

DOI: 10.11779/CJGE202107019

# 任意形状深埋隧道地震响应解析解

禹海涛<sup>1,2</sup>, 陈 功<sup>3</sup>

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;  
3. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 考虑地层-结构相互作用的拟静力法广泛应用于隧道抗震设计和分析, 而以拟静力法为基础推导出的解析解则更是备受工程设计人员所青睐, 但现有解析方法仅适用于圆形或矩形隧道。以均质地层中的任意形状深埋隧道为对象, 将衬砌简化为均质地层中的壳体, 并考虑隧道内部中隔墙的影响, 建立了远场剪切波作用下隧道结构和地层各自的控制方程, 结合地层与结构之间不滑移和全滑移两种典型接触边界, 运用复变函数及保角映射方法, 推导出均质地层中任意形状深埋隧道地震响应的解析解。通过与有限元基准模型在相同计算条件下的结果对比, 验证了本文解析方法的正确性。最后应用该解析表达式开展多工况参数化分析, 揭示了地层-结构相对刚度比和中隔墙厚度等因素对不规则断面隧道结构的地震响应的影响规律。结果表明: 隧道结构内力响应随地层-结构相对刚度的增大而增大, 而位移响应则相反; 不滑移条件下隧道的内力响应要大于全滑移条件的内力响应, 而位移响应相比全滑移条件则较小; 与不考虑中隔墙的隧道相比, 当中隔墙厚度大于隧道衬砌厚度 1.5 倍时, 中隔墙的存在将显著增大衬砌的最大内力响应。

**关键词:** 隧道工程; 地震响应; 任意形状; 解析解; 复变函数

中图分类号: TU92 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)07-1331-07

作者简介: 禹海涛(1983—), 男, 博士, 教授, 主要从事地下结构防灾减灾方面的研究工作。E-mail: yuhaitao@tongji.edu.cn。

## Analytical solution for seismic response of deep tunnels with arbitrary cross-section shapes

YU Hai-tao<sup>1,2</sup>, CHEN Gong<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The pseudo-static method considering ground-structure interaction is widely used in seismic design and analysis of tunnels, and especially, the analytical solution based on this method can serve as an effective tool for practitioners. However, the existing methods in literatures are only applicable for circular or rectangular tunnels. An analytical solution for seismic response of deep tunnels with arbitrary cross-section shapes in homogeneous ground is presented. The lining is assumed as a shell, and the effects of the middle wall as well as two typical soil-structure contact conditions (i.e., no-slip and full-slip) are also considered. First, the governing equations for the tunnel structure and the ground are introduced. Then, the complex variable function and the conformal mapping method are employed to obtain the analytical solution. The validation of the proposed solution is verified by comparison with the results from FEM. Finally, parametric analyses are carried out using the solution, and the influences of the relative stiffness ratio of the ground to the structure as well as the thickness of middle wall are analyzed. The results show that the internal force of the tunnel increases with the increase of the ground-structure relative stiffness ratio, while the deformation of the tunnel decreases. The internal force of the tunnel under no-slip condition is larger than that under full-slip condition, while, oppositely, the structural deformation under no-slip condition is less than that under full-slip condition. Compared to that of the case neglecting the middle wall in the tunnel, the maximum internal force of the tunnel significantly increases when the thickness of the middle wall is 1.5 times larger than the thickness of the tunnel lining.

**Key words:** tunneling engineering; seismic response; arbitrary cross-section shape; analytical solution; complex function

## 0 引言

随着中国城市化进程的快速推进以及交通运输网

基金项目: 国家自然科学基金项目(41922059, 51678438); 国家重点研发计划项目(2017YFC1500703, 2017YFC0805501); 中央高校基本科研业务费专项资金项目  
收稿日期: 2020-08-10

络规模的不断扩大,近年来隧道工程建设量大、面广。由于受地质条件、施工技术、使用功能等诸多因素影响,隧道横断面的形状设计复杂多变。例如,宁波地铁4号线工程中采用的类矩形盾构隧道<sup>[1]</sup>,岩石地层中采用钻爆法施工的直墙拱形隧道<sup>[2]</sup>。然而,近年来地下结构震害频发,与圆形隧道相比,非圆隧道由于形状曲率变化导致其地震响应更为复杂。因此,研究非圆等任意断面形状隧道的地震响应,对于指导实际工程抗震设计具有广泛意义。

目前,隧道结构的地震响应分析主要采用数值模拟或模型试验。Amorosi 等<sup>[3]</sup>建立二维有限单元模型研究了黏性土中浅埋隧道的动力响应; Stamos 等<sup>[4]</sup>采用频域边界元法求解了三维地下结构的动力响应; Yu 等<sup>[5-7]</sup>采用多尺度方法分析了长隧道在一致和非一致地震作用下的动力响应规律; 袁勇等<sup>[8-9]</sup>、禹海涛等<sup>[10]</sup>基于多台面振动台模型试验,研究了长大隧道在非一致激励下的地震响应机制。由于数值方法建模工作量大,且计算精度受参数取值影响,而模型试验受台面限制且周期长,因此实际工程设计通常采用拟静力法等简化方法。

