

DOI: 10.11779/CJGE202112009

考虑颗粒级配和形态的颗粒柱坍塌特性离散元模拟

崔 濩^{1, 2}, 魏 杰¹, 王 超^{1, 2}, 王枭华¹, 张社荣^{1, 2}

(1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300350; 2. 天津大学中国地震局地震工程综合模拟与城乡抗震韧性重点实验室,
天津 300350)

摘要: 颗粒形态和级配情况等是影响碎屑颗粒流(如滑坡、泥石流、岩崩等)运动的重要因素。基于沃洛诺伊镶嵌原理的随机生成方法创建了不同长细比不同级配的多面体颗粒, 引入势粒子算法用于考虑颗粒间的接触作用, 根据室内试验确定了离散元接触模型的各项参数, 对考虑级配和形态的颗粒柱坍塌特性开展数值试验, 研究结果表明: ①颗粒柱的归一化堆积高度随颗粒的长细比和中值粒径 d_{50} 的减小而减小, 归一化跑出距离则随其减小而增加。②堆积过程中不同工况的相对静止角 α 为 $61.49^\circ \sim 64.99^\circ$, 且变化规律与归一化堆积高度变化一致。③不同工况的归一化能量耗散为 $27.1\% \sim 35.5\%$, 且转动动能仅占平动动能的 $8.20\% \sim 9.05\%$ 。④归一化动能和颗粒配位数呈现负相关的关系, 归一化动能达到峰值时颗粒配位数也达到最小值。⑤崩塌过程中强力链一般分布在滑动堆积体的中下部区域, 形成力链传递的“拱效应”。中值粒径 d_{50} 和长细比增大会减少强力链的数量, 接触力传递的路径少而集中, 从而限制颗粒在堆积过程中的运动。

关键词: 颗粒柱; 级配; 长细比; 势粒子; 坍塌过程; 离散单元法

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)12-2230-10

作者简介: 崔 濩(1977—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程和水工结构物静动力分析研究。E-mail: cuiwei@tju.edu.cn。

Discrete element simulation of collapse characteristics of particle column considering gradation and shape

CUI Wei^{1, 2}, WEI Jie¹, WANG Chao^{1, 2}, WANG Xiao-hua¹, ZHANG She-rong^{1, 2}

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. Key Laboratory of Earthquake Engineering Simulation and Seismic Resilience of China Earthquake Administration, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Particle shape and gradation are the important factors affecting the movement of debris particle flows (such as landslides, debris flows, rock slides, etc.). The random generation method based on the Voronoi tessellation creates polyhedral particles with different aspect ratios and gradations. The potential particle algorithm is introduced to consider the contact effect between particles. The parameters of the contact model of discrete element are determined according to the indoor tests. For the item parameters, numerical experiments are carried out on the collapse characteristics of the particle column considering the gradation and morphology. The research results show that: (1) The normalized stacking height of the particle column decreases with the decrease of the aspect ratio and the median diameter (d_{50}) of the particles, and the normalized run-out distance increases with the decrease. (2) The relative angle of repose under different working conditions during the accumulation process is in the range of $61.49^\circ \sim 64.99^\circ$, and the change rule is consistent with the change of the normalized accumulation height. (3) The normalized energy dissipation range under different working conditions is between $27.1\% \sim 35.5\%$, and the rotational kinetic energy only accounts for $8.20\% \sim 9.05\%$ of the translational kinetic energy. (4) The normalized kinetic energy has a negative correlation with the particle coordination number, and the particle coordination number reaches the minimum when the normalized kinetic energy reaches its peak. (5) In the process of collapse, the strong chain is generally distributed in the middle and lower areas of the sliding accumulation body, forming the "arch effect" of the transmission of the force chain. The increase in the median particle size (d_{50}) and the slenderness ratio will reduce the number of strong chains, and the paths of contact force transmission will be small and concentrated, thereby restricting the movement of particles during the accumulation process.

Key words: particle column; gradation; aspect ratio;
potential particle; collapse process; discrete element method

基金项目: 国家自然科学基金项目(U1765106, 52079092)

收稿日期: 2020-12-23

0 引言

碎屑颗粒流(如滑坡, 泥石流, 岩崩等)的传播距离往往数倍于原始地形的尺寸, 从而对远离滑坡源的人口稠密地区造成重大威胁^[1]。碎屑颗粒流一般包含强风化土体、碎屑物及岩块、孤石等, 已有研究表明, 颗粒粒径大小和颗粒级配^[2]是影响碎屑颗粒流运动的重要因素。作为这些地质灾害的简化模型, 垂直颗粒柱在平面上或斜面上的坍塌在过去几十年中得到了广泛的研究, 并被认为是揭示灾害物理成因以及评估灾害风险性的有效研究方法^[3]。

离散元方法(Discrete Element Method)已被广泛用于从细观角度去研究颗粒物质流动特性^[4]。通过离散元可以在模拟的任意阶段获得难以或不可能直接从室内试验中获得的数据, 例如颗粒流内部的能量和力链的分布及其随时间和空间的变化, 进而非常适合从微观角度来分析颗粒柱的运动特性^[5]。

目前, 探究颗粒柱坍塌特性的问题一般采用单一粒径或者级配的球形颗粒或者球簇拟合的非球形颗粒。Lube 等^[6]最早研究颗粒柱坍塌问题, 对二维颗粒柱的崩塌进行数值模拟, 发现了颗粒柱的最终堆积高度和运动距离与初始宽高比成幂函数关系。Utili 等^[7]模拟了同一年级配下的球形颗粒柱的崩塌, 分析了崩塌过程中的能量变化, 研究结果表明, 颗粒柱坍塌运动的总能耗主要是颗粒的摩擦耗能。Phillips 等^[8]研究了由两种粒径颗粒组成的二元颗粒柱的运动特性, 研究结果表明二元颗粒柱的运动距离比单一粒径颗粒柱远, 且当小粒径颗粒质量占比约为 30%时, 颗粒柱运动距离最远。张成功等^[9]通过球簇去拟合正四面体形和长条形颗粒, 研究了非球形颗粒的崩塌运动, 研究结果表明, 非球形颗粒之间会产生咬合作用, 进而限制颗粒柱的运动。然而, 上述研究主要集中在单一粒径的颗粒柱, 缺乏对不同颗粒级配的考虑, 除此之外, 当考虑颗粒形态时, 已有研究基本都采用球簇去拟合非球形颗粒, 而球簇颗粒与自然界的真实岩体相差较大, 同时, 相关研究对坍塌特性的细观分析较少。

本文通过基于沃洛诺伊镶嵌原理的随机生成方法生成了不同颗粒级配不同长细比的颗粒柱, 通过势粒子算法计算随机颗粒的相互作用, 在开源平台 YADE^[10]中利用离散元方法研究级配和形态对颗粒柱坍塌特性的影响, 通过能量、配位数、力链等细观角度解释了颗粒柱坍塌特性。

