

DOI: 10.11779/CJGE202106012

# 水下浅埋双孔平行隧道渗流场的解析研究

郭玉峰<sup>1</sup>, 王华宁<sup>\*1, 2</sup>, 蒋明镜<sup>2, 3</sup>

(1. 同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092; 2. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 3. 天津大学土木工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 目前对于双孔隧道渗流场的解析求解多基于单孔隧道渗流场的简单叠加, 未真实满足洞周边界条件, 所得结果存在误差。基于质量守恒定律和达西定律, 采用保角变换法和 Schwartz 迭代法对水下双线平行隧道稳态渗流场进行了推导, 经过 2~3 次迭代后获得了高精度的解答。采用 Comsol 软件对该问题进行数值模拟, 并将数值模拟结果与本文解析解进行对比, 发现在全域范围二者均吻合良好。与叠加法解答的对比显示, 本解答与叠加法解答在远区一致; 而隧道附近叠加法的误差较大。最后, 讨论了隧道间距、埋深和相对大小对双孔平行隧道渗流场水头分布、渗流量的影响。

**关键词:** 双孔平行隧道; 渗流场; 解析解; Schwartz 迭代法; 保角变换

**中图分类号:** TU462      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2021)06-1088-09

**作者简介:** 王华宁(1975—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事地下工程中的解析理论与方法、数值方法的耦合分析、离散元在地下工程中的应用等方面的教学和科研。E-mail: wanghn@tongji.edu.cn。

## Analytical solutions of seepage field for underwater shallow-buried parallel twin tunnels

GUO Yu-feng<sup>1</sup>, WANG Hua-ning<sup>1, 2</sup>, JIANG Ming-jing<sup>2, 3</sup>

(1. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Most of the current analytical solutions of seepage field for twin tunnels are directly obtained by the superposition of seepage fields of two single tunnels, which does not really satisfy the conditions at the tunnel boundary and has the deviation from the actual seepage field. Based on the mass conservation law and the Darcy's law, an analytical solution of seepage field for underwater twin parallel tunnels is derived by the Schwartz alternating method combined with the conformal mapping. After two to three iterations, an analytical solution of the problem with high accuracy is obtained. The numerical software Comsol is used to simulate the problem, and the simulated results are compared with the analytical solutions proposed in this study. It is found that they are in good agreement throughout the entirety of the ground. Compared with the direct superposition results, the two results are consistent in the region far from the tunnel, while there is a large error of the superposition results near the tunnel boundary. Finally, the influences of tunnel spacing, buried depth and relative size on the distribution of hydraulic head and the water inflow of the tunnel are discussed.

**Key words:** twin parallel tunnels; seepage field; analytical solution; Schwartz alternating method; conformal mapping

## 0 引言

隧道作为地下交通的重要手段之一, 在改善国民出行方式, 促进社会经济发展等多方面具有重要的意义。近年来, 以隧道方式跨越水域的工程日益增加, 水下隧道越来越受到人们的关注。水下隧道的修建与地下水环境有着密切的联系, 由于地下水渗流的影响, 在隧道施工过程中将面临隧道涌水、渗流水压力过大等一系列问题。因此, 隧道渗流场的研究对于水下隧道建设具有重要意义。

对于复杂情况下的隧道渗流场求解, 多采用数值方法<sup>[1-2]</sup>。作为数值方法的补充和相互验证手段, 基于简化模型的解析方法和解答可以给出核心参数影响的函数关系, 并可快速进行大量算例的参数分析。王建宇<sup>[3]</sup>将圆形隧道渗流场求解简化为轴对称问题, 基于

基金项目: 国家自然科学基金项目(11872281); 同济大学土木工程防灾国家重点实验室自主课题(SLDRCE19-A-06)

收稿日期: 2020-08-02

\*通信作者 (E-mail: wanghn@tongji.edu.cn)

