

DOI: 10.11779/CJGE202108016

钙质砂临界状态随颗粒破碎演化规律分析

王 刚^{1,2}, 杨俊杰^{1,2}, 王兆南^{1,2}

(1. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045; 2. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

摘要: 根据物理试验揭示的钙质砂颗粒破碎特征和发展规律, 建立了可进行钙质砂三轴试验的离散元数值模型。首先通过预压均匀级配的钙质砂破碎生成不同初始级配的试样, 进行不破碎三轴剪切过程的数值试验, 以确定临界状态与固定级配的对应关系。结果表明, 一个固定级配对应一条固定的临界状态线, 在压缩平面内各固定级配临界状态线基本平行但是位置随颗粒级配的拓宽(颗粒破碎程度的增大)而逐渐降低。然后, 采用相同均匀级配的试样, 进行加载过程颗粒可破碎的三轴试验, 以揭示实际三轴试验中临界状态线的变化机理。结果表明, 在 $e-p-B_r$ 三维空间中, 可破碎三轴试验的各临界状态点都落在由固定级配临界状态线所确定的破碎临界状态面上, 说明临界状态由最终的颗粒级配决定, 而与产生该颗粒级配的过程无关。实际物理试验中, 不同围压和应力路径达到临界状态时颗粒破碎程度的不同是导致实测临界状态线出现复杂变化的机理; 在三轴压缩剪切情况下, 颗粒破碎程度基本随着有效球应力的增大而增大, 所以实测的颗粒破碎临界状态线相对于固定级配的临界状态线呈现出旋转的变化。

关键词: 颗粒破碎; 钙质砂; 离散元; 级配演化; 临界状态

中图分类号: TU441 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)08-1511-07

作者简介: 王 刚(1978—), 男, 博士, 教授, 主要从事土的本构理论、土动力学及地震工程、数值分析等方面的研究工作。E-mail: cewanggang@163.com。

Evolution of critical state of calcareous sand during particle breakage

WANG Gang^{1,2}, YANG Jun-jie^{1,2}, WANG Zhao-nan^{1,2}

(1. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: Based on the particle breakage characteristics and development laws of calcareous sand from physical triaxial test results, a discrete element numerical model is established for conducting numerical triaxial tests. First, the specimens with different initial gradings are generated by pre-crushing a uniformly graded calcareous sand under different pressures, and the numerical tests without breakage during the following triaxial shear process are carried out to determine the relationship between the critical state and the fixed grading. The results show that the fixed grading has a fixed critical state line, and the critical state lines of different gradings are basically parallel, but their position decreases gradually with the broader grading (i.e., the increasing breakage) in the $e-p$ compression plane. Afterwards, the numerical tests of crushable particles during loading process are conducted on the specimens with the same uniform grading so as to reveal the evolution mechanism of the critical state during real triaxial tests on crushable soils. The results show that in the three-dimensional $e-p-B_r$ space, the points of the critical state from the crushable tests fall on the surface of the breakage critical state determined by the fixed critical state lines from the non-crushable tests, indicating that the critical state depends only on the final grading regardless of the intermediate process to achieve the final grading. In real physical tests, the particle breakage extent of the points at the measured critical state line is different, and thus the critical state line exhibits complicated nonlinear form. Under triaxial compression conditions, the particle breakage increases with the increasing mean effective stress, leading to the rotation of the measured critical state line.

Key words: particle breakage; calcareous sand; DEM; gradation evolution; critical state

0 引言

Roscoe 等^[1]通过对黏土的三轴试验, 首次提出了临界状态的概念, 它是指土在连续加载过程之后, 最终达到的体积和应力均保持稳定不变的极限状态。临

界状态线在压缩平面($e-p$ 平面)中的位置和形状对

基金项目: 国家自然科学基金项目(51679016); 重庆市研究生科研创新项目(CYB20032)

收稿日期: 2020-06-27

于解释土的力学特性有极为重要的意义^[2-3]。黏土的临界状态线在 $e - \lg p$ 平面内可表示为一条直线^[1]。对于颗粒强度很高的砂土，在较低的压力下，临界状态线也基本为一条直线^[4]。然而对于颗粒强度较低的粒状土（如钙质砂），或者在较高的固结压力范围，临界状态线则呈现出复杂的变化^[5-6]。造成这一现象的原因可归结为加载过程中不断出现的颗粒破碎^[7]。颗粒破碎使得土的颗粒级配产生连续的变化，而临界状态与其颗粒级配有着明显的关联^[8-11]，所以在加载过程中土所趋向的临界状态孔隙比随着颗粒级配的变化而改变，使得实测的临界状态线依赖于应力大小和路径。