1 离散元模型

离散单元法是由 Cundall 等^[11]在 1971 年提出的基

于离散单元体相互运动作用, 研究散体运动的分析方法。离散元法一般以圆形或球形作为基本单元, 但对于颗粒形状对运动过程有明显影响的问题, 即使采用更复杂的接触本构, 其误差也显而易见^[12]。

1.1 随机多面体生成方法

颗粒的不规则形状会对颗粒柱坍塌运动特性造成显著影响^[9]。在自然界中的颗粒形态多为棱角分明的不规则多面体。为了使离散元模拟中的颗粒形态尽可能接近真实形态, 本文采用一种基于沃洛诺伊镶嵌(Voronoi tessellation)原理的随机生成方法来创建不规则形状的多面体颗粒^[13]。该方法在生成随机形状的多面体颗粒时能方便地控制颗粒的尺寸及其形态, 因而在研究颗粒形状因子如长细比等对颗粒柱坍塌特性影响方面有突出优势。

图 1 给出了随机形态多面生成方法的二维平面示意图。初始阶段在正方体的空间内随机放置一系列彼此距离最小为 0.75 单位长度的空间点。记中心点 C_0 坐标为 (0,0,0), 从中心点 C_0 开始依次对所有初始阶段随机生成的空间点进行搜索, 如果该空间点相对于其余所有空间点的距离均大于 0.75 个单位长度, 则该空间点满足要求。对满足要求的空间点进行沃洛诺伊镶嵌, 再将中心点 C_0 所在的沃洛诺伊单元提取出来作为基本多面体, 将基本多面体缩放和旋转即可得到任意形状的多面体。

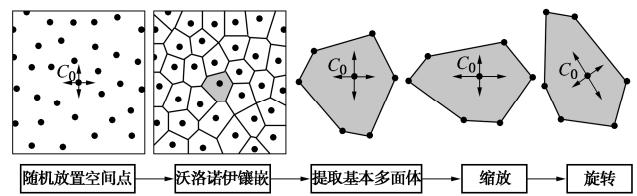


图 1 随机形态多面生成方法^[13]

Fig. 1 Random shape multi-faceted generation method

1.2 势粒子算法

对于多面体接触本构的计算, 本文采用势粒子(potential particle)算法, 势粒子是由 Boon 等^[14]提出, 最初应用在岩石工程领域, 用于模拟在平面中的多边形和三维空间的多面体之间的相互接触作用。

由 N 个平面组成的凸多面体可由下式定义:

$$a_i x + b_i y + c_i z \leq d_i \quad (i=1, \dots, N) \quad , \quad (1)$$

式中, (a_i, b_i, c_i) 为对于粒子局部坐标系第 i 个平面的法向量, d_i 为第 i 个平面到局部坐标系原点的距离。为了简洁起见, 采用向量表示,

$$\mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} \leq d_i \quad , \quad (2)$$

式中, \mathbf{a}_i , \mathbf{x} 为 3×1 的向量。

判断一对多面体是否接触的问题被归结为一个标准的线性规划问题, 即能否找到同时满足两个多面

体的所有线性不等式的可行域 S (图 2 (a)):

$$\begin{aligned} \min \quad & s \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x} - d_i \leq s \quad (i=1, \dots, N_A + N_B) , \end{aligned} \quad (3)$$

式中, N_A 为多面体 A 的平面数目, 为 N_B 多面体 B 的平面数目。

相互作用的接触力作用于接触点上。根据 Boyd 等^[15]的理论, 接触点可定义为

$$\max \quad \sum_{i=1}^{N_A+N_B} \lg(d_i - \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{x}) . \quad (4)$$

对数函数之和是一个凹函数, 其最大值为可行域的解析中心, 如图 2 (b) 所示。

接触法线 \mathbf{n} 是指作用在接触点上的力的法向方向, 对于接触法线的计算, 该算法定义了在多面体粒子内部的“势粒子”(图 2 (c)) 为

$$f = \sum_{i=1}^N \langle a_i x + b_i y + c_i z - d_i + r \rangle^2 , \quad (5)$$

式中, r 为角的曲率半径, r 值大小表示内部粒子曲面到实际粒子曲面的距离, 麦考利方括号 $\langle \rangle$ 的定义为 $\langle x \rangle = x$ 和 $\langle -x \rangle = 0$ 。在接触点处求解一阶导数即可得到接触法线 \mathbf{n} 。

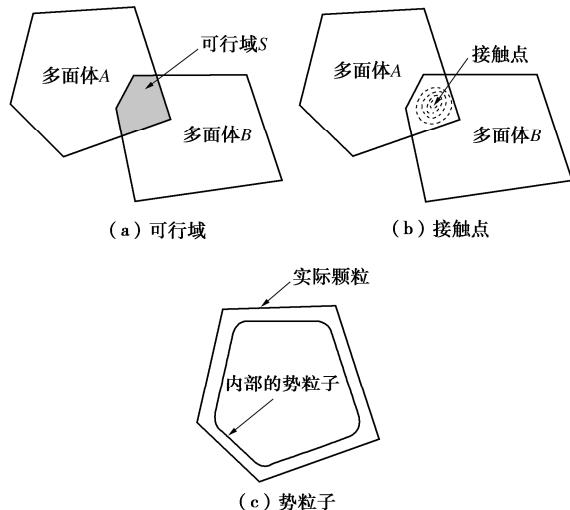


图 2 势粒子算法

Fig. 2 Algorithm of potential particles

在接触法线上, 采用包围盒算法 (bracketing algorithms) 可以得到两个多面体之间的重叠距离 u_n 。采用启发式算法在两颗粒重叠体的表面沿接触切向搜索, 计算从接触点开始沿剪切方向重叠体积的二维切片面积得到接触面积 A_c 。法向力 \mathbf{F}_n 和切向力增量 $\Delta\mathbf{F}_s$ 采用下式计算:

$$\mathbf{F}_n = K_n A_c u_n \mathbf{n} , \quad (6)$$

$$\Delta\mathbf{F}_s = -K_s A_c \Delta u_s \mathbf{n} , \quad (7)$$

式中, K_n 为法向刚度系数, K_s 为切向刚度系数, Δu_s 为当前时间步长的相对剪切位移。

再通过交替求解牛顿第二定律和力-位移定律来获得整个颗粒系统的宏观运动规律。

2 离散元模型参数标定

由离散元理论可知, 离散元所需的参数难以通过物理试验直接测量或者计算, 而且 DEM 建模的准确性和有效性高度依赖于接触模型的选择和模型参数的标定。因此, 在进行相关的数值模拟前, 对离散元参数进行标定是十分有必要的。本文采用批量校准方法^[16], 使用现场测量或室内试验来测量材料的整体特性, 通过将数值模拟结果与室内试验的整体特性相匹配来标定模型参数。

