

DOI: 10.11779/CJGE202108010

# 考虑应力路径和颗粒破碎影响的钙质砂剪胀特性及剪胀方程研究

罗明星, 张季如\*, 刘晓璇

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

**摘要:** 钙质砂的剪胀特性受应力路径和颗粒破碎的共同影响。为了探讨钙质砂在不同应力路径下的剪胀特性, 进行了一系列不同固结压力和应力路径组合的排水三轴压缩试验。结果表明: 应力路径和颗粒破碎对钙质砂的剪胀特性有重要影响。不同应力路径下钙质砂的剪胀比与应力比的关系存在显著差异。相同应力比下的剪胀比, 等围压试验的最大, 等轴向应力试验的最小, 等平均主应力试验的居中。峰值应力比对应的剪胀比随峰值应力比的增大而减小且为线性关系, 随颗粒相对破碎率的增大而增大并近似呈幂函数关系, 应力路径对这些关系的影响不大。忽略应变软化阶段的剪胀比与应力比相关的参数大致呈线性关系, 其直线斜率与应力路径和固结压力相关。基于试验结果, 提出了一种与应力路径和颗粒破碎相关的剪胀方程并进行了试验验证, 显示出剪胀方程对不同类型的粒状土均具有较好的适应性。

**关键词:** 钙质砂; 剪胀特性; 剪胀方程; 应力路径; 颗粒破碎

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)08-1453-10

**作者简介:** 罗明星(1988—), 男, 博士研究生, 主要从事钙质砂的工程性质和本构模型方面的研究工作。E-mail: whanst@whut.edu.cn。

## Dilatancy behaviors and equation of calcareous sand considering stress path and particle breakage

LUO Ming-xing, ZHANG Ji-ru, LIU Xiao-xuan

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

**Abstract:** The stress path and particle breakage have an impact on the dilatancy of calcareous sand. A series of drained triaxial compression tests with different stress paths and confining pressures are carried out to investigate the dilatancy of calcareous sand. The results show that the stress path and particle breakage have important effects on the dilatancy of calcareous sand. The relationship between the dilatancy ratio and the stress ratio of calcareous sand under different stress paths is significantly different. Under the same stress ratio, the dilatancy ratio in the constant confining pressure tests is the maximum, and that in the constant axial stress tests is the minimum. The dilatancy ratio in the constant average principal stress tests is between above two tests. The dilatancy ratio corresponding to the peak stress ratio decreases with an increase of the peak stress ratio, which follows a linear relationship, and increases with an increase of the relative breakage index, which is approximated by a power function. These relationships are not affected by the stress paths. The relation between the dilatancy ratio and the parameters related to stress ratio is linear under the condition of ignoring strain softening stage, and its slope is related to the stress path and the consolidation pressure. Based on the test results, a dilatancy equation related to the stress path and particle breakage is proposed and verified. It is shown that the dilatancy equation has better adaptability to different types of granular soils.

**Key words:** calcareous sand; dilatancy behavior; dilatancy equation; stress path; particle breakage

## 0 引言

土的剪胀特性是指土体在剪切过程中由于剪应力的增加, 导致颗粒之间位置变化而引起的体积变化。剪胀方程是一个反映土的塑性变形与应力状态的重要函数关系式, 也是构建土体本构模型的核心工作之一。有学者很早就发现了土的剪胀特性, 指出了土的剪胀

特性受应力状态的影响, 并建立了相应的剪胀方程来描述土的剪胀特性, 其中运用较为广泛的有剑桥模型和Rowe剪胀理论<sup>[1-2]</sup>。一些学者基于砂土、堆石料等

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(41272334)

收稿日期: 2020-12-23

\*通信作者 (E-mail: zhangjr@whut.edu.cn)

粒状材料的试验研究, 对剑桥模型和 Rowe 剪胀理论进行了修正, 以适用于粒状材料的剪胀特性。例如, Li 等<sup>[3]</sup>考虑到状态参量对砂土剪胀特性的影响, 提出了一个状态相关的剪胀方程。姚仰平等<sup>[4]</sup>基于统一硬化模型, 引入压硬性、剪胀性和临界状态参数, 建立了一个砂土本构模型。张丙印等<sup>[5]</sup>通过对堆石料的试验结果分析, 修正了 Rowe 的剪胀方程, 以此改进了沈珠江<sup>[6]</sup>提出的“南水模型”。

随着现代海洋工程数量和规模日益增多, 颗粒内孔隙丰富、形状不规则和易破碎的钙质砂逐渐引起了研究人员的关注。近年来国内外学者针对钙质砂颗粒破碎对剪胀特性的影响进行了大量的研究。Daouadji 等<sup>[7]</sup>通过建立颗粒破碎与塑性功和临界状态应力的函数关系, 将颗粒破碎对剪胀的影响, 通过临界状态应力概念引入剪胀方程。胡波<sup>[8]</sup>对钙质砂的能量耗散分析发现, 颗粒破碎耗能增量与 Hardin 相对破碎率<sup>[9]</sup>的增量成正比, 并在此基础上建立了剪胀方程。吴京平等<sup>[10]</sup>采用三轴试验对钙质砂的颗粒破碎现象进行了研究, 结果表明, 试样破坏时 Hardin 相对破碎率和塑性功的对数与剪胀率均呈线性关系。蔡正银等<sup>[11]</sup>考虑到颗粒破碎对临界孔隙比的影响, 提出了一个修正的 Li 的剪胀模型<sup>[3]</sup>。Zhang 等<sup>[12]</sup>基于钙质砂的高围压三轴试验结果分析, 并考虑颗粒破碎对状态参数的影响, 提出了破碎参数的概念, 对 Li 的剪胀方程<sup>[3]</sup>进行了修正, 可以合理反映钙质砂的剪胀特性。然而, 上述研究成果均是基于常规三轴试验获得的剪胀方程, 主要研究了不同应力状态对剪胀特性的影响, 而对不同应力路径下钙质砂的剪胀特性则研究较少。事实上, 应力路径不同, 引起的颗粒破碎量存在差异, 钙质砂的剪胀特性也必然有差别。

近年来随着土石坝工程建设的发展, 针对不同应力路径下堆石料的剪胀方程已经开展了大量研究, 显示出堆石料的剪胀特性除了取决于当前应力状态外, 还与应力路径密切相关。孔宪京等<sup>[13]</sup>通过研究应力路径对堆石料剪胀特性的影响, 发现堆石料的剪胀特性表现出显著的应力路径相关性。刘萌成等<sup>[14]</sup>分析了不同应力路径下堆石料的剪胀、剪缩转化关系, 指出堆石料的剪胀特性由临界应力比和临界固结应力共同决定, 且与应力路径相关。此外, 堆石料的剪胀特性也与颗粒破碎特性相关<sup>[15-16]</sup>。颗粒破碎会减小粒状材料的剪胀性, 增大剪缩性, 对堆石料的剪胀特性产生重要影响。王占军等<sup>[17]</sup>曾对张丙印等<sup>[5]</sup>提出的剪胀模型进行了修正, 引入剪胀应力比来考虑颗粒破碎对堆石料剪胀特性的影响, 其中剪胀应力比是指试样体积由剪缩向剪胀转换的临界特征点所对应的应力比。然而,

