilon_a - \epsilon_v$

表 3 土样的强度与变形参数  
Table 3 Strength and deformation parameters of soil samples

吸力 /kPa	$(\sigma_3 - u_a)$ /kPa	$q_f$ /kPa	$p_f$ /kPa	$\tan \omega$	$\varphi'$ /( $^\circ$ )	$\xi$	$c/\text{kPa}$	$R_f$ 平均值	$k$	$n$
0	100	367.7	226.6	1.21	31.39	86.01	41.63	0.80	108.4	0.45
	200	596.2	398.7							
	300	831.0	593.7							
50	100	312.1	204.0	1.15	28.93	77.72	37.25	0.85	161.3	0.53
	200	503.8	367.9							
	300	686.9	529.0							
100	100	333.0	211.0	1.20	30.04	84.15	42.07	0.85	192.2	0.54
	200	557.7	385.9							
	300	733.0	544.3							
200	100	433.3	244.4	1.27	31.61	125.2	62.61	0.88	239.9	0.61
	200	666.0	422.0							
	300	873.8	591.3							

曲线的初始水相体变不同。

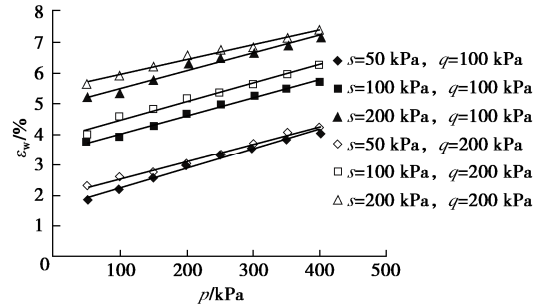


图 2 试样的  $\varepsilon_w - p$  关系曲线

Fig. 2  $\varepsilon_w - p$  curves of samples

由式 (13) 可知,  $K_{wpt}$  可用  $\varepsilon_w - p$  关系曲线斜率的倒数表示。用最小二乘法拟合得到  $\varepsilon_w - p$  关系曲线的斜率, 用  $X_1$  表示, 并列于表 4 中, 求其倒数即可得到  $K_{wpt}$ 。分析表 4 可知, 相同偏应力下, 吸力越大试样的  $K_{wpt}$  越大。相同吸力下, 偏应力对  $K_{wpt}$  的影响不大。根据表中数据做出  $K_{wpt} - s$  关系曲线如图 3 所示, 拟合其关系式为

$$K_{wpt} = \left( I \ln \frac{s}{p_a} + J \right) p_a \quad (15)$$

式中,  $I=19.30$ ,  $J=170.54$ 。

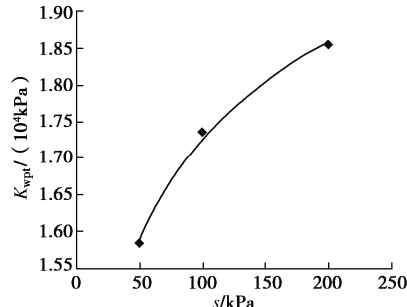


图 3 试样的  $K_{wpt} - s$  关系曲线

Fig. 3  $K_{wpt} - s$  curves of samples

$K_{vpt}/p_a$  与  $s/p_a$  近似呈对数关系。

图 4 是试样的体应变  $\varepsilon_v$  与净平均应力  $p$  的关系曲线, 将曲线近似拟合为直线, 斜率用  $X_2$  表示, 列于表 4 中。分析表 4 可知, 不同应力条件下的  $X_2$  值不同, 同一偏应力下, 吸力为 50, 100 kPa 的试样的  $X_2$  值比较接近, 但吸力为 200 kPa 时,  $X_2$  值小得多。同一吸力下, 偏应力的大小对  $X_2$  值略有影响, 但为了方便计算可忽略不计取其平均值。

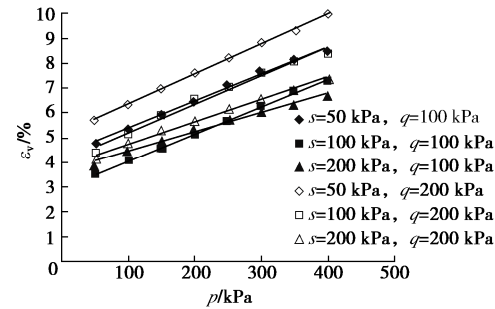


图 4 试样的  $\varepsilon_v - p$  关系曲线

Fig. 4  $\varepsilon_v - p$  curves of samples

表 4 土样的  $\varepsilon_w - p$ ,  $\varepsilon_v - p$  关系曲线的斜率

Table 4 Slopes of  $\varepsilon_w - p$  and  $\varepsilon_v - p$  relation curves of samples