目前的室内试验技术还无法实时地记录加载过程中颗粒级配的演化过程，同时也无法控制颗粒破碎的产生阶段，因而难以通过室内物理试验来系统分析颗粒级配演化过程对临界状态的影响规律。近年来，国内外学者在离散元方法模拟粒状材料颗粒破碎方面取得了成功^[12-19]，可对难以开展的室内试验进行补充和拓展。Wood 等^[12]采用二维离散元法证实了在不考虑颗粒破碎的前提下，圆盘颗粒在 $e - \lg p$ 平面内的临界状态线随颗粒级配的拓宽而降低。Yan 等^[13]采用三维离散单元法也得出了相同的结论。Hanley 等^[14]表明，允许颗粒破碎会降低临界状态线在 $e - \lg p$ 平面内的位置。Ciantia 等^[15]使用 PFC 建立可追踪颗粒破碎演化的 Fontainebleau 砂的离散元模型，通过不同路径的三轴试验研究发现，颗粒破碎使得临界状态线发生了转动。金磊等^[16]通过生成不规则形状的离散元颗粒模拟了土石混合体在大型三轴剪切试验下的力学行为。此外，韩洪兴等^[17]、周健等^[18]学者们针对粗粒土在高应力下易发生颗粒破碎的现象，也采用离散元对相关问题进行了数值模拟。

近年来，中国在南海的大规模开发，使得对一种特殊的海洋土——钙质砂的研究推向了深入。钙质砂是海洋生物（主要是造礁珊瑚）的残骸破碎沉积的产物，在较低的压力下就能产生显著的颗粒破碎，因而表现出特殊的变形行为^[20]。揭示钙质砂的颗粒破碎规律以及它对临界状态的影响是钙质砂力学行为研究的核心。本文根据已有物理试验揭示的钙质砂颗粒破碎特征和发展规律，建立可进行钙质砂三轴试验的离散元数值模型，开展不同级配的钙质砂试样的不同破碎过程和不同应力路径的数值试验，旨在阐明钙质砂的临界状态演化规律与颗粒破碎导致的级配变化间的关系。

1 数值试验模型的建立与验证

1.1 颗粒破碎模型

如图 1 所示，颗粒破碎的形式可分为破裂、破碎、

研磨 3 种类型^[21]。破裂指原颗粒分解为多块粒径相当的小颗粒。破碎指原颗粒分解为粒径稍小的颗粒和数块粒径更小的颗粒。研磨则是指粒间错动和摩擦将颗粒表面的尖角部分磨掉，主要产生微细颗粒，而原颗粒粒径基本不变。不同的颗粒破碎形式通常采用不同的数值方法模拟。离散元模拟颗粒破碎主要有两种方式（图 2）：替换法和黏结法。替换法是采用多个小颗粒组合替换破碎前的大颗粒，该方法更适合用于模拟破裂和破碎形式的颗粒破碎。黏结法则是通过黏结多个小颗粒，组成可破碎的大颗粒，该方法更适用于研磨的破碎方式。

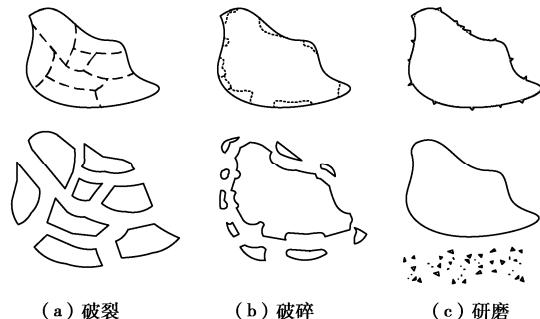


图 1 颗粒破碎的典型形式

Fig. 1 Typical breakage patterns of a single particle

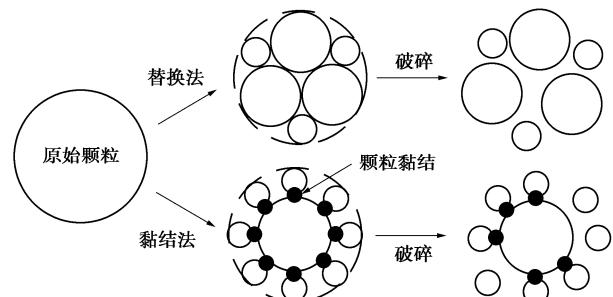


图 2 离散元模拟颗粒破碎的两种方法

Fig. 2 Two DEM methods for modeling particle breakage

试验结果^[22-24]表明，在中小固结压力的剪切过程中，钙质砂的颗粒破碎形式主要为颗粒尖角的磨损和粒间的研磨，原颗粒的粒径变化很小，尖角的磨损产生大量细颗粒。所以，本文采用黏结法来模拟钙质砂的颗粒破碎。非球形颗粒建模复杂且计算效率低，因此建模时使用黏结模型将 1 个大球形颗粒与 6 个小球形颗粒黏结组成一个团聚单元体（图 3）。当大小颗粒间的黏结因受力超过阈值而失效时，小颗粒掉落，以模拟颗粒尖角的研磨。