尽管上述研究成果较为丰富, 但钙质砂与堆石料相比, 颗粒的粒径大小和基本特性相差悬殊, 应力路径对二者剪胀特性的影响存在明显差异。

钙质砂的剪胀特性除了与应力状态和应力路径相关外, 还受到颗粒破碎的影响<sup>[18-19]</sup>。鉴于此, 本文对钙质砂开展了一系列不同应力路径和不同固结压力组合的排水三轴压缩试验, 研究不同应力路径下钙质砂的剪胀规律, 并基于试验成果提出一个合理、简单实用的剪胀方程, 可考虑应力路径和颗粒破碎的影响, 旨在为建立复杂应力路径下考虑颗粒破碎的钙质砂本构模型提供依据。

## 1 土样与试验方法

### 1.1 土样

试验土料取自南海某岛礁的钙质砂。钙质砂样呈白色, 一些颗粒表面附着有呈暗红或暗灰色矿物。颗粒相对质量密度为 2.76,  $\text{CaCO}_3$  含量超过 95%。钙质砂样的颗粒形状多样, 颗粒圆度受颗粒粒径大小影响, 在 0.3~0.9 之间。为消除颗粒粒径和颗粒形状对钙质砂剪胀特性的影响, 并考虑尽量增大试样的颗粒破碎程度, 选取了质量百分比占原始级配 50%以上, 粒径范围在 1.0~0.5 mm 的单一粒组钙质砂进行试验。

### 1.2 试验方法

试验采用英国 GDS 公司生产的高压三轴试验系统 (HTPAS)。试样直径 50 mm, 高 100 mm。考虑到钙质砂的易破碎性, 采用砂雨法制备干密度  $\rho_d$  为 1.45 g/cm<sup>3</sup>, 相对密度  $D_r$  为 0.72, 初始孔隙比  $e_0=0.9$  的试样。试样经三轴仪反压饱和后, 在预先设定的固结压力  $\sigma_c$  下进行等向固结 (HC) 试验, 然后分别进行等围压  $\sigma_3$  而增大轴向应力  $\sigma_1$  (CTC)、等平均主应力 (TC) 和等轴向应力  $\sigma_1$  而减小围压  $\sigma_3$  (RTC) 的固结排水三轴试验<sup>[20]</sup>。各试验在  $p-q$  平面内的应力路径如图 1 所示, 其中应力增量比  $\beta=dp/dq$ ,  $q$  为偏应力,  $p$  为平均主应力。

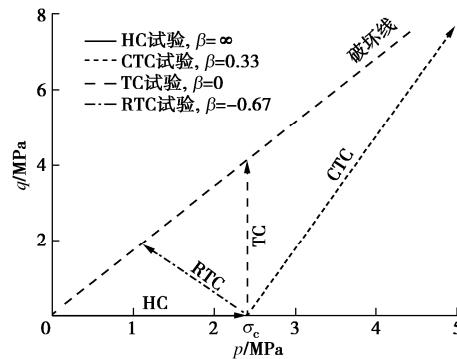


图 1  $p-q$  平面内的应力路径

Fig. 1 Stress paths in  $p-q$  plane

应力路径试验方案见表1, 共进行了4种应力路径与不同围压组合的26组试验。CTC试验采用应变控制, TC和RTC试验采用应力控制, 剪切速率见表1。考虑到在高围压和大轴向应变下, 棱角度高的钙质砂颗粒容易刺破橡皮膜而造成试验失败, CTC, RTC和TC试验的终止标准控制在20%的轴向应变。需要说明的是, 为了将所构建的剪胀方程的预测结果与试验结果进行对比验证, 将固结压力 $\sigma_c \geq 4.8$  MPa的CTC, TC和RTC试验设为验证性试验。各组试验完毕后, 利用筛析法对试样进行颗粒粒度分析, 以获取颗粒破碎后的粒径分布, 然后采用 Hardin<sup>[9]</sup>相对破碎率 $B_r$ 来量化钙质砂的颗粒破碎程度。

表1 应力路径试验方案

Table 1 Schemes of stress path tests

试验类型	试验编号	固结压力 $\sigma_c$ /MPa	应力增量比 $\beta$	剪切速率
HC	HC1~8	0.3, 0.6, 1.2, 2.4, 3.6, 4.8, 6.0, 7.2	$\infty$	
CTC	CTC1~8	0.3, 0.6, 1.2, 2.4, 3.6, 4.8, 6.0, 7.2	0.33	$\Delta\varepsilon_1=0.05$ mm/min
				$\Delta\sigma_1=5$ kPa/min
TC	TC1~5	0.3, 0.6, 1.2, 2.4, 4.8	0	$\Delta\sigma_3=2.5$ kPa/min
				$\Delta\sigma_3=5$ kPa/min
RTC	RTC1~5	0.3, 0.6, 1.2, 2.4, 4.8	-0.67	

注: CTC6~8, TC5, RTC5为验证性试验。

### 1.3 剪胀的描述

剪胀采用剪胀比 $d$ 来描述, 即

$$d = d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_s^p, \quad (1)$$

式中,  $d\varepsilon_v^p$ 和 $d\varepsilon_s^p$ 分别为塑性体变和塑性剪应变的增量。

在剑桥模型中, 剪胀比和应力比的关系为

$$d = M - \eta, \quad (2)$$

式中,  $M$ 为临界应力比,  $\eta$ 为应力比。

在 Nova 剪胀方程中<sup>[21]</sup>, 剪胀比和应力比的关系为

$$d = \rho(M - \eta), \quad (3)$$

式中,  $\rho$ 为正的常数。

## 2 结果与分析

### 2.1 剪胀特性

考虑到钙质砂的颗粒破碎特性使得其塑性变形远大于弹性变形<sup>[22]</sup>, 计算剪胀比时可忽略钙质砂的弹性变形的影响。图2是按照式(1)计算获取的峰值应力比对应的剪胀比 $d_{\max}$ 和峰值应力比 $M_p$ 的关系曲线。从图2中可以看出, 各应力路径下的 $d_{\max}$ 随着 $M_p$ 的增大而减小, 二者近似呈直线关系, 并且不受应力路