2.1 室内试验

室内试验参照 Lube 等^[6]研究的颗粒柱崩塌试验, 设备如图 3 所示, 由长方体槽、挡板、高速摄像机以及微型计算机组成。其中长方体槽尺寸为 $1250 \text{ mm} \times 250 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$, 颗粒在长方体槽与可被抽离的挡板形成的空间内自重作用下完成致密的初始堆积, 该空间尺寸为 $250 \text{ mm} \times 250 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$, 初始堆积高度为 300 mm , 初始堆积宽度为 250 mm 。颗粒柱的崩塌是通过将挡板以 2 m/s 的速度抽离实现的, 为了观察颗粒的流动情况, 长方体槽由玻璃板组成, 用高速摄像机来记录颗粒的流动过程。从便于数值模拟对比的角度考虑, 采用均一的陶瓷材质正十二面体颗粒, 其内切球半径为 10 mm 。

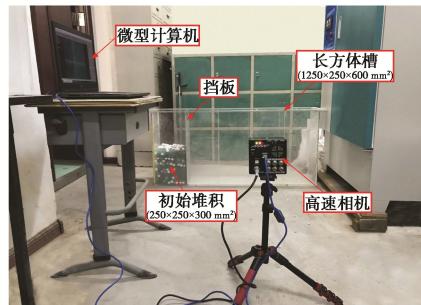


图 3 室内试验设备布置

Fig. 3 Layout of indoor test equipments

2.2 离散元参数标定

在 DEM 中广泛采用的两种基本接触刚度模型: 线性弹簧 (Linear Spring, LS) 模型^[17]和 Hertz-Mindlin (HM) 模型^[18]。本文采用简单高效的线性弹簧接触模型, 离散元参数选择如表 1 所示。

表 1 离散元参数表

Table 1 Parameters of discrete elements

类别	密度 /(kg·m ⁻³)	摩擦 角 /(°)	法向刚度 K_n /(10 ⁸ N·m ⁻¹)	切向刚度 K_s /(10 ⁸ N·m ⁻¹)	局部 阻尼 系数
十二面体	2500	30	1	1	0.4
长方体槽	3500	35	1	1	0.4

由于颗粒间的摩擦系数对离散元模拟结果影响较大, 需通过物理试验进行测量。试验所采用的长方体槽及颗粒均为光滑硬颗粒, 可根据 Li 等^[19]提出的摩擦系数测量理论测量颗粒间的摩擦系数, 测量装置如图 4 所示, 摩擦系数如表 2 所示。

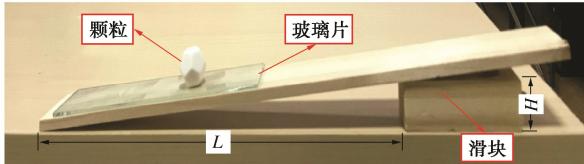


图 4 接触摩擦系数测量装置

Fig. 4 Measuring devices for friction coefficient contact

表 2 摩擦系数表

Table 2 Friction coefficients

类别	摩擦系数
颗粒 - 挡板	0.24
颗粒 - 底板	0.25

为了保证模拟的可信度, 保持离散元模拟与室内试验具有相同的条件。颗粒柱在完成初始堆积后(如图 5 所示, H_i 为初始堆积高度, L_i 为初始堆积宽度), 挡板抽离使其在重力作用下自然坍塌, 一旦颗粒流动停止, 就可以测量最终堆积高度 H_f 和最大跑出距离 L_f (图 6)。由于颗粒柱崩塌过程中滑动体前端分离出来的散落粒子的存在(图 6), 使最大跑出距离 L_f 的计算不够明晰。在本文中, 参考 Zenit 等^[5]的截断处理方法, 计算最大跑出距离 L_f 仅考虑保持彼此接触的颗粒, 从而忽略滑动体前端分离出的单个松散颗粒。除此之外, 观察高速摄像机拍到颗粒柱崩塌过程中会存在一个相对静止区域, 该区域颗粒并没有发生运动, 将相对静止线与水平面的夹角称为相对静止角 α (图 7)。颗粒柱崩塌过程滑动体沿着相对静止线滑动, 计算滑动体积占初始堆积体积占比 w 。因此在本文中选择最大跑出距离 L_f 、最终堆积高度 H_f 、相对静止角 α 、滑动体积占比 w 共 4 个参数作为校准模型的参数。

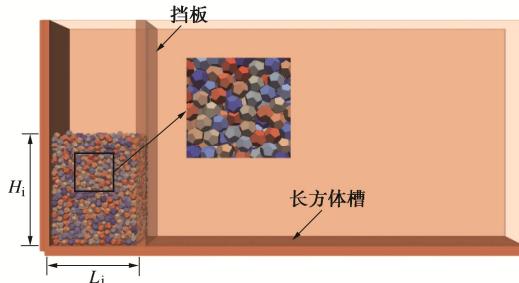


图 5 试验模型

Fig. 5 Experimental model

图 6 为颗粒柱崩塌离散元模拟和室内试验的对比图, 表 3 给出了室内试验和数值模拟结果对比, 结果

表明最终堆积高度 H_f 、最大跑出距离 L_f 、相对静止角 α 、滑动体积占比 w 的相对误差均低于 10%, 可认为所选离散元模拟参数是可靠的。

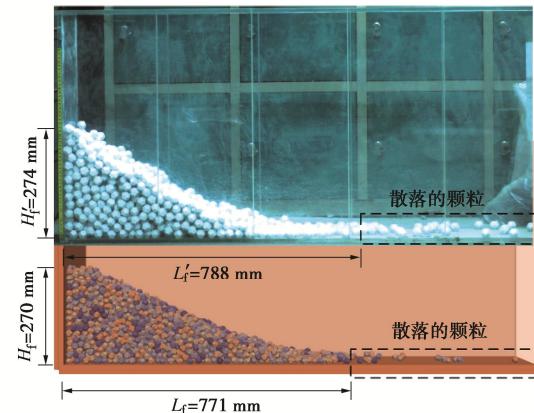


图 6 物理试验和数值试验对比图

Fig. 6 Comparison between physical and numerical tests

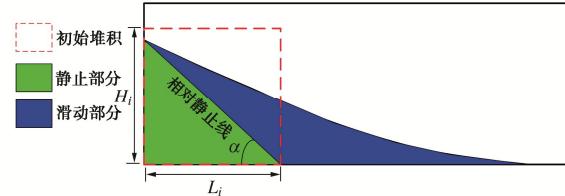


图 7 滑动体积占比和相对静止角

Fig. 7 Sliding volume ratios and relative angles of repose

表 3 室内试验和数值模拟结果对比

Table 3 Comparison between indoor tests and numerical simulations

校准参数	最大跑出距离 L_f / mm	最终堆积高度 H_f / mm	相对静止角 $\alpha / (\text{°})$	滑动体积占比 $w / \%$
室内试验	788	274	47.62	56.97
数值试验	771	270	47.20	53.11
相对误差 /%	2.16	1.46	0.88	6.7