$q$ /kPa	$s$ /kPa	$X_1$ / $10^{-5}$	$X_2$ / $10^{-5}$	$K_{wpt}$ /MPa
100	50	6.35	10.98	15.75
	100	5.58	10.88	17.91
	200	5.47	7.89	18.27
200	50	6.28	12.04	15.92
	100	5.93	11.67	16.86
	200	5.31	9.12	18.83

对  $d\varepsilon_v/dp - s$  关系曲线进行拟合可得表达式为

$$\frac{d\varepsilon_v}{dp} = -2 \times 10^{-5} \frac{s}{p_a} + 0.0001 \quad (16)$$

式 (14) 左边第一项中的两个参数由式 (9), (10)

表达; 第二项包含 3 个参数, 结合约束条件  $\frac{V_{vh}}{E_v} = \frac{V_{hv}}{E_h}$ , 则只有两个是独立的, 故除了式 (16) 外, 还需要再补充一个关系式, 见 2.5 节。

2.3 控制吸力和净平均应力都等于常数、偏应力增大的三轴排水剪切试验

控制吸力和净平均应力都等于常数、偏应力增大的三轴排水剪切试验条件下, 由式 (8) 得

$$K_{wqt} = \frac{dq}{d\sigma_w} \quad (17)$$

试验包括  $K_0$  预固结及排水剪切两个阶段,  $K_0$  预固结结束后, 控制试样的吸力 (50, 100, 200 kPa) 及净平均应力 (100, 200, 300 kPa) 为定值, 对试样分级施加偏应力。

图 5 是试样的水相体变与偏应力之间的关系曲线。由图 5 可知, 吸力对水相体变的影响较大, 经过  $K_0$  预固结后, 吸力越大试样的水相体变越大。相同吸力下, 试样的偏应力越大, 水相体变就越大。拟合可得各趋势线的斜率  $X_3$  及参数  $K_{wqt}$ , 列于表 5 中。分析表 5 可知, 相同吸力下, 除个别试样外 (吸力 200 kPa, 偏应力 200 kPa), 随着净平均应力的增大, 关系曲线的斜率变化并不大, 可取其平均值进行分析计算。

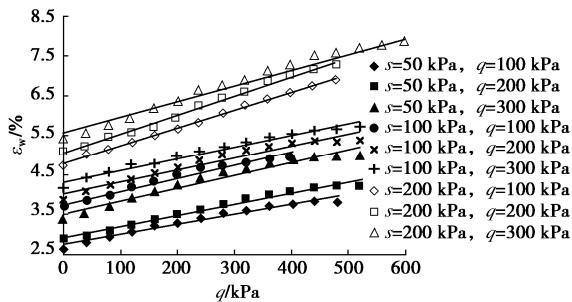


图 5 试样的  $\varepsilon_w - q$  关系曲线

Fig. 5  $\varepsilon_w - q$  curves of samples

表 5 土样的  $\varepsilon_w - q$  关系曲线的斜率

Table 5 Slopes of  $\varepsilon_w - q$  relation curves of samples

$s$ /kPa	$p$ /kPa	$g$ / $10^{-5}$	$X_3$ 平均值 / $10^{-5}$	$K_{wqt}$ /MPa	$K_{wqt}$ 平均值 /MPa
50	100	2.48		40.30	
	200	2.78	2.83	35.97	35.3
	300	3.24		30.86	
100	100	3.23		30.96	
	200	2.99	3.06	33.44	32.68
	300	2.97		33.67	
200	100	4.47		22.37	
	200	4.78	4.39	20.92	22.78
	300	3.91		25.57	

根据表 5 中数据可拟合得  $K_{wqt} - s$  关系式:

$$K_{wqt} = Ls + Mp_a \quad (18)$$

式中,  $L=-85.69$ ,  $M=397.33$ 。

2.4 控制净平均应力等于常数和偏应力等于零、吸力逐级增大的三轴试验

在控制净平均应力等于常数和偏应力等于零、吸力逐级增大的三轴试验条件下, 由式 (8) 得

$$K_{wqt} = \frac{ds}{d\sigma_w} \quad (19)$$

本节共包含 3 个试验,  $K_0$  预固结结束, 进行控制净平均应力分别为 50, 100, 200 kPa, 偏应力为 0 kPa, 吸力逐级施加的三轴试验。