达西定律和无限含水层竖井理论, 推导出水压力和涌水量的近似解答; 在王建宇的轴对称模型<sup>[3]</sup>的基础上, 王秀英等<sup>[4-5]</sup>假定围岩为各向同性均匀连续介质, 针对山区高水位隧道建立了研究隧道排水量及衬砌外水压力的简化模型, 得出了隧道排水量以及衬砌、注浆加固圈外水压力的解析公式; Harr<sup>[6]</sup>基于镜像法原理, 假定土层为多孔弹性介质, 求得了适用于深埋高水头圆形洞室的围岩孔隙水压力计算公式; 应宏伟等<sup>[7]</sup>采用镜像法将半无限渗流场转化为两个无限渗流场的叠加, 推导出了考虑注浆圈作用的水下隧道渗流场解析解; Park 等<sup>[8-10]</sup>利用复变函数保角变换, 分别将半无限域渗流场转化为不同形式的渗流场, 并假设不同的边界条件得到若干特定情况下的解析解; 潘以恒等<sup>[11-12]</sup>对衬砌、注浆圈和围岩分别采用竖井法和保角变换法, 推导出半无限平面含衬砌和注浆圈水下隧道渗流场解析解。对于各向异性地层中的圆形隧道, Tang 等<sup>[13]</sup>通过两次保角映射, 将各向异性地层中的圆形隧道问题转化为各向同性地层中的圆形隧道渗流场求解问题, 从而推导得到各向异性地层中水下圆形隧道渗流场的解析解。Zhang 等<sup>[14]</sup>在 Hansbo<sup>[15]</sup>的非达西渗流模型的基础上, 利用复变函数法得到了水下单衬砌隧道考虑非达西渗流的渗流场解析解。以上对于水下隧道渗流场的研究都是基于单隧道情况。对于双线隧道的情况, 朱成伟等<sup>[16]</sup>将叠加法和保角变换法相结合, 对水下双线平行隧道稳态渗流场进行了推导, 得到双孔隧道水头分布以及隧道涌水量的解析解。可见, 对于隧道渗流场的研究, 大部分学者将重心放在单个隧道渗流场的求解上, 而对于多个隧道的情况只是对单个隧道渗流场的简单叠加, 这种叠加未考虑隧道之间的相互作用, 所得的渗流场必然与实际情况存在偏差。

本文依据质量守恒定律和达西定律, 从稳态渗流的控制方程出发, 对水下双孔平行隧道的计算模型进行合理简化, 应用保角变换以及 Schwartz 迭代方法推导出了水下浅埋双孔平行隧道渗流场的解析解, 并将所得解析解与 Comsol 数值结果和直接叠加结果进行了对比, 对隧道间距、埋深等参数对渗流场的影响进行了讨论。

## 1 数学模型

### 1.1 基本假定

本文考虑隧道半径和埋深任意的水下浅埋双孔平行隧道的渗流问题。与深埋情况相比, 浅埋隧道由于距地表较近, 需要考虑地表边界条件的影响, 因而无法简化为轴对称模型。考虑到水下隧道实际环境的复杂性, 为便于问题的求解并体现核心参数的影响, 作如下基本假定:

(1) 隧道纵向长度远大于截面直径。

(2) 地层为渗透各向同性的饱和多孔材料, 地层中水的赋存形式为孔隙水, 且在渗流过程中水面保持不变。

(3) 所研究区域内渗流场为稳态渗流。

(4) 水流遵循质量守恒定律和达西定律。

(5) 隧道  $i$  洞周水压为常值  $p_i$ 。

基于以上假定, 水下平行双孔隧道渗流问题可以简化为平面问题, 其简化计算模型如图 1 所示, 该问题实际上是一个半无限域中包含两个圆孔的问题, 其中: 隧道 1, 2 的埋深分别为  $h_1$ ,  $h_2$ , 半径分别为  $r_1$ ,  $r_2$ ; 两隧道间的水平圆心距为  $l$ ; 土层顶面水深为  $H$ 。水位基准面选在土层顶面。选取地层顶面为  $x$  轴, 隧道 1 的竖直对称轴为  $y$  轴, 建立整体直角坐标系。

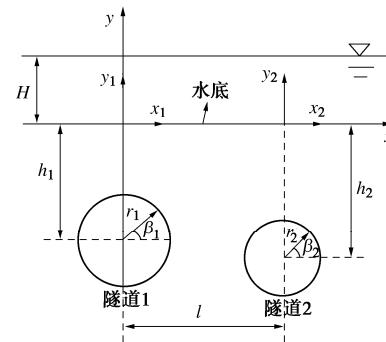


图 1 双线平行隧道示意图

Fig. 1 Schematic diagram of twin parallel tunnels

### 1.2 控制方程与边界条件

在均质各向同性的多孔介质中, 应用质量守恒定律和达西定律, 可得二维稳态渗流问题总水头的控制方程为拉普拉斯方程, 其直角坐标形式为<sup>[17]</sup>

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad , \quad (1)$$

其中,  $\Phi$  为总水头,  $\Phi = y + \frac{p}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$ ,  $y$  为位置水头,  $p$  为孔隙水压,  $\gamma_w$  为水的重度,  $v$  为水的流速,  $g$  为重力加速度。由于在多孔介质稳态渗流中动能水头  $v^2 / 2g$  比测压水头  $y + p / \gamma_w$  小得多, 因此本文忽略动能水头, 即  $\Phi = y + p / \gamma_w$ 。