3 考虑级配和形态的颗粒柱坍塌模拟

3.1 颗粒级配和长细比

颗粒级配情况(PSD)被认为是影响滑坡运动特性的重要因素之一^[2]。图 8 为阿尔卑斯山脉滑坡时的粒径分布曲线, 其颗粒粒径分布在 0.1~1000 mm, 绝大部分的颗粒粒径分布集中在 1~100 mm, 除此之外粗颗粒较少, 中、细颗粒占据绝大部分比例。由于 DEM 计算效率的限制, 选择了比 1~100 mm 稍窄的粒径分布范围, 选择的 3 种级配分布如图 8 中所示。采用中值粒径 d_{50} 作为衡量级配中细颗粒含量的参数, 表 4 给出了 3 种级配的中值粒径 d_{50} , d_{50} 越小则级配中细颗粒含量越高。

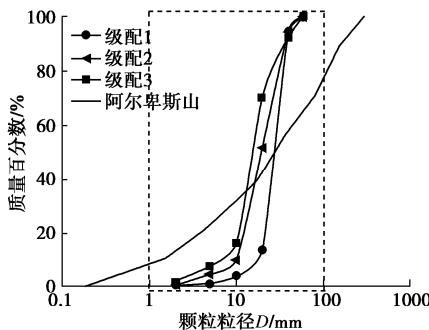


图 8 颗粒粒径曲线 (PSD)

Fig. 8 Curves of particle-size distribution (PSD)

表 4 不同级配颗粒的中值粒径

Table 4 Median particle sizes of different graded particles

对颗粒形貌进行描述，除传统的颗粒粒度大小和粒度分布外，很多研究采用了如棱角指数 (Angularity Indices)^[20]、长细比 (Aspect Ratio)^[21]等，本文采用长细比作为描述颗粒形状的参数。采用 1.1 节中随机多面体生成方法生成长细比 AR 为 1, 1.5, 2 的颗粒，由于 DEM 计算效率的限制，将颗粒级配中相邻两个筛分粒径的平均值作为 DEM 计算时的粒径，颗粒粒径及形态如图 9 所示。

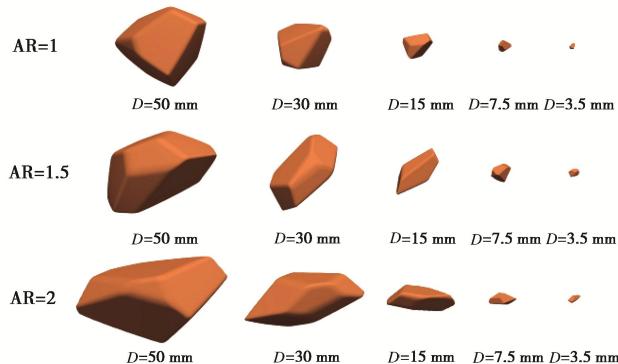


图 9 不同长细比不同粒径的颗粒建模

Fig. 9 Modeling of particles with different aspect ratios and particle sizes

3.2 坍塌过程分析

不同长细比和不同级配的颗粒柱其崩塌持续时间可能是不同的，直接对比其最终堆积高度和最终跑出距离的数值是不合适的。因此为了使测量参数具有可比性，在本文中定义了归一化最终堆积高度、归一化跑动距离和标准崩塌持续时间。

$$[L] = L_f / L_i , \quad (8)$$

$$[H] = H_f / H_i , \quad (9)$$

$$[T] = t / \sqrt{H_i / g} , \quad (10)$$

式中， $[L]$ 为归一化跑出距离， L_i 为初始堆积宽度， $[H]$ 为归一化最终堆积高度， H_i 为初始堆积高度， $[T]$ 为

标准崩塌持续时间， t 为崩塌时间。

图 10 为级配 1 时不同长细比的颗粒柱以及长细比为 1 时不同级配的颗粒柱从开始运动到崩塌结束的剖面的动力对比图。据此可以大致将颗粒柱的崩塌过程划分为 3 个阶段。

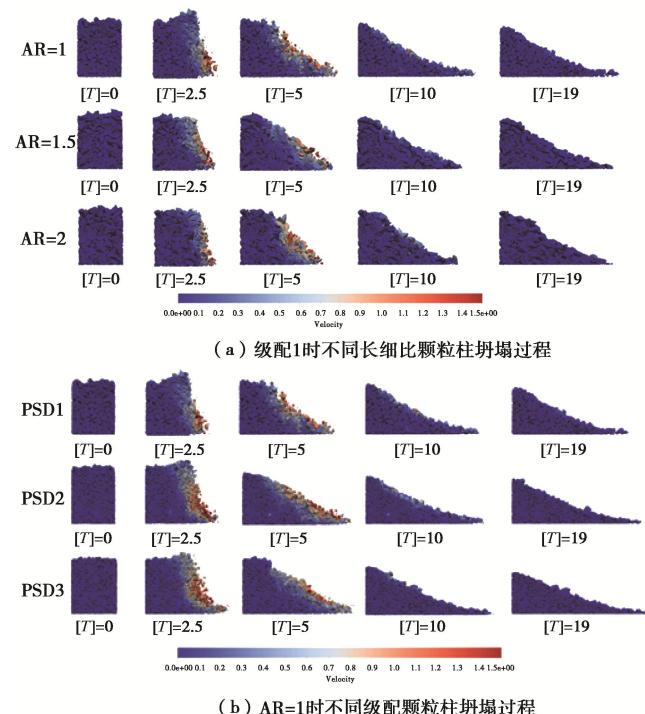


图 10 不同工况颗粒柱坍塌过程

Fig. 10 Collapse process of particle column under different working conditions

第一阶段为初始坍塌阶段 ($[T]=0\sim2.5$)，颗粒柱基本都维持在初始堆积形态，仅有少部分颗粒发生了运动，颗粒柱顶部变化不明显，仅由于挡板的抽离产生的挡板与颗粒间的摩擦作用导致顶部右边部分颗粒上翘，下部的颗粒流动致使颗粒柱在垂直方向下沉，流动前沿的运动主要由颗粒向下的速度控制，且越接近自由表面的颗粒速度越大，速度的峰值集中在滑动体的坡脚处。