试验过程中量测试样的排水量、轴向应变与体应变, 除了可得到式 (19) 外, 还能从式 (6), (7) 得

$$H_{vt} = \frac{ds}{d\varepsilon_1} \quad (20)$$

$$H_{ht} = \frac{ds}{d\varepsilon_3} \quad (21)$$

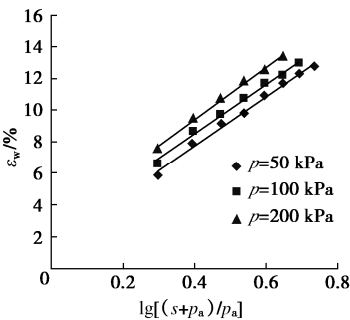


图 6 试样的  $\varepsilon_w - \lg[(s + p_a) / p_a]$  关系曲线

Fig. 6  $\varepsilon_w - \lg[(s + p_a) / p_a]$  curves of samples

图 6 是试样的  $\varepsilon_w - \lg[(s + p_a) / p_a]$  关系曲线。由图可知,  $K_0$  预固结结束后, 3 个试样的水相体变差值不大, 试样的含水率逐渐较小, 水相体变逐级增大。拟合出各曲线的斜率  $X_4$ , 列于表 6, 根据斜率  $X_4$  可求出参数  $K_{wst}$ 。参数  $K_{wst}$  受净平均应力的影响很小, 计算时可取其平均值 6.32 MPa。

表 6 各曲线的斜率及相关的参数

Table 6 Slopes of each curve and related parameters

$p$ /kPa	$q$ /kPa	$X_4$ / $10^{-2}$	$X_5$ / $10^{-5}$	$X_6$ / $10^{-5}$	$K_{wst}$ /MPa	$H_{vt}$ /MPa	$H_{ht}$ /MPa
50	0	15.57	0.15	2.1	6.42	666.7	47.62
100	0	15.56	0.20	3.0	6.43	500.0	33.33
200	0	16.35	0.17	4.9	6.12	588.0	20.41

图 7, 8 分别是试样的  $\varepsilon_a - s$  及  $\varepsilon_r - s$  关系曲线,  $\varepsilon_a$  是试样的轴向应变,  $\varepsilon_r$  是试样的径向应变。由图 7 可知在一定的净平均应力条件下, 随着吸力的增大, 试样的轴向应变逐渐增大。拟合可得直线的斜率  $X_5$ , 列

于表6中。由于试验控制偏应力等于零,在净平均应力作用下试样的轴向应变很小。

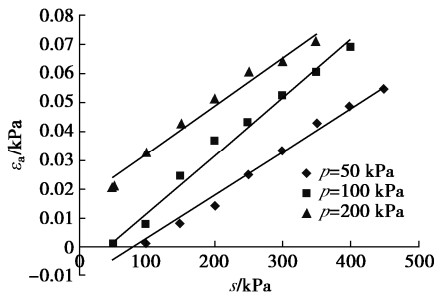


图7 试样的  $\varepsilon_a - s$  关系曲线

Fig. 7  $\varepsilon_a - s$  curves of samples

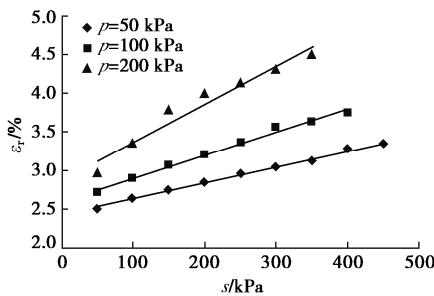


图8 试样的  $\varepsilon_r - s$  关系曲线

Fig. 8  $\varepsilon_r - s$  curves of samples

分析图8可知,  $K_0$  预固结结束后, 3个试样的径向应变差值不大, 但试验第二阶段在吸力及净平均应力的作用下, 径向应变变化较大。拟合出曲线的斜率  $X_6$ , 列于表6。由式(20), (21)及  $X_5$ ,  $X_6$  可求得参数  $H_{vt}$ ,  $H_{ht}$  列于表6。