由基本假定, 可得以下边界条件:

$$\text{地表: } \Phi|_{y=0} = H \quad , \quad (2)$$

$$\text{洞周: } \left. \begin{aligned} \Phi & \Big|_{\sqrt{x^2 + (y+h_1)^2} = r_1} = \Phi_1^0 = y + \frac{p_1}{\gamma_w} , \\ \Phi & \Big|_{\sqrt{(x-l)^2 + (y+h_2)^2} = r_2} = \Phi_2^0 = y + \frac{p_2}{\gamma_w} , \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $p_1$ ,  $p_2$  分别为隧道 1, 2 的洞周水压,  $\gamma_w$  为水的重度。

## 2 双孔隧道渗流场解析解求解

### 2.1 求解思路

Schwartz 交替迭代法基于线性叠加原理, 是解决复杂边界条件下的拉普拉斯方程问题, 尤其是双连通域以及多连通域边值问题的逐次逼近方法。在岩土工程中, Schwartz 交替迭代法被用来求解双/多孔隧道<sup>[18-20]</sup>以及半平面中非圆孔问题<sup>[21]</sup>力场的解析解。

本文利用 Schwartz 迭代法把双孔隧道渗流场问题化为一系列单孔问题的叠加。但与直接叠加<sup>[22]</sup>不同, 各迭代步中针对单隧道问题求解的同时, 将该隧道渗流在另一隧道洞周(虚拟)所产生的水头以负值的形式加到下一迭代步计算, 体现隧道间相互作用, 并保证多次迭代后叠加解答精确满足所有边界条件。因此, Schwartz 迭代法当迭代步数无穷时是精确解。而直接叠加两个单孔问题解答不能精确满足洞周边界条件, 是近似解。Schwartz 迭代步骤如下:

#### (1) 第 1 次迭代

求解图 2(a) 所示在洞周水头  $\Phi_1^0$  下仅有隧道 1 时渗流场问题, 获得隧道 2 洞周(虚拟)附加水头  $\Phi_{12,1}^0$ ; 然后求解图 2(b) 所示仅有隧道 2 时渗流场。此时隧道 2 洞周边界条件除了实际水头  $\Phi_2^0$  外, 还需计入  $-\Phi_{12,1}^0$ 。

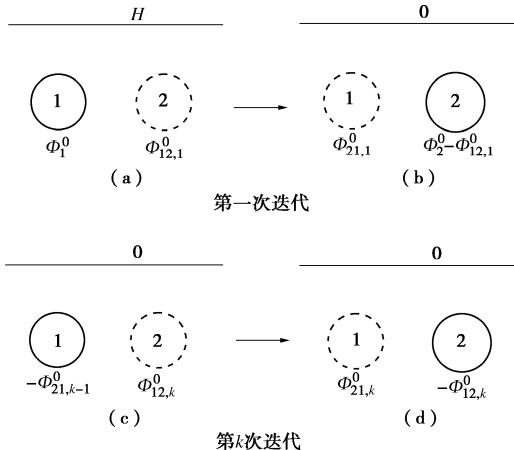


图 2 迭代中的边界条件及附加水头

Fig. 2 Boundary conditions and generated additional heads in alternating iterations

#### (2) 第 $k$ 次迭代 ( $k=2,3,\cdots,n$ )

求解图 2(c) 所示在洞周边界条件  $-\Phi_{12,k-1}^0$  作用下仅有隧道 1 情况下的渗流场, 获得隧道 2 洞周附加水头  $\Phi_{12,k}^0$ ; 然后求解在洞周边界条件  $-\Phi_{12,k}^0$  下仅有隧道 2 时渗流场, 获得隧道 1 洞周附加水头  $\Phi_{21,k}^0$  (图 2(d))。

按上述步骤进行迭代。收敛性验证表明, 随着迭代次数的增加, 附加水头趋近于零。当某一次迭代所产生的附加水头足够小时, 迭代终止。最终解答为前述所有迭代步解答的叠加。显然, 解答精确满足边界