第二阶段为坍塌破坏阶段 ($[T]=2.5\sim10$)，颗粒柱的运动最为剧烈，颗粒柱不仅在垂直方向下沉，而且滑动体流动前沿快速在水平方向传播。在该阶段，速度峰值集中在滑动体的坡腹和坡脚处。在坡腹处，颗粒向下的速度使坍塌继续发生，颗粒朝向坡脚运动；在坡脚处，水平速度增加，速度方向朝向滑动体坡脚的方向且逐渐与长方体槽底部的水平面平行，使滑动体流动前沿快速在水平方向传播。

第三阶段为破坏稳定阶段 ($[T]=10\sim19$)，颗粒柱崩塌过程基本完成，进入稳定状态。在该阶段，颗粒迁移运动较少，仅滑动体坡腹处有零星的颗粒有一定

的速度, 从而造成了少量位移调整。

从图 10 (a) 中可以看出, 相同级配下, 长细比越大, 颗粒柱崩塌过程中形态变化程度越小, 发生运动的颗粒越少; 通过图 10 (b) 可以看出, 在相同长细比下, 中值粒径 d_{50} 越小, 颗粒柱崩塌过程中形态变化程度越大, 运动的颗粒越多。除此之外, 最终堆积体具有反粒序特征^[21], 堆积体表面以粗颗粒为主, 而下部堆积层以细颗粒为主。

3.3 堆积形态分析

图 11 给出了不同长细比不同级配颗粒柱最终堆积形态的对比图, 颗粒柱的归一化堆积高度随颗粒的长细比和中值粒径 d_{50} 的减小而减小, 归一化跑出距离随颗粒长细比和中值粒径 d_{50} 的减小而增加。相对于长细比较小的颗粒, 长细比大的颗粒对颗粒柱中颗粒的运动表现出更强的抑制性, 导致颗粒柱的最终堆积高度的增加、最大跑出距离的减小; 级配里的细颗粒可以较为明显的降低大颗粒间摩擦及咬合作用, 增加流动性, 导致颗粒柱的最终堆积高度的减小、最大跑出距离的增加。

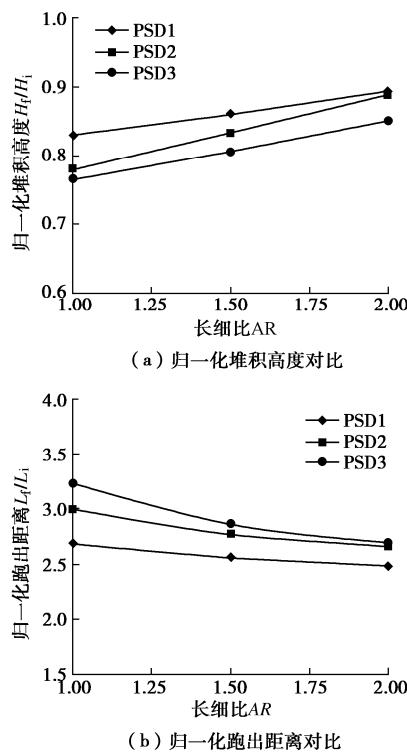


图 11 不同长细比不同级配颗粒柱最终堆积形态对比

Fig. 11 Comparison of final packing morphologies of particle columns with different aspect ratios and gradations

观察图 10 发现颗粒柱在崩塌过程中存在一个相对静止区域, 在该区域颗粒的位移和速度接近为 0, 将相对静止线与水平面的夹角称为相对静止角 α (图 12 (a))。图 12 (b) 为级配 3, 长细比为 2 的工况, 测得颗粒柱的相对静止角 $\alpha = 63.89^\circ$ 。

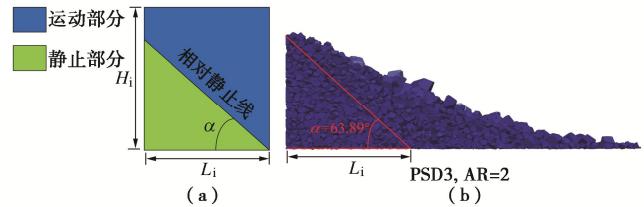


图 12 相对静止角

Fig. 12 Relative rest angles

图 13 中测得的不同工况的相对静止角 α 为 $61.49^\circ \sim 64.99^\circ$, 且变化规律与归一化堆积高度一致, 随颗粒的长细比和中值粒径 d_{50} 的减小而减小。

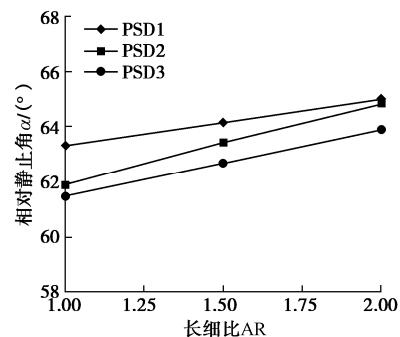


图 13 不同工况的相对静止角

Fig. 13 Angles of repose under different working conditions

4 颗粒柱坍塌机制分析

4.1 能量角度

使用 DEM 进行模拟的优点之一是可以获得颗粒流内部的能量分布及其随时间和空间的变化。在 t 时刻, 颗粒柱的总势能 E_p^t 为

$$E_p^t = \sum_{i=1}^N m_i g h_i^t, \quad (11)$$

式中, m_i 为第 i 个粒子的质量, g 为重力加速度, h_i^t 为 t 时刻第 i 个粒子质心位置的高度, N 为颗粒总数。颗粒柱的总动能由颗粒线速度产生的平动动能和角速度产生的转动动能组成, 整个颗粒系统 t 时刻的总动能 E_k^t 为

$$E_k^t = E_{\text{trans}}^t + E_{\text{rot}}^t, \quad (12)$$

$$E_{\text{trans}}^t = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i (v_i^t)^2, \quad (13)$$

$$E_{\text{rot}}^t = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} I_i (w_i^t)^2, \quad (14)$$

式中, E_{trans}^t 为平动动能, E_{rot}^t 为转动动能, v_i^t , w_i^t 为 t 时刻第 i 个粒子的线速度和角速度, I_i 为第 i 个粒子的转动惯量。

由于非弹性粒子的碰撞 (例如回弹和摩擦滑动), 一部分势能会耗散而不是转化为动能。根据能量守恒定律, 在 t 时刻耗散的能量 E_{diss}^t 为

$$E_{\text{diss}}^t = E_0 - E_p^t - E_k^t, \quad (15)$$

式中, E_0 为系统初始总能量, 可以通过颗粒柱的初始势能来计算。为了方便能量的比较, 对动能、势能和耗散的能量进行归一化处理, 得到相应能量与系统初始总能量 E_0 的百分比。