由表6数据可拟合出  $H_{vt} - p$ ,  $H_{ht} - p$  关系曲线的表达式为

$$H_{vt} = N \frac{p^2}{p_a} - Op + Qp_a, \quad (22)$$

$$H_{ht} = Rp + Tp_a, \quad (23)$$

式中,  $N=2851.5$ ,  $O=7555.5$ ,  $Q=9613.69$ ,  $R=-173.94$ ,  $T=533.86$ 。

## 2.5 控制吸力为常数、控制轴向应变为零、逐级增大净围压的非饱和土三轴试验

在控制吸力为常数、控制轴向应变为零、逐级增大净围压的非饱和土三轴试验条件下, 由式(6), (7)分别可得

$$\frac{d(\sigma_1 - u_a)}{E_{vt}} = 2 \frac{v_{hvt}}{E_{ht}} d(\sigma_3 - u_a), \quad (24)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{1 - v_{hvt}}{E_{ht}} d(\sigma_3 - u_a) - \frac{v_{hvt}}{E_{vt}} d(\sigma_1 - u_a). \quad (25)$$

把式(24)代入(25)得

$$\frac{d\varepsilon_3}{d(\sigma_3 - u_a)} = \frac{1 - v_{hvt} - 2v_{hvt}v_{hvt}}{E_{ht}}. \quad (26)$$

本节共包含4个试验, 首先对试样进行  $K_0$  预固结, 而后进行控制吸力分别为0, 50, 100, 200 kPa, 围压逐级施加、轴向应变控制为零的三轴排水剪切试验。

图9为试样的径向应变  $\varepsilon_r$  与净围压  $\sigma_3 - u_a$  的关系曲线。吸力为0 kPa的饱和试样径向应变较大, 是由于围压较小时试样排出的水量有限, 试样饱和度较高, 径向变形较大。吸力为50, 100, 200 kPa的3个试样,  $K_0$  预固结结束后试样的径向应变相差不大。将曲线归一化为一条直线, 吸力为0 kPa的试样  $\varepsilon_r - (\sigma_3 - u_a)$  关系曲线的斜率较大, 为  $12.32 \times 10^{-5}$ 。吸力分别为50, 100, 200 kPa的试样,  $\varepsilon_r - (\sigma_3 - u_a)$  关系曲线的斜率差值不大, 计算时可取其平均值。

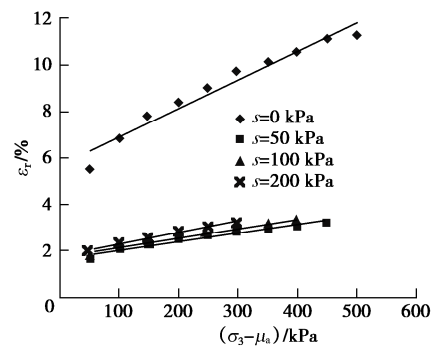


图9 试样的  $\varepsilon_r - (\sigma_3 - u_a)$  关系曲线

Fig. 9  $\varepsilon_r - (\sigma_3 - u_a)$  curves of samples

将试验结果代入式(26)中, 联立式(16)及约束条件  $\frac{v_{vh}}{E_v} = \frac{v_{hv}}{E_h}$  得

$$E_{ht} = \frac{(1 - v_{hht})E_{vt}}{2v_{vht}^2 + UE_{vt}}, \quad (27)$$

$$v_{hvt} = \frac{(1 - v_{hht})v_{vht}}{2v_{vht}^2 + VE_{vt}}, \quad (28)$$

式中,  $U=V=4.32 \times 10^{-5}$ ,  $v_{hht}=0.33$ 。

## 2.6 参数 $G_{vt}$ 的测定方法

本节采用轴线与水平方向呈  $45^\circ$  的横观各向同性土样测定竖直面上的切线剪切模量  $G_{vt}$ 。为了得到与水平方向呈  $45^\circ$  角的横观各向同性试样, 需首先制备大尺寸的试样, 完成  $K_0$  预固结后再从中按  $45^\circ$  角削出标准试样。制样时, 首先用自行设计加工的内径101 mm, 高200 mm的大尺寸制样模具在压样设备上分层压实土样。试样压好后取出放在大压力室中, 在三轴仪上进行  $K_0$  预固结(图10(a))。试样的排水及轴向位移均稳定以后,  $K_0$  预固结阶段结束, 取出试样后迅速沿与水平向呈  $45^\circ$  角的方向进行切削(图10(b)), 削到一定程度后再用原状削土器加工成标准的三轴试样(图10(c))。用削土器削样时必须保证与试样水平方向呈  $45^\circ$  的轴线与削土器的顶杆及侧壁始终保



