DOI：10.11779/CJGE202108008

考虑土拱渐进发展的松动土压力研究

雷华阳[1,2]，刘 旭[1]，加 瑞[1]，施福硕[1]，许英刚[1]

（1. 天津大学建筑工程学院，天津 300350；2. 天津大学滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室，天津 300350）

摘 要：结构上方土压力的确定是顶管工程设计和施工中的重要环节，施工中地层损失所引起的上方土体相对滑动使得竖向土压力减小，即形成土拱效应。在 Terzaghi 松动土压力模型的基础之上，通过水平微分土条的主应力轴偏转角的分析构建了平衡方程，考虑了施工深度以及地层损失对滑移破坏面形态的影响，并利用土拱形成的初始状态和稳定状态的边界条件分别进行了求解计算，分析了土拱效应的渐进发展趋势。经过对比分析，验证了计算模型的合理性，结合顶管施工的实际情况，探究了土体剪胀角和摩擦角对土拱效应的影响，为顶管施工中的土压力计算提供参考依据。

关键词：松动土压力；土拱效应；应力偏转；渐进发展；等沉面高度

中图分类号：TU432 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)08－1434－09

作者简介：雷华阳(1974—)，女，博士，教授，博士生导师，主要从事岩土工程等方面的教学和科研工作。E-mail：leihuayang74@163.com。

Loosening earth pressure considering progressive development of soil arching

LEI Hua-yang[1, 2], LIU Xu[1], JIA Rui[1], SHI Fu-shuo[1], XU Ying-gang[1]

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. Key Laboratory of Coast Civil Structure and Safety of the Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: The calculation of the earth pressure on the structure is important for the design and construction of pipe jacking. Due to the ground loss, the arching effect caused by the relative slip between interfaces can relieve the vertical earth pressure. Based on the Terzaghi model, the equilibrium differential equation is established through the principal stress rotation analysis, and the influences of depth and ground loss on the shape of failure plane are studied. The equation is solved under the boundary condition of the initial state and the steady state. Compared with the previous studies, the proposed method is reasonable. According to the actual situation in pipe jacking construction, the effects of the dilatancy angle and friction angle on the arching effect are explored. The results show that the dilatancy angle of the soil has an important influence on the initial shape of the failure surface, and the friction angle affects the stress state and shear strength of the soil, which may provide a reference for the calculation of loosening earth pressure in pipe jacking construction.

Key words: loosening earth pressure; soil arching effect; principal stress rotation; progressive development; equal settlement section height

0 引 言

顶管法施工是一种暗挖法工法，能够避免对地下构建筑物的破坏，不影响上方道路交通的正常通行，被广泛应用于压力管道，通信和电力等市政管线的铺设安装，以及微型隧道、地下通道和管幕支护结构的施工当中[1-4]。合理地确定作用于顶管结构的土压力，对注浆压力及顶推力的控制有着重要作用，是顶管工程结构设计以及施工控制中的基本要求。由于开挖造成的地层运动，会使得结构上方土体间发生相对运动，进而使得作用在结构上的垂直土压力要比上覆土体的自重要小[5-6]。

松动土压力的相关问题一直以来都是岩土工程中的热点问题，在隧道掘进、埋地管道、路堤加固等诸多工程中都有所涉及。Janssen[7]分析了侧压力系数与摩擦力的关系，通过连续介质力学理论定量分析了筒仓效应。Marston 等[8]针对沟埋式和上埋式管道的特点，考虑了相对滑动造成土体的摩擦作用，对管道上方的土体进行了散体平衡分析，得到了 Marston 土压力计算公式，之后学者在此基础之上进行了相关探究[9-10]。Terzaghi[11]通过活动门试验，验证了土拱效应的存

基金项目：国家重点研发计划项目课题（2017YFC0805402）；土木工程防灾国家重点实验室开放基金项目（SLDRCE17-01）

收稿日期：2020－09－14

在，采用极限平衡理论推导出了活动门上方的松动土压力计算公式，并得到了广泛应用和深入研究[12-14]。目前，基于 Terzaghi 活动门模型的土压力计算方法在顶管工程实践中得到了广泛应用[15-16]，但基于水平微分土条受力平衡分析还存在着不足，其中对土拱滑移面渐进发展过程的研究相对较少，活动门位置深度关系以及土体特性对土拱滑移面形态的影响也有待进一步深入研究。

本文在 Terzaghi 松动土压力模型的基础之上，结合顶管施工特点，考虑了主应力轴旋转，通过对水平微分土条的受力分析，通过对应力轴偏转角的合理分析，建立了平衡微分方程。分析了土拱的渐进发展中滑移面的偏转过程，并引入等沉面高度对最终稳定状态下的松动土压力进行了分析计算。通过对比分析，验证了计算模型的合理性，并在此基础之上进行了相关的参数分析。

1　顶管施工中的模型转化

顶管施工过程中造成的地层损失会使得顶管结构上方土体与两侧土体之间发生相对错动，进而形成滑移破坏面，产生土拱效应[6]。此时两侧滑移面间的土体应力状态也会发生改变，主应力轴在此过程中发生旋转，可将顶管施工中出现的土拱效应转化为经典的 Terzaghi 活动门模型来进行分析[11]。

土拱现象的伴随着土体的滑移错动，从开始滑移到最终到达极限平衡状态，是一个渐进发展的过程。Iglesia 等[17-18]通过离心模型试验对活动门下移过程中的应力屈服状态与应力比和滑移面形状的发展过程进行了相对应的分析。图 1 给出了浅埋条件下滑移面随活动门位移 δ 的偏转变化情况示意图，在起始阶段土体受到轻微扰动尚处于弹性阶段，土体只发生弹性变形并未产生剪切破坏，故无滑移面生成。随着活动门持续下移，部分土体开始出现屈服现象，此时从活动门两边边缘向中心形成抛物线、三角形或者塔型的滑移面。不少学者对活动门边缘滑移面与竖直方向的角度 α 进行了分析，Evans[19]、Stone 等[20]取 $\alpha=\psi$（ψ 为土体剪胀角）；Iglesia 等[18]认为 $\alpha=\varphi$（φ 为土体摩擦角）；Rui 等[21-23]则取 $\alpha=\pi/4-\varphi/2$。夹角 α 的大小受到土体膨胀性、应力状态以及密实度等因素的影响[24]，假设初始滑移面为与活动门边缘夹角取 $\alpha=\psi$ 的斜线。随着活动门的下移，松动土体的范围也随着增大，而滑移面逐渐向竖直方向转动，最终滑移面发展为竖直面，即 $\alpha=0$，此时土拱发展成为稳定状态，活动门上所受的竖向应力也不再变化。