数值模拟采用三维开源离散元程序 YADE^[25]进行。采用线性接触和黏结模型模拟颗粒间的相互作用，相应的力学元件如图 3 所示。线性接触模型中，法向接触力 F_n 和切向接触力增量 ΔF_s 分别为

$$F_n = k_n U_n \quad , \quad (1)$$

$$\Delta F_s = k_s \Delta U_s \quad . \quad (2)$$

式中 k_n 和 k_s 分别为法向刚度和切向刚度； ΔU_n 为两个

接触颗粒的重叠长度, ΔU_s 为切向位移的增量。由于切向作用力与颗粒的运动和加载历史有关, 切向力以增量形式表示, 总切向力可表示为 $\|F_s\| = \sum \Delta F_s \leq (F_s^{\max} = \|F_n\| \tan \varphi)$, φ 为颗粒间摩擦角, F_s^{\max} 为最大切向力。为了模拟非球形颗粒在相互转动时产生的接触力矩, 在球形颗粒中引入滚动阻抗, 接触力矩 M 的计算如下:

$$M = k_r \theta_r , \quad (3)$$

式中, k_r 为滚动刚度, θ_r 为两个相互接触颗粒的相对转动角度。

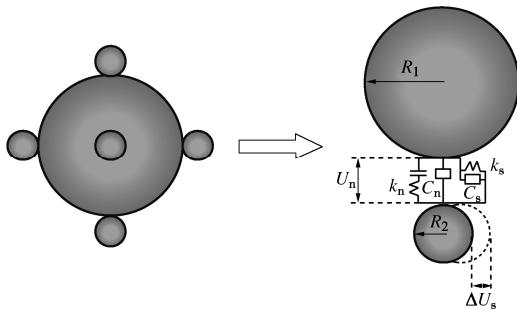


图 3 团聚单元体接触图示

Fig. 3 Contact diagrams of an agglomerate

设两个相互接触的球形颗粒的半径分别为 R_1 和 R_2 , 则法向刚度 k_n 、切向刚度 k_s 和滚动刚度 k_r 可由图 3 中力学元件的参数计算如下:

$$k_n = 2E \cdot R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) , \quad (4)$$

$$k_s = \alpha k_n , \quad (5)$$

$$k_r = \alpha k_r \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot k_s . \quad (6)$$

式中 E 为接触杨氏模量; α 为切向刚度与法向刚度之比; α_r 为缩放系数。

黏结接触模型用于模拟颗粒间的黏结作用, 颗粒间法向黏结力 a_n 和切向黏结力 a_s 分别为

$$a_n = C_n \min(R_1, R_2)^2 , \quad (7)$$

$$a_s = C_s \min(R_1, R_2)^2 . \quad (8)$$

式中, C_n 和 C_s 分别为法向和切向黏结强度。区别于线性模型, 黏结模型中法向力和最大切向力分别为

$$F_n = \min(k_n U_n, a_n) , \quad (9)$$

$$F_s^{\max} = \|F_n\| \tan \varphi + a_s . \quad (10)$$

当处于分离趋势的颗粒间的法向力超过法向黏结力或切向力超过最大切向力时, 黏结接触破坏, 即颗粒发生破碎。此时, 已破碎的两颗粒再次接触时, 恢复为线性接触模型。

1.2 数值模型的验证

采用 Wang 等^[23]的钙质砂三轴固结排水 (CD) 和不排水 (CU) 剪切试验结果, 对模型参数进行调整, 使数值试验与室内试验的结果具有较好的一致性。室内试验针对的是均匀粒径 (0.6~0.8 mm) 的钙质砂, 试验所采用的试样直径 39.1 mm, 高 80 mm。制样的

相对密度 D_r 为 75%, 在 50, 100, 200 和 400 kPa 四种围压下分别进行了三轴排水与不排水剪切试验。采用平行试样的方法, 在不同轴向应变下终止试验后, 取样、烘干和筛分, 来得到不同轴向应变处的颗粒级配曲线, 并采用 Hardin 等^[26]提出的相对破碎指数 B_r 来量化颗粒级配的变化程度。

为建立三轴剪切试验的数值模型, 首先生成六面无摩擦墙体形成试样初始装载空间, 在其内随机生成 1000 个较小的球体; 其后采用原位替换法生成团聚单元体, 即删除原位置的球体并在原球体空间内生成随机旋转后的团聚单元体; 最终采用膨胀法使团聚单元体等比增大至充满整个空间并达到初始平衡状态。1000 个团聚单元体的等效粒径与室内钙质砂样相同且为服从均匀分布的 0.6~0.8 mm, 级配曲线近似为一条直线。