持平行。试样削好后, 在三轴仪上进行控制吸力及净围压为常数的固结排水剪切试验。

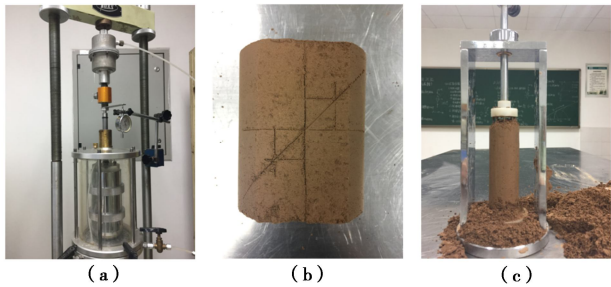


图 10 大尺寸试样的  $K_0$  固结及削样图

Fig. 10  $K_0$  consolidation and cutting diagram of large-size sample  
 $G_{vt}$  和参数  $E_{vt}$ ,  $E_{ht}$ ,  $v_{vht}$  及与水平向成  $\beta$  角的方向上的切线杨氏模量  $E_t^\beta$  由下式相联系:

$$\frac{1}{E_t^\beta} = \frac{\cos^4 \beta}{E_{ht}} + \frac{\sin^4 \beta}{E_{vt}} + \left( \frac{1}{G_{vt}} - \frac{2v_{vht}}{E_{vt}} \right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta. \tag{29}$$

本节共包含 3 个试验, 控制净围压分别为 100, 200, 300 kPa, 吸力 100 kPa。各试样在剪切过程中均处于剪缩状态。由于试样的干密度较小, 3 个试样均呈鼓屈状破坏, 表面光滑无明显裂纹。

依照文献[4]所示方法, 求出各试样的强度及变形参数均列于表 7 中。

根据表 7 中数据求出与水平方向呈  $45^\circ$  角的横观各向同性土样的切线杨氏模量:

$$E_t^\beta = E_i \left[ 1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2(\sigma_3 - u_a) \sin \varphi} \right]^2. \tag{30}$$

将式 (30) 代入式 (29) 中, 即可求得参数  $G_{vt}$ 。至此, 模型中所需的 10 个参数已全部求出。

3 模型验证

考虑到横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型中参数均是根据三轴排水试验得到的, 为使验证具有客观性, 用三轴不排水试验对模型进行验证。

试验过程中保证孔隙气压力为定值, 用孔压传感器测定试样在试验过程中的孔隙水压力, 据此求出试样的吸力。

进行 6 个控制含水率分别为 12.1%, 14.7%, 净围压分别为 100, 200, 300 kPa 的横观各向同性非饱和土的固结不排水剪切试验。试验分为  $K_0$  预固结及不排水剪切两个阶段, 试验过程中均控制孔隙气压力为 200 kPa。

利用 MATLAB 软件按本文所提模型进行计算, 并与常含水率三轴试验结果进行对比, 验证本文所建立模型的准确性。常含水率剪切试验  $s-q$  关系曲线, 见图 11。

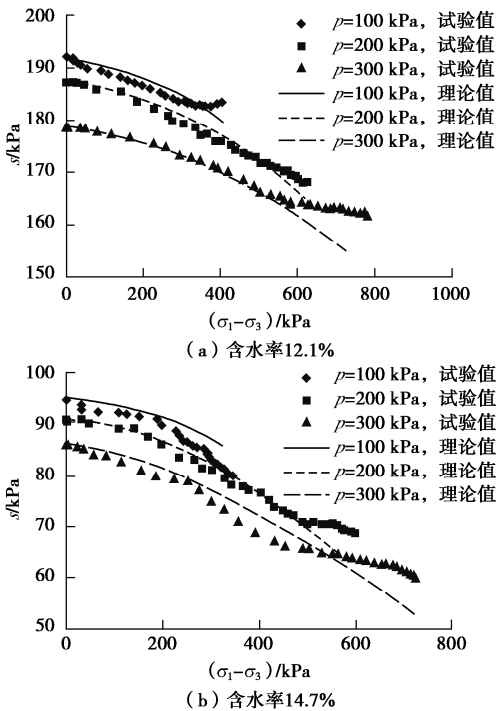


图 11 模型计算结果与三轴 CW 剪切试验的  $s-q$  关系曲线

Fig. 11  $s-q$  curves between calculated results and isobaric CW tests

对比图 11 发现, 模型计算结果 (理论值) 曲线更为光滑。试验中, 由于在外力作用下试样吸力平衡的过程较为复杂, 故而吸力变化的规律性不是很明显, 尤其是含水率 14.7% 的试样。但是  $s-q$  关系曲线中试验值与理论值相差不大, 变化趋势也基本相同。可见, 本文提出的横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型能够较好的反应横观各向同性非饱和土的强度与变形特性。