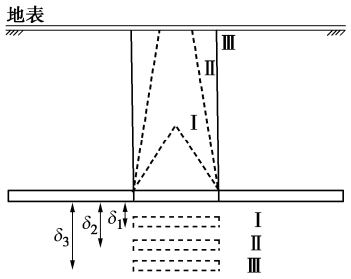

图 1　浅埋条件下滑移破坏面发展示意图

Fig. 1 Development of failure surface with shallow burial depth

利用活动门模型来进行顶管施工过程中的上覆土压力计算，另一个需要明确的参数就是滑移面的宽度范围，如图 2 所示，许多学者针对极限滑移面的起始位置和发展方向进行了研究，随着管节埋置深度的增加，拱效应也会随之增强，滑移面的宽度范围也会随之增长[25-26]。汪大海等[27]通过数值模拟分析了埋深比对滑移面宽度范围的影响，认为滑移面的宽度范围应满足

$$\left.\begin{aligned} &2B=D && (H\leqslant D)\text{，}\\ &2B=D+\frac{2(H-D)}{3}\tan\left(\pi/4-\varphi/2\right) && (D<H\leqslant 4D)\text{，}\\ &2B=D\left[1+2\tan(\pi/4-\varphi/2)\right] && (H>4D)\text{。}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

式中　H 为管节埋置深度；B 为单侧滑移面距管节对称轴的距离；D 为开挖面直径。当 $H/D\leqslant 1$ 时，滑移面范围符合 Korner 假设；当 $H/D>4$ 时，滑移面范围符合 Terzaghi 假设；当 $1<H/D\leqslant 4$ 时，滑移面范围在 Korner 假设与 Terzaghi 假设之间，且随上覆土厚度增加而增加。

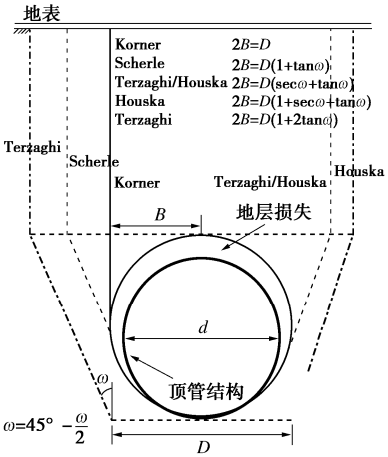

图 2　滑移面的宽度范围（改自文献[28]）

Fig. 2 Widths of failure surface in different theories

2　顶管施工中松动土压力计算

2.1　基本假设

分析模型以 Terzaghi 活动门模型为基础进行分析计算，模型的基本假设为：①滑移面为直线，滑移面

形成时，其与竖直方向夹角为ψ，并最终可发展为竖直面的稳定状态；②滑移面处土体的内摩擦角充分发挥，并达到 Mohr-Coulomb 极限平衡状态；③水平微分土条上应力状态处于同一个莫尔应力圆；④土体均匀且各向同性。

2.2 水平微分土条受力状态

水平微分土条的受力分析是松动土压力计算的基础，如图 3 所示，由基本假设③，水平微分土条上任意处的应力可由主应力和主应力旋转角表示：

$$\tau=(\sigma_{\mathrm{h}}-\sigma_3)\tan\theta_{\mathrm{i}} \quad , \tag{2}$$

$$\sigma_{\mathrm{h}}=\sigma_1\cos^2\theta_{\mathrm{i}}+\sigma_3\sin^2\theta_{\mathrm{i}} \quad , \tag{3}$$

$$\sigma_{\mathrm{v}}=\sigma_1\sin^2\theta_{\mathrm{i}}+\sigma_3\cos^2\theta_{\mathrm{i}} \quad , \tag{4}$$

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}=\int_0^B\sigma_{\mathrm{v}}\mathrm{d}x\Big/B=\frac{\sigma_1}{B}\int_0^B\left[1+(K_{\mathrm{a}}-1)\cos^2\theta_{\mathrm{i}}\right]\mathrm{d}x \text{ 。} \tag{5}$$

式中 σ_1为大主应力；σ_3为小主应力；σ_{v}为竖向应力；σ_{h}为侧向应力；$\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}$为水平微分土条所受竖向平均应力；$\tau$为剪应力；$\theta_{\mathrm{i}}$为大主应力与水平方向夹角。则任意位置的侧向土压力系数可表示为

$$K=\frac{\sigma_{\mathrm{h}}}{\sigma_{\mathrm{v}}}=\frac{\cos^2\theta_{\mathrm{i}}+K_{\mathrm{a}}\sin^2\theta_{\mathrm{i}}}{\sin^2\theta_{\mathrm{i}}+K_{\mathrm{a}}\cos^2\theta_{\mathrm{i}}} \quad , \tag{6}$$

式中，$K_{\mathrm{a}}=\sigma_3/\sigma_1=(1-\sin\varphi)/(1+\sin\varphi)$，$\varphi$为内摩擦角。

