

DOI: 10.11779/CJGE202112003

# 基于复频散曲线特征的周期结构高铁路基减振研究

唐 豪<sup>1, 2</sup>, 陈晓斌<sup>\*1, 3</sup>, 唐孟雄<sup>4</sup>, 蔡德钩<sup>5</sup>, 王业顺<sup>1</sup>

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 北京城建设计发展集团股份有限公司深圳分公司, 广东 深圳 518000;

3. 重载铁路工程结构教育部重点实验室, 湖南 长沙 410075; 4. 广州市建筑集团有限公司, 广东 广州 510440;

5. 中国铁道科学研究院, 北京 100081)

**摘要:** 目前对周期排桩衰减域的研究只停留在频散曲线分析阶段, 只有少数学者利用二维复频散曲线来研究周期排桩衰减域, 而频散曲线只能得到衰减域的范围, 复频散曲线能得到振动波在衰减域内的衰减程度。利用 COMSOL PDE 模块求解三维模型的复频散曲线, 通过对排桩排布形式和不同桩身材料的影响进行分析得到: 三角形排布的排桩衰减域范围最广且减振效果最好; 当桩身材料为混凝土或钢时, 能产生高频衰减域, 而使用两组元桩时可以产生低频衰减域, 但两组元桩和混凝土桩的减振程度比钢桩小。最后, 通过建立有限尺度的周期排桩频域响应模型验证了复频散曲线计算的正确性, 同时对高铁荷载引起的地基振动特征频率 0~50 Hz, 提出针对不同频率减振的 4 种类型桩和 1 种组合桩, 结果说明组合桩能结合 4 种类型排桩产生衰减域频率分布的特点, 且减振效果较好。

**关键词:** 周期排桩; 复频散曲线; 三维模型; 高铁隔振

中图分类号: TU473.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)12-2169-11

作者简介: 唐 豪(1996—), 女, 硕士研究生, 主要从事周期结构减振等方面的研究工作。E-mail: tanghao0908@qq.com。

## Vibration reduction of high-speed railway subgrade with periodic structures based on complex dispersion curves

TANG Hao<sup>1, 2</sup>, CHEN Xiao-bin<sup>1, 3</sup>, TANG Meng-xiong<sup>4</sup>, CAI De-gou<sup>5</sup>, WANG Ye-shun<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. Shenzhen Branch, Beijing Urban Construction

Design & Development Group Limited, Shenzhen 518000, China; 3. MOE Key Laboratory of Engineering Structures of Heavy Haul

Railway, Changsha 410075, China; 4. Guangzhou Institute of Building Science, Guangzhou 510440, China; 5. China Academy of Railway

Science Corporation Limited, Beijing 100081, China)

**Abstract:** At present, the researches on the attenuation zone of periodic row piles only stay in the stage of dispersion curve analysis. Only a few scholars have studied complex dispersion curves of 2D model. The dispersion curve can only obtain the range of the attenuation zone, while the complex dispersion curve can obtain its attenuation degree. In this study, the COMSOL PDE module is used to solve the complex dispersion curve of 3D model. By analyzing the influence of arrangement forms and materials of piles, it is found that the piles in triangular arrangement have the widest attenuation zone and the best vibration reduction effect. When the material of piles is concrete or steel, the attenuation zone in high frequency can be obtained, and the attenuation zone in low frequency can be obtained when two-component piles are used. The vibration reduction degrees of the two-component piles and concrete piles are smaller than those of the steel piles. Finally, a finite-scale frequency domain response model for periodic row piles is established to verify the correctness of the complex dispersion curve. As the characteristic frequency of the foundation vibration caused by the high-speed railway is within 0~50 Hz, four types of piles with different attenuation zones and one kind of composite piles are put forward. The results show that the composite piles can combine the attenuation zones of four types of row piles, and the vibration reduction effect is good.

**Key words:** periodic row pile; complex dispersion curve; three-dimensional model; high-speed railway vibration isolation

## 0 引言

高速列车产生的振动会对邻近精密仪器和居民身心健康产生不利影响, 目前减振措施主要从振源、敏感目标和振动传播路径 3 个方向出发, 在振源处采用

减振轨道的方式, 在敏感目标处采用减振装置, 但当

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978674)

收稿日期: 2020-10-12

\*通信作者 (E-mail: chen\_xiaobin@csu.edu.cn)

轨道已经铺设完成或建筑物已经建成，难以施工减振装置时，在振动传播路径上设隔振屏障减振成为一种必要的隔振手段<sup>[1-3]</sup>，研究人员对其中的排桩结构做了较多研究工作。Richart 等<sup>[4]</sup>首先提出了使用薄壁衬砌圆孔作为隔振屏障。Boroomand 等<sup>[5]</sup>利用半解析法对一排桩的瑞利波隔振效果进行了分析，得到刚性桩优于柔性桩的结论。Lu 等<sup>[6]</sup>应用 Mukti 虚拟桩法研究了排桩隔振问题，分析了桩土弹性模量比、桩长和桩间距对排桩隔振效果的影响。Yang<sup>[7]</sup>通过理论分析、模型试验和现场试验验证了排桩隔振的效果。蔡袁强等<sup>[8]</sup>认为增加排桩的数量或桩径，隔振效果变好。徐平<sup>[9]</sup>利用散射的解析解法研究了多排管桩的隔振效果，并对了管桩壁厚、排数以及入射 SV 波频率等因素进行了分析。

近年来，受固体物理学周期性理论的启发，周期性结构减振备受关注。Jia 等<sup>[10]</sup>首先提出了将具有衰减域特性的周期性结构应用在工程隔振领域的理念。Huang 等<sup>[11]</sup>利用平面波展开法对多排桩的减振特性进行了研究，结果证明周期排桩对衰减域对应频率的弹性波具有较好的隔离作用。Shi 等<sup>[12]</sup>建立二维有限元模型对饱和土中周期结构衰减域的影响性因素进行了分析。Pu 等<sup>[13]</sup>基于有限元法提出了周期排桩面波衰减域的识别方法。孟庆娟等<sup>[14]</sup>运用有限元法计算了二维周期排桩的衰减域，并通过实测环境振动在时域内对计算结果进行了验证。目前多数研究对周期排桩的减振效果使用频散曲线来评价，频散曲线只能得到周期排桩减振频率的范围，却无法得到某个频率的衰减量化值。复频散曲线包含了波矢传播方程解的实部和虚部变化的信息，既能得到周期排桩的减振频率范围，也能表征某个频率的衰减量化值。