表 7 试样的强度及变形参数

Table 7 Strength parameters and parameters related to Young modulus of soil samples

$s$ /kPa	$(\sigma_3 - u_a)$ /kPa	$q_f$ /kPa	$p_f$ /kPa	$\varphi'$ /( $^\circ$ )	$c$ /kPa	$E_i$ /kPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ /kPa	$R_f$	$k$	$n$
	100	309.2	203.1			14.71	322.58	0.90		
100	200	520.92	373.6	29.501	36.709	18.18	606.06	0.83	176.55	0.475
	300	696.7	532.2			19.80	909.09	0.84		

## 4 结 论

(1)考虑天然地基土和填土的横观各向同性及非饱和特性,构建了横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型,共包含10个参数。

(2)提出了用6种不同应力路径的三轴试验测定10个模型参数的理论表达式,并通过试验系统研究了各应力路径下试样的力学特性,确定了模型中参数。

(3)用横观各向同性非饱和土的固结不排水剪切试验对本文所提出模型进行验证,模型计算结果与试验结果比较接近,说明本文所提出的横观各向同性非饱和土的增量非线性本构模型能较好地反映横观各向同性非饱和土的强度和变形特性。

本文研究成果可为天然成层地基和大量填土工程设计提供科学依据和理论支持,丰富和发展非饱和土的本构模型,不仅具有重要的学术价值,而且具有广泛的应用领域。

## 参考文献:

- [1] LADE P V, RODRIGUEZ N M, VAN DYCK E J. Effects of principal stress directions on 3D failure conditions in cross-anisotropic sand[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2014, **140**(2): 1 - 12.
- [2] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. (LI Guang-xin. *Advanced Soil Mechanics*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese))
- [3] 郭楠, 陈正汉, 杨校辉, 等. 各向同性土与横观各向同性土的力学特性和持水特性[J]. *西南交通大学学报*, 2019, **54**(6): 1235 - 1243. (GUO Nan, CHEN Zheng-han, YANG Xiao-hui, et al. Mechanical properties and water holding characteristics of initially isotropic soils and transversely isotropic soils[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2019, **54**(6): 1235 - 1243. (in Chinese))
- [4] 郭楠, 陈正汉, 郭剑锋, 等.  $K_0$  预固结对非饱和和重塑黄土强度与变形特性影响的研究[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(增刊 1): 100 - 106. (GUO Nan, CHEN Zheng-han, GUO Jian-feng, et al. Deformation and strength properties of unsaturated remolded loess under  $K_0$  pre-consolidation condition[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(S1): 100 - 106. (in Chinese))
- [5] 陈天宇, 冯夏庭, 张希巍, 等. 黑色页岩力学特性及各向异性特性试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, **33**(9): 1772 - 1779. (CHEN Tian-yu, FENG Xia-ting, ZHANG Xi-wei, et al. Experimental study on mechanical and anisotropic properties of black shale[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, **33**(9): 1772 - 1779. (in Chinese))
- [6] GAO Z W, ZHAO J D, YAO Y P. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, **47**(22/23): 3166 - 3185.
- [7] LU D C, LIANG J Y, DU X L, et al. A novel transversely isotropic strength criterion for soils based on a mobilised plane approach[J]. *Géotechnique*, 2019, **69**(3): 234 - 250.
- [8] LADE P, ABELEV A. Characterization of cross-anisotropic soil deposits from isotropic compression tests[J]. *Soils and Foundations*, 2005, **45**(5): 89 - 102.
- [9] 路德春, 韩佳月, 梁靖宇, 等. 横观各向同性黏土的非正交弹塑性本构模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2020, **39**(4): 793 - 803. (LU De-chun, HAN Jia-yue, LIANG Jing-yu, et al. Non-orthogonal elastoplastic constitutive model of transversely isotropic clay[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2020, **39**(4): 793 - 803. (in Chinese))
- [10] 许萍, 邵生俊, 张帅. 黄土(Q3)横观各向同性强度准则研究[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(1): 116 - 121. (XU Ping, SHAO Sheng-jun, ZHANG Shuai. Strength criterion of cross-anisotropic Q3 loess[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(1): 116 - 121. (in Chinese))