条件(2), (3)。

### 2.2 半无限平面单孔隧道渗流场求解

由上节分析可知, 各迭代步均需求解在洞周边界条件(非均匀水头)和地表边界条件下单隧道问题的渗流场。第  $k$  迭代步中隧道  $j$  的计算中, 根据保角变换<sup>[12]</sup>, 含隧道  $j$  的半无限平面(物理平面)可以映射为像平面中内半径为  $\alpha_j = (h_j - \sqrt{h_j^2 - r_j^2}) / r_j$ , 外半径为 1 的圆环域(图 3)。映射函数为

$$z_j = \omega_j(\zeta_j) = -iA_j \frac{1 + \zeta_j}{1 - \zeta_j} \quad , \quad (4)$$

式中,  $z_j = x_j + iy_j$  为物理平面中的点,  $\zeta_j = \xi_j + i\eta_j$  为映射平面中的点;  $A_j = \sqrt{h_j^2 - r_j^2}$ ,  $r_j$  为隧道  $j$  半径,  $h_j$  为隧道  $j$  埋深(见图 1)。

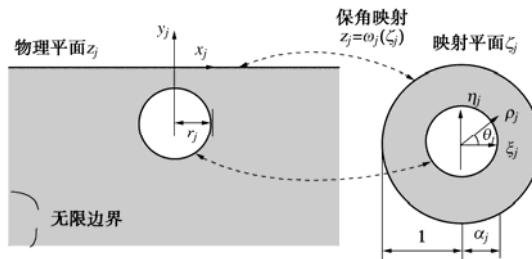


图 3 保角映射

Fig. 3 Conformal mapping

根据渗流理论, 水头  $\Phi_{j,k}$  在像平面中关于  $\xi_j$  和  $\eta_j$  的控制方程仍为拉普拉斯形式, 写成极坐标形式为

$$\frac{\partial^2 \Phi_{j,k}}{\partial \rho_j^2} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial \Phi_{j,k}}{\partial \rho_j} + \frac{1}{\rho_j^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j,k}}{\partial \theta_j^2} = 0 \quad , \quad (5)$$

式中,  $\rho_j$ ,  $\theta_j$  为像平面中极径和极角。方程通解为

$$\Phi_{j,k} = C_{j,k} + D_{j,k} \ln \rho_j + \sum_{m=1}^{\infty} [A_{(j,k)m} (\rho_j^m - \rho_j^{-m}) \cos m\theta_j + B_{(j,k)m} (\rho_j^m - \rho_j^{-m}) \sin m\theta_j] \quad , \quad (6)$$

式中,  $C_{j,k}$ ,  $D_{j,k}$ ,  $A_{(j,k)m}$ ,  $B_{(j,k)m}$  为待定系数, 可由边界条件确定。由推导可知, 稳态水头分布与渗透系数无关。

### 2.3 双孔隧道渗流场的 Schwartz 迭代求解

以下分析中,  $\Phi_{i,k}$  表示第  $k$  次迭代中仅有隧道  $i$  时的总水头;  $\Phi_{j,k}^0$  表示第  $k$  次迭代中第  $i$  个隧道在第  $j$  个隧道洞周所产生的附加水头, 该水头是像平面中隧道  $j$  局部极坐标角度  $\theta_j$  的函数。

#### (1) 第一次迭代

第一次迭代第一步中, 对仅存在隧道 1 时渗流场进行求解, 边界条件为

$$\text{地表: } \Phi_{1,1} \Big|_{\rho_1=1} = H \quad , \quad (7)$$

洞周:

$$\Phi_{1,1} \Big|_{\rho_1=\alpha_1} = \Phi_1^0 = \frac{A_1(\alpha_1^2 - 1)}{\alpha_1^2 + 1 - 2\alpha_1 \cos \theta_1} + \frac{p_1}{\gamma_w} = f_{1,1}(\theta_1) \quad . \quad (8)$$

将边界条件(8)进行傅里叶级数展开:

$$\Phi_1^0 = c_{1,1} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{(1,1)m} \cos m\theta_1 + b_{(1,1)m} \sin m\theta_1) , \quad (9)$$

式中,  $c_{1,1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{1,1}(\theta_1) d\theta_1$ ,  $a_{(1,1)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_{1,1}(\theta_1) \cdot \cos m\theta_1 d\theta_1$ ,  $b_{(1,1)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_{1,1}(\theta_1) \sin m\theta_1 d\theta_1$ 。将通解(6)代入边界条件(7), (9)中, 通过对比等式两边三角函数系数, 可求得通解中待定系数为

$$\left. \begin{aligned} C_{1,1} &= H, \quad D_{1,1} = \frac{c_{1,1} - H}{\ln \alpha_1}, \\ A_{(1,1)m} &= \frac{a_{(1,1)m}}{\alpha_1^m - \alpha_1^{-m}}, \quad B_{(1,1)m} = \frac{b_{(1,1)m}}{\alpha_1^m - \alpha_1^{-m}}. \end{aligned} \right\}$$