深埋隧道的拟静力方法是将地震作用简化为远场剪应力或剪应变,基于简化模型进行静力分析计算<sup>[11]</sup>。Bobet<sup>[12]</sup>研究表明,当地震的波长大于隧道尺寸的8倍时,地震荷载可简化为准静态荷载,而实际工程中大部分隧道均满足此条件。拟静力法通常分为自由场变形法和地层-结构相互作用法。前者将地震引起的地层变形直接施加在结构上,由于忽略了地层-结构相互作用,因而得到的地震响应往往误差较大;后者合理考虑了地层与结构之间的相互作用关系,故得到的结果更接近实际情况,而且基于该方法的解析解具有计算简便、参数少、耗时少等优点,备受工程设计人员所青睐。如对于圆形隧道,Wang<sup>[13]</sup>基于 Einstein<sup>[14]</sup>等提出的相对刚度法给出了圆形隧道在远场剪应力作用下的最大内力与变形; Penzien 等<sup>[15]</sup>通过假设地层与结构接触面上的应力分布推导出另一个不同形式的解答; Bobet 等<sup>[12, 16]</sup>拓展研究了饱和地层隧道在衬砌界面排水与不排水条件下的地震响应。对于矩形隧道,Penzien<sup>[17]</sup>通过忽略了地层与隧道接触面上的法向应力,并基于圆形隧道的变形假设给出了近似解; Huo 等<sup>[18]</sup>应用复变函数方法,考虑了地层-结构接触面上应力和位移的连续性条件,推导出更为精确的解答。然而,以上基于地层-结构相互作用拟静力方法推导出的解析解,只适用于圆形或矩形等简单形状隧道,尚缺少面向更广泛工程设计的任意断面形状深埋隧道地震响应的解析解。

本文基于地层-结构相互作用的拟静力方法,建

立了任意形状深埋隧道横向地震响应分析模型,综合考虑了隧道内部中隔墙的影响,以及地层-结构交界面上不滑移和全滑移两种典型接触条件,采用复变函数与保角映射法,推导出任意形状深埋隧道地震响应的解析解。以有限元数值解为基准,验证了本文方法的有效性和可行性。在此基础上,应用该解析方法分析了地层-结构相对刚度比、地层-结构接触条件、中隔墙刚度等因素对深埋隧道地震响应的影响规律。

## 1 模型与假定

本文针对在远场剪应力作用下具有任意形状横断面的隧道结构,计算模型和坐标系统如图 1 所示。 $\tau$  为远场剪应力,隧道的对称轴为  $x$  轴,  $L_1$  为地层与衬砌的接触面,  $\varphi$  为衬砌任一位置点关于  $x$  轴的夹角,  $\delta$  为衬砌厚度。记地层的弹性模量和泊松比为  $E_g$  和  $\nu_g$ ,衬砌的弹性模量和泊松比为  $E_l$  和  $\nu_l$ 。

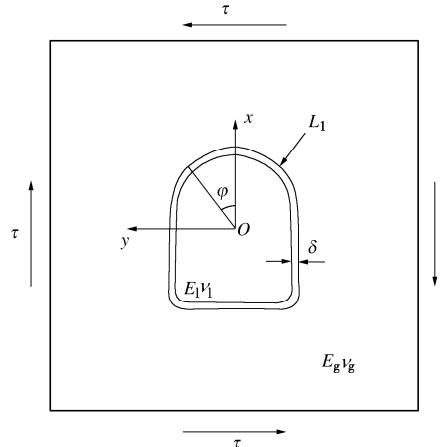


图 1 远场剪应力作用下的任意形状深埋隧道

Fig. 1 Deep tunnel with arbitrary cross-section shapes subjected to far-field shear loading

计算分析时的简化假定如下:①地层与衬砌为各向同性线弹性体。②地层与衬砌各处的纵向应变为0,即满足平面应变条件。③隧道横断面具有一个对称轴。④隧道埋深较大,在地震作用下处于远场剪应力状态。剪应力大小为<sup>[15]</sup>

$$\tau = 0.5E_g V_{\max} / [V_s(1 + \nu_g)] \quad (1)$$

式中  $V_{\max}$  为地震动的峰值速度;  $V_s$  为场地剪切波速。⑤衬砌的厚度与隧道横断面尺寸相比可以忽略,衬砌假定为壳体,衬砌变形时满足平截面假定。

## 2 解析解推导

### 2.1 保角变换

对于横断面形状比较复杂的隧道,可以使用保角变换将  $Oxy$  平面内的隧道映射成  $\zeta$  平面上的单位圆  $\Theta = e^{i\theta}$  来分析,如图 2 所示。保角映射的形式为<sup>[19]</sup>

$$z = \omega(\zeta) = R \left( \zeta + \sum_{k=0}^n C_k \zeta^{-k} \right) \quad . \quad (2)$$

式中  $z$  为  $oxy$  平面上一点,  $z=x+iy$ ;  $R$  和  $C_k$  为实常数, 可通过复合形方法等优化算法由隧道的尺寸和形状确定<sup>[20]</sup>。对于任意形状的隧道, 都可以获得精度很高的映射函数。由于衬砌采用壳体假设, 映射后衬砌的厚度不发生变化。