基于复频散曲线特征的周期结构减振效果分析方法引起了部分的学者关注。Laude 等<sup>[15]</sup>利用扩展的平面波展开法计算了二维声子晶体复频散曲线，指出衰减域内的调落波连接着衰减域边界的可行波。Yu 等<sup>[16]</sup>基于传递矩阵法，给出了弯曲波在弹性地基周期梁中传播的频散曲线和复频散曲线。甘莹莹<sup>[17]</sup>利用有限元法计算了二维周期排桩的复频散曲线。Jiang 等<sup>[18]</sup>运用有限元法计算了二维混凝土桩、连续墙和多层桩的复频散曲线。

由于问题的复杂性，目前仅有二维问题的复频散曲线特征报道，但二维模型只能将传播模式解耦成平面内问题和出平面问题单独分析，忽略了表面波对衰减域的影响。高铁路基隔振结构是典型三维结构，目前的评价方式难以满足高铁路基周期结构减振分析的

实际需求。

因此本文在已有的排桩减振的研究基础上，推导三维周期排桩复频散曲线的计算方法，研究不同排布形式和不同桩身材料排桩的复频散曲线特性，验证基于复频散曲线特征的周期结构高铁路基减振评价方法，并结合高铁地基振动特征频率提出周期排桩减振技术措施的建议。

## 1 周期结构复频散曲线分析方法

### 1.1 周期性理论

Bloch<sup>[19]</sup>在研究金属导电性时指出周期介质中的波动物理场  $u(r)$  可写为

$$u(r) = e^{ik \cdot r} u_k(r), \quad (1)$$

$$u_k(r) = u_k(r + R). \quad (2)$$

式中  $i = \sqrt{-1}$ ； $k$  为第一布里渊区内的波矢； $r$  为位置矢量； $u_k(r)$  为与正格子周期性相同的周期函数； $R$  为平移矢量。这一定理同样适用于周期介质中的弹性波传播。

对于周期排桩，可取周期结构中的一个原胞，依据周期性理论，在边界施加周期性边界条件，即可模拟无限周期的结构。对弹性波在周期结构内的传播特性进行分析时，可以将计算简化在第一布里渊区内，如图 1 所示。

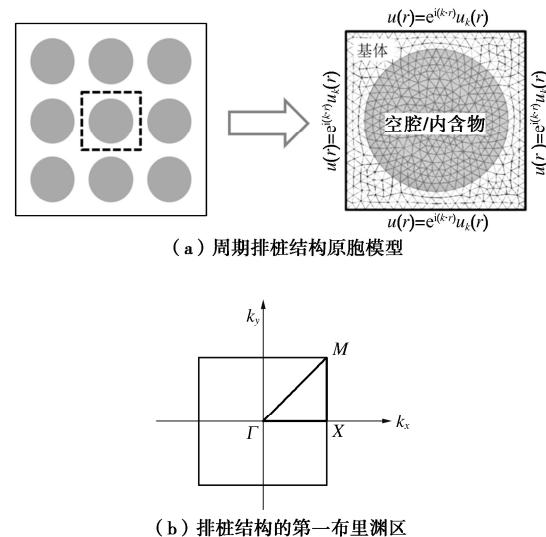


图 1 周期性排桩的原胞及第一布里渊区

Fig. 1 Unit cell model and first Brillouin zone of periodic piles

### 1.2 波动方程求解

在线弹性、无阻尼、各向同性的介质中弹性波动方程为

$$\nabla [(\lambda(r) + 2\mu(r))(\nabla \cdot u)] - \nabla \times [\mu(r)\nabla \times u] = \rho(r)\omega^2 u. \quad (3)$$

式中  $\nabla$  为微分算子,  $\nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$ ;  $u$  为位移矢

量,  $u = [u_x, u_y, u_z]$ ;  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho$  为 Lame 常数及弹性介质密度;  $\omega$  为入射波圆频率。

COMSOL PDE 模块中系数型偏微分控制方程为

$$\Lambda^2 e_a u - \Lambda d_a u + \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + a u = f. \quad (4)$$

式中  $\Lambda$  为特征值;  $e_a$ ,  $d_a$ ,  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $a$  均

$$\begin{aligned} e_a &= \begin{bmatrix} -(\lambda + 2\mu)\cos^2\theta - \mu\sin^2\theta & -(\lambda + \mu)\sin\theta\cos\theta & 0 \\ -(\lambda + \mu)\cos\theta\sin\theta & -(\lambda + 2\mu)\sin^2\theta - \mu\cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & -\mu\cos^2\theta - \mu\sin^2\theta \end{bmatrix}, \\ c &= \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & \begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 \\ \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \mu & 0 & \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \\ 0 & \mu & 0 \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & \mu & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \\ 0 & \lambda & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2\mu \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \\ \alpha &= \begin{bmatrix} -(\lambda + 2\mu)\Lambda\cos\theta & \begin{pmatrix} -\lambda\Lambda\sin\theta \\ -\mu\Lambda\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mu\Lambda\cos\theta \end{pmatrix} \\ -\mu\Lambda\sin\theta & \begin{pmatrix} -\mu\Lambda\cos\theta \\ -(\lambda + 2\mu)\Lambda\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mu\Lambda\sin\theta \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\lambda\Lambda\cos\theta \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\mu\Lambda\cos\theta \\ -\mu\Lambda\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \\ \beta &= \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)\Lambda\cos\theta & \begin{pmatrix} \mu\Lambda\sin\theta \\ \lambda\Lambda\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda\Lambda\cos\theta \end{pmatrix} \\ \mu\Lambda\sin\theta & \begin{pmatrix} \mu\Lambda\cos\theta \\ (\lambda + 2\mu)\Lambda\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda\Lambda\sin\theta \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu\Lambda\cos\theta \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mu\Lambda\cos\theta \\ \mu\Lambda\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \\ a &= \begin{bmatrix} -\rho\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho\omega^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

为根据控制方程确定的系数;  $f$  为根据边界条件确定的表达式。

当求解复频散曲线时, 波数为特征值, 令  $\Lambda = -ik$ , 由于排桩在  $z$  方向上不具有周期性, 因此  $k_z = 0$ , 同时  $k_x = k\cos\theta$ ,  $k_y = k\sin\theta$ , 其中  $\theta$  为波矢与  $X$  轴的夹角。

将式(3)进行一定的变换并与式(4)进行对比, 得到偏微分方程(4)的非零系数矩阵分别为

将上述确定的 PDE 系数输入软件中, 将频率取遍所需要计算的范围, 求解波动方程(3)即可得到每一频率对应的波矢实部和虚部, 从而得到三维周期结构的复频散曲线。

### 1.3 方法验证

为了验证利用 PDE 模块系数换算求解波动方程的正确性, 本文首先利用 PDE 模块计算 Miniaci<sup>[20]</sup>文中三维空心十字腔结构的频散曲线, 计算模型如图 2 所示。