图 14 给出了级配 3、不同长细比的颗粒柱, 从崩塌开始到运动结束整个系统的能量随标准崩塌时间 $[T]$ 的演变。从图 14 中可以看到, $[T]=0$ 时挡板抽离, 粒子开始下落, 势能逐渐转化为动能, 当 $[T]$ 到达图中虚线位置处, 此时归一化动能到达峰值, 并且此时归一化势能和归一化能量耗散的变化速率(图中曲线斜率)达到最大值。此后归一化势能和动能都逐渐下降, 直到大约 $[T]=19$ 时, 整个系统停止运动。对于不同长细比的颗粒柱, AR=1 的颗粒柱达到归一化动能峰值的时间最短为 $[T]=3.8$, AR=2 的颗粒柱达到归一化动能峰值的时间最长为 $[T]=4.3$ 。

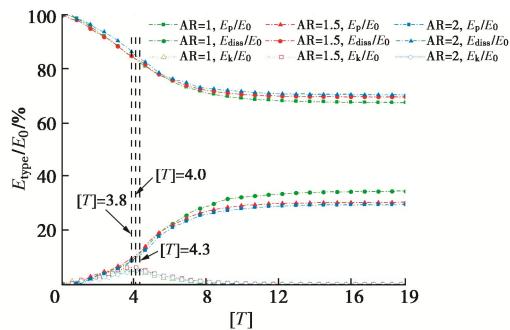


图 14 PSD3 时不同长细比下能量变化图

Fig. 14 Variation of energy of PSD3 with different aspect ratios

图 15 给出了末时刻不同工况的归一化能量耗散图, 不同工况的能量耗散为 27.1%~35.5%, 且归一化能量耗散随长细比的增加而降低, 随中值粒径 d_{50} 的减小而增加。这与 3.3 节中归一化最终跑出距离的变化规律相同, 与归一化最终堆积高度的变化规律相反。3.3 节的宏观变化规律能较好的从能量角度解释, 归一化能量耗散少, 则颗粒柱形态变化和运动小, 造成了更大的归一化最终堆积高度和更小的归一化最终跑出距离。

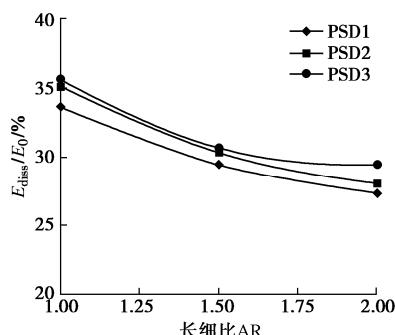


图 15 末时刻不同工况归一化能量耗散图

Fig. 15 Diagram of normalized energy dissipation under different working conditions at the end

对颗粒柱崩塌过程产生的动能进一步分析, 图 16

给出了 PSD3 时不同长细比下, 颗粒柱崩塌过程中平动动能和旋转动能随标准时间的变化。长细比 AR=1 的颗粒柱的峰值转动动能最大, 且达到峰值转动动能的时间最短为 $[T]=3.8$; 长细比 AR=2 的颗粒柱的峰值转动动能最小, 达到峰值转动动能的时间最长为 $[T]=4.3$ 。而不同长细比的颗粒组旋转动能差距不大, 计算得不同长细比的颗粒的转动动能曲线与坐标轴围成的面积占平动动能曲线与坐标轴围成的面积的均在 8.20%~9.05%, 因此可以忽略颗粒柱崩塌过程中产生的旋转动能。这一结论与 Utili 等^[7]用小球得出的结论基本类似, Utili 用小球计算得转动动能占总动能的 0.5%, 分析认为是颗粒形态、长细比以及级配等众多情况造成的差异。

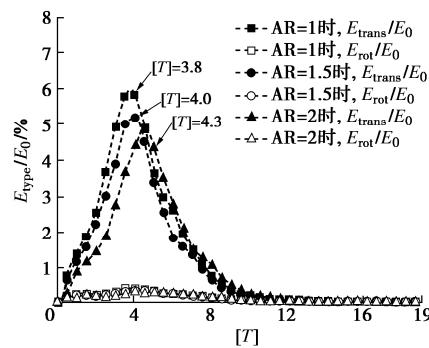


图 16 PSD3 时不同长细比下平动动能和旋转动能随标准时间的变化

Fig. 16 Variation of translational kinetic energy and rotational kinetic energy with standard time under different aspect ratios in PSD3

4.2 配位数角度

颗粒配位数是指颗粒柱崩塌过程中每个粒子的平均接触数^[22], 颗粒配位数能反映颗粒运动过程中相互接触的程度, 配位数越小, 颗粒间的空隙越大, 颗粒运动越松散。配位数 CN 为

$$CN = \frac{\sum_{i=1}^N C_i}{N}, \quad (16)$$

式中, N 为颗粒总数, C_i 为第 i 个颗粒的接触数。

以动能和配位数为研究对象, 研究归一化动能和颗粒配位数随时间的变化关系。图 17 给出了级配 3 时不同长细比的颗粒柱配位数和归一化动能随标准崩塌时间的变化曲线, 从图中可以发现对于不同长细比的颗粒柱的归一化动能和颗粒配位数均呈现负相关的关系, 颗粒配位数随归一化动能的增加而减小, 当归一化动能达到峰值, 此时颗粒配位数也达到最小值。产生这种现象的原因是, 颗粒柱崩塌运动开始, 颗粒内部开始解体, 颗粒在重力作用下下落, 颗粒速度增加, 滑动体前沿在水平面上逐渐发展, 颗粒间的接触变少, 配位数也因此降低。

图 18 给出了不同长细比不同级配的末时刻配位数变化曲线, 从图中可以发现末时刻配位数随长细比的增加而降低, 随中值粒径 d_{50} 的减小而增加。颗粒柱在崩塌过程中, 细颗粒含量的增加能够降低颗粒之间的互锁作用^[23], 使颗粒间的约束和咬合变弱, 前缘大颗粒由于自身重力作用首先停止运动, 中后缘颗粒中的细颗粒在惯性力的作用下部分颗粒会冲入前缘堆积颗粒的缝隙中, 并与前缘颗粒产生接触, 增加颗粒间的接触, 使颗粒柱的配位数增加, 未冲入大颗粒缝隙的细颗粒则会继续向着底板远端运动直至停止, 使跑出距离增加。因此细颗粒含量的增加会使堆积高度降低, 跑出距离增加, 从而促进了颗粒在崩塌过程中的运动。

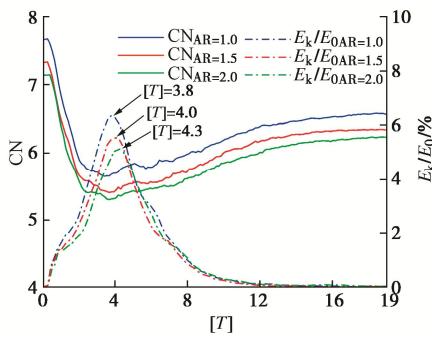


图 17 PSD3 时不同长细比颗粒柱配位数、归一化动能曲线

Fig. 17 Curves of coordination number and normalized kinetic energy of particle column with different aspect ratios at PSD3