至此, 完全确定第一次迭代中针对隧道1问题的水头分布  $\Phi_{1,1}$ 。为统一解答的位置坐标, 根据映射函数, 将解答中像平面坐标按下式转换到总体坐标中:

$$\left. \begin{aligned} \rho_j &= \frac{\sqrt{(x_j^2 + y^2 - \beta_j^2)^2 + 4\beta_j^2 x_j^2}}{x_j^2 + (y - \beta_j)^2}, \\ \theta_j &= \arctan \frac{2\beta_j x_j}{x_j^2 + y^2 - \beta_j^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$(j=1, 2; \quad x_1 = x; \quad x_2 = x - l)$ 。

再将解答中总体坐标转换到隧道2像平面坐标后, 可求得本迭代步隧道2边界处的附加水头  $\Phi_{12,1}^0 = \Phi_{1,1} \Big|_{\rho_2=a_2}$ , 该水头是  $\theta_2$  的函数。

随后进行第一次迭代第二步, 对仅有隧道2情况进行求解。边界条件为

$$\text{地表: } \Phi_{2,1} \Big|_{\rho_2=1} = 0 , \quad (11)$$

$$\text{洞周: } \Phi_{2,1} \Big|_{\rho_2=a_2} = \Phi_2^0 - \Phi_{12,1}^0 = f_{2,1}(\theta_2) . \quad (12)$$

式中,  $\Phi_2^0 = \frac{A_2(\alpha_2^2 - 1)}{\alpha_2^2 + 1 - 2\alpha_2 \cos \theta_2} + \frac{p_2}{\gamma_w}$  为双孔问题隧道2实际洞周水头。将边界条件(12)进行傅里叶级数展开:

$$\Phi_{2,1} \Big|_{\rho_2=a_2} = c_{2,1} + \sum_{m=1}^{\infty} [a_{(2,1)m} \cos m\theta_2 + b_{(2,1)m} \sin m\theta_2] , \quad (13)$$

其中,  $c_{2,1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{2,1}(\theta_2) d\theta_2$ ,  $a_{(2,1)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_{2,1}(\theta_2) \cdot \cos m\theta_2 d\theta_2$ ,  $b_{(2,1)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f_{2,1}(\theta_2) \sin m\theta_2 d\theta_2$ 。将通解(6)代入边界条件(11)、(13), 即可求得系数值为

$$\left. \begin{aligned} C_{2,1} &= 0, \quad D_{2,1} = \frac{c_{2,1}}{\ln \alpha_2}, \\ A_{(2,1)m} &= \frac{a_{(2,1)m}}{\alpha_2^m - \alpha_2^{-m}}, \quad B_{(2,1)m} = \frac{b_{(2,1)m}}{\alpha_2^m - \alpha_2^{-m}}. \end{aligned} \right\}$$

至此, 完全确定第一次迭代中针对隧道2问题的水头分布  $\Phi_{2,1}$ , 并可根据式(10)得到整体坐标系中的解答。

## (2) 后续迭代过程

第二次及后续迭代过程的边界条件与第一次迭代有所不同, 仅有反向的附加水头。第  $k$  次迭代第一步(针对隧道1)的边界条件为

$$\Phi_{1,k} \Big|_{\rho_1=1} = 0 , \quad (14)$$

$$\Phi_{1,k} \Big|_{\rho_1=a_1} = -\Phi_{12,(k-1)}^0 = f_{1,k}(\theta_1) . \quad (15)$$

第  $k$  次迭代第2步(针对隧道2)的边界条件为

$$\Phi_{2,k} \Big|_{\rho_2=1} = 0 , \quad (16)$$

$$\Phi_{2,k} \Big|_{\rho_2=a_2} = -\Phi_{21,k}^0 = f_{2,k}(\theta_2) , \quad (17)$$