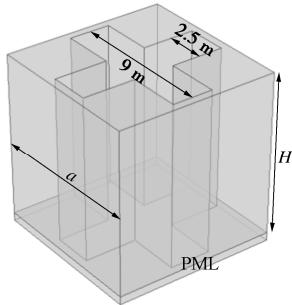


图 2 十字腔结构计算模型

Fig. 2 Model for cross cavity structure

文献[20]中模型底部施加了完美匹配层(PML)边界条件来减小波的反射, 周期结构晶格常数  $a=10$  m,  $H=10$  m, 采用的土体参数弹性模量为 20 MPa, 泊松比为 0.3, 密度为  $1800 \text{ kg/m}^3$ 。本文求解波动方程计算结果与 Marco 计算结果对比如图 3 所示。

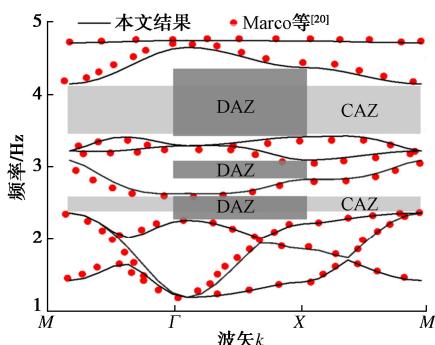


图 3 十字腔周期结构的频散曲线

Fig. 3 Dispersion curves of cross-like cavity periodic structure

从图 3 中可以看出, 计算得到的能带和衰减域(图中灰色部分所示)和文献[20]中的结果都能很好地吻合, 说明了利用 PDE 模块求解频散曲线的正确性。图 3 中频率和波数均为实数, 对某一频率在  $M-\Gamma-X-M$  方向上均不存在波矢解的范围称为完全衰减域(complete attenuation zone, 简称 CAZ), 表明该频率的弹性波无法在周期结构中传播; 而只在某个方向上不存在解的频率范围为方向衰减域(directional attenuation zone, 简称 DAZ), 表明该频率的弹性波无法在某一特定方向上传播。然而在实际中, 该频率范围内的弹性波在周期结构中可以传播, 只是会有很大的衰减, 复频散曲线能表征这种衰减特性。

用求解复频散曲线的 PDE 系数计算复频散的实

部和虚部, 如图 4 所示。

图 4(a)为复频散曲线实部, 横坐标为波数实部, 它与频率的关系为频散关系, 图 4(b)为复频散曲线虚部, 横坐标为波数虚部, 它与频率的关系表征了波数的衰减特性, 即图 4 中某一频率对应的最小虚部值表示弹性波的衰减程度。由于复频散曲线只能表征一个方向的衰减特性, 本文中均以  $\Gamma-X$  方向为例计算周期结构的复频散曲线。从图 4 中可以看出, 复频散曲线实部与频散曲线的  $\Gamma-X$  方向相对应, 但还给出了频散曲线未能描述的能带, 如能带  $a$ ,  $b$ , 但复频散曲线不仅可以反映出衰减域范围, 还可以反映出各频率振动波的衰减程度。例如  $3.4\sim4.35$  Hz 中, 从  $3.4$  Hz 开始, 衰减曲线的值从 0 开始增大, 并在  $3.85$  Hz 时达到最大值, 此时衰减最大。随着频率的增大, 衰减曲线的值不断减小, 直至在  $4.35$  Hz 时衰减曲线的值变为 0。

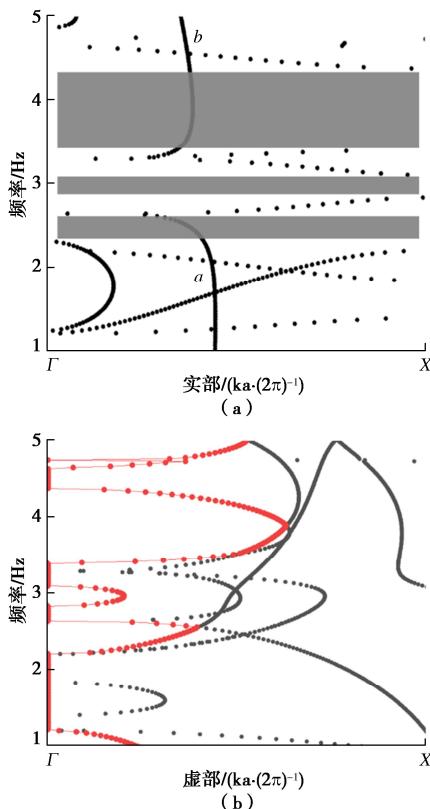


图 4 十字腔周期结构的复频散曲线

Fig. 4 Complex dispersion curves of cross cavity periodic structure

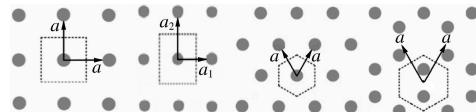
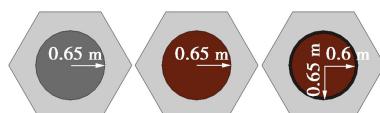
## 2 周期排桩复频散曲线特征

### 2.1 数值试验方案

本文假定桩、土均为各向同性的线弹性材料, 且桩土界面位移、应力连续, 建立三维原胞模型。为了研究不同排布形式和不同桩身材料对衰减域分布及各频率衰减大小的影响, 设置了 9 种排桩类型, 采用正交计算设计方案如表 1 所示。

表1 计算方案

Table 1 Calculation schemes

因素	水平	备注	示意图
排布形式	4	正方形排布(1号)、长方形排布(2号)、三角形排布(3号)、蜂窝形排布(4号)	
桩身材料	3	混凝土(5号)、钢(6号)、橡胶+钢(7号)	

注: 计算方案中一共设置了9种类型的排桩, 第1, 2, 3, 4号排桩对比讨论了排桩排布形式对衰减域的影响; 第5, 6, 7号排桩对比讨论了桩身材料对衰减域的影响。

在排布形式中分别考虑了正方形排布、长方形排布、三角形排布和蜂窝形排布4种排布形式对周期排桩减振效果的影响, 其中长方形排布原胞的晶格常数为 $a_1=1.8\text{ m}$ ,  $a_2=2.2\text{ m}$ , 其它排布的原胞晶格常数为 $a=2\text{ m}$ 。为保持填充率相同, 令蜂窝形排布的排桩半径为 $R=0.46\text{ m}$ , 其它排布的排桩半径为 $0.65\text{ m}$ , 4种排布形式均为长 $10\text{ m}$ 的钢桩, 设置为数值计算方案中的因素1。混凝土、橡胶等材料相较于钢造价更便宜, 因此为了研究不同材料的周期排桩对衰减效果的影响, 设置了三角形排布的混凝土桩、钢桩和钢桩外包裹橡胶层的两组元桩3种类型的周期排桩, 排桩长度均为 $6\text{ m}$ , 混凝土桩和钢桩的半径为 $0.65\text{ m}$ , 两组元排桩中钢桩的半径 $r=0.6\text{ m}$ , 外层橡胶层厚度为 $0.05\text{ m}$ , 设置为数值计算方案中的因素2。