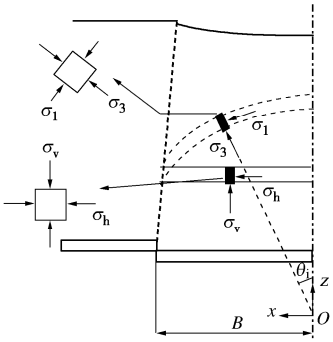

图 3 水平微分土条应力分布图

Fig. 3 Distribution of stresses on horizontal soil element

为了表示出水平微分土条的应力状态关系，Handy[29]将小应力迹线假设为悬链线，由此将土条内不同位置的应力由主应力和主应力旋转角来表示。徐长节等[30]则将大主应力迹线分别假设为圆弧形、悬链线形、抛物线形，以对水平土条内的土体应力状态进行分析，并得到上凸形的大主应力迹线计算结果更符合实际情况。汪大海等[31]通过上凸形的大主应力迹线方法，并将θ_{i}假设为线性分布，得到水平土条内的土体应力关系。

以对称轴与活动门表面的交点为原点，水平方向为 x 轴，竖直方向为 z 轴，将θ_{i}假设为双曲正弦曲线，结合剪切面处(x=B 时，$\theta_{\mathrm{i}}=\theta_{\mathrm{s}}$)和对称轴处($x$=0 时，$\theta_{\mathrm{i}}=0$)的边界值，则有

$$\cos2\theta_{\mathrm{i}}=\frac{2\mathrm{e}\cdot\cos2\theta_{\mathrm{s}}}{\mathrm{e}^2-1}\sinh\frac{x}{B} \quad , \tag{7}$$

式中，e为自然常数，θ_{s}为剪切面处大主应力与水平方向夹角。则竖向平均应力可表示为

$$\begin{aligned}\overline{\sigma_{\mathrm{v}}}&=\frac{\sigma_1}{2B}\int_0^B\left[K_{\mathrm{a}}+1+(K_{\mathrm{a}}-1)\cos2\theta_{\mathrm{i}}\right]\mathrm{d}x\\&=\frac{\sigma_1}{2}\left[K_{\mathrm{a}}+1+\frac{(\mathrm{e}-1)(K_{\mathrm{a}}-1)\cos2\theta_{\mathrm{s}}}{\mathrm{e}+1}\right] \text{ 。}\end{aligned} \tag{8}$$

图 4 给出了水平微分土条在滑移面的应力状态以及主应力轴偏转状态示意图，根据单元体在水平方向和竖直方向的受力平衡条件可得

$$\begin{aligned}&\tau_{\mathrm{s}}S\cos\alpha-\sigma_{\mathrm{ns}}S\sin\alpha\\&\quad=\sigma_1S\cos(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)\sin\theta_{\mathrm{s}}-\sigma_3S\sin(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)\cos\theta \quad ,\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\sigma_{\mathrm{ns}}S\cos\alpha+\tau_{\mathrm{s}}S\sin\alpha\\&\quad=\sigma_1S\cos(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)\cos\theta_{\mathrm{s}}+\sigma_3S\sin(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)\sin\theta_{\mathrm{s}} \text{ 。}\end{aligned} \tag{10}$$

式中 τ_{s}为滑移面的剪应力；σ_{ns}为滑移面的法应力；S 为滑移面面积。经整理，滑移面上的剪应力τ_{s}和法应力σ_{ns}可分别表示为

$$\sigma_{\mathrm{ns}}=\sigma_1\cos^2(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)+\sigma_3\sin^2(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha) \quad , \tag{11}$$

$$\tau_{\mathrm{s}}=(\sigma_1-\sigma_3)\cos(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha)\sin(\theta_{\mathrm{s}}+\alpha) \text{ 。} \tag{12}$$

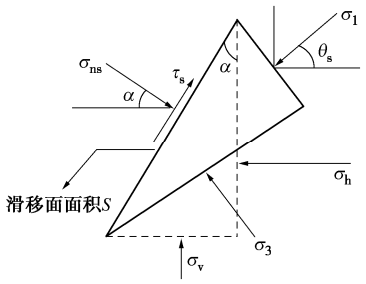

图 4 水平微分土条滑移面应力状态

Fig. 4 Stresses on failure surface of horizontal soil element

2.3 水平微分土条的平衡微分方程

由于水平微分土条的受力状态具有对称性，由图 5 可知，以对称轴与活动门表面的交点为原点，水平方向为 x 轴，竖直方向为 z 轴，微分土条的受力具有以下平衡关系：

$$P_z+F_{\mathrm{s}}\cdot\cos\alpha=P_z+\mathrm{d}P_z+F_{\mathrm{ns}}\cdot\sin\alpha+W \text{ 。} \tag{13}$$

式中 P_z为 z 处微分土条的竖向力；F_{s}和F_{ns}分别为微分土条侧向剪切力和法向力；W为微分土条的重力。

$$\left.\begin{aligned}&F_{\mathrm{s}}=\tau_{\mathrm{s}}\cdot s=\tau_{\mathrm{s}}\cdot\sec\alpha\cdot\mathrm{d}z \text{ ,}\\&F_{\mathrm{ns}}=\sigma_{\mathrm{ns}}\cdot s=\sigma_{\mathrm{ns}}\cdot\sec\alpha\cdot\mathrm{d}z \text{ ,}\\&P_z=\overline{\sigma_{\mathrm{vz}}}\cdot B_z=(B-z\tan\alpha)\overline{\sigma_{\mathrm{vz}}} \text{ ,}\\&\mathrm{d}P_z=(B-z\tan\alpha)\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{vz}}}-\overline{\sigma_{\mathrm{vz}}}\cdot\tan\alpha\cdot\mathrm{d}z \text{ ,}\\&W=\gamma\left(B-z\tan\alpha-\frac{\mathrm{d}z}{2}\tan\alpha\right)\mathrm{d}z \text{ 。}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

式中 $\overline{\sigma_{\mathrm{vz}}}$为 z 位置处微分土条的平均竖向应力。由

式（8），（11），（12）的关系可做如下代换：

$$\sigma_1=\frac{2(\mathrm{e}+1)}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}\quad,\tag{15}$$

$$\sigma_3=\frac{2K_\mathrm{a}(\mathrm{e}+1)}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}\quad,\tag{16}$$

$$\sigma_\mathrm{ns}=\frac{2(\mathrm{e}+1)\left[\cos^2(\theta_\mathrm{s}+\alpha)+K_\mathrm{a}\sin^2(\theta_\mathrm{s}+\alpha)\right]}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}\quad,\tag{17}$$

$$\tau_\mathrm{s}=\frac{2(1-K_\mathrm{a})(\mathrm{e}+1)\cos(\theta_\mathrm{s}+\alpha)\sin(\theta_\mathrm{s}+\alpha)}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}\quad。\tag{18}$$