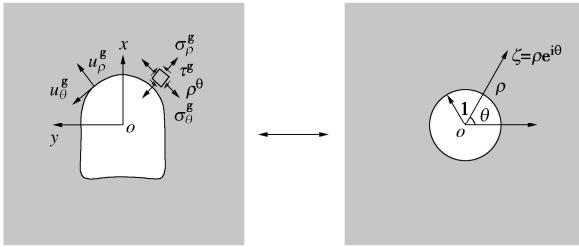


图 2 保角变换

Fig. 2 Conformal transformation

## 2.2 地层的应力与位移

根据弹性理论, 地层的应力与位移可以由两个复势函数  $\varphi(z)$  和  $\psi(z)$  来表示<sup>[21]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^g + \sigma_y^g &= 4 \operatorname{Re}[\varphi'(z)] , \\ \sigma_x^g - \sigma_y^g + 2i\tau_{xy}^g &= 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)] , \\ 2G_g(u_x^g + iu_y^g) &= (3 - 4\nu_g)\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} . \end{aligned} \right\} (3)$$

式中,  $\sigma_x^g$ ,  $\sigma_y^g$  和  $\tau_{xy}^g$  为地层中任一点在  $oxy$  坐标系下的应力分量,  $u_x^g$  和  $u_y^g$  为地层中任一点在  $oxy$  坐标系下的位移分量,  $G_g$  为地层的剪切模量。

地层受远场剪应力  $\tau$  作用, 设由地层-结构相互作用引起的地层位移在无穷远处为 0, 则地层的复势函数为<sup>[19]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\omega(\zeta)) &= i\varphi_1(\zeta) = i \sum_{k=1}^{\infty} a_k \zeta^{-k} , \\ \psi(\omega(\zeta)) &= i\tau\omega(\zeta) + i\psi_1(\zeta) = i\tau\omega(\zeta) + i \sum_{k=1}^{\infty} b_k \zeta^{-k} . \end{aligned} \right\} (4)$$

式中,  $a_k$  和  $b_k$  为实数,  $i$  为虚数单位。为了简化分析, 在计算中只考虑级数中的前  $N$  项, 并记

$$X_k = a_k, \quad X_{N+k} = b_k \quad (k=1, 2, \dots, N) . \quad (5)$$

将式(4)代入式(3)中, 并结合转轴公式<sup>[20]</sup>和复合函数的求导法则, 可解得  $\{\rho, \theta\}$  坐标系中开挖面上地层的应力与位移:

$$\sigma_\rho^g = -2 \operatorname{Im}[\varphi'_1(\Theta)/\omega'(\Theta)] +$$

$$\operatorname{Im}\{\sigma^2 [\omega(1/\Theta)\varphi_1''(\Theta) - \omega(1/\Theta)\omega''(\Theta)\varphi_1'(\Theta)/\omega'(\Theta) + \omega'(\Theta)\psi_1'(\Theta) + \tau\omega'(\Theta)\omega'(\Theta)]\}/\omega'(1/\Theta)\omega'(\Theta) , \quad (6a)$$

$$\tau_{\rho\theta}^g = 1/\omega'(1/\Theta)\omega'(\Theta) \operatorname{Re}\{\Theta^2 [\omega(1/\Theta)\varphi_1''(\Theta) - \omega(1/\Theta)\omega''(\Theta)\varphi_1'(\Theta)/\omega'(\Theta) +$$

$$\omega'(\Theta)\psi_1'(\Theta) + \tau\omega'(\Theta)\omega'(\Theta)]\} , \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} u_\rho^g &= -1/2G_g|\omega'(\Theta)| \operatorname{Im}\{\Theta^{-1} [\kappa_g\omega'(1/\Theta)\varphi_1(\Theta) + \omega(\Theta)\varphi_1'(1/\Theta) + \omega'(1/\Theta)\psi_1(1/\Theta) - \tau\omega'(1/\Theta)\omega(1/\Theta)]\} , \\ \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} u_\theta^g &= 1/(2G_g|\omega'(\Theta)|) \operatorname{Re}\{\Theta^{-1} [\kappa_g\omega'(1/\Theta)\varphi_1(\Theta) + \omega(\Theta)\varphi_1'(1/\Theta) + \omega'(1/\Theta)\psi_1(1/\Theta) - \tau\omega'(1/\Theta)\omega(1/\Theta)]\} . \\ \end{aligned} \quad (6d)$$

式中, 各项均为关于  $\Theta$  的 Laurent 级数, 因而将式(2), (5) 代入式(6a) ~ (6d) 中, 通过级数运算可以将开挖面上地层的应力与位移表示成如下形式:

$$\sigma_\rho^g, \quad u_\rho^g, \quad \tau_{\rho\theta}^g, \quad u_\theta^g \sim \sum_{k=-p_k^{(l)}}^{p_k^{(l)}} \sum_{j=1}^{2N} U_{kj}^{(l)} X_j \Theta^k + \sum_{k=-p_k^{(l)}}^{p_k^{(l)}} V_k^{(l)} \Theta^k , \quad (7)$$