由于本文研究的排桩下面是无限半空间土体, 弹性波可以自由无反射地传播下去, 因此需要引入一定的边界条件, 吸收传播到桩底的弹性波。完美匹配层(PML)吸收边界条件由Berenger<sup>[21]</sup>首先引入有限时域差分计算中, 它可以吸收任何频率和角度传来的入射波。本文将其施加在排桩底部, 可以更真实地计算出周期排桩中弹性波的衰减效果。模型中的材料参数如表2所示。

表2 材料参数

Table 2 Material properties

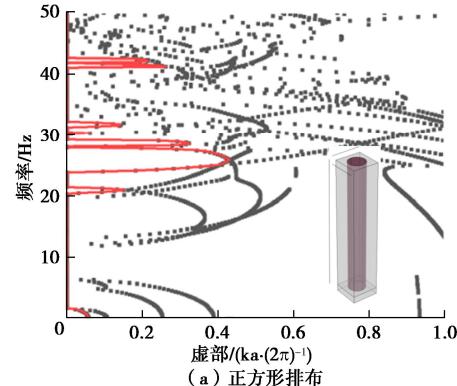
材料	弹性模量/MPa	泊松比	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )
土	20	0.30	1800
钢	207000	0.30	7784
混凝土	30000	0.25	2500
橡胶	0.12	0.47	1300
完美匹配层	20	0.30	1800

## 2.2 排布形式影响性分析

不同排布排桩数值计算的复频散曲线虚部图如图5所示。纵坐标表示计算频率, 横坐标表示各频率对应的衰减值大小, 图5中黑点部分表示各频率下的波矢虚部值, 每一频率下对应的最小虚部值表征了周期结构的衰减性能, 将各最小虚部值用红线连接起来得

到周期结构的衰减曲线。为了更好地表示出各计算方案下振动衰减的相对大小, 对复频散曲线虚部值进行归一化处理。

将图5中不同排布排桩的最大衰减域分布范围、峰值衰减频率及峰值衰减频率的衰减大小绘制在图6中。可以看出, 在4种排布中, 正方形和长方形排布的排桩对应的峰值衰减频率非常接近, 但正方形排布的衰减域范围为24~29 Hz, 长方形排布的衰减域范围为24.2~27.5 Hz, 说明正方形排布的衰减域范围更广, 即对24~29 Hz范围内的振动波都能产生一定的衰减作用, 而长方形排布对能产生衰减的振动波频率范围较窄。但从峰值衰减频率的衰减程度可以看出, 长方形排布的峰值衰减频率的衰减程度要比正方形排布大, 说明该工况下, 长方形排布针对25.4~27.1 Hz的振动波衰减效果更好。由图5可以看出蜂窝形排布排桩的峰值衰减频率最大, 达到了42.8 Hz, 说明六边形排布的排桩对更高频的振动波衰减效果较好, 但其衰减域范围非常窄, 且对应的衰减程度也较小。在4种排布形式中三角形排布的峰值衰减频率较高, 达到了32 Hz, 同时衰减域范围也最宽, 在26~37.6 Hz且衰减的效果也最好。由于在土体中周期排布的钢桩属于硬材料, 排桩会对振动波产生布拉格散射, 而三角形排布排桩属于交叉排列, 对振动波的反射、散射、衍射作用强, 振动波在土体中逐渐消散, 会对一段较宽频率的振动波产生衰减作用, 因此减振效果最好。



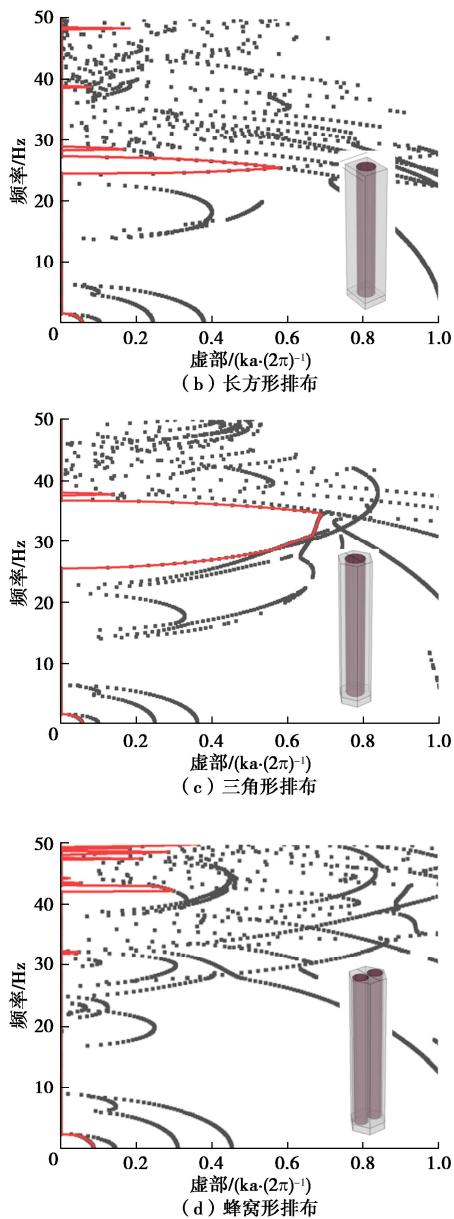


图 5 不同排布排桩的数值计算结果

Fig. 5 Numerical results of row piles in different arrangement forms

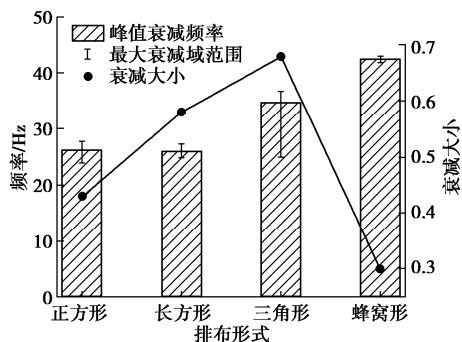


图 6 不同排布形式排桩的衰减域范围及其衰减大小

Fig. 6 Attenuation ranges and degrees of row piles in different arrangement forms