径的影响, 而这一关系与 Nova 等<sup>[21]</sup>提出的剪胀方程类似。通过数据拟合可得两者之间的线性关系为

$$d_{\max} = d_m - d_n M_p, \quad (4)$$

式中,  $d_m$ ,  $d_n$ 为拟合参数, 反映 $M_p$ 对 $d_{\max}$ 影响的程度。将式(4)与式(2), (3)进行对比, 可以发现, 在不考虑颗粒破碎的情况下, 参数 $d_m$ 与 $M$ 相关。

考察式(4)不难发现, 当 $d_m=M$ 且 $d_n=1$ 时, 钙质砂的 $d_{\max}$ 和 $M_p$ 才满足剑桥模型的剪胀方程, 说明剑桥模型的剪胀方程并不能很好地描述钙质砂的剪胀特性, 而式(3)似乎比剑桥剪胀模型更为合理。

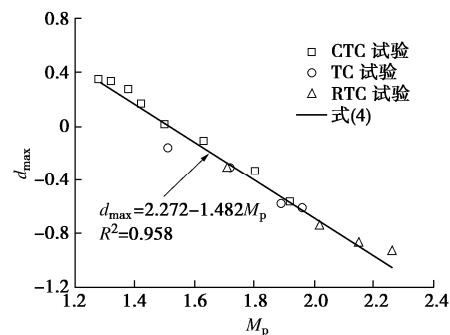


图2 峰值应力比与对应剪胀比的关系

Fig. 2 Relationship between peak stress ratio and corresponding dilatancy ratio

图3给出了CTC, TC和RTC三种应力路径下钙质砂的应力剪胀曲线, 显示出各应力路径下钙质砂的剪胀规律有如下特点:

(1) 钙质砂的剪胀特性对应力路径具有很强的依赖性。应力路径不同, 剪胀特性明显不同。剪切过程中不同应力路径的剪胀比存在显著差异, 相同应力比下的剪胀比, CTC试验的最大, TC试验的其次, RTC试验的最小。在较高固结压力下( $\sigma_c=2.4$  MPa), CTC试验的剪胀比恒大于零, 试样始终为剪缩。而TC和RTC试验则先剪缩、后剪胀, 见图3(d)。

(2) 固结压力对钙质砂的剪胀比也有影响。在CTC试验中, 随着固结压力的增大, 剪胀比变化显著, 表现为低压剪胀、高压剪缩的现象。在TC和RTC试验中, 随着固结压力的增加, 剪胀比逐渐增大, 剪胀性逐渐减小, 与CTC试验结果保持一致。

(3) 不同应力路径下剪胀比与应力比之间的关系是一条向上凸的曲线, 表明剪胀变化量随着应力比增加而逐渐降低, 而颗粒破碎加剧了这一变化趋势。究其原因, 是随着轴向应变和应力比的增加, 钙质砂的颗粒破碎量不断增加, 但颗粒破碎量的增量却逐渐减小<sup>[22]</sup>。考虑到颗粒破碎量的增量与钙质砂的剪胀变化量呈正相关<sup>[23-24]</sup>, 因此颗粒破碎量的增量减小, 使得剪胀变化量减小, 应力-剪胀曲线下移, 剪胀比趋于

减小。

(4) 当应力比等于相变应力比  $M_d$  (剪缩向剪胀转换时对应的应力比) 时 ( $\eta=M_d$ ), 剪胀比  $d=0$ 。在到达峰值应力比之前, 随着应力比逐渐增大, 3 种应力路径下的剪胀比均逐渐减小, 试样逐渐由剪缩向剪胀转变。在较高固结压力下 ( $\sigma_c=2.4 \text{ MPa}$ ), CTC 试验中的剪胀比始终大于零, 在应力比达到临界状态时 ( $\eta=M$ ), 剪胀比  $d=0$ , 见图 3 (d)。

(5) 不同应力状态下钙质砂的剪胀比也具有显著差异性。如图 3 (a) 所示, 在 CTC 试验中, 随着应力比的增加, 剪胀比逐渐减小, 当应力比达到峰值应力比时, 曲线出现拐点。随着轴向应变增大, 应力比逐渐减小, 出现应变软化现象。随着应力比的减小, 剪胀比并未沿原来的轨迹移动, 而是继续减小, 两者变化趋势完全不同。这表明应变软化时在同一应力比, 钙质砂可能存在着两种截然相反的剪胀状态。这是因为粒状土的剪胀状态除了与应力路径、固结压力和颗粒破碎相关外, 还与粒状土的状态参数相关<sup>[3]</sup>。

(6) 考察图 3 中不同应力路径下钙质砂应变软化阶段曲线, 可以发现, RTC 试验在应变软化与应变硬化阶段的曲线斜率大致保持一致, 而随着固结压力的增大, CTC 试验在应变软化阶段的曲线围绕峰值状态点转动, 见图 3 (a) ~ (c)。

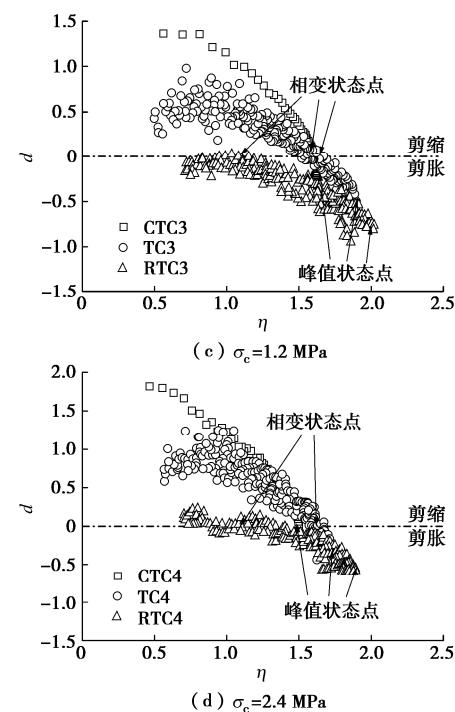
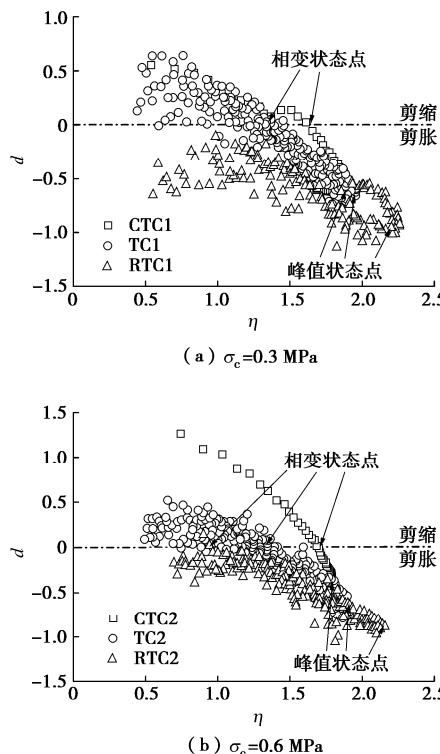