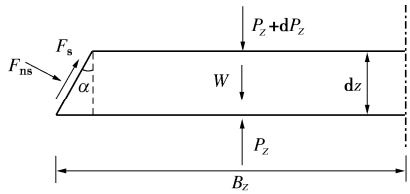

图 5 水平微分土条受力分析图

Fig. 5 Forces applied to horizontal soil element

将式（17），（18）代入式（13），（14）中，忽略高阶项后整理可得

$$\frac{t\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}-\gamma(B-z\tan\alpha)}{(B-z\tan\alpha)}=\frac{\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}}{\mathrm{d}z}\quad,\tag{19}$$

其中，

$$\begin{aligned}t&=\frac{\tau_\mathrm{s}+\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}\tan\alpha-\sigma_\mathrm{ns}\tan\alpha}{\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}}\\&=\frac{2(1-K_\mathrm{a})(\mathrm{e}+1)\cos(\theta_\mathrm{s}+\alpha)\sin(\theta_\mathrm{s}+\alpha)}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}+\tan\alpha-\\&\quad\frac{2(\mathrm{e}+1)\tan\alpha\left[K_\mathrm{a}\cos^2(\theta_\mathrm{s}+\alpha)+\sin^2(\theta_\mathrm{s}+\alpha)\right]}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\quad。\end{aligned}\tag{20}$$

对式（19）进行求解，则其通解可表示为

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}=C_1(B-z\tan\alpha)^{-t\cdot\cot\alpha}+\frac{\gamma(B-z\tan\alpha)}{t+\tan\alpha}\quad。\tag{21}$$

式（21）的解不包含α=0（滑移面发展为竖直面）的情况，当α=0时，由式（13）所得的平衡方程可转化为

$$\frac{m\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}-\gamma B}{B}=\frac{\mathrm{d}\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}}{\mathrm{d}z}\quad,\tag{22}$$

其中，

$$m=\frac{\tau_\mathrm{s}}{\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}}=\frac{2(1-K_\mathrm{a})(\mathrm{e}+1)\cos(\theta_\mathrm{s}+\alpha)\sin(\theta_\mathrm{s}+\alpha)}{(K_\mathrm{a}+1)(\mathrm{e}+1)+(\mathrm{e}-1)(K_\mathrm{a}-1)\cos 2\theta_\mathrm{s}}\quad,\tag{23}$$

其通解为

$$\overline{\sigma_{\mathrm{v}z}}=C_2\mathrm{e}^{\frac{mz}{B}}+\frac{\gamma B}{m}\tag{24}$$

2.4　滑移面主应力轴偏转角的确定

土拱的形成和发展与地层的变形有着密切联系，一些学者建立了地层沉降量与滑移面主应力轴偏转角的关系[32-34]：

$$\theta_\mathrm{s}=\mathrm{arccot}\left(\frac{4\lambda}{1-4\lambda^2}\right)\quad,\tag{25}$$

式中，$\lambda=\delta/2B$ 为顶部的相对变形量，δ 为活动门位移，即顶管管节拱顶变形量。根据主应力轴偏转角与滑移破坏面的角度关系，可得滑移面与竖直方向的夹角为

$$\alpha=\pi/4+\varphi/2-\theta_\mathrm{s}\quad。\tag{26}$$

结合 Evans[19]的试验数据和上文中α值的假设条件，参照文献[31]的相关分析，假设滑移面夹角α与相对变形量λ的关系为

$$\alpha=\begin{cases}\psi-\dfrac{\arctan\left(\dfrac{4\lambda}{1+4\lambda^2}\right)}{\pi/4}\psi & (0\leqslant\lambda<0.5)\\ 0 & (0.5\leqslant\lambda)\end{cases}\quad。\tag{27}$$

滑动破坏面形成时，其与竖直方向的初始夹角为土体的剪胀角ψ，随着活动门位移的继续增长，滑移破坏面也向竖直方向发生转动，逐渐发展成为竖直面。图 6 给出了式(27)的计算结果与实测数据对比，验证了该方法能够更好地反映土拱形态与地层变形之间的关系。

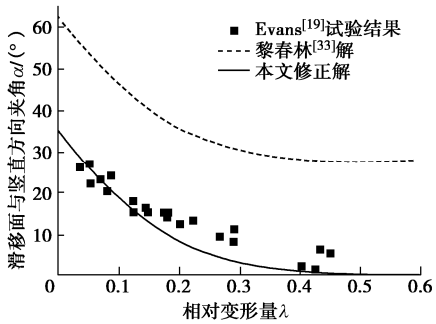

图 6 滑移破坏面与竖直方向夹角随变形发展关系

Fig. 6 Normalized displacement versus angle between failure surface and vertical plane

2.5　平衡方程的边界条件

如图 7 所示，在土拱的形成过程中，依据相对变形量λ和土拱应力比η的关系可分为 4 个阶段[17-18]，Han 等[35]将此过程简化为线性的 3 阶段模型，而在此简化模型中最小土拱应力比和稳定土拱应力比是模型的关键参数，并可由此表示出土拱的渐进发展过程。其土拱应力比η可表示为

$$\eta=\bar{\sigma}_{\mathrm{v}z}/\gamma H\quad。\tag{28}$$

在活动门发生位移的过程中，在较小的相对变形条件下，活动门上的应力发生显著下降，达到图 7 中的最小土拱比。此时，管节上方土体开始发生膨胀及相对错动，但并未达到稳定状态。此时滑移破坏面与竖直方向的夹角为ψ，滑移面的高度具有以下可能的关系：