## 2.3 桩身材料影响性分析

不同桩身材料排桩数值计算的复频散曲线虚部图

如图 7 所示。

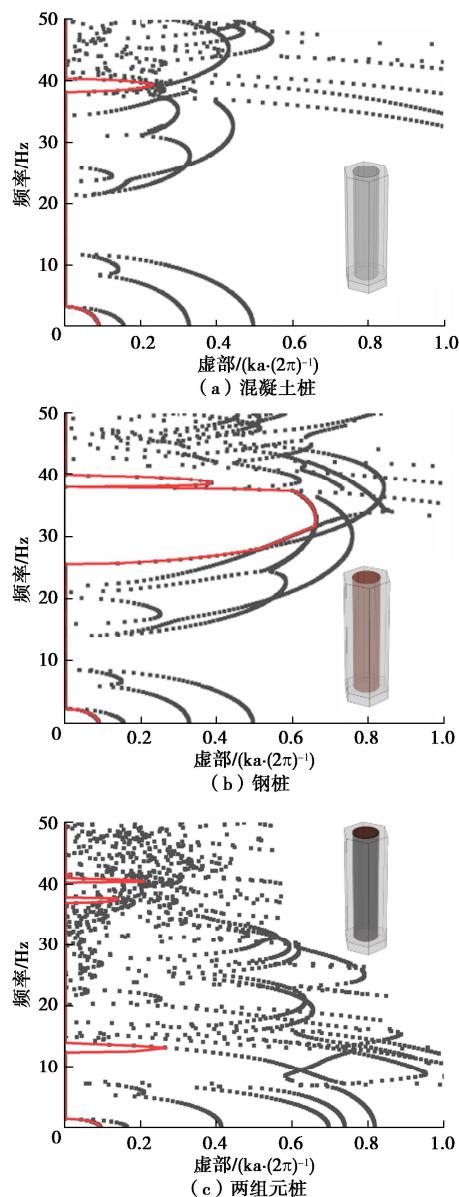


图 7 不同桩身材料排桩的数值计算结果

Fig. 7 Numerical calculation results of row piles with different materials

将图 7 中不同桩身材料排桩的最大衰减域分布范围、峰值衰减频率及峰值衰减频率的衰减大小绘制在图 8 中。从图 8 中可以看出，钢桩的衰减域范围和衰减值大小都是最大的，混凝土桩和两组元桩的衰减域范围较窄，衰减值也较小。混凝土桩的衰减域范围集中在 38~40.2 Hz 的高频，钢桩的衰减域范围集中在 25.5~37.8 Hz 的中高频，而两组元桩的衰减域范围集中在 12.5~14 Hz 的低频。混凝土桩和钢桩的衰减域主要集中在高频是由于基于布拉格散射机理产生的衰减域的中心频率对应的波长与晶格常数通常在同一数量级，因此频率较高。而两组元桩的衰减域范围集中在低频主要与排桩外包裹的橡胶产生局域共振有关，由于橡胶属于软材料，振动波的能量主要由软材料产

生共振而消耗, 因此不能传递下去。而橡胶的共振频率低, 因此会阻断低频波的传播。另一方面, 两组元桩产生的共振与低频入射波在土体中相互作用, 也会阻碍低频振动波的传播。因此需要隔离低频振动时, 可以选用两组元桩, 而需要隔离高频振动时, 可以选用混凝土桩或钢桩。

由上述计算可知, 在排桩的不同排布中三角形排布的排桩衰减域范围最广, 且减振效果最好, 因此选用三角形排布排桩比传统的正方形排布排桩更好; 当桩身材料为混凝土或钢时, 获得的衰减域集中在较高的频率, 而使用钢桩外包裹软材料的两组元桩时, 可以获得较低频率的衰减域, 因此可以进行低频减振。

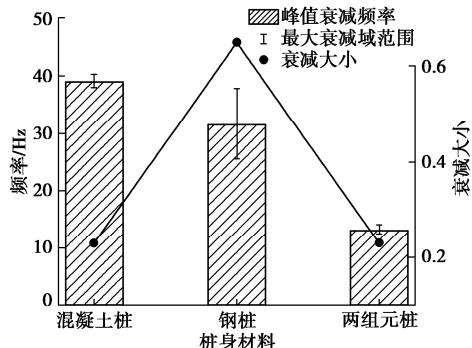


图 8 不同桩身材料排桩的最大衰减域范围及其衰减大小

Fig. 8 Attenuation ranges and degrees of row piles with different materials

### 3 高铁路基减振应用分析

#### 3.1 高速铁路路基振动特点

高速列车产生的振动会沿着轨道结构、路基或桥梁向周围地基传播, 引起的地基土动应变一般小于  $10^{-5}$ , 土体处于弹性变形阶段, 因此文中用弹性模型来模拟地基土。

刘雪珠等<sup>[22]</sup>以京沪高铁为研究背景建立有限元模型, 发现在不同列车运行速度下, 土体竖向加速度和竖向速度随距离增加总体上呈现出减小趋势。刘泳钢等<sup>[23]</sup>通过数值模拟发现 250 km/h 的列车在距轨道中心线 6.5, 20 m 处, 振动主频在 20~30 Hz, 距轨道中心线 40, 60 m 处, 振动主频在 10 Hz 以下。彭也也等<sup>[24]</sup>对成渝高铁进行现场测试发现, 时速 295 km 的 CRH380D 列车在距路堤中心线 20~75 m, 其垂向振动主频集中在 22.4~40 Hz。孟祥连等<sup>[25]</sup>对西宝高铁路基段进行现场实测, 发现时速为 300 km 的 CRH2C 列车在 10 m 处地面振动频率在 25~75 Hz, 出现多个单峰值, 峰值频率为 44 Hz。张光明<sup>[26]</sup>对西宝高铁和郑西高铁路基段进行现场实测, 得到以下规律: 列车运行速度越快, 振动频率分布越离散, 速度越慢振动频率分布越集中; 路堤高度和刚度对地面振动频率影