式中,  $\Phi_{12,(k-1)}^0$  ( $\Phi_{21,k}^0$ ) 为  $k-1(k)$  迭代步中单隧道2(1)问题渗流场在隧道1(2)边界上的附加水头。类似上节方法进行式(15), (17)展开, 并带入通解可确定解答(6)中系数。系数通式为

$$\left. \begin{aligned} C_{j,k} &= 0, \quad D_{j,k} = \frac{c_{j,k}}{\ln \alpha_j}, \\ A_{(j,k)m} &= \frac{a_{(j,k)m}}{\alpha_j^m - \alpha_j^{-m}}, \quad B_{(j,k)m} = \frac{b_{(j,k)m}}{\alpha_j^m - \alpha_j^{-m}} \quad (j=1, 2). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

## (3) 双孔隧道渗流场的最终解答

随着迭代次数的增加, 隧道洞周的附加水头迅速减小。由于 Schwartz 迭代法的收敛速度非常快, 通常经过两到三次迭代后的附加水头已经很小。假设经过  $n$  次迭代后, 所得的渗流场解析解能够满足精度要求, 则水下双孔平行隧道渗流场的解析解为各迭代步中的所有解答的叠加:

$$\Phi(x, y) = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^2 \Phi_{i,j}(x, y) \right] . \quad (19)$$

本文给出的解答适用于两隧道任意不同埋深、大小情况; 地表和洞周任意均布水头边界。由于每次迭代步水头与渗透系数无关, 最终双孔隧道的水头也与渗透系数无关。但流量与渗透系数相关。

## 2.4 迭代收敛性验证

为验证解法的收敛性, 图4给出了迭代过程中第  $i$  隧道洞周附加水头随迭代步的变化。算例参数见表1。其中横坐标  $i-j$  表示第  $i$  次迭代中第  $j$  个隧道的渗流场计算步。从图中可以看出, Schwartz 迭代法具有很快的收敛性; 经过3次迭代后, 洞周的附加水头已经下降为初始值的2.5%左右。

表1 算例参数

Table 1 Parameters of example

隧道 编号 $i$	半径 $r_i/m$	埋深 $h_i/m$	洞周水 压 $p_i/\text{Pa}$	隧道间 距 $l/m$	地表水 头 $H/m$
1	5	15	0	20	36
2	5	15	0		

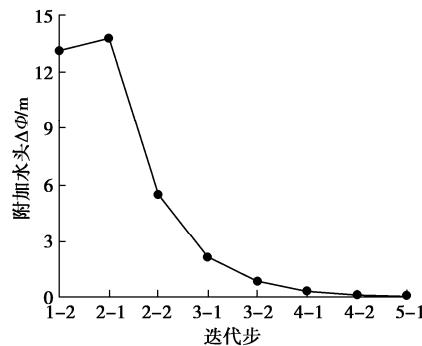


图 4 迭代中的附加水头

Fig. 4 Additional heads in each iterative step

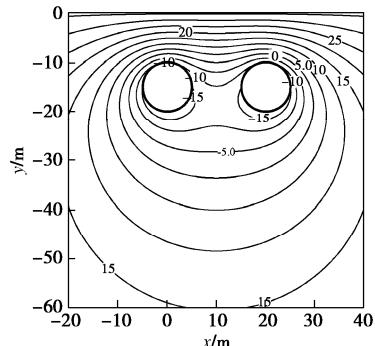


图 6 总水头等值线图(解析解)

Fig. 6 Contours of hydraulic head (analytical results)

### 3 解答正确性验证与对比

#### 3.1 与有限元结果的对比

为了验证本文提出的解析方法和推导的正确性, 本节采用 Comsol 数值软件对其进行验证。在数值模拟中, 采用了二维模型进行建模, 其假定与解析模型一致。为了体现半无限域特点, 采用了直径为 1000 m 的下半圆域作为计算域, 该尺寸远大于隧道尺寸。进行网格划分时, 隧道附近区域网格划分较密, 距隧道较远处网格较疏, 单元类型采用自由四边形网格, 最小单元大小为 0.075 m。计算域的渗透系数为  $5 \times 10^{-6}$  m/s, 隧道尺寸、位置及洞周边界条件等参数见表 1。在本节渗流场解析解的求解中, 所取的迭代次数为 3 次。

图 5,6 分别给出了两隧道洞周区域总水头的数值和解析计算结果云图。对比两图可以看出, 本文解析解和有限元计算结果的总水头分布特征和量值几乎完全相同。

为进一步展示定量对比情况, 图 7 选取了两个位置的总水头分布进行了解析解与数值解对比: (a) 两隧道竖直对称轴上 (b) 两隧道之间。由图 7 可见, 无论是洞周附近还是距洞周较远处, 本文解析解与有限元结果均吻合良好, 从而验证了本文解析解在全域的正确性。