采用离散元数值模型, 进行与室内试验相同条件的三轴剪切数值试验。在计算过程中实时输出已破碎颗粒的等效粒径和数量等信息, 进而可用相对破碎指数 B_r 记录剪切过程中颗粒级配的演化过程。图 4 给出了数值试验与物理试验的轴向应力应变曲线、体变曲线或有效应力路径, 以及相对破碎指数 B_r 的发展过程的对比。图中: 应力比 $\eta = q/p$, q 为偏应力即轴向应力与围压之差, p 为有效球应力。可以看出, 在排水与不排水三轴剪切条件下, 数值模拟试验结果与室内物理试验结果基本趋势一致, 符合程度良好。由此可以认为, 所建数值模型可较好地再现钙质砂在三轴剪切条件下的力学响应。标定的三轴数值试验的细观参数如下: 杨氏模量 E 为 850 MPa, 刚度比 α 为 0.4, 滚动刚度 k_r 为 0.2, 颗粒间摩擦角 φ 为 35°, 法向黏结刚度 C_n 为 0.8 MPa, 切向黏结强度 C_s 为 0.8 MPa。

2 数值试验方案

数值试验方案如表 1 所示, 共有 5 组试验。前面 4 组试验 (G1~G4 组) 为初始颗粒级配不同而剪切过程中不再发生颗粒破碎的试验, 旨在研究初始颗粒级配对临界状态的影响。因为本文仅用一个 B_r 值代表相应的颗粒级配, 这 4 组试验的试样的颗粒级配都是通过对相同均匀粒径 (0.6~0.8 mm) 试样在不同的等向压力 (0, 3, 5, 7 MPa) 下压缩破碎得到, 相应的级配曲线如图 5 所示, 相应的 B_r 值分别为 0, 0.057, 0.075, 0.094。在随后的剪切过程中, 将剩余未破碎的颗粒黏结强度设置成足够大, 颗粒不再发生颗粒破碎, 于是在剪切达到临界状态时, 试样的级配依然保持剪切前的初始级配。第 5 组试验 (B 组) 则全程允许颗粒破碎发生, 这和实际物理试验的情况一致。对于 B 组试验, 其初始级配也是 G1~G4 组等向压缩前的均匀粒