（1）$B\cot\psi\geqslant H$，此时破坏面延伸至地表，边界

条件为 $z=H$ 时，$\bar{\sigma}_{vz}=0$，则有

$$C_1=-\frac{\gamma(B-H\tan\alpha)}{t+\tan\alpha}\cdot(B-H\tan\alpha)^{t\cdot\cot\alpha} \quad 。 \tag{29}$$

（2）$B\cot\psi<H$，此时破坏面在地表以下形成封闭三角形，由于滑移面处于初始形成状态，滑移面上方土体不能将上方土压力传递到滑移面以下土体，因此边界条件为 $z=B\cdot\cot\psi$ 时，$\bar{\sigma}_{vz}=0$，则 $C_1=0$。

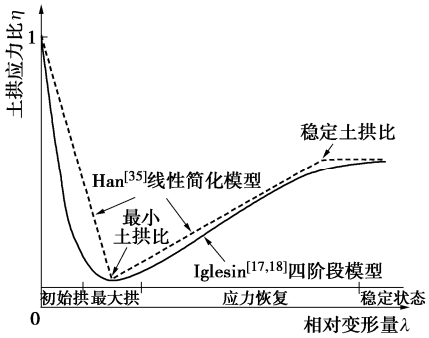

图 7 土拱应力比变化示意图(改自文献[35])

Fig. 7 Soil-arching ratio versus normalized displacement

随着相对变形量的增长，最终将会到达稳定状态。对于施工深度较浅的工况，通常可认为滑移破坏面延伸至地表。但随着施工深度的不断增加，上方土体的差异沉降逐渐减小，当上方土体高度增加到某一值时，差异沉降消失，这一平面被称之为等沉面，即等沉面上方土体不在发生相对滑动[36]。此时如果还将滑移破坏面假设延伸至地表，其计算结果与竖向土压力测量值不一致，其计算结果往往不够准确[5, 10, 37-38]。

假设施工过程中超挖及顶进偏差造成的地层损失全部由两侧滑移破坏面之间的土体所填补，如图 8 所示，滑移破坏面的高度则取决于土体的松动情况。可引入土体体积膨胀系数 β 来反映土体的膨胀性[6]，滑移破坏面的高度可认为存在以下近似关系：

$$\frac{\pi}{4}\left[D^2-d^2\right]=\beta\cdot\left[H_e(2B-H_e\cdot\tan\alpha)+\frac{(2B-D)^2\cot\omega}{4}+\frac{4-\pi}{4}D^2\right]。 \tag{30}$$

式中 $\beta=\Delta V/V_0$，通常砂土取值为 0.1～0.18，黏土的取值为 0.18～0.4；H_e 为滑移破坏面的高度（等沉面高度）；D 为开挖面直径；d 为顶管结构物直径。

在土体达到稳定状态时，两侧滑移面交点的高度 $B\cot\alpha$ 与等沉面高度 H_e 以及上方土体高度 H 之间可能存在以下关系：

（1）$B\cot\alpha>H$ 且 $H_e>H$，即破坏面延伸至地表，边界条件为 $z=H$ 时，$\bar{\sigma}_{vz}=0$，此时 C_1 可按式（29）计算。若 $\alpha=0$，则有

$$C_2=-\frac{\gamma B}{m}\mathrm{e}^{-\frac{mH}{B}} \quad 。 \tag{31}$$

（2）$B\cot\alpha>H_e$ 且 $H>H_e$，此时取等沉面高度为临界高度，边界条件为当 $z=H_e$ 时，$\bar{\sigma}_{vz}=\gamma(H-H_e)$，则有

$$C_1=\left[\gamma(H-H_e)-\frac{\gamma(B-H_e\cdot\tan\alpha)}{t+\tan\alpha}\right]\cdot(B-H_e\cdot\tan\alpha)^{t\cdot\cot\alpha} \quad , \tag{32}$$

$$C_2=\left[\gamma(H-H_e)-\frac{\gamma B}{m}\right]\cdot\mathrm{e}^{-\frac{m\cdot H_e}{B}} \quad 。 \tag{33}$$

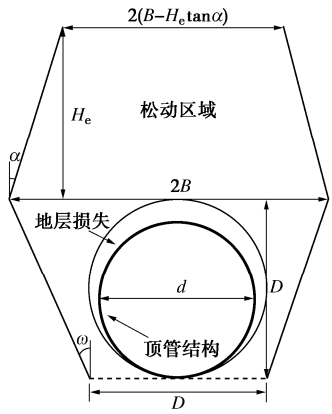

图 8 滑移破坏面高度关系示意图

Fig. 8 Sketch of failure surface height

3 模型验证及参数分析

3.1 模型的对比验证

为验证解析解的合理性，本节内容从竖向土压力和侧向土压力两个方面进行对比验证，分别选用土拱应力比 η 和平均侧向压力系数 K_{avg} 进行分析，其中侧向压力系数 K_{avg} 可表示为

$$K_{avg}=\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}_{vz}}=\frac{2(\cos^2\theta_s+K_a\sin^2\theta_s)}{K_a+1+(e-1)(K_a-1)\cos2\theta_s/(e+1)} \quad 。 \tag{34}$$

对于最小土拱应力比的计算，此时的土体处于刚发生相对错动的状态，相对变形量很小，滑移破坏面之间土体的填补作用尚未发挥，因此不考虑等沉面高度的影响。在稳定土拱应力比的计算中，此时活动门的相对变形量较大，且滑移破坏面之间土体的填补作用已发挥，需要考虑等沉面的高度关系。Evans[19]通过一系列的活动门模型试验，对干砂的松动土压力进行来研究，根据相对变形量的关系，计算出来初始倾斜滑移面状态下的最小土拱应力比和稳定状态下的土拱应力比，其中活动门的宽度 D 为 38.1 mm，土体内摩擦角 φ 为 38°，从图 9 可以看出两种状态下的应力比范围与基本覆盖了模型试验的结果，特别是在深埋条件下，最终稳定状态的计算结果与试验结果具有更好的一致性，这也验证了考虑等沉面高度的必要性。