图 3 不同应力路径下剪胀比与应力比的关系曲线

Fig. 3 Curves of dilatancy ratio versus stress ratio under various stress paths

## 2.2 颗粒破碎对剪胀的影响

图 4 给出了最终体变  $\varepsilon_{v\max}$  与相对破碎率  $B_r$  的比值  $\varepsilon_{v\max}/B_r$  与  $B_r$  的关系曲线。其中,  $B_r$  为 CTC, TC 和 RTC 试验在剪切阶段的相对破碎率, 由各试验获得的颗粒破碎率减去相应固结压力下由等向固结试验产生的破碎率整理而得。从图 4 中可以看出, 不同应力路径下剪胀段和剪缩段的曲线规律较为一致, 相对破碎率对最终体变的影响大致可以分为以下两个阶段: ①低破碎率阶段 ( $B_r \leq 10\%$ ): 该阶段的  $B_r$  对  $\varepsilon_{v\max}$  影响显著。曲线在初期 ( $B_r \leq 2.5\%$ ),  $B_r$  的增加引起  $\varepsilon_{v\max}/B_r$  的急剧变化。随着  $B_r$  的增加 ( $2.5\% < B_r \leq 10\%$ ),  $\varepsilon_{v\max}/B_r$  的增速开始逐渐减缓。②高破碎率阶段 ( $B_r > 10\%$ ): 这一阶段的  $\varepsilon_{v\max}/B_r$  基本保持常数, 其值约为 0.4。这表明在剪缩段颗粒破碎对  $\varepsilon_{v\max}$  的影响保持恒定。

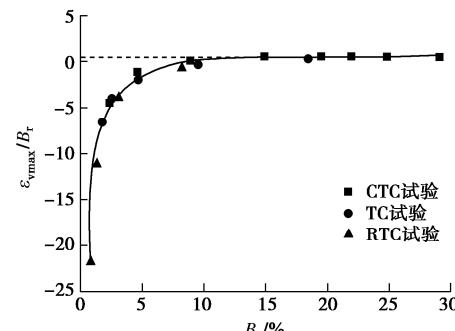


图 4 最终体变和相对破碎率的比值与相对破碎率的关系曲线  
Fig. 4 Curves for ratio of final volumetric strain to relative breakage index versus relative breakage index

图 5 给出了峰值剪胀比与相对破碎率的关系曲线, 显示了颗粒破碎对剪胀特性的影响规律。从图 5 中可以看出, 3 种应力路径试验的  $d_{\max} - B_r$  关系大致相同, 受应力路径的影响不大。 $d_{\max}$  随着  $B_r$  的增大而增大, 二者之间的关系可用幂函数来描述, 即

$$d_{\max} = d_1 B_r^{d_0} - d_2, \quad (5)$$

式中,  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  为试验常数。

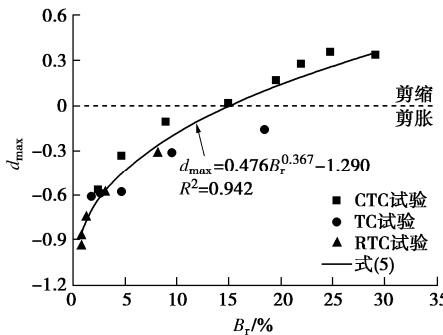


图 5 峰值剪胀比与相对破碎率的关系

Fig. 5 Relationship between peak dilatancy ratio and relative breakage index

### 3 剪胀方程

#### 3.1 方程的构建

根据上述分析, 钙质砂的剪胀特性受应力路径、颗粒破碎和固结压力的影响, 因此构造的剪胀方程应能真实反映上述参数的影响。王占军等<sup>[17]</sup>引入剪胀应力比  $M_g$  来考虑颗粒破碎对粒状材料的影响, 并构造了剪胀模型。本文借鉴这一思路及修正剑桥模型和褚福永等<sup>[25]</sup>提出的剪胀方程, 并考虑  $M_d$  及  $M$  对剪胀特性的影响(在这两处剪胀比  $d=0$ ), 对试验结果进行归一化处理, 整理出了剪胀比  $d$  与应力比相关的参数  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  之间的关系, 并绘制于图 6 中。其中剪胀应力比在应变软化时  $M_g = M_d$ , 在应变硬化时,  $M_g = M$ 。图 6 显示, 在达到峰值前的应变软化和应变硬化曲线, 其剪胀比与参数  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  之间的关系均可以近似用线性关系表示。

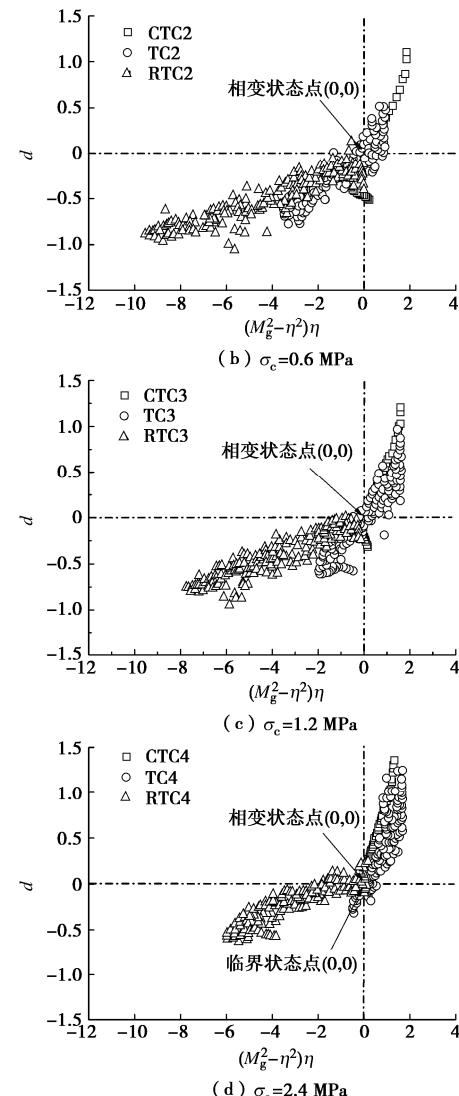
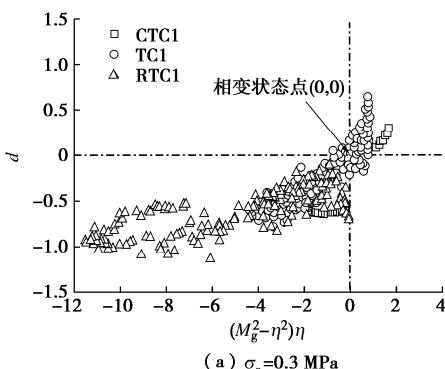