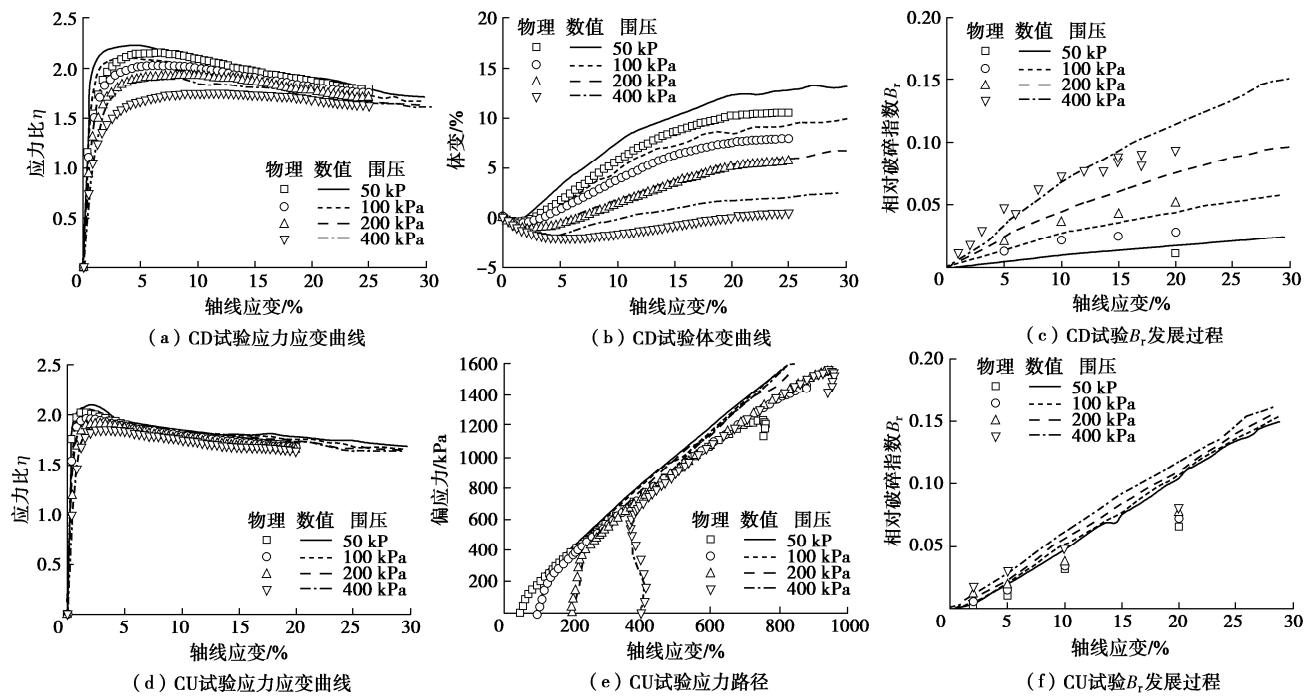


图 4 数值试验与物理试验结果对比

Fig. 4 Comparison of results from numerical and physical tests

径($0.6\sim0.8\text{ mm}$)试样。该组试验旨在研究试样的临界状态与最终的颗粒级配曲线间的关系，并与前面的固定颗粒级配得到的临界状态线对比，揭示临界状态与颗粒级配间的变化规律。需要指出，虽然G1~G4组中颗粒破碎是通过三轴试验前的高压预压过程产生的，而B组试验则主要是在三轴剪切过程中产生的，为了简便，本文近似假定这5组试验中相同的 B_r 值代表近似的颗粒级配。

在三轴试验条件下，达到临界状态需要较大的轴向应变。如图4(a), (d)所示，不同排水条件下的应力应变曲线在轴向应变达到30%附近时基本趋于稳定，故认为在30%的应变水平下所有试样均达到了临界状态。因而所有的数值试验的终止轴向应变取30%。由于数值模拟存在一定波动，本文取后3%应变范围内的试验数据平均值为临界状态相应量的代表值。

表1 数值三轴试验方案

Table 1 Schemes of numerical triaxial tests

分组	预压 /MPa	B_r	破碎情况	应力路径	围压/kPa
G1	0	0	仅压缩过程	CTC/RTC/	50, 100,
			允许	TC	200, 400
G2	3	0.057	仅压缩过程	CTC/RTC/	50, 100,
			允许	TC	200, 400
G3	5	0.075	仅压缩过程	CTC/RTC/	50, 100,
			允许	TC	200, 400
G4	7	0.094	仅压缩过程	CTC/RTC/	50, 100,
			允许	TC	200, 400
B	—	—	压缩和剪切 过程均允许	CTC/RTC/ TC	50, 100, 200, 400

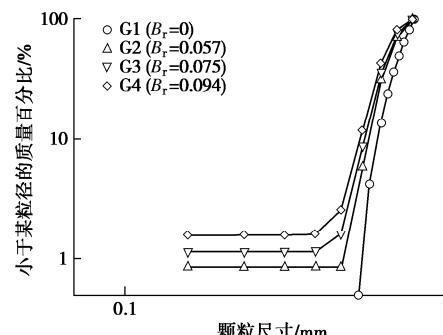


图 5 不同预压破碎试样的级配曲线

Fig. 5 Gradings of different pre-crushed specimens

在压缩平面(孔隙比 e 与有效球应力 p 的平面)内，临界状态线的确定需要足够数量的临界状态点来拟合。因而在每组试验中设计了4个围压(σ_3 为50, 100, 200, 400 kPa)和3种应力路径：①常规三轴压缩路径(CTC)，即保持 σ_3 不变，增大轴向压力 σ_1 ；②等 p 三轴压缩路径(TC)，即增大 σ_1 的同时减小 σ_3 ，以保持 p 不变；③减压三轴压缩路径(RTC)，即保持 σ_1 不变，减小 σ_3 。图6在压缩平面内给出了每组试验的初始和临界状态点在各应力路径下的对应图，注意图6中的线只表示对应关系，并非实际的 $e-p$ 演化过程。如图所示，每组试验得到的12个临界状态点，基本可以确定在10~1000 kPa有效球应力范围内临界状态线的变化趋势。

3 数值试验结果分析

3.1 固定级配加载过程的临界状态

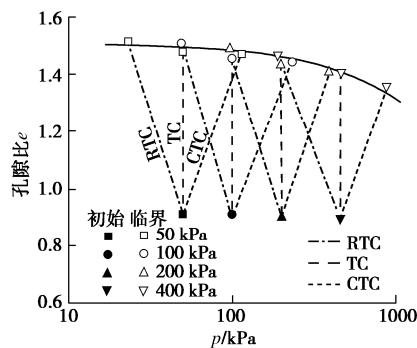
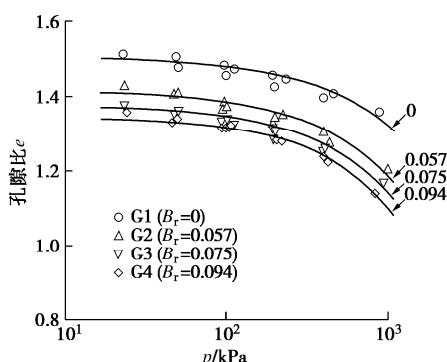
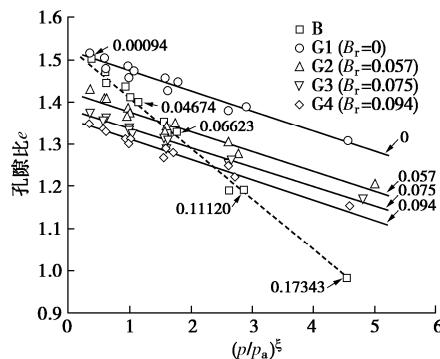