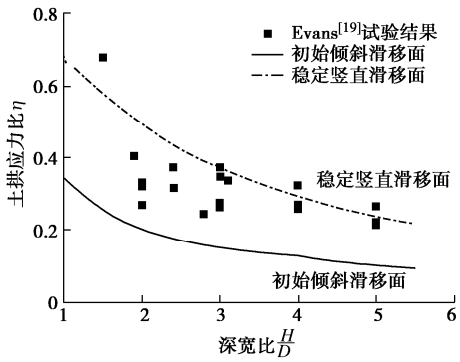

图 9 干砂试验结果与解析解计算结果对比

Fig. 9 Comparison between trapdoor test and calculated results

图 10 给出了采用不同理论计算的地基土侧向压力系数，Terzaghi 理论认为侧向土压力系数为经验值，并建议取值为 1.0。在考虑主应力轴偏转的基础上，侧向压力系数是随着土体摩擦角的变化而发生改变的。陈若曦等[12]对侧向压力系数的修正中认为在剪切面上的水平向的应力大于竖直向应力，因此其大主应力轴与水平向的夹角小于竖直方向夹角，因此其侧向压力系数数值随摩擦角的增大而增大，区别于其他理论。本文的提出的平均侧向压力系数计算结果与已有的相关研究结果相近，主要区别在于主应力轴偏转角的设定以及偏转角与相对变形量关系的不同。

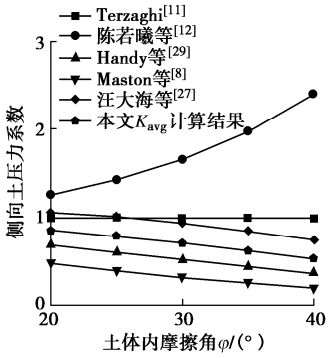

图 10 侧向土压力系数对比

Fig. 10 Comparison of coefficients of lateral earth pressure under different internal friction angle

3.2　松动土压力渐进发展过程

在顶管顶进施工过程中，地层损失主要是由超挖间隙和顶进偏差所造成的，因此正常施工条件下的相对变形量是较小的，其值通常不会超过 0.1。图 11 给出了在相对变形量达到 0.05，0.075 和 0.10 时达到稳定状态条件下的土拱应力比发展情况，其中管道的外径为 2 m，土体内摩擦角 φ 为 35°，随着相对变形量的增长，滑移面的偏转角会向竖直方向偏转，同时滑移面的最终长度也随之增加，因此土拱应力比呈下降趋势。而随着埋深比的增加，等效活动门模型中的活动门宽度也随之增加，进而等沉面高度 H_e 的增量随着埋深比的增长而减小，而土拱应力比的下降趋势也随之放缓。

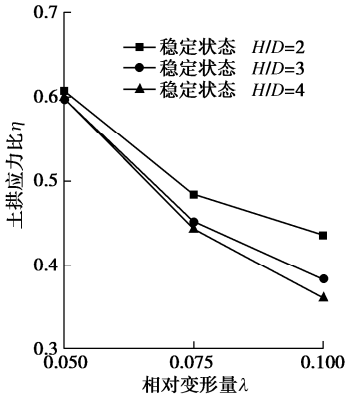

图 11 土拱应力比随相对变形量发展

Fig. 11 Soil-arching ratio versus normalized displacement

本文所提出的计算模型考虑了土拱形成的渐进发展过程，从相对滑移形成的初始状态到最终的稳定状态，其中土体相对运动达到稳定状态后的等沉面高度对地层中的应力分布产生了重要影响，如图 12 所示。由图 12 可以看出，在等沉面上方土体的平均竖向应力与静止土压力的分布情况相同，在等沉面下方土体的平均竖向应力明显下降，与现有研究的整体趋势相近，计算结果偏高的主要原因正是由于等沉面的存在使得土体滑移破坏面的长度不同，使得平衡方程的边界条件发生变化。

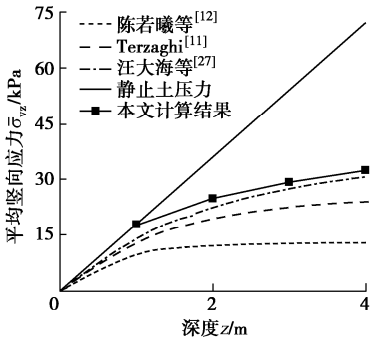

图 12 顶管上方平均竖向应力沿深度方向分布

Fig. 12 Distribution of mean vertical stress along depth

3.3　剪胀角的影响

剪胀角的大小对土体滑移破坏面的初始形态具有重要影响，当剪胀角角度较大而且管节所处深度较浅的时候，两侧滑移破坏面在地层中有可能出现封闭的三角形。当剪胀角的角度越小，滑移破坏面则越接近竖直面。

如上所述剪胀角的增大会使得滑移破坏面更加倾向于水平方向，在相对变形量等其它条件不变的情况下，等沉面的高度也不会发生变化，因此倾斜角度更大的滑移破坏面，其发生相对摩擦的面积也会更大，

土拱应力比也会越低；式（26）给出了滑移面夹角α与应力偏转角θ_s之间的关系，剪胀角越大则α的值越大，相应的θ_s值越小，则由式（34）计算所得的平均侧向土压力系数越大，如图 13 所示。

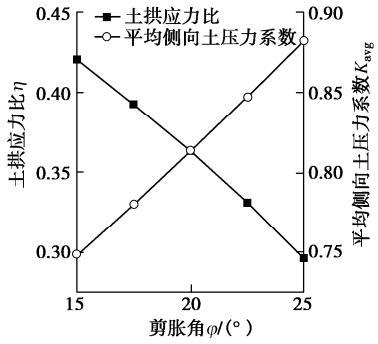

图 13 剪胀角与土拱应力比及平均侧向土压力系数的关系

Fig. 13 Influences of dilatancy angle on soil-arching ratio and coefficient of lateral earth pressure