响很小。

综上所述, 在不同的工程背景下, 由高速列车荷载引起的地面振动频率集中在 0~50 Hz, 且距路基越远, 振动频率越低。

#### 3.2 路基减振方案及计算模型

为了验证周期结构在高速铁路振动特征频率下的减振效果, 建立了三维周期排桩频域响应数值模型, 如图 9 所示。

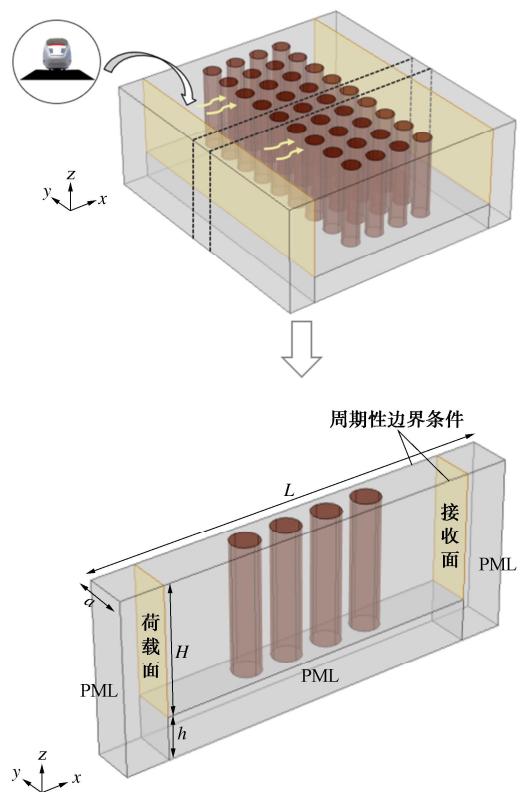


图 9 有限周期排桩模型示意图

Fig. 9 Schematic diagram of model for finite period row piles

为了简化计算, 在整体模型中取一典型单元, 并在其左右边界施加 Floquet 周期性边界条件来模拟整体模型。已有研究结果表明, 排桩排数设置 4 排时就能达到较好的减振效果<sup>[27]</sup>, 为了验证有限周期排桩在降低高铁振动方面具有效果, 选取 4 排桩进行计算。模型中排桩长度设为 6 m, 材料分别选用混凝土、钢和橡胶, 计算方案如表 3 所示, 模型材料参数如表 2 所示。模型晶格常数  $a=2$  m, 高度  $H=6$  m, 长度  $L=19$  m, PML 层厚度  $h=2$  m。模型中将土体和桩视作各向同性的均质弹性体, 且在模型上施加动荷载时, 桩土界面之间不产生相对滑动。在模型下部和两侧施加 PML 边界条件, 模拟半无限空间土体, 减少波的反射作用。在模型一侧桩长范围内的平面上施加  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三方向上的正弦波面荷载, 模拟高铁运行产生的压缩波、剪切波和表面波的混合传播形式, 与上节的无限周期结构中波的传播模式相对应, 频率计算范围为

0~50 Hz。在排桩后的平面上设置一接收面, 通过比较模型两侧计算的平均位移幅值, 来评估排桩屏障的衰减效果, 并由下式计算得到<sup>[28]</sup>:

$$\text{衰减值} = 20 \lg(A_1 / A_2) , \quad (7)$$

式中,  $A_1$ ,  $A_2$  为桩前和桩后平面上位移幅值的平均值。模型中的网格单元类型为 4 节点四面体单元, 自由划分网格, 模型最大尺寸为 0.25 m, 选用频域求解器进行计算。

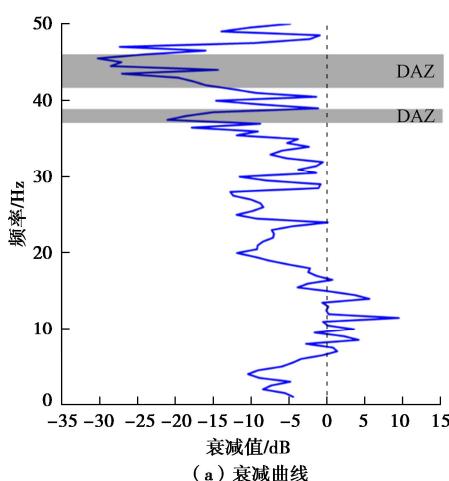
### 3.3 路基减振结果分析

从图 10~13 给出了表 3 中 4 种计算方案下的衰减曲线和复频散曲线结果, 从图中可以看出各计算方案下的衰减曲线和复频散曲线计算出来的衰减域和衰减大小都吻合完好。从减振频率上看, 混凝土桩的衰减域范围集中在 37.4~38.8 Hz, 41.8~46.8 Hz, 钢桩的衰减域主要分布在 24~28 Hz, 29.4~30.3 Hz, 32~34 Hz, 方案三和方案四中的 2 组元桩衰减域出现在低频范围, 方案三中排桩半径较小, 衰减域为 11.8~14 Hz, 方案四中排桩半径较大, 衰减域为 9~12 Hz。

表 3 计算方案

Table 3 Calculation schemes

方案	材料	半径/m	示意图
一	混凝土	0.8	
二	钢	0.65	
三	橡胶+钢	$R=0.8$ $r=0.75$	
四	橡胶+钢	$R=0.95$ $r=0.85$	



(a) 衰减曲线

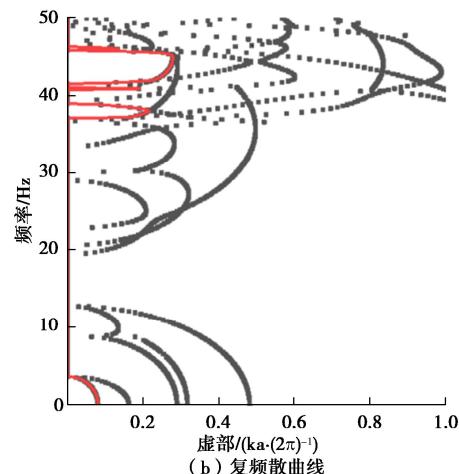
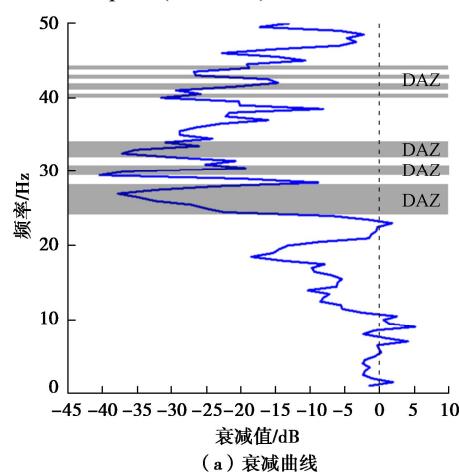


图 10 混凝土桩 (方案一) 的衰减曲线和复频散曲线  
Fig. 10 Attenuation curve and complex dispersion curve of concrete piles (scheme 1)



(a) 衰减曲线

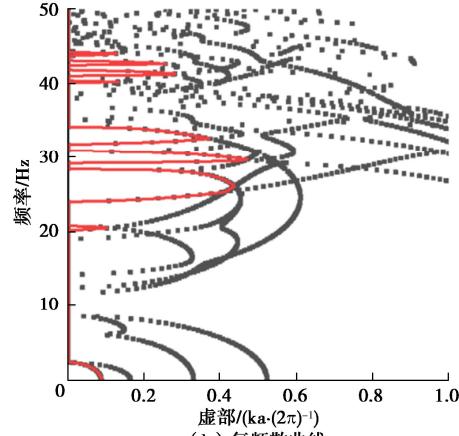


图 11 钢桩 (方案二) 的衰减曲线和复频散曲线

Fig. 11 Attenuation and complex dispersion curves of steel piles (scheme 2)

由于方案一—方案四几种不同排桩类型所产生的衰减域对应的频率都不同, 因此提出了如图 14 所示的组合桩, 将 4 种方案下不同类型的排桩依次排列, 计算得到如图 15 所示的结果, 图中阴影部分为 4 种方案下计算得到的方向衰减域, 黑色线条部分为没有排桩时的衰减曲线。可以看出组合桩在 0~50 Hz 产生多个衰减域, 且衰减域范围与阴影部分的方向衰减域范围