图 6 每组数值试验的初始和临界状态点的对应图

Fig. 6 Initial and critical state points in a testing group

图 7 给出了 4 组固定级配数值试验 (G1~G4) 的临界状态点的分布图。对于同一固定级配, 不同围压通过不同应力路径达到的临界状态点基本可以用一条曲线来拟合, 说明对于没有颗粒破碎的情况初始围压和应力路径对临界状态线无影响, 临界状态线由初始级配确定。由于加载过程中无破碎, 图 8 中每条临界状态线上所有的点在临界状态时的颗粒级配都是一样的, 为了方便, 本文将其称为固定级配临界状态线。

图 7 $e - \lg p$ 平面内的临界状态线Fig. 7 Critical state lines in $e - \lg p$ plane图 8 $e - (p/p_a)^\xi$ 平面上临界状态线与 B_r 值的关系Fig. 8 Critical state lines versus B_r in $e - (p/p_a)^\xi$ plane

从图 7 中还可以看出, 4 组试验得到的固定级配临界状态线基本平行, 但是在压缩平面内的位置随着代表该级配的 B_r 值的增大 (即颗粒级配的拓宽) 而逐渐降低。该现象的通常解释是: 随着颗粒级配的拓宽,

更多的小颗粒可以处于大颗粒间的空隙中, 相同质量的颗粒可以排列得更紧密, 因而土的最大和最小孔隙比以及临界状态孔隙比都会减小。

由于砂土在 $e - \lg p$ 压缩平面内, 临界状态线为一曲线, Li 等^[27]建议用如下公式可以更好地拟合临界状态线:

$$e_{cs} = e_\Gamma - \lambda_p (p/p_a)^\xi \quad (11)$$

式中 e_{cs} 为临界状态孔隙比; e_Γ 为 $p=0$ 时的临界孔隙比; λ_p 为临界状态线的斜率, e_Γ 和 λ_p 共同决定了临界状态线的位置; ξ 为材料常数, 通常取 0.7; p_a 为大气压强。式 (11) 表明, 砂土的临界状态线在 $e - (p/p_a)^\xi$ 平面上为一直线。图 8 给出了 $e - (p/p_a)^\xi$ 平面上 4 组试验所得到的固定临界状态线, 可以更清晰地看出, 4 条固定临界状态线基本平行, 曲线的斜率 $\lambda_p = 0.047$ 。图 8 中各直线的截距与对应 B_r 值也可用线性关系来拟合^[28], 于是可以建立临界状态线与代表固定级配的 B_r 值间的关系如下:

$$e_\Gamma = e_{\Gamma 0} - \lambda_b B_r \quad (12)$$

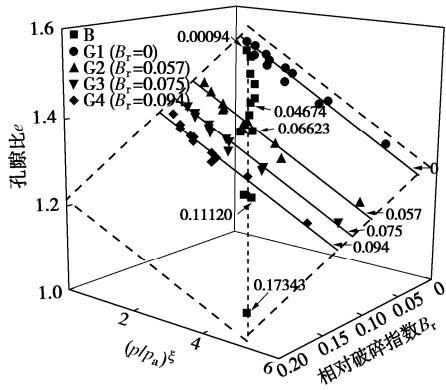
通过拟合得到 $e_{\Gamma 0} = 1.522$, $\lambda_b = 0.127$ 。

3.2 可破碎加载过程的临界状态

B 组试验在加载过程中可以产生颗粒破碎, 因而经历不同的围压和加载过程后试样的最终颗粒级配不一样, 相应的 B_r 值也不一样。为了便于与固定级配临界状态线对比, 将 B 组 12 个试验得到的临界状态点也点画于图 8 中, 并且在相应的临界状态点上标注了相应的 B_r 值。

从图 8 中可以看出, B 组试验的各临界状态点散布于各固定级配临界状态线间, 但是其分布是有规律的: 如果某临界状态点的 B_r 值等于某固定级配临界状态线的 B_r 值, 那么该点就位于该临界状态线上; 如果某临界状态点的 B_r 值在两条固定级配临界状态线的 B_r 值之间, 那么该点也按插值规律分布在这两条线间。该规律说明固定级配临界状态线是临界状态点 B_r 值的等值线。