3.4 内摩擦角的影响

土体的内摩擦角反映土的摩擦特性，土拱效应的本质正是由于土体之间相互错动产生的摩擦力平衡了部分的竖向应力，因此内摩擦角是影响土拱效应的重要因素。

图 14 给出了土体内摩擦角φ与土拱应力比以及侧向土压力系数的关系。随着φ值的增大，土体间的摩擦作用增强，土拱效应随之增强，土拱应力比呈现下降趋势；同时，内摩擦角的增大改变了土体的应力状态，其直接体现在K_a值的减小，但应力偏转角θ_s随着内摩擦角φ的增大而减小，最终K_a值对平均侧向土压力系数的影响更为显著，因此平均侧向土压力系数随着内摩擦角的增大而减小。

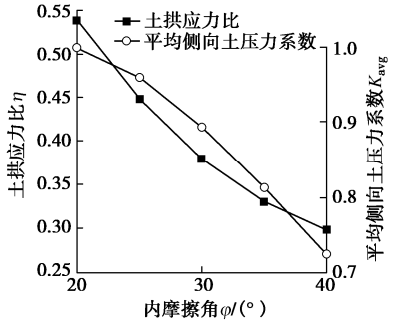

图 14 内摩擦角与土拱应力比及平均侧向土压力系数的关系

Fig. 14 Influences of internal friction angle on soil-arching ratio and coefficient of lateral earth pressure

4 结 论

本文对砂土地层中的顶管施工中的土拱形成及发展问题进行了探究，并得到以下 4 点结论。

（1）在 Terzaghi 松动土压力模型的基础之上，考虑了主应力轴的旋转，通过假设应力偏转角的方式，构造了水平微分土条的微分方程，并结合土拱的渐进发展状态进行求解，经与室内试验的对比分析，验证了解析解的合理性，可为顶管施工中的土压力计算提供参考依据。

（2）分析了土拱的渐进发展过程，建立了相对变形量与滑移面夹角的关系，随着相对变形量的增大，滑移面将逐步向竖直方向偏转，在相对变形充分的条件下最终偏转为竖直滑移面。结合顶管施工的实际，正常施工条件下的开挖地层损失所形成的相对变形量较小，故破坏面的最终形状为塔型。

（3）在土拱的渐进发展过程中，管节顶部的竖向应力在很小的相对变形量范围内发生了显著下降，达到最小土拱应力比。此时，管节上方土体开始发生膨胀及相对错动，破坏面的高度只取决于滑移面倾角和施工深度之间的关系。随着相对变形量的增大，土体达到稳定状态，此时滑移破坏面的高度则需要考虑上方土体的松动情况，其高度取决于等沉面高度、滑移面倾角和施工深度之间的关系。

（4）土体剪胀角的大小对土体滑移破坏面的初始形态具有重要影响，剪胀角的增大会使得滑移破坏面与水平面的夹角减小，增加了滑移摩擦接触面的长度和水平向的应力；土体的内摩擦角则反映了土体的摩擦特性是影响土拱效应的重要因素，内摩擦角的增大，会使得土体间的摩擦作用增强，减小竖向应力，但同时也改变了土体的应力状态，使得平均侧向土压力系数降低。

参考文献：

[1] 何君佐, 廖少明, 陈立生, 等. 软土地层管幕群顶进的相互作用及闭合姿态的实测分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(2): 279－288. (HE Jun-zuo, LIAO Shao-ming, CHEN Li-sheng, et al. Field investigations on interaction between jacking pipes and closure of pipe roofs in soft ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(2): 279－288. (in Chinese))

[2] 刘 波, 章定文, 刘松玉, 等. 大断面顶管通道近接穿越下覆既有地铁隧道数值模拟与现场试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(11): 2850－2860. (LIU Bo, ZHANG Ding-wen, LIU Song-yu, et al. Numerical simulation and field monitoring on a large cross-section pipe-jacking underpass traversing existing metro tunnels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(11): 2850－2860. (in Chinese))

[3] CUI Q L, XU Y S, SHEN S L, et al. Field performance of

concrete pipes during jacking in cemented sandy silt[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **49**: 336－344.

[4] MA B S, NAJAFI M. Development and applications of trenchless technology in China[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(4): 476－480.

[5] 杨　仙, 张可能, 黎永索, 等. 深埋顶管顶力理论计算与实测分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(3): 757－761. (YANG Xian, ZHANG Ke-neng, LI Yong-song, et al. Theoretical and experimental analyses of jacking force during deep-buried pipe jacking[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(3): 757－761. (in Chinese))

[6] ZHANG H F, ZHANG P, ZHOU W, et al. A new model to predict soil pressure acting on deep burial jacked pipes[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2016, **60**: 183－196.

[7] JANSSEN H A. Versuche uber getreidedruck in silozellen [J]. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1895, **39**(35): 1045－1049. (in Deutsch)

[8] MARSTON A, ANDERSON A O. The Theory of Loads on Pipe in Ditches and Tests of Cement and Clay Drain Tile and Sewer Pipe[R]. Ames: Iowa Engineering Experiment Station, Iowa State College, 1913.

[9] 周　敏, 杜延军, 王　非, 等. 地层沉陷中埋地 HDPE 管道力学状态及模型试验分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(2): 253－262. (ZHOU Min, DU Yan-jun, WANG Fei, et al. Physical modeling of mechanical responses of HDPE pipes and subsurface settlement caused by land subsidence[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(2): 253－262. (in Chinese))

[10] 周　敏, 杜延军, 张亚军, 等. 埋地 HDPE 管道施工过程中土拱效应变化特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(2): 414－424. (ZHOU Min, DU Yan-jun, ZHANG Ya-jun, et al. Variation of soil arching effect during burying process of HDPE pipes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(2): 414－424. (in Chinese))

[11] TERZAGHI K T. Theoretical Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1943.