式中, 应力与位移的 Laurent 系数为  $X_k$  的线性组合,  $U_{kj}^{(l)}$  为  $k$  阶 Laurent 级数项中  $X_j$  的系数,  $V_k^{(l)}$  为常数。

## 2.3 衬砌的控制方程

根据壳体理论<sup>[19]</sup>, 衬砌上任一点的轴力  $T$  与弯矩  $M$  可以表示为

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{E_l \delta}{1 - \nu_l^2} \left( \frac{du_\theta^1}{ds} + Ku_\rho^1 \right) , \\ M &= -\frac{E_l \delta^3}{12(1 - \nu_l^2)} \left[ \frac{d^2 u_\rho^1}{ds^2} + K^2 u_\rho^1 - \frac{dK}{ds} u_\theta^1 \right] . \end{aligned} \right\} (8)$$

式中  $T$  和  $M$  分别为衬砌任意位置上的轴力与弯矩;  $u_\theta^1, u_\rho^1$  为  $\{\rho, \theta\}$  坐标系下的衬砌位移;  $s$  为  $L_1$  的线长参数;  $K$  为衬砌上任一点的曲率, 向外弯为正。衬砌的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} dT/ds + KdM/ds + \tau_{\rho\theta}^l &= 0 , \\ -KT + d^2 M/ds^2 + \sigma_\rho^l &= 0 . \end{aligned} \right\} (9)$$

式中,  $\sigma_\rho^l$  和  $\sigma_\theta^l$  为  $\{\rho, \theta\}$  坐标系下的衬砌应力。

将式(8)代入式(9), 有

$$\left. \begin{aligned} d^2 u_\theta^1 / ds^2 + d(Ku_\rho^1) / ds - K\delta^2 / 12 [d^3 u_\rho^1 / ds^3 + \\ d(K^2 u_\rho^1) / ds - d(Ku_\theta^1) / ds] &= -(1 - \nu_l^2) / (E_l \delta) \tau_{\rho\theta}^l , \\ Kdu_\theta^1 / ds + K^2 u_\rho^1 + \delta^2 / 12 [d^4 u_\rho^1 / ds^4 + d^2 (K^2 u_\rho^1) / ds^2 - \\ d^2 (Ku_\theta^1) / ds^2] &= (1 - \nu_l^2) / (E_l \delta) \sigma_\rho^l . \end{aligned} \right\} (10)$$

为了将衬砌在坐标系  $\{\rho, \theta\}$  中表出, 需将式(10)中的各物理量表示为  $\Theta$  的级数。由求导法则, 有

$$\frac{d}{ds} = \frac{d\theta}{ds} \frac{d\Theta}{d\theta} \frac{d}{d\Theta} = \frac{i}{A} \frac{d}{d\Theta} , \quad (11)$$

式中,  $A$  为曲线的拉梅常数,  $A = |\omega'(\Theta)|$ 。 $1/A$  和  $K$  的表达式可以由式(2)确定, 然后将其展开成傅里叶级数。

## 2.4 边界条件

本文考虑两种典型的地层 - 结构接触条件: 不滑移和全滑移。地层与衬砌不产生相对位移时, 应力与位移在接触面上满足连续性条件:

$$\left. \begin{array}{l} u_{\rho}^1 = u_{\rho}^g, \quad u_{\theta}^1 = u_{\theta}^g, \\ \sigma_{\rho}^1 = \sigma_{\rho}^g, \quad \tau_{\rho\theta}^1 = \tau_{\rho\theta}^g. \end{array} \right\} \quad (12)$$

地层 - 结构间完全滑移时, 在接触面上法向应力与法向位移满足连续性条件, 切向应力为 0, 因而有

$$\left. \begin{array}{l} u_{\rho}^1 = u_{\rho}^g, \\ \sigma_{\rho}^1 = \sigma_{\rho}^g, \quad \tau_{\rho\theta}^1 = \tau_{\rho\theta}^g = 0. \end{array} \right\} \quad (13)$$

需要说明的是, 由于深埋隧道受周围岩土体初始自重应力场的作用, 即使在地震作用下, 衬砌与地层通常不会沿接触面法向脱开, 因此可视为接触面上法向应力与法向位移保持连续。

## 2.5 求解步骤

首先求解地层 - 结构间不滑移的解, 将式 (7), (12) 代入式 (10) 中, 并结合式 (11), 有

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{k=M_1}^{M_1} \sum_{j=1}^{2N} (F_1)_{kj} X_j \Theta^k = \sum_{k=M_1}^{M_1} (b_1)_k \Theta^k, \\ \sum_{k=M_2}^{M_2} \sum_{j=1}^{2N} (iF_2)_{kj} X_j \Theta^k = \sum_{k=M_2}^{M_2} (ib_2)_k \Theta^k. \end{array} \right\} \quad (14)$$

通过比较式 (14) 等式两边同幂项的系数, 可以获得一组线性方程, 则待定系数  $x_k$  可以通过求解这个线性方程组得到。

地层 - 结构间完全滑移时, 将衬砌切向位移作傅里叶级数展开, 有

$$u_{\theta}^1 = \sum_{k=0}^N d_k \cos k\theta = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N d_k (\Theta^k + \Theta^{-k}), \quad (15)$$