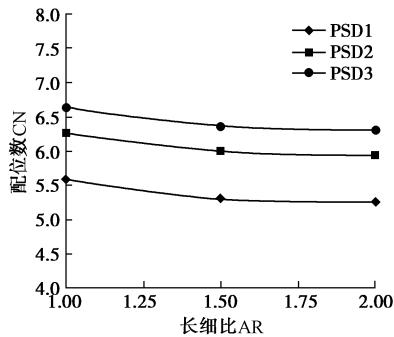


图 18 不同工况末时刻配位数变化曲线

Fig. 18 Curves of coordination number under different working conditions at the end

4.3 力链角度

颗粒柱坍塌运动过程中, 力链的强弱表征了颗粒接触力的大小, 强力链对整体起着支撑作用, 弱力链则对强力链的支撑性和稳定性起着辅助作用^[24]。在本文中为了定义强、弱力链, 引入了法向接触力与平均法向接触力的比值 f :

$$f = \frac{N F_i}{\sum_{i=1}^N F_i}, \quad (17)$$

式中, F_i 为第 i 条力链的法向接触力, N 为力链总数。将 $f > 1$ 定义为强力链, $f < 1$ 定义为弱力链^[25]。

图 19 给出了不同工况强力链占比随标准坍塌时间的变化曲线, 可将不同工况强力链占比随标准坍塌时间的变化分为 4 个阶段: 第一阶段为强力链占比上升阶段, PSD1 的颗粒结束该阶段的时间最早为 $[T]=0.76$; 第二阶段为强力链占比下降阶段; PSD1 和 PSD2 的颗粒结束该阶段的时间最早为 $[T]=1.90$; 第三阶段为强力链占比上升阶段; PSD2 和 PSD3 结束该阶段的时间最早为 $[T]=5.06$; 第四阶段为强力链占比下降阶段, 占比缓慢降低逐渐趋于平稳。在所有工况中, 崩塌完成后强力链占比都较未崩塌前有所减少, 说明在崩塌过程中有一部分的强力链被转换为弱力链。而造成崩塌前后强力链占比变化的主要原因是颗粒崩塌过程中颗粒松散程度的增加(图 17 中配位数减小), 颗粒间的挤压变小, 需要分担的接触力变小, 使得一部分强力链被转换为弱力链。

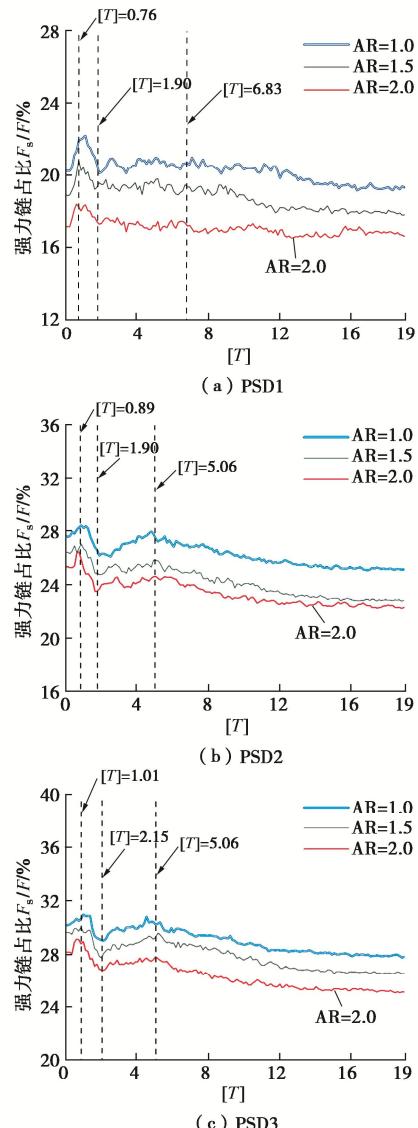


图 19 不同工况强力链占比

Fig. 19 Proportions of strong chains under different working conditions

图 20 给出了末时刻不同工况强力链占比, 强力链

占比随长细比的增加而降低, 随中值粒径 d_{50} 的减小而增加。图 21 为级配 3、长细比为 1 的颗粒柱的力链网络图, 将强力链用红色标记, 弱力链用蓝色标记, 强力链的数目远远小于弱力链, 且强力链一般分布在滑动堆积体的中部区域和下部区域, 形成力链传递的“拱效应”。图 22 给出了末时刻不同工况平均接触力大小, 平均接触力大小随长细比和中值粒径 d_{50} 的增加而增加。综合分析图 20~22, 颗粒柱坍塌的宏观特性归一化跑出距离、归一化堆积高度可以从细观角度来解释: 级配里的中值粒径 d_{50} 的增加和颗粒长细比的增大, 会减少强力链的数量, 使颗粒间接触区域减少, 接触力传递的路径少而集中, 形成强力链的接触力反而越强, 增加了颗粒之间的互锁作用, 颗粒间的约束和咬合也越强, 从而限制颗粒在堆积过程中的运动, 导致颗粒柱的归一化动能峰值减小, 归一化跑出距离变短以及归一化堆积高度的增加。

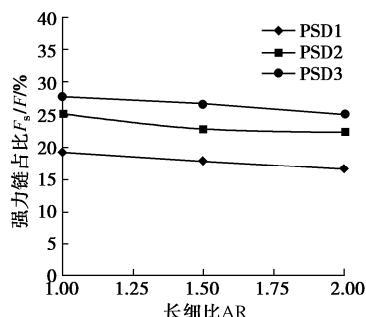


图 20 末时刻不同工况强力链占比

Fig. 20 Proportions of strong chains under different working conditions at the end

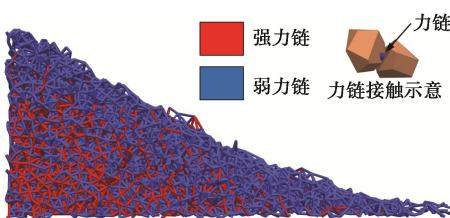


图 21 PSD3、AR=1 时颗粒柱的力链网络图

Fig. 21 Diagram of force chain network of granular column with different aspect ratios at PSD3 and AR=1