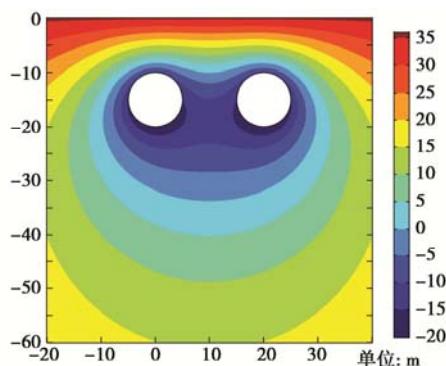
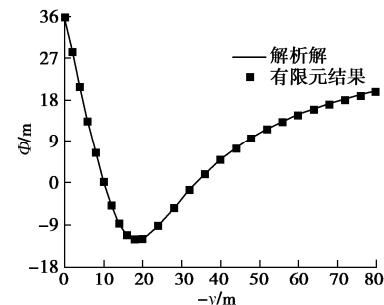
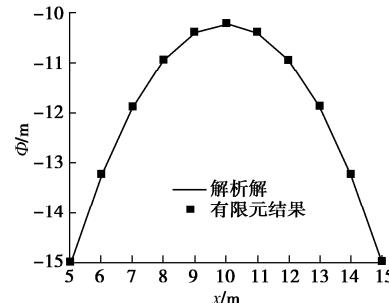


图 5 数值模拟结果

Fig. 5 Numerical results



(a) 两隧道竖直对称轴上总水头分布



(b) 两隧道之间总水头分布

图 7 与有限元结果的对比

Fig. 7 Comparison between analytical and FEM results

由于本文半解析迭代计算程式化, 且仅需几次迭代, 根据解答编制的 Mathematica 计算程序简短, 计算快速, 可用于水下隧道涌水、水压分布等快速预测。完整程序可以提供给需要的读者。

#### 3.2 与镜像叠加法结果的对比

目前对于双孔隧道渗流场的解析求解多基于单孔隧道渗流场的简单叠加, 由于叠加法未考虑单一孔洞渗流场在其他洞周产生的附加水头而使得所得结果在洞周附近有较大的误差。下面给出镜像叠加法得到的半无限平面双孔近距平行隧道稳定渗流场解答<sup>[22]</sup>与本文 Schwartz 迭代法解答的对比情况(参数见表 1)。

图 8 选取隧道周边 4 个位置线处进行水头分布误差的对比。其中选取有限元结果  $\Phi_{FEM}$  为精确值, 两种方法所得结果与精确值的差别为误差。从图中可以看出, 在洞周附近镜像叠加法误差较大; 随着距洞周距

离的增加, 其误差快速减小。而 Schwartz 迭代法无论在洞周附近还是远离洞周的位置其误差都很小。经过以上比较可知, 两种方法所得的渗流场在距隧道较远处均符合精度要求, 但在隧道洞周附近, Schwartz 迭代法解答比镜像叠加法解答更为精确。必须指出, Schwartz 迭代法虽然精度较高, 但其解析解表达式不是封闭形式, 必须借助程序实现; 基于镜像法的直接叠加法在洞周附近有较大误差, 但表达式较为简洁。

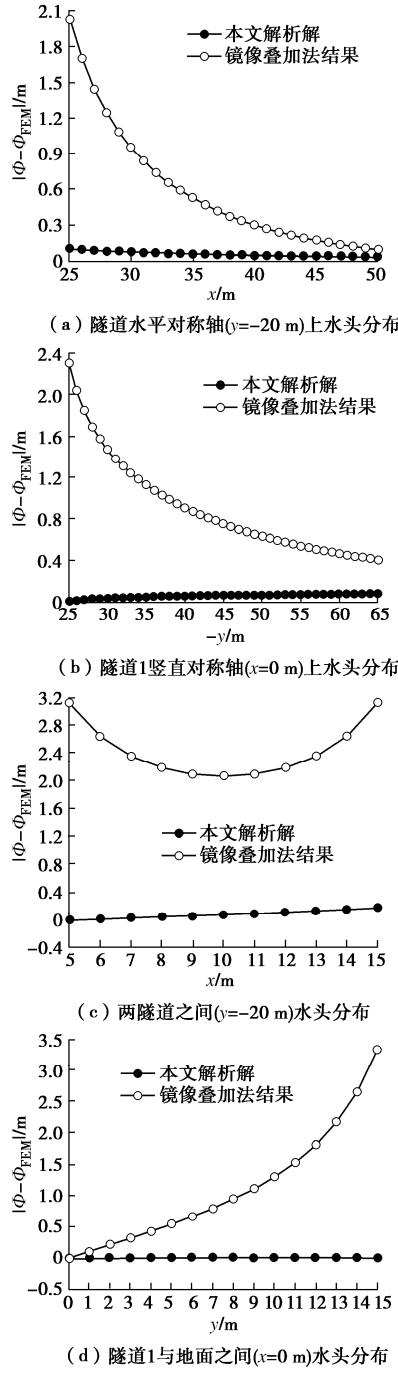


图 8 本文解析解与镜像叠加法结果对比

Fig. 8 Comparison between mirror image superposition and Schwartz alternating method