并记

$$X_{2N+k} = d_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N+1). \quad (16)$$

将 (7), (13), (15) 代入式 (10) 中, 并结合式 (11), 得

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{3N+1} (F_3)_{kj} X_j = (b_3)_k \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots, N), \\ \sum_{j=1}^{3N+1} (F_4)_{kj} X_j = (b_4)_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N), \\ \sum_{j=1}^{2N} U_{kj}^{(3)} X_j = -V_k^{(3)} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots, N). \end{array} \right\} \quad (17)$$

同样的, 通过比较式 (7) 等式两边同幂项的系数, 可以解出所有的待定参数。

具体求解流程归纳如下: ①通过式 (6) 计算式 (7) 中各参数; ②将式 (7) 代入式 (10), 依据不同的接触条件, 计算式 (14) 或式 (17) 中各参数; ③求解

式 (14) 或式 (17), 得出待定系数  $X_k$  和  $d_k$ ; ④将  $x_k$  代入式 (7), 得开挖面上地层的应力与位移; ⑤地层 - 结构不滑移时, 由式 (12) 确定衬砌的应力与位移。地层 - 结构全滑移时, 将  $d_k$  代入式 (15) 得到衬砌的切向位移, 再由式 (13) 得到其余的衬砌应力和位移, 地层与衬砌在  $oxy$  坐标下的应力与位移可由式 (3), (4) 求得; ⑥将衬砌的应力和位移代入式 (8), 得到衬砌的轴力与弯矩。

## 2.6 含中隔墙隧道的解答

在远场剪应力的作用下, 中隔墙对隧道管片作用为剪力  $T$  和弯矩  $M_1$  和  $M_2$ , 如图 3 所示。

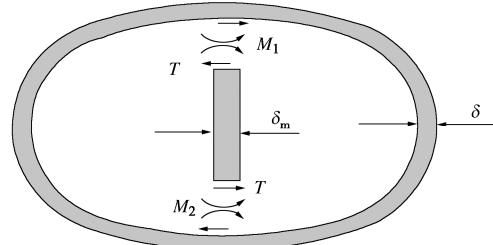


图 3 含中隔墙隧道计算简图

Fig. 3 Mechanical model for a tunnel with middle wall

为了计算集中力 (矩) 作用在衬砌内部时的响应, 使用如下函数来描述集中力 (矩):

$$f(\theta) = \begin{cases} [\varepsilon + \cos k_a \theta]^{k_b} & (|\theta| \leq 10\sqrt{\varepsilon}/k_a) \\ 0 & (\text{其它}) \end{cases}, \quad (18)$$

式中,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ,  $k_a = 5$ ,  $k_b = 10^3$ ,  $f(\theta)$  为仅在  $\theta = 0$  附近不为 0 的函数。

记中隔墙端部剪力为  $TA_1 f(\theta) + TA_2 f(\theta + \pi)$ , 力矩为  $M_1 A_1 f(\theta) + M_2 A_2 f(\theta + \pi)$ ,  $A_1$  和  $A_2$  为实参数, 由归一化条件确定。

则  $T$ ,  $M_1$  和  $M_2$  与衬砌位移有如下关系:

$$\left. \begin{array}{l} (1-\nu_1^2)T = 6i/l[du_{\rho}^1/ds(0) + du_{\rho}^1/ds(\pi)] + \\ \quad 12i/l^2[u_{\rho}^1(0) + u_{\rho}^1(\pi)], \\ (1-\nu_1^2)M_1 = -i[4du_{\rho}^1/ds(0) + 2du_{\rho}^1/ds(\pi)] + \\ \quad 6i/l^2[u_{\rho}^1(0) + u_{\rho}^1(\pi)], \\ (1-\nu_1^2)M_2 = i[2du_{\rho}^1/ds(0) + 4du_{\rho}^1/ds(\pi)] + \\ \quad 6i/l^2[u_{\rho}^1(0) + u_{\rho}^1(\pi)]. \end{array} \right\} \quad (19)$$

式中,  $i = EI_m/l$ ,  $I_m$  为中隔墙单位纵截面的转动惯量,  $l$  为中隔墙长度,  $I_m = \delta_m^3/12$ ,  $\delta_m$  为中隔墙厚度。忽略剪力对衬砌管片法向平衡的影响, 则中隔墙对衬砌管片的作用可以由如下应力分布表示:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\rho 0}^1 = -M_0 d^2 f(\theta)/ds^2, \\ \tau_{\rho\theta 0}^1 = -T_0 df(\theta)/ds - M_0 K df(\theta)/ds. \end{array} \right\} \quad (20)$$

将式 (9) 改为如下形式:

$$\left. \begin{aligned} dT/ds + KdM/ds + \tau_{\rho\theta}^1 + \tau_{\rho\theta 0}^1 &= 0, \\ -KT + d^2M/ds^2 + \sigma_\rho^1 + \sigma_{\rho 0}^1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