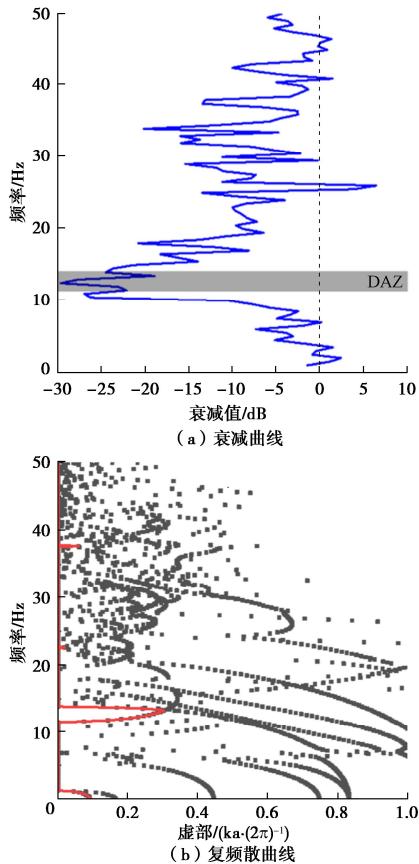


图 12 两组元桩(方案三)的衰减曲线和复频散曲线

Fig. 12 Attenuation and complex dispersion curves of two-component piles (scheme 3)

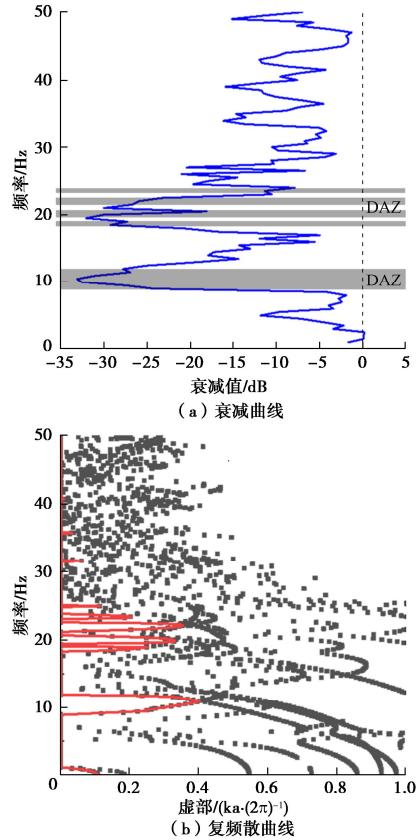


图 13 两组元桩(方案四)的衰减曲线和复频散曲线

Fig. 13 Attenuation and complex dispersion curves of two-component piles (scheme 4)

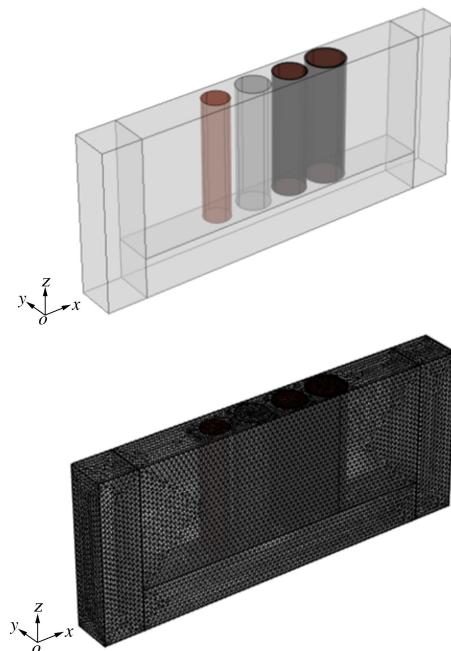


图 14 组合桩示意图

Fig. 14 Schematic diagram of composite piles

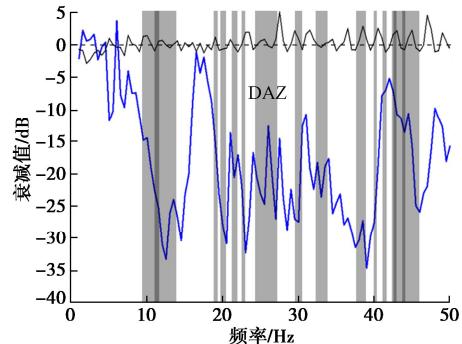


图 15 组合桩衰减曲线

Fig. 15 Attenuation curves of composite piles

基本吻合, 减振效果最高达到 34.5 dB, 与没有周期排桩时相比减振效果非常好。

## 4 结 论

(1) 频散曲线只能得到周期结构能隔离振动的频率范围, 而复频散曲线能准确地描述出振动波在隔离频率范围内的衰减程度信息。通过求解 COMSOL PDE 模块系数得到了理想三维周期结构复频散曲线的求解方法, 并验证了其正确性。

(2) 在正方形、长方形、三角形和蜂窝型 4 种不同排布形式的排桩中, 三角形排布的排桩衰减域范围最广, 且减振效果最好; 当桩身材料为混凝土或钢时, 能产生 20 Hz 以上的高频衰减域, 而使用两组元桩时可以产生 20 Hz 以下的低频衰减域, 但两组元桩和混凝土桩的减振程度比钢桩小。

(3) 通过建立有限尺度的频域响应模型计算周期结构衰减曲线, 与复频散曲线进行对比, 可以发现衰

减曲线与复频散曲线计算得到的衰减域范围和衰减程度吻合完好，因此可以使用三维复频散曲线来分析周期结构对不同频率振动波的衰减大小。

(4) 针对高铁运行引起的 0~50 Hz 范围地基振动，正方形排布的混凝土桩、钢桩和橡胶+钢两组元桩均可产生不同频率的衰减域，且通过排桩组合方式，可拓宽衰减域宽度，使得隔振频率范围更大。