图 6 剪胀比与  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  的关系

Fig. 6 Relationship between dilatancy ratio and  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$

本文收集了文献[13, 26, 27]中的不同应力路径试验结果, 整理后发现, 不同应力路径下粒状土的剪胀比与  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  之间也存在线性关系, 见图 7, 说明其它类型的粒状土也符合这一规律。

对比图 6, 7 中的 3 种应力路径试验结果发现, 不同应力路径的  $d - (M_g^2 - \eta^2)\eta$  曲线均围绕着相变状态点或临界状态点转动, 且三者的直线斜率变化规律保持一致, 其中 CTC 试验的斜率最大, TC 试验的斜率次之, RTC 试验的斜率最小。而在同一应力路径下, 直线斜率随着固结压力的增大而逐渐增大, 这表明直线斜率与应力路径和固结压力相关。

根据上述分析, 对于应变硬化曲线和达到峰值前的应变软化曲线(不考虑应变软化阶段), 钙质砂的剪胀关系可表示为

$$d = a(M_g^2 - \eta^2)\eta, \quad (6)$$

式中,  $a$  为试验常数, 与钙质砂的应力路径和固结压力相关。

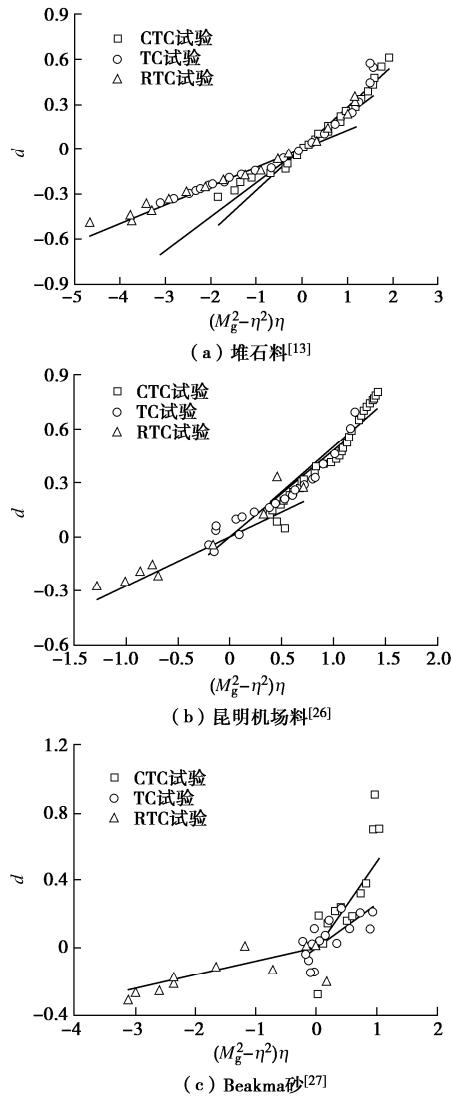


图 7 不同粒状土的剪胀比与  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  的关系

Fig. 7 Relationship between dilatancy ratio and  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  for different granular soils

由式(6)可知, 试样应变硬化时,  $d\eta > 0$ ,  $M_g = M$ 。试样应变软化时,  $M_g = M_d$ 。当试样达到临界状态时,  $\eta = M$ , 则剪胀比  $d = 0$ , 满足临界状态条件。当试样达到相变状态时,  $\eta = M_d$ , 剪胀比  $d = 0$ , 式(6)满足相变状态条件。但是在应变软化阶段, 式(6)无法满足临界状态条件 ( $d \neq 0$ )。

由于式(6)中的  $M_g$  在不同的应力应变状态下取值不同, 故无法统一描述。Wroth 等<sup>[28]</sup>认为粒状土的密实度对剪胀也有影响, 提出了状态参数  $\psi$  的概念。此后一些学者<sup>[29-30]</sup>则将  $M_d$  与  $M$  描述成状态参数的函数。笔者等<sup>[31]</sup>曾在钙质砂的 CTC 试验中发现, 在考虑颗粒破碎的条件下  $M_d$ ,  $M_p$  与  $M$  之间的关系为

$$M_g = M_d = M(1 + n_d \psi_d) \quad , \quad (7)$$

$$M_p = M(1 - n_b \psi_p) \quad , \quad (8)$$

式中,  $n_d$  和  $n_b$  为正的试验参数, 对于钙质砂分别取 1.47 和 1.31。 $\psi_d$ ,  $\psi_p$  分别表示相变和峰值状态时对应的考虑颗粒破碎的状态参数。

状态参数  $\psi$  定义为当前孔隙比  $e$  与临界孔隙比  $e_{cb}$  之差, 即

$$\psi = e - e_{cb} = e - e_c - \delta \quad . \quad (9)$$

式中  $e$  为孔隙比;  $e_{cb}$  为考虑颗粒破碎时临界状态下的孔隙比, 由大于破碎应力下的三轴试验获取;  $e_c$  为不考虑颗粒破碎时临界状态下的孔隙比, 由小于破碎应力下的试验数据拟合后, 通过拟合函数计算获取, 破碎应力可按照文献[31]中的方法确定;  $\delta$  为颗粒破碎参量, 是颗粒破碎造成的孔隙比降低值, 即  $\delta = e_c - e_{cb}$ 。当试样为应变硬化时, 在临界状态下,  $\psi = 0$ ,  $M_g = M_d = M_p = M$ 。当试样为应变软化时,  $M_d$  和  $M_p$  按式(7), (8)计算。

有资料表明, 在考虑颗粒破碎的条件下, 临界应力比  $M$  不再是常数<sup>[32-33]</sup>, 与颗粒破碎参量相关<sup>[31]</sup>, 即

$$M = \frac{M_0}{b\delta^w + 1} \quad , \quad (10)$$

式中,  $M_0$ ,  $b$  和  $w$  为试验常数。当不考虑颗粒破碎时,  $\delta = 0$ , 临界应力比  $M$  为定值  $M_0$ 。当考虑颗粒破碎时,  $\delta \neq 0$ ,  $M$  为变量。

将式(8)代入式(7), 可得

$$M_g = M_p \left( \frac{1 + n_d \psi_d}{1 - n_b \psi_p} \right) \quad . \quad (11)$$

将式(11)代入式(6), 变换可得

$$d = a(M_p^2 - \eta^2)\eta + a \left[ \left( \frac{1 + n_d \psi_d}{1 - n_b \psi_p} \right)^2 - 1 \right] M_p^2 \eta \quad . \quad (12)$$

当应力比  $\eta$  达到峰值应力比  $M_p$  时, 由式(12)可得对应于  $M_p$  的  $d_{\max}$  为

$$d_{\max} = a \left[ \left( \frac{1 + n_d \psi_d}{1 - n_b \psi_p} \right)^2 - 1 \right] M_p^3 \quad . \quad (13)$$