按照 2.5 节的计算步骤, 在步骤③中联立式(19), 可求得衬砌与地层的应力和位移。

### 3 数值验证

建立有限元基准模型来验证本文解析方法的有效性和可行性。选用如下两种不同形状的隧道进行对比验证: 不含中隔墙的直墙拱形隧道<sup>[21]</sup>和含中隔墙的类矩形隧道<sup>[1]</sup>。隧道设防烈度设为Ⅶ, 地震动峰值速度  $V_{\max} = 0.13 \text{ m/s}$ <sup>[22]</sup>。

假设直墙拱形隧道高 6 m, 宽 4.85 m, 衬砌厚度  $\delta$  为 0.3 m, 弹性模量  $E_l$  为 30 GPa, 泊松比  $\nu_l$  为 0.2。地层弹性模量  $E_g$  为 5 GPa, 泊松比  $\nu_g$  为 0.25, 场地剪切波速  $V_{\max} = 800 \text{ m/s}$ 。

$$z = \omega(\zeta) = 3(\zeta - 0.1036 + 0.0873\zeta^{-1} + 0.0729\zeta^{-2} - 0.0984\zeta^{-3} + 0.0384\zeta^{-4} + 0.0052\zeta^{-5}) \quad (22)$$

类矩形隧道高 6.49 m, 宽 11.05 m, 衬砌厚度  $\delta$  为 0.45 m, 中隔墙厚度  $\delta_m$  为 0.35 m, 衬砌弹性模量  $E_l$  为 34.5 GPa, 泊松比  $\nu_l$  为 0.2。地层弹性模量  $E_g$  为 1 GPa, 泊松比  $\nu_g$  为 0.25, 场地剪切波速  $V_{\max} = 200 \text{ m/s}$ 。隧道映射函数如下:

$$z = \omega(\zeta) = 4.4434(\zeta - 0.26173\zeta^{-1} - 0.0145\zeta^{-3} + 0.00635\zeta^{-5} + 0.00193\zeta^{-7} - 0.00136\zeta^{-9}) \quad (23)$$

基于大型通用软件 ABAQUS 建立相应的有限元模型, 采用梁单元模拟衬砌结构, 平面应变单元模拟地层。地层-结构间不滑移时, 采用绑定约束; 地层-结构间全滑移时, 法向为硬接触, 切向设为 Coulomb 型接触面。衬砌内边界的切向正应力为  $\sigma_\theta = T/\delta + M\delta/2I$ , 式中,  $I = \delta^3/12$ 。

图 4 给出了直墙拱形隧道衬砌内边界上归一化切向正应力  $\sigma_\theta/\tau$  的分布情况, 图 5 给出了不滑移条件下类矩形隧道中  $\sigma_\theta/\tau$  的分布情况, 以及考虑初始地应力条件 (竖向应力  $\sigma_v = 900 \text{ kPa}$ , 水平应力  $\sigma_h = 630 \text{ kPa}$ ) 时地层-结构交界面上的法向接触应力  $\sigma_\rho$  分布。根据算例中隧道结构的对称性, 取 1/2 模型进行地震响应分析。

对比本文解析解与有限元数值解可以看出, 分析结果均吻合较好, 从而验证了本文解析解的正确性。此外, 解析解与数值解均表明地震作用下隧道-地层接触面法向接触应力总为压应力, 进一步说明了地层与结构沿法向不会脱开, 也即交界面上的法向应力和法向位移保持连续性。

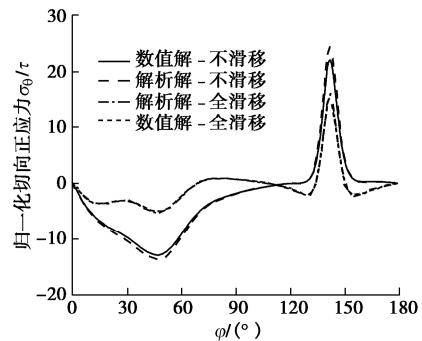


图 4 直墙拱形隧道地震响应对比验证

Fig. 4 Comparison of seismic responses of straight-wall-arch shaped tunnel by FEM model and proposed analytical solution

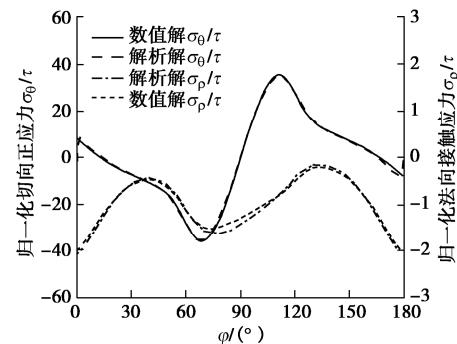


图 5 类矩形隧道地震响应对比验证

Fig. 5 Comparison of seismic responses of quasi-rectangular tunnel by FEM model and proposed analytical solution