### 参考文献：

- [1] 罗普俊. 正六边形布置的周期性排桩屏障模型试验及其减振影响因素分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2018. (LUO Pu-jun. Model Test and Influence Facors Analysis of Vibration Reduction for Regular-Hexgon Arranged Periodic Pile Barriers[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese))
- [2] 姜博龙. 基于带隙理论的轨道交通隔振周期排桩研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019. (JIANG Bo-long. Study on Periodic Piles for the Isolation of Train-Induced Environmental Vibration Based on Band Gap Theory[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019. (in Chinese))
- [3] 杨园野. 饱和土体中层状连续屏障隔振研究[D]. 南昌: 华东交通大学, 2017. (YANG Yuan-ye. Study of Vibration Isolation in Saturated Soil under Traffic Load[D]. Nanchang: East China Jiaotong University, 2017. (in Chinese))
- [4] RICHART F E, WOODS R D, HALL J R. Vibrations of Soils and Foundations[M]. Englewood Cliffs: PrenticeHall, 1970: 137.
- [5] BOROOMAND B, KAYNIA A M. Vibration isolation by an array of piles[C]// Proceedings of the 5th International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Karlsruhe, 1991.
- [6] LU J F, JENG D S, WAN J W, et al. A new model for the vibration isolation via pile rows consisting of infinite number of piles[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, **37**(15): 2394 – 2426.
- [7] YANG X J. Ground vibration isolated by soil and pile barriers[C]// The 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. St. Louis, 1991: 1557 – 1562.
- [8] 蔡袁强, 丁光亚, 徐长节. 饱和土中单排弹性桩对平面 S 波的屏蔽[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(7): 964 – 969. (CAI Yuan-qiang, DING Guang-ya, XU Chang-jie. Screening of plane S waves by a row of elastic piles in saturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(7): 964 – 969. (in Chinese))
- [9] 徐平. 多排弹性空心管桩屏障对平面 SV 波的隔离[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(3): 392 – 397. (XU Ping. Rows of elastic hollow pipe piles as isolation barriers for plane SV waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(3): 392 – 397. (in Chinese))
- [10] JIA G F, SHI Z F. A new seismic isolation system and its feasibility study[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, **9**(1): 75 – 82.
- [11] HUANG J K, SHI Z F. Vibration reduction of plane waves using periodic in-filled pile barriers[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(6): 4015018.
- [12] SHI Z F, WEN Y G, MENG Q J. Propagation attenuation of plane waves in saturated soil by pile barriers[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(9): 4017053.
- [13] PU X B, SHI Z F. A novel method for identifying surface waves in periodic structures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, **98**: 67 – 71.
- [14] 孟庆娟, 石志飞. 基于周期理论和 COMSOL PDE 的排桩减振特性研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(11): 4251 – 4260. (MENG Qing-juan, SHI Zhi-fei. Ambient vibration attenuation by periodic pile barriers using periodic theory and COMSOL PDE method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(11): 4251 – 4260. (in Chinese))
- [15] LAUDE V, ACHAOUI Y, BENCHABANE S, et al. Evanescent Bloch waves and the complex band structure of phononic crystals[J]. Physical Review B, 2009, **80**(9): 92301.
- [16] YU D L, WEN J H, SHEN H J, et al. Propagation of flexural wave in periodic beam on elastic foundations[J]. Physics Letters A, 2012, **376**(4): 626 – 630.
- [17] 甘莹莹. 考虑复阻尼周期排桩减振性能分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2018. (GAN Ying-ying. Vibration Reduction Analysis of Periodic Piles with Complex Damping[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese))
- [18] JIANG Y Z, MENG F, CHEN Y F, et al. Vibration attenuation analysis of periodic underground barriers using complex band diagrams[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **128**: 103821.
- [19] BLOCH F. Über Die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern[J]. Zeitschrift Für Physik, 1929, **52**(7/8): 555 – 600.
- [20] MINIACI M, KRUSHYNSKA A, BOSIA F, et al. Large scale mechanical metamaterials as seismic shields[J]. New Journal of Physics, 2016, **18**(8): 83041.

- [21] BERENGER J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves[J]. Journal of Computational Physics, 1994, **114**(2): 185 – 200.
- [22] 刘雪珠, 陈国兴, 陈 斌. 高速列车运行引起路基-场地体系振动特性研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(增刊1): 773 – 777. (LIU Xue-zhu, CHEN Guo-xing, CHEN Bin. Analysis of vibration characteristics on subgrade-site under vibrating load induced by high-speed train[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(S1): 773 – 777. (in Chinese))
- [23] 刘泳钢, 杨荣山. 板式无砟轨道交通引起的环境振动数值分析[J]. 路基工程, 2012(5): 75 – 78. (LIU Yong-gang, YANG Rong-shan. Numerical analysis on environmental vibrations caused by slab ballastless track transit[J]. Subgrade Engineering, 2012(5): 75 – 78. (in Chinese))
- [24] 彭也也, 贺玉龙, 宋 喆, 等. 成渝高速铁路某路堤段地面三向振动测试分析[J]. 中国测试, 2020, **46**(2): 34 – 39. (PENG Ye-ye, HE Yu-long, SONG Zhe, et al. Tri-axial vibration measurements and analysis of the high-speed train induced ground-borne vibration on embankment of Chengdu-Chongqing high-speed railway[J]. China Measurement & Test, 2020, **46**(2): 34 – 39. (in Chinese))
- [25] 孟祥连, 周福军. 西宝高铁黄土地区路基振动效应空间分析研究[J]. 铁道工程学报, 2017, **34**(8): 28 – 33. (MENG Xiang-lian, ZHOU Fu-jun. Spatial analysis and study of roadbed vibration effect on loess area for Xi'an-Baoji high-speed railway[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2017, **34**(8): 28 – 33. (in Chinese))
- [26] 张光明. 高速铁路路基段地面振动响应研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2014. (ZHANG Guang-ming. Study on the Ground Vibration Induced by Trains Moving on Subgrade of High-Speed Railway[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2014. (in Chinese))
- [27] MENG Q J, SHI Z F. Propagation attenuation of plane waves in single-phased soil by periodic pile barriers[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, **18**(6): 4018035.
- [28] HUANG J K, SHI Z F. Attenuation zones of periodic pile barriers and its application in vibration reduction for plane waves[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, **332**(19): 4423 – 4439.

### 中国已建成在建坝高最大的 10 座堆石坝

序号	工程名称	河流	坝高/m	拱顶长度/m	总填筑量/万 m <sup>3</sup>	防渗体型式	建设状态
1	双江口	大渡河	312	639	4123	砾石土心墙	2016 年开工
2	两河口	雅砻江	295	669	4218	砾石土心墙	2015 年开工
3	糯扎渡	澜沧江	261.5	628	3268	土心墙	2013 年建成
4	大石峡	库玛拉克河	256	598	2052	混凝土面板	2018 年开工
5	拉哇	金沙江	245	420	1800	混凝土面板	2019 年开工
6	长河坝	大渡河	240	498	3386	土心墙	2017 年建成
7	水布垭	清江	233	675	1574	混凝土面板	2008 年建成
8	猴子岩	大渡河	223.5	283	980	混凝土面板	2017 年建成
9	江坪河	溇水	219	414	758	混凝土面板	2008 年开工
10	瀑布沟	大渡河	186	573	2236	土心墙	2010 年建成

注: 数据摘自《水电与抽水蓄能》2019年第6期杨泽艳等发表的论文“中国堆石坝的新发展”。

(本刊编辑部)