由式(13)可知,  $d_{\max}$  不是一个常数, 而是与参数  $a$  和  $M_p$  相关的函数。

将式(13)代入式(12), 可得

$$d = a(M_p^2 - \eta^2)\eta + \eta d_{\max} / M_p \quad . \quad (14)$$

当应力-应变曲线为应变硬化, 试样达到临界状态时,  $M_p$  等于  $M$ ,  $\psi_d = \psi_p = 0$ , 则  $d_{\max} = 0$ , 式(14)可简化为式(6)。

由图 2 可知,  $d_{\max}$  与  $M_p$  的关系可以近似用式(4)表示, 与应力路径关系不大。将式(4)代入式(14), 则剪胀方程可以变换为

$$d = a(M_p^2 - \eta^2)\eta + (d_m - d_n M_p)\eta / M_p \quad . \quad (15)$$

笔者在钙质砂的常规三轴排水剪试验中曾发现, 峰值应力比  $M_p$  与相对破碎率  $B_r$  的关系呈现出非线性的指数函数关系<sup>[22]</sup>。图 8 为不同应力路径下  $M_p$  与  $B_r$  的关系, 曲线拟合显示不同应力路径下钙质砂的排水

三轴试验结果也符合这一规律, 且不受应力路径的影响。因此,  $M_p$  与  $B_r$  的关系可写成

$$M_p = M_1 + M_2 e^{-hB_r}, \quad (16)$$

式中,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $h$  为试验常数。对于本文采用的钙质砂,  $M_1=1.26$ ,  $M_2=0.898$ ,  $h=0.0904$ 。

剪胀方程 (15) 中虽然没有直接包含颗粒破碎指标, 但是颗粒破碎对剪胀方程的影响, 可间接通过式 (16) 得到量化反映。当不考虑颗粒破碎的影响时,  $B_r=0$ , 式 (16) 中的峰值应力比  $M_p=M_1+M_2$  为常量, 即粒状土的偏应力  $q$  与平均主应力  $p$  为线性关系。这与孙岳崧等<sup>[34]</sup>对不同应力路径下承德中密砂的试验结果一致。当然, 在不考虑颗粒破碎和应变硬化的情况下, 达到临界条件时,  $M_p=M$ ,  $M$  为常数, 故  $M_p$  也为常数, 与前述描述一致。

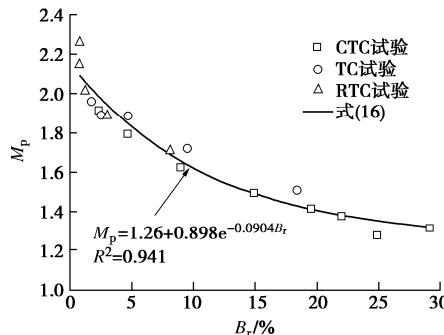


图 8 峰值应力比与相对破碎率的关系

Fig. 8 Relationship between peak stress ratio and relative breakage index

### 3.2 参数的确定

按照上述分析, 本文提出的剪胀方程 (15) 中含有  $a$ 、峰值应力比  $M_p$ 、拟合参数  $d_m$  和  $d_n$  四个参数。各参数确定方法如下:  $M_p$  可以通过不同应力条件下的三轴试验直接获取, 或者基于试验成果通过式 (16) 计算而得。 $d_m$ ,  $d_n$  可以按照式 (4) 对  $M_p$  和  $d_{max}$  进行拟合分析获得。

参数  $a$  反映了不同的应力路径和固结压力对剪胀方程的影响。参数  $a$  可按照式 (15) 对  $\sigma_c=0.3 \sim 3.6$  MPa 时不同应力路径下的应力剪胀关系拟合获得。将参数  $a$  与固结应力的关系绘制于图 9 中, 可以看出, 不同应力路径下的参数  $a$  随着  $\sigma_c$  的增大而增大, 两者的关系可以用幂函数关系表示, 即

$$a = a_1 \sigma_c^{a_2}, \quad (17)$$

式中,  $a_1$  和  $a_2$  为拟合参数, 与应力路径相关。其中, 参数  $a_1$  表示固结压力  $\sigma_c=1$  MPa 时  $a$  值的大小, 参数  $a_2$  反映固结压力对参数  $a$  的影响,  $a_2$  值越大, 固结压力对参数  $a$  的影响越大。

将  $a_1$  和  $a_2$  与应力增量比  $\beta$  的关系绘制于图 10 中, 经拟合分析可发现,  $a_1$ ,  $a_2$  与  $\beta$  的关系可分别表示为

$$a_1 = e^{m_1 \beta - m_2}, \quad (18)$$

$$a_2 = n_1 \beta + n_2, \quad (19)$$

式中,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  为拟合参数, 反应力增量比对参数  $a_1$  和  $a_2$  的影响程度。将式 (18), (19) 计算的  $a_1$ ,  $a_2$  代入式 (17), 可得  $a$  值, 再由式 (15) 计算不同应力路径下钙质砂的剪胀比。

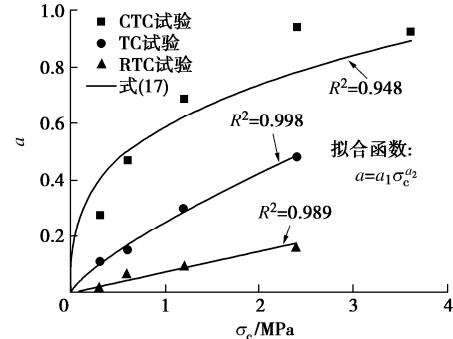


图 9 参数  $a$  与固结压力的关系

Fig. 9 Relationship between parameter  $a$  and confining pressure

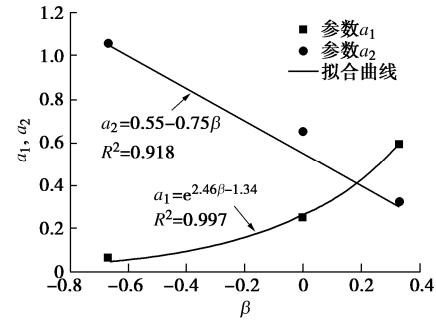


图 10 参数  $a_1$ ,  $a_2$  与应力增量比的关系

Fig. 10 Relationship between parameters  $a_1$  or  $a_2$  and stress increment ratio

### 3.3 方程的验证

为了验证本文提出的剪胀方程的合理性和适用性, 按照上述剪胀方程参数的确定方法, 各试验参数见表 2。对  $\sigma_c=4.8 \sim 7.2$  MPa 时的 CTC6~8 试验以及  $\sigma_c=4.8$  MPa 时的 TC5 和 RTC5 试验的结果进行预测, 结果见图 11。从图 11 中可以看出, 本文提出的剪胀方程 (15) 可以很好地描述钙质砂在不同应力路径和固结压力下剪胀比随应力比的变化规律。