为了进一步说明, 图 9 在 $e - (p/p_a)^\xi - B_r$ 三维空间中点出 5 组试验的所有临界状态点, 并画出 4 条固定级配临界状态线。可以清晰地看出, 各临界状态点位于同一个三维平面上, 可以将该平面称为破碎临界状态面。该平面的解析表达式即是式 (11), 固定级配临界状态线是该平面上的等 B_r 值线。因为 G1~G4 组的颗粒级配是三轴剪切试验前的预压破碎产生的, 而 B 组试验则是后续的三轴剪切过程产生的, 它们的临界状态点位于同一平面上, 说明临界状态只由试样最终的颗粒级配决定, 而与产生该级配的中间加载过程无关。

图 9 $e - (p/p_a)^{1/2} - B_r$ 平面内的临界状态线Fig. 9 Critical state lines in $e - (p/p_a)^{1/2} - B_r$ space

B 组的试验虽然有相同的初始颗粒级配，但是经历不同围压和应力路径后各试验的最终颗粒级配是不一样的，原则上不存在一条唯一的临界状态线。但是，因为本文的试验都是三轴应力状态并且都是轴向压缩剪切，各试验的 B_r 值基本随着有效球应力的增大而线性增大（如图 9 所示），所以可以近似用一条直线来拟合得到一条临界状态线（图 8, 9 中的虚线）。在实际的三轴物理试验中，由于只能控制各试样初始的颗粒级配相同，因而根据不同围压和应力路径的试验结果得到的实测临界状态线，就是图中虚线所示的临界状态线。可以看出，可破碎加载过程数值试验的实测临界状态线与各固定级配临界状态线交叉，这与三轴物理试验得出的颗粒破碎导致临界状态线的发生旋转的现象是一致的。图 8, 9 简明地给出了该现象的机理，即该实测临界状态线上各点的 B_r 值不一样，各临界状态点对应不同的颗粒级配。在其它更复杂应力路径的物理试验中，临界状态线呈现出更复杂的非线性变化，其原因是因为在该试验中最终的 B_r 值与有效球应力不再有良好的单调对应关系，因而就不能忽略具体临界状态点的 B_r 值来拟合，而应该引入颗粒级配的影响用式（11），（12）来拟合建立如图 9 所示的三维破碎临界状态面。

4 结 论

针对钙质砂的颗粒破碎特征和颗粒破碎发展规律，建立了可模拟离散元三轴试验数值模型，通过预压破碎生成的不同初始级配的不破碎三轴剪切过程的数值试验和相同初始级配的可破碎三轴剪切过程的数值试验，系统地探究了可破碎颗粒材料临界状态随颗粒破碎导致的颗粒级配变化的演化规律。得到以下 2 点结论。

(1) 在压缩平面内，固结级配临界状态线随着颗粒级配的拓宽而逐渐降低，但是基本保持平行。固定级配的数值试验和可破碎变级配过程的数值试验得出

的临界状态点在 $e - p - B_r$ 三维空间，都位于同一临界状态面上，说明临界状态只由达到临界状态时的最终颗粒级配决定，而与产生该颗粒级配的中间过程无关。

(2) 对于实际物理试验中，发现临界状态线呈现出移动和旋转等复杂变化，其原因就是拟合该临界状态线的各临界状态点所对应的颗粒破碎程度和最终颗粒级配不同，所以临界状态线的变化依赖于具体试验的应力状态和应力路径。在三轴压缩剪切试验中，试样的最终颗粒破碎值基本随着有效球应力的增大而线性增大，有良好的对应关系，因而可以较好地拟合出一条唯一的临界状态线，但是实测的临界状态线与固定级配临界状态线交叉且斜率增大。

参 考 文 献：

- [1] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, WROTH C P. On the yielding of soils[J]. Géotechnique, 1958, 8(1): 22 - 53.
- [2] YAO Y P, LIU L, LUO T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 110: 326 - 343.
- [3] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147 - 2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(12): 2147 - 2153. (in Chinese))
- [4] VERDUGO R, ISHIHARA K. The steady state of sandy soils[J]. Soils and Foundations, 1996, 36(2): 81 - 91.
- [5] CAI Zheng-yin, LI Xiang-song, Deformation characteristics and critical state of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(5): 697 - 701.
- [6] MUIR WOOD D, MAEDA K, NUKUDANI E. Modelling mechanical consequences of erosion[J]. Géotechnique, 2010, 60(6): 447 - 457.
- [7] 王刚, 叶沁果, 查京京. 珊瑚礁砂砾料力学行为与颗粒破碎的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(5): 802 - 810. (WANG Gang, YE Qin-guo, ZHA Jing-jing. Experimental study on mechanical behavior and particle crushing of coral sand-gravel fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(5): 802 - 810. (in Chinese))
- [8] 陆勇, 周国庆, 顾欢达. 高低压下不同力学特性的砂土统一模型[J]. 岩土力学, 2018, 39(2): 614 - 620. (LU Yong, ZHOU Guo-qing, GU Huan-da. Unified model of sand with different mechanical characteristics under high and low pressures[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(2): 614 - 620. (in Chinese))
- [9] BIAREZ J, HICHER P Y. Elementary Mechanics of Soil