### 4 参数敏感性分析

在以上验证算例的基础上, 选取了地层-结构相对刚度比和中隔墙厚度进行参数敏感性分析, 并研究了隧道形状和地层-结构接触条件对隧道地震响应的影响程度。

#### 4.1 地层-结构相对刚度比的影响

在基于相对刚度法的圆形隧道解析解中, 引入了压缩比和柔度比来描述地层-结构相对刚度, 其中柔度比被认为对地震响应有较大影响<sup>[13]</sup>。参照圆形隧道<sup>[12, 16]</sup>, 定义非圆隧道的柔度比如下:

$$F = \frac{E_g R^3 (1 - \nu_g^2)}{E_l I (1 - \nu_g^2)} \quad (24)$$

图 6 给出了直墙拱形隧道衬砌内边界上归一化切向正应力的最大值与柔度比的关系, 以及归一化法向位移最大值  $u_\rho^1/u_{\text{free field}} = 2G u_\rho^1 / \tau R$  与柔度比的关系,  $u_{\text{free field}}$  为与 O 点距离  $R$  处的自由场位移。可见随着柔度比增大, 隧道的应力响应减小。当柔度比较小时, 即对于软土地层, 隧道应力响应随柔度比的增大降低较快, 而地层-结构之间的不滑移或全滑移接触边界则对隧道地震响应影响较小。当柔度比较大时, 如对

于岩石地层, 隧道应力响应的最大值对地层-结构相对刚度较不敏感, 地层-结构不滑移时的响应略大于全滑移时的响应。隧道的位移响应与内力响应变化规律相反, 即随着柔度比的增大而增大, 且全滑移条件下的衬砌最大位移大于不滑移条件下的位移。而在衬砌接近刚体即柔度比趋近于 0 时, 位移响应接近于 0。

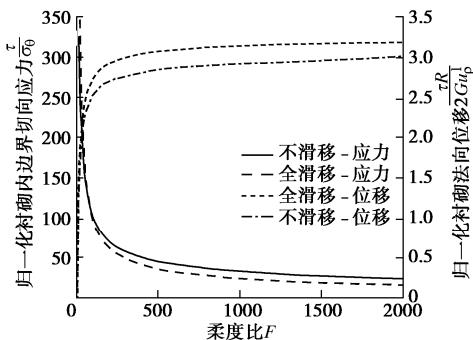


图 6 柔度比对隧道最大内力响应和位移响应的影响

Fig. 6 Effects of flexibility ratio on maximum stress and displacement responses of tunnel

#### 4.2 中隔墙厚度的影响

通过改变类矩形隧道验证算例中的中隔墙厚度, 探究中隔墙厚度对隧道地震响应的影响。图 7 给出了不同中隔墙厚度下隧道内边界切向应力分布, 中隔墙厚度与衬砌管片厚度的比值分别取 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0。从中可以看出中隔墙厚度变化对衬砌内力分布的影响局限在中隔墙端部附近, 在远离端部处中隔墙的影响可以忽略不计。当厚度比大于 1.5 时, 中隔墙端部处的内力响应超过了不含中隔墙时的最大内力。因此, 在含中隔墙隧道的抗震设计中, 对于中隔墙厚度相对衬砌管片较大时, 应重点关注中隔墙对隧道最大地震响应的放大作用。

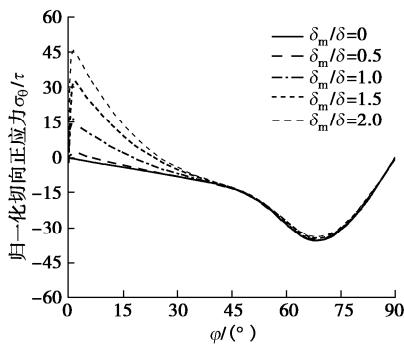


图 7 中隔墙厚度对衬砌内力分布的影响

Fig. 7 Effects of thickness of the middle wall on stress distribution of lining

## 5 结 论

本文针对目前工程设计对非圆隧道抗震简化分析

方法的实际需求, 采用复变函数法推导出任意形状深埋隧道地震响应的解析解, 并考虑了地层-隧道不滑移与全滑移两种接触条件以及隧道含中隔墙的影响。通过与有限元基准模型的计算结果对比, 验证了本文所推导解析解的正确性。本文所提出的解析解可以简便、快速地对具有任意形状横断面的隧道结构进行抗震安全性评估, 为实际工程隧道结构抗震设计与分析提供了实用有效的解析方法。

应用该解析解开展了多因素影响分析, 结果表明:

(1) 地层与结构的柔度比越大, 隧道的内力响应越小, 而位移响应越大, 且相比岩层隧道, 土层隧道的地震响应对柔度比的变化更敏感。

(2) 相比地层-结构全滑移条件 (Full-slip), 地层-结构不滑移条件 (No-slip) 下隧道衬砌的内力响应较大而位移响应较小。因此, 在土层尤其是软土地层修建隧道时, 结构设计应重点关注隧道的抗震安全性。

(3) 对比有无中隔墙隧道的抗震分析表明, 中隔墙对隧道内力的影响仅局限于中隔墙与隧道相接端部附近, 且中隔墙厚度越大, 中隔墙端部附近的内力响应越大。对于类矩形隧道, 当中隔墙厚度超过衬砌厚度的 1.5 倍时, 中隔墙的存在将显著增大了隧道衬砌的最大内力响应, 因此隧道抗震设计时应重点考虑中隔墙的影响。

需要说明的是, 本文所推导出的解析解仅针对任意截面隧道结构的地震响应特性, 该地震响应解析解还需要与初始静力工况计算结果进行组合, 从而应用于实际工程指导隧道结构设计。