表 2 不同粒土的剪胀方程参数

Table 2 Parameters of dilatancy equation for various granular soils

土的类型	$m_1$	$m_2$	$n_1$	$n_2$	$d_m$	$d_n$
本文钙质砂	2.46	1.34	-0.75	0.55	2.27	1.48
堆石料 <sup>[35]</sup>	0.60	1.43	0.74	0.28	2.27	1.33
标准砂 <sup>[36]</sup>	6.50	2.36	0.37	-0.29	2.25	2.87

同时本文也利用剪胀方程 (15) 对有关文献中的堆石料<sup>[35]</sup>和福建标准砂<sup>[36]</sup>在不同应力路径下的试验结果进行预测, 相关参数见表 2, 预测结果见图 12。从表 2 可以看出, 不同粒土的参数取值有所不同。图 12 显示, 预测结果与试验结果较为吻合, 表明剪胀

方程(15)具有较好的适用性。既适用于考虑颗粒破碎的钙质砂和堆石料的剪胀特性,也适用于预测不考虑颗粒破碎的标准砂的剪胀特性。

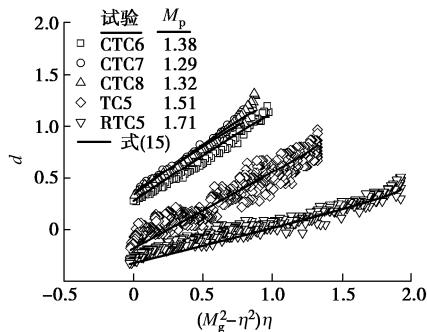


图 11 钙质砂应力 - 剪胀关系的试验结果与预测值的比较  
Fig. 11 Comparison of experimental results and predicted values of stress-dilatancy relationship for calcareous sand

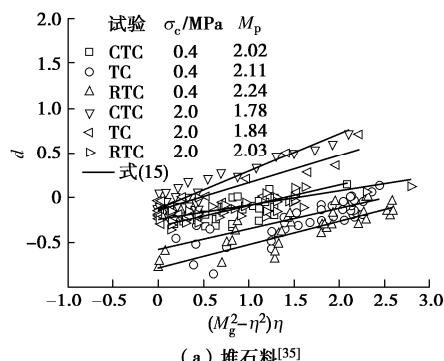
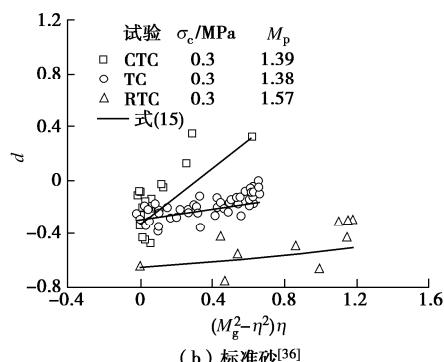
(a) 堆石料<sup>[35]</sup>(b) 标准砂<sup>[36]</sup>

图 12 不同粒状土应力 - 剪胀关系的试验结果与预测值的比较  
Fig. 12 Comparison of experimental results and predicted values of stress-dilatancy relationship for various granular soils

## 4 结 论

本文采用高压三轴试验系统,对钙质砂进行了不同应力路径和不同固结压力组合的排水三轴试验,研究了应力路径和颗粒破碎对钙质砂剪胀特性的影响规律,并构建了钙质砂的剪胀方程,得到以下4点结论。

(1) 钙质砂的峰值应力比对应的剪胀比随着峰值应力比的增加而减小,两者之间近似呈线性关系,与应力路径关系不大。钙质砂的应力 - 剪胀曲线是一条向上凸的曲线,与钙质砂的颗粒破碎特性有关。

(2) 应力路径对钙质砂剪胀特性有重要影响。相同固结压力时,不同应力路径下钙质砂的剪胀比,CTC 试验的最大,TC 试验的其次,RTC 试验的最小。钙质砂在应变软化阶段的应力 - 剪胀曲线表现出较大差异性。同一应力路径下,钙质砂随着固结压力的增加,剪胀比逐渐增大,剪胀性逐渐减小。

(3) 颗粒破碎对钙质砂剪胀特性有重要影响。钙质砂的最终体变与相对破碎率的比值随着相对破碎率的增大而增大,并在相对破碎率大于 10% 后趋于较为恒定的数值。峰值应力比对应的剪胀比随峰值应力比的增大而减小,并近似呈线性关系。但该剪胀比随相对破碎率的增大而增大,并近似呈幂函数关系,这些关系均不受应力路径的影响。

(4) 在不考虑应变软化阶段的情况下,剪胀比与应力比相关的参数  $(M_g^2 - \eta^2)\eta$  之间呈线性关系。据此提出了一个考虑应力路径和颗粒破碎的剪胀方程,并对方程进行了验证,显示了剪胀方程对不同类型的粒状土均有较好的适应性。

应指出的是,本文试验主要考虑了应力路径、固结压力和颗粒破碎对剪胀特性的影响,提出的剪胀方程未考虑剪切过程中状态参量的影响,故无法描述应变软化阶段的剪胀关系,因而具有一定的局限性,需要进一步开展相关研究工作。

## 参 考 文 献:

- [1] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, WROTH C P. On the yielding of soils[J]. Géotechnique, 1958, 8(1): 22 - 53.
- [2] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1962, 269(A): 500 - 527.
- [3] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, 50(4): 449 - 460.
- [4] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147 - 2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(12): 2147 - 2153. (in Chinese))
- [5] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443 - 1448. (ZHANG Bing-yin, JIA Yan-an, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443 - 1448. (in Chinese))
- [6] 沈珠江. 土体应力应变分析中的一种新模型[C]//第五届土