[12] 陈若曦, 朱　斌, 陈云敏, 等. 基于主应力轴旋转理论的修正 Terzaghi 松动土压力[J]. 岩土力学, 2010, **31**(5): 1402－1406. (CHEN Ruo-xi, ZHU Bin, CHEN Yun-min, et al. Modified Terzaghi loozening earth pressure based on theory of main stress axes rotation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(5): 1402－1406. (in Chinese))

[13] 徐　超, 张兴亚, 韩　杰, 等. 加载条件对土拱效应影响的 Trapdoor 模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(4): 726－732.(XU Chao, ZHANG Xing-ya, HAN Jie, et al. Trapdoor model tests on impact of loading conditions on soil arching effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(4): 726－732. (in Chinese))

[14] 朱　斌, 陈若曦, 陈云敏, 等. Trapdoor 位移相关土压力及抗沉陷加筋设计新方法[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(12): 1895－1901. (ZHU Bin, CHEN Ruo-xi, CHEN Yun-min, et al. Trapdoor deflection-related earth pressure and new design method of reinforcements to resist local subsidence[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(12): 1895－1901. (in Chinese))

[15] 给水排水工程管道结构设计规范: GB50332—2002[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (Structural Design Code for Pipeline Water Supply and Waste Water Engineering: GB50332—2002[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009. (in Chinese))

[16] 给水排水工程顶管技术规程: CECS246: 2008[S]. 北京：中国计划出版社, 2008. (Technical Specification for Pipe Jacking of Water Supply and Sewerage Engineering: CECS246: 2008[S]. Beijing: China Planning Press, 2008.(in Chinese))

[17] IGLESIA G R, EINSTEIN H H, WHITMAN R V. Validation of centrifuge model scaling for soil systems via trapdoor tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**(11): 1075－1089.

[18] IGLESIA G R, EINSTEIN H H, WHITMAN R V. Investigation of soil arching with centrifuge tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering, 2014, **140**(2): 04013005.

[19] EVANS C H. An Examination of Arching in Granular Soils[D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1983.

[20] STONE K J, WOOD D M. Effects of dilatancy and particle size observed in model tests on sand[J]. Soils and Foundations, 1992, **32**(4): 43-57.

[21] RUI R, VAN TOL A, XIA Y, et al. Investigation of soil-arching development in dense sand by 2D model tests[J]. Geotechnical Testing Journal, 2016, **39**(3): 415－430.

[22] RUI R, VAN TOL F, XIA X-L, et al. Evolution of soil arching; 2D DEM simulations[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **73**: 199－209.

[23] RUI R, VAN TOL F, XIA Y-Y, et al. Evolution of soil arching:

2D analytical models[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, **18**(6): 04018056.

[24] COSTA Y D, ZORNBERG J G, BUENO B S, et al. Failure mechanisms in sand over a deep active trapdoor[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, **135**(11): 1741 – 1753.

[25] 汪成兵, 朱合华. 埋深对软弱隧道围岩破坏影响机制试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(12): 2442 – 2448. (WANG Cheng-bing, ZHU He-hua. Experimental study of influence mechanism of buried depth on surrounding rock failure of tunnel constructed in soft rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(12): 2442 – 2448. (in Chinese))

[26] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. Géotechnique, 2003, **53**(7): 643 – 653.

[27] 汪大海, 贺少辉, 刘夏冰, 等. 基于主应力旋转特征的浅埋隧道上覆土压力计算及不完全拱效应分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, **38**(6): 1284 – 1296. (WANG Da-hai, HE Shao-hui, LIU Xia-bing, et al. A modified method for determining the overburden pressure above shallow tunnels considering the distribution of the principal stress rotation and the partially mobilized arching effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, **38**(6): 1284 – 1296. (in Chinese))

[28] STEIN D, MÖLLERS K, BIELECKI R. Microtunnelling[M]. Berlin, Germany: Ernest & Sohn, 1989.

[29] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(3): 302 – 318.

[30] 徐长节, 梁禄钜, 陈其志, 等. 考虑松动区内应力分布形式的松动土压力研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(6): 1927 – 1934. (XU Chang-jie, LIANG Lu-ju, CHEN Qi-zhi, et al. Research on loosening earth pressure considering the patterns of stress distribution in loosening zone[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(6): 1927 – 1934. (in Chinese))

[31] 汪大海, 贺少辉, 刘夏冰, 等. 地层渐进成拱对浅埋隧道上覆土压力影响研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(6): 2311 – 2322. (WANG Da-hai, HE Shao-hui, LIU Xia-bing, et al. Studies of the progressive ground arching on the loosening pressure above shallow tunnels[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(6): 2311 – 2322. (in Chinese))

[32] 赖丰文, 陈福全, 万梁龙. 考虑不完全土拱效应的浅层地基竖向应力计算[J]. 岩土力学, 2018, **39**(7): 2546 – 2554. (LAI Feng-wen, CHEN Fu-quan, WAN Liang-long. Vertical stress calculation of shallow foundations based on partially developed soil arching effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(7): 2546 – 2554. (in Chinese))

[33] 黎春林. 盾构隧道施工松动土压力计算方法研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(9): 1714 – 1720. (LI Chun-lin. Method for calculating loosening earth pressure during construction of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(9): 1714 – 1720. (in Chinese))

[34] 叶 飞, 樊康佳, 宋 京, 等. 基于不完全拱效应的隧道预处理机制与计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(6): 1469 – 1478. (YE Fei, FAN Kang-jia, SONG Jing, et al. The pretreatment mechanism of tunnels and its calculation method based on the incomplete arch effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(6): 1469 – 1478. (in Chinese))

[35] HAN J, WANG F, AL-NADDAF M, et al. Progressive development of two-dimensional soil arching with displacement[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(12): 04017112.

[36] SPANGLER M G, HANDY R L. Soil Engineering[M]. New York: Harper & Row, 1982.

[37] 加 瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的研究[D]. 南京: 河海大学, 2007. (JIA Rui. Study on Relaxation Effect of Vertical Soil Pressure for Shield Tunnel[D]. Nanjing: Hohai University, 2007.(in Chinese))

[38] 朱 伟, 钟小春, 加 瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的颗粒流模拟[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(5): 750 – 754. (ZHU Wei, ZHONG Xiao-chun, JIA Rui. Simulation on relaxation effect of vertical earth pressure for shield tunnels by particle flow code[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(5): 750 – 754. (in Chinese))