## 参 考 文 献:

- [1] 朱雁飞, 刘震, 叶宇航, 等. 类矩形盾构隧道结构计算方法研究[J]. 现代隧道技术, 2016, 53(增刊 1): 128 - 135. (ZHU Yan-fei, LIU Zhen, YE Yu-hang, et al. Structural calculation of quasi-rectangular shield tunnels[J]. Modern Tunnelling Technology, 2016, 53(S1): 128 - 135. (in Chinese))
- [2] 左熹, 陈国兴, 庄海洋. 圆形和直墙拱形地下隧道地震反应数值模拟对比分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2007, 27(4): 401 - 406, 420. (ZUO Xi, CHEN Guo-xing, ZHUANG Hai-yang. Comparison between circular and straight-wall-top-arch tunnels under seismic response based on numerical simulation[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2007, 27(4): 401 - 406, 420. (in Chinese))
- [3] AMOROSI A, BOLDINI D. Numerical modelling of the

- transverse dynamic behaviour of circular tunnels in clayey soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, **29**(6): 1059 – 1072.
- [4] STAMOS A A, BESKOS D E. Dynamic analysis of large 3-D underground structures by the BEM[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, **24**(6): 917 – 934.
- [5] YU, H T, YUAN Y, BOBET A. Multiscale method for long tunnels subjected to seismic loading[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2013, **37**(4): 374 – 398.
- [6] YU H T, YUAN Y, QIAO Z Z, et al. Seismic analysis of a long tunnel based on multi-scale method[J]. Engineering Structures, 2013, **49**(1): 572 – 587.
- [7] 禹海涛, 袁勇. 长大隧道地震响应分析与试验方法新进展[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(10): 19 – 35. (YU Hai-tao, YUAN Yong. Review on seismic response analysis and test methods for long and large tunnels[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, **31**(10): 19 – 35. (in Chinese))
- [8] 袁勇, 包蓁, 禹海涛, 等. 考虑行波效应的盾构隧道多点振动台试验[J]. 中国公路学报, 2017, **30**(8): 174 – 182. (YUAN Yong, BAO Zhen, YU Hai-tao, et al. Multi-point shaking table test on shield tunnels in consideration of wave-passage effect[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, **30**(8) : 174 – 182. (in Chinese))
- [9] 袁勇, 禹海涛, 燕晓, 等. 超长沉管隧道多点振动台试验模拟与分析[J]. 中国公路学报, 2016, **29**(12): 157 – 165. (YUAN Yong, YU Hai-tao, YAN Xiao, et al. Multipoint shaking table test simulation and analysis of a super-long immersed tunnel[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, **29**(12): 157 – 165. (in Chinese))
- [10] 禹海涛, 李翀, 袁勇, 等. 用于长隧道多点振动台试验的节段式模型箱及其适用性研究[J]. 中国公路学报, 2016, **29**(12): 166 – 174. (YU Hai-tao, LI Chong, YUAN Yong, et al. Research on segmental model container and its validation for multi-point shaking table test of long tunnels[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, **29**(12): 166 – 174. (in Chinese))
- [11] HASHASH Y M A, HOOK J J, SCHMIDT B, et al. Seismic design and analysis of underground structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, **16**(4): 247 – 293.
- [12] BOBET A. Effect of pore water pressure on tunnel support during static and seismic loading[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2003, **18**(4): 377 – 393.
- [13] WANG J N. Seismic design of tunnels: a simple state-of-the-art design approach[M]. Parsons Brinckerhoff Inc, 1993.
- [14] EINSTEIN H H, SCHWARTZ C W. Simplified analysis for tunnel supports[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1979, **105**(4): 499 – 518.
- [15] PENZIEN J, WU C L. Stresses in linings of bored tunnels[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1998, **27**(3): 283 – 300.
- [16] BOBET A. Drained and undrained response of deep tunnels subjected to far-field shear loading[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2010, **25**(1): 21 – 31.
- [17] PENZIEN J. Seismically induced racking of tunnel linings[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2000, **29**(5): 683 – 691.
- [18] HUO H, BOBET A, FERNANDEZ G, et al. Analytical solution for deep rectangular structures subjected to far-field shear stresses[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2006, **21**(6): 613 – 625.
- [19] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 2 版. 北京: 人民教育出版社, 1982: 232 – 240. (XU Zhi-lun. Elastic Mechanics[M]. 2nd ed. Beijing: People's Education Press, 1982: 232 – 240. (in Chinese))
- [20] 吕爱钟 张路青. 地下隧洞力学分析的复变函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007. (LÜ Ai-zhong, ZHANG Lu-qing. Complex Function Method for Mechanical Analysis of Tunnels[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [21] MUSKHELISHVILI N I. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity[M]. Dordrecht: Springer Science Business Media Dordrecht, 1977: 113 – 116.
- [22] 国家质量监督检验检疫总局, 国家标准化管理委员会. 中国地震烈度表[M]. 北京: 中国标准出版社, 2008. (General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration. Chinese Seismic Intensity Scale[M]. Beijing: Standards Press of China, 2008. (in Chinese))