- 力学及基础工程学术讨论会论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990: 101 - 105. (SHEN Zhu-jiang. A new constitutive model for soils[C]// Proceedings of the 5th Chinese Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Beijing: China Architecture & Building Press, 1990: 101 - 105. (in Chinese))
- [7] DAOUADJI A, HICHER P Y, RAHMA A. An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage[J]. European Journal of Mechanics, 2001, **20**(1): 113 - 137.
- [8] 胡波. 三轴条件下钙质砂颗粒破碎力学性质与本构模型研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2008. (HU Bo. Research on the Particle Breakage Mechanical Characteristics and Constitutive Model of Calcareous Sand Under Triaxial Conditions[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2008. (in Chinese))
- [9] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [10] 吴京平, 褚瑤, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(5): 49 - 55. (WU Jing-ping, CHU Yao, LOU Zhi-gang. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(5): 49 - 55. (in Chinese))
- [11] 蔡正银, 侯贺营, 张晋勋, 等. 考虑颗粒破碎影响的珊瑚砂临界状态与本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(6): 989 - 995. (CAI Zheng-yin, HOU He-ying, ZHANG Jin-xun, et al. Critical state and constitutive model for coral sand considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(6): 989 - 995. (in Chinese))
- [12] ZHANG J R, LUO M X. Dilatancy and critical state of calcareous sand incorporating particle breakage[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, **20**(4): 04020030.
- [13] 孔宪京, 朱发勇, 刘京茂, 等. 不同加载方向条件下堆石料剪胀特性试验研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(11): 3915 - 3920. (KONG Xian-jing, ZHU Fa-yong, LIU Jing-mao, et al. Stress dilatancy of rockfill material under different loading directions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(11): 3915 - 3920. (in Chinese))
- [14] 刘萌成, 高玉峰, 刘汉龙. 应力路径条件下堆石料剪切特性大型三轴试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(1): 176 - 186. (LIU Meng-cheng, GAO Yu-feng, LIU Han-long. Study on shear behaviors of rockfill in large-scale triaxial tests under different stress paths[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(1): 176 - 186. (in Chinese))
- [15] 郭熙灵, 胡辉, 包承纲. 堆石料颗粒破碎对剪胀性及抗剪强度的影响[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(3): 83 - 88. (GUO Xi-ling, HU Hui, BAO Cheng-gang. Experimental studies of the effects of grain breakage on the dilatancy and shear strength of rock fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(3): 83 - 88. (in Chinese))
- [16] 王远, 张胜, 敖大华, 等. 复杂应力路径下堆石料的颗粒破碎特性研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(4): 698 - 706. (WANG Yuan, ZHANG Sheng, AO Da-hua, et al. Particle breakage characteristics of rockfills under complex stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(4): 698 - 706. (in Chinese))
- [17] 王占军, 陈生水, 傅中志. 堆石料的剪胀特性与广义塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2015, **36**(7): 1931 - 1938. (WANG Zhan-jun, CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi. Dilatancy behaviors and generalized plasticity constitutive model of rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(7): 1931 - 1938. (in Chinese))
- [18] 蔡正银, 李小梅, 韩林, 等. 考虑级配和颗粒破碎影响的堆石料临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (CAI Zheng-yin, LI Xiao-mei, HAN Lin, et al. Critical state of rockfill materials considering particle gradation and breakage [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (in Chinese))
- [19] 王刚, 叶沁果, 查京京. 珊瑚礁砂砾料力学行为与颗粒破碎的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(5): 802 - 810. (WANG Gang, YE Qin-guo, ZHA Jing-jing. Experimental study on mechanical behavior and particle crushing of coral sand-gravel fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(5): 802 - 810. (in Chinese))
- [20] 张季如, 罗明星, 彭伟珂, 等. 不同应力路径下钙质砂力学特性的排水三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(4): 593 - 602. (ZHANG Ji-ru, LUO Ming-xing, PENG Wei-ke, et al. Drained triaxial tests on mechanical properties of calcareous sand under various stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(4): 593 - 602. (in Chinese))
- [21] NOVA R, WOOD D M. A constitutive model for sand in triaxial compression[J]. International Journal for Numerical

- and Analytical Methods in Geomechanics, 1979, **3**(3): 255 – 278.
- [22] 张季如, 华晨, 罗明星, 等. 三轴排水剪切下钙质砂的颗粒破碎特性[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(9): 1593 – 1602. (ZHANG Ji-ru, HUA Chen, LUO Ming-xing, et al. Behavior of particle breakage in calcareous sand during drained triaxial shearing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(9): 1593 – 1602. (in Chinese))
- [23] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2000, **50**(1): 65 – 72.
- [24] INDRARATNA B, SALIM W. Modelling of particle breakage of coarse aggregates incorporating strength and dilatancy[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering, 2002, **155**(4): 243 – 252.
- [25] 褚福永, 朱俊高, 殷建华. 基于大三轴试验的粗粒土应力剪胀方程[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2013, **45**(5): 24 – 28. (CHU Fu-yong, ZHU Jun-gao, YIN Jian-hua. Study on stress-dilatancy equation of coarse-grained soils based on large-scale triaxial test[J]. Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition), 2013, **45**(5): 24 – 28. (in Chinese))
- [26] 陈金锋, 徐明, 宋二祥, 等. 不同应力路径下石灰岩碎石力学特性的大型三轴试验研究[J]. 工程力学, 2012, **29**(8): 195 – 201. (CHEN Jin-feng, XU Ming, SONG Er-xiang, et al. Large scale triaxial testing on mechanical properties of broken limestone under various stress paths[J]. Engineering Mechanics, 2012, **29**(8): 195 – 201. (in Chinese))
- [27] LEE J C, CHO W B. Characteristics of river sand soil parameter for single work-hardening constitutive model to stress path[J]. Journal of Korean Navigation and Port Research, 2012, **36**(5): 395 – 400.
- [28] WROTH C P, BASSETT R H. A stress-strain relationship for the shearing behaviour of a sand[J]. Géotechnique, 1965, **15**(1): 32 – 56.
- [29] MANZARI M T, DAFALIAS Y F. A critical state two-surface plasticity model for sands[J]. Géotechnique, 1997, **47**(2): 255 – 272.
- [30] WAN R G, GUO P J. A simple constitutive model for granular soils: modified stress-dilatancy approach[J]. Computers and Geotechnics, 1998, **22**(2): 109 – 133.
- [31] LUO M X, ZHANG J R, LIU X X, et al. Critical state elastoplastic constitutive model of angular-shaped and fragile granular materials[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2020, 1785065.
- [32] 武颖利, 皇甫泽华, 郭万里, 等. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 2): 25 – 28. (WU Ying-li, HUANFU Ze-hua, GUO Wan-li, et al. Influences of particle breakage on critical state of coarse-grained soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S2): 25 – 28. (in Chinese))
- [33] XIAO Y, LIU H L, DING X M, et al. Influence of particle breakage on critical state line of rockfill material[J]. International Journal of Geomechanics, 2016, **16**(1): 04015031.
- [34] 孙岳崧, 濮家骝, 李广信. 不同应力路径对砂土应力 – 应变关系影响[J]. 岩土工程学报, 1987, **9**(6): 78 – 88. (SUN Yue-song, PU Jia-liu, LI Guang-xin. The effects of different stress paths on stress-strain behavior of sand [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, **9**(6): 78 – 88. (in Chinese))
- [35] JIA Y F, XU B, CHI S C, et al. Particle breakage of rockfill material during triaxial tests under complex stress paths[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, **19**(12): 04019124.
- [36] 韩杰. 成样方法及应力路径对饱和中密细砂剪切特性影响[D]. 大连: 大连理工大学, 2016. (HAN Jie. Influence of Sampling Method and Stress Path on the Shear Behavior of Saturated Medium Density Fine Sand[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016. (in Chinese))