- Behaviour: Saturated Remoulded Soils[M]. Rotterdam: AA Balkema, 1994.
- [10] BANDINI V, COOP M R. The influence of particle breakage on the location of the critical state line of sands[J]. Soils and Foundations, 2011, **51**(4): 591–600.
- [11] XIAO Y, LIU H, DING X, et al. Influence of particle breakage on critical state line of rockfill material[J]. International Journal of Geomechanics, 2016, **16**(1): 4015031.
- [12] WOOD D M, MAEDA K. Changing grading of soil: effect on critical states[J]. Acta Geotechnica, 2007, **3**(1): 3–14.
- [13] YAN W M, DONG J. Effect of particle grading on the response of an idealized granular assemblage[J]. International Journal of Geomechanics, 2011, **11**(4): 276–285.
- [14] HANLEY K J, O'SULLIVAN C, HUANG X. Particle-scale mechanics of sand crushing in compression and shearing using DEM[J]. Soils and Foundations, 2015, **55**(5): 1100–1112.
- [15] CIANTIA M O, ARROYO M, O'SULLIVAN C, et al. Grading evolution and critical state in a discrete numerical model of Fontainebleau sand[J]. Géotechnique, 2019, **69**(1): 1–15.
- [16] 金磊, 曾亚武, 李欢, 等. 基于不规则颗粒离散元的土石混合体大三轴数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(5): 829–838. (JIN Lei, ZENG Ya-wu, LI Huan, et al. Numerical simulation of large-scale triaxial tests on soil-rock mixture based on DEM of irregularly shaped particles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(5): 829–838. (in Chinese))
- [17] 韩洪兴, 陈伟, 邱子锋, 等. 考虑破碎的堆石料二维颗粒流数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(增刊2): 234–239. (HAN Hong-xing, CHEN Wei, QIU Zi-feng, et al. Numerical simulation of two-dimensional particle flow in broken rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(S2): 234–239. (in Chinese))
- [18] 周健, 张艳伟, 周韵鸿, 等. 考虑粒间法向接触力作用的粗粒土颗粒破碎试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(7): 1163–1170. (ZHOU Jian, ZHANG Yan-wei, ZHOU Yun-hong, et al. Experimental study on particle breakage of coarse-grained soil considering normal contact force[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(7): 1163–1170. (in Chinese))
- [19] 周伦伦, 楚锡华, 徐远杰. 基于离散元法的真三轴应力状态下砂土破碎行为研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(5): 839–847. (ZHOU Lun-lun, CHU Xi-hua, XU Yuan-jie. Breakage behavior of sand under true triaxial stress based on discrete element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(5): 839–847. (in Chinese))
- [20] 张家铭, 张凌, 蒋国盛, 等. 剪切作用下钙质砂颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(10): 2789–2793. (ZHANG Jia-ming, ZHANG Ling, JIANG Guo-sheng, et al. Research on particle crushing of calcareous sands under triaxial shear[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(10): 2789–2793. (in Chinese))
- [21] GUYON E, TROADEC J P. Du sac de billes au tas de sable[M]. Paris: Odile Jacob Publie, 1994. (GUYON É, TROADEC J P. From a bag of marbles to a pile of sand[M]. Paris: Odile Jacob Publishing, 1994. (in France))
- [22] 吴京平, 褚瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(5): 51–57. (WU Jing-ping, CHU Yao, LOU Zhi-gang. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(5): 51–57. (in Chinese))
- [23] WANG G, WANG Z N, YE Q G, et al. Particle breakage and deformation behavior of carbonate sand under drained and undrained triaxial compression[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, **20**(3): 4020012.
- [24] 王刚, 查京京, 魏星. 循环三轴应力路径下钙质砂颗粒破碎演化规律[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(4): 755–760. (WANG Gang, ZHA Jing-jing, WEI Xing. Evolution of particle crushing of carbonate sands under cyclic triaxial stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(4): 755–760. (in Chinese))
- [25] ŠMILAUER V, CATALANO E, CHAREYRE B, et al. Yade Documentation[EB/OL]. <https://yade-dem.org/doc/>, 2013-10-17.
- [26] HARDIN B O, ASCE F. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 1985, **111**(10): 1177–1192.
- [27] LI X S, WANG Y. Linear Representation of Steady-State Line for Sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(12): 1215–1217.
- [28] WANG Z N, WANG G, YE Q G. A constitutive model for crushable sands involving compression and shear induced particle breakage[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **126**: 103757.