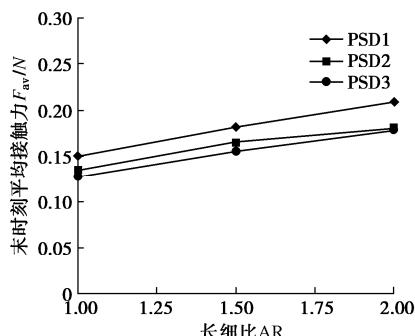


图 22 末时刻不同工况平均接触力

Fig. 22 Average contact forces under different conditions at the end

5 结 论

(1) 颗粒柱的归一化堆积高度随颗粒的长细比和中值粒径 d_{50} 的减小而减小, 归一化跑出距离则随其减小而增加。

(2) 堆积过程中不同工况的相对静止角 α 为 $61.49^\circ \sim 64.99^\circ$, 且变化规律与归一化堆积高度变化一致。

(3) 不同工况的归一化能量耗散为 $27.1\% \sim 35.5\%$, 且转动动能仅占平动能的 $8.20\% \sim 9.05\%$ 。

(4) 归一化动能和颗粒配位数呈现负相关的关系, 归一化动能达到峰值时颗粒配位数也达到最小值。

(5) 崩塌过程中强力链一般分布在滑动堆积体的中下部区域, 形成力链传递的“拱效应”。中值粒径 d_{50} 和长细比增大会减少强力链的数量, 接触力传递的路径少而集中, 从而限制颗粒在堆积过程中的运动。

参 考 文 献:

- [1] 刘广煜, 徐文杰, 佟彬, 等. 基于块体离散元的高速远程滑坡灾害动力学研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(8): 1557–1566. (LIU Guang-yu, XU Wen-jie, TONG Bin, et al. Study on dynamics of high-speed and long Run-out landslide hazards based on block discrete element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(8): 1557–1566. (in Chinese))
- [2] MARKS B, ROGNON P, EINAV I. Grainsize dynamics of polydisperse granular segregation down inclined planes[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2012, 690: 499–511.
- [3] 张雪, 盛岱超. 一种模拟土体流动的连续体数值方法[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(3): 562–569. (ZHANG Xue, SHENG Dai-chao. Continuum approach for modelling soil flow in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(3): 562–569. (in Chinese))
- [4] OREFICE L, KHINAST J G. Deformable and breakable DEM particle clusters for modelling compression of plastic and brittle porous materials—Model and structure properties[J]. Powder Technology, 2020, 368: 90–104.
- [5] ZENIT R. Computer simulations of the collapse of a granular column[J]. Physics of Fluids, 2005, 17(3): 31703.
- [6] LUBE G, HUPPERT H E, SPARKS R S J, et al. Collapses of two-dimensional granular columns[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2005, 72(4 Pt 1): 041301.
- [7] UTILI S, ZHAO T, HOULSBY G T. 3D DEM investigation of

- granular column collapse: Evaluation of debris motion and its destructive power[J]. *Engineering Geology*, 2015, **186**: 3–16.
- [8] PHILLIPS J C, HOGG A J, KERSWELL R R, et al. Enhanced mobility of granular mixtures of fine and coarse particles[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2006, **246**(3/4): 466–480.
- [9] 张成功, 尹振宇, 吴则祥, 等. 颗粒形状对粒状材料圆柱塌落影响的三维离散元模拟[J]. 岩土力学, 2019, **40**(3): 1197–1203. (ZHANG Cheng-gong, YIN Zhen-yu, WU Ze-xiang, et al. Three-dimensional discrete element simulation of influence of particle shape on granular column collapse[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(3): 1197–1203. (in Chinese))
- [10] ŠMILAUER V. *Yade Documentation*[M]. 2nd ed. 2015. The Yade Project. DOI 10.5281/zenodo.34073 (<http://yade-dm.org/doc/>)
- [11] CUNDALL P A, STRACK O D L. Discussion: a discrete numerical model for granular assemblies[J]. *Géotechnique*, 1980, **30**(3): 33–336.
- [12] LANDAUER J, KUHN M, NASATO D S, et al. Particle shape matters - Using 3D printed particles to investigate fundamental particle and packing properties[J]. *Powder Technology*, 2020, **361**: 711–718.
- [13] ELIÁŠ J. Simulation of railway ballast using crushable polyhedral particles[J]. *Powder Technology*, 2014, **264**: 458–465.
- [14] BOON C W, HOULSBY G T, UTILI S. A new algorithm for contact detection between convex polygonal and polyhedral particles in the discrete element method[J]. *Computers and Geotechnics*, 2012, **44**: 73–82.
- [15] BOYD S, VANDENBERGHE L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [16] COETZEE C J. Review: Calibration of the discrete element method[J]. *Powder Technology*, 2017, **310**: 104–142.
- [17] ZHAO S W, ZHOU X W, LIU W H. Discrete element simulations of direct shear tests with particle angularity effect[J]. *Granular Matter*, 2015, **17**(6): 793–806.
- [18] MINDLIN R D. Compliance of elastic bodies in contact[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1949, **16**(3): 259–268.
- [19] LI Y J, XU Y, THORNTON C. A comparison of discrete element simulations and experiments for ‘sandpiles’ composed of spherical particles[J]. *Powder Technology*, 2005, **160**(3): 219–228.
- [20] 王玉峰, 程谦恭, 朱 坪. 汶川地震触发高速远程滑坡 – 碎屑流堆积反粒序特征及机制分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(6): 1089–1106. (WANG Yu-feng, CHENG Qian-gong, ZHU Qi. Inverse grading analysis of deposit from rock avalanches triggered by Wenchuan earthquake[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, **31**(6): 1089–1106. (in Chinese))
- [21] 边学成, 李 伟, 李公羽, 等. 基于颗粒真实几何形状的铁路道砟剪切过程三维离散元分析[J]. 工程力学, 2015, **32**(5): 64–75, 83. (BIAN Xue-cheng, LI Wei, LI Gong-yu, et al. Three-dimensional discrete element analysis of railway ballast's shear process based on particles' real geometry[J]. *Engineering Mechanics*, 2015, **32**(5): 64–75, 83. (in Chinese))
- [22] 杨舒涵, 周 伟, 马 刚, 等. 粒间摩擦对岩土颗粒材料三维力学行为的影响机制[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(10): 1885–1893. (YANG Shu-han, ZHOU Wei, MA Gang, et al. Mechanism of inter-particle friction effect on 3D mechanical response of granular materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(10): 1885–1893. (in Chinese))
- [23] ZHAO X L, EVANS T M. Numerical analysis of critical state behaviors of granular soils under different loading conditions[J]. *Granular Matter*, 2011, **13**(6): 751–764.
- [24] 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布[J]. 物理学报, 2008, **57**(8): 4667–4674. (SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. Force distribution in static granular matter in two dimensions[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(8): 4667–4674. (in Chinese))
- [25] 戴北冰, 杨 峻, 刘锋涛, 等. 散粒土自然堆积的宏细观特征与形成机制[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 2): 57–60. (DAI Bei-bing, YANG Jun, LIU Feng-tao, et al. Macro-and micro-properties and formation mechanisms of granular piles[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(S2): 57–60. (in Chinese))