### 3.3 工程案例分析对比

龙头山隧道位于同三、京珠国道主干线绕广州东

环段, 地处广州市黄埔区南岗大庄村西南侧, 为双洞八车道特大断面公路隧道<sup>[23]</sup>。图 9 为典型隧道横剖面地层分布图。

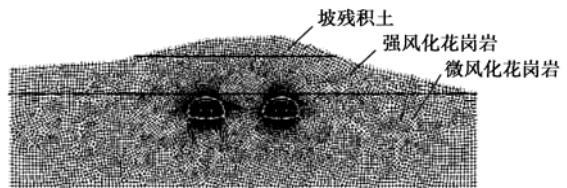


图 9 隧道横剖面地层分布

Fig. 9 Cross section of tunnel and distribution of strata

依据面积等效原则将隧道形状简化为圆形, 并进行建模。简化后的模型参数如下: 两隧道间距为 20 m, 截面等效半径为 7.5 m, 埋深为 100 m, 洞周水压和地表水头均为 0, 围岩渗透系数为  $10^{-7}$  m/s。采用本文的迭代方法对涌水量进行预测, 得到该隧道单位长度的涌水量为  $1.105 \text{ m}^3/\text{d}$ 。文献[23]对隧道全排水、部分排水和全封堵的情况均进行了计算, 其中全排水情况参数与本算例参数完全相同, 所得全排水情况下隧道单位长度涌水量为  $1.096 \text{ m}^3/\text{d}$ , 与本文方法所得结果较为接近。可见本文所提出的迭代方法在双洞隧道涌水量的预测方面有一定的应用价值。

## 4 参数分析

由于隧道的相互影响, 双孔隧道的渗流场不同于单个隧道的情况。本节将对间距、埋深、相对大小等参数进行影响分析。算例中洞周水压  $p_i$  为零, 模拟洞周突水事故。为使结果更具一般性, 对算例中的参数进行无量纲化, 其中: 隧道间距、埋深采用隧道 1 半径  $r_1$  进行无量纲化; 水头采用地表水头  $H$  进行无量纲化; 流量采用  $q_0 = -kH/r_1$  进行无量纲化, 其中  $k$  为渗透系数。 $q_0$  对应于内半径为  $r_1$ , 外半径为  $e \cdot r_1$  ( $e$  为自然常数) 的圆环域, 当内圆周水头为 0, 外圆周水头为  $H$  时, 内圆周的流入流量。无量纲水头和无量纲流量仅与无量纲间距( $l/r_1$ )、无量纲埋深( $h/r_1$ )和无量纲隧道 2 半径( $r_2/r_1$ )相关。

### 4.1 隧道间距对水头分布的影响

图 10 选取了两个典型位置, 给出两隧道半径和埋深相同时, 不同隧道间距下的水头分布。由图 10 (a) 可以看出, 在不同的隧道间距下, 两隧道竖直对称轴上的水头随深度的增加均呈现出先减小后增大的趋势; 而随着隧道间距的增加, 两隧道竖直对称轴上同一深度处的水头呈增长趋势, 且在隧道圆心所在深度处, 水头随间距增长的幅度最大。图 10 (b) 给出了不同隧道间距下  $3r_1$  深度处两隧道之间水头分布的变化情况。从图中可以看出, 当隧道间距从  $4r_1$  增大到  $8r_1$

时, 两隧道之间水头最大值从  $-0.28 H$  增大到  $0.19 H$ , 而最大值出现的位置始终在两隧道的正中间。可见隧道间距的变化对两隧道之间水头大小的影响十分显著, 但是并不影响两隧道之间水头的分布规律。图 11 给出了两隧道中点处水头随隧道间距的变化情况。从图中可以看出, 当隧道间距小于  $10r_1$  时, 水头的增长近似成线性; 而当间距大于  $10r_1$  时, 水头增长的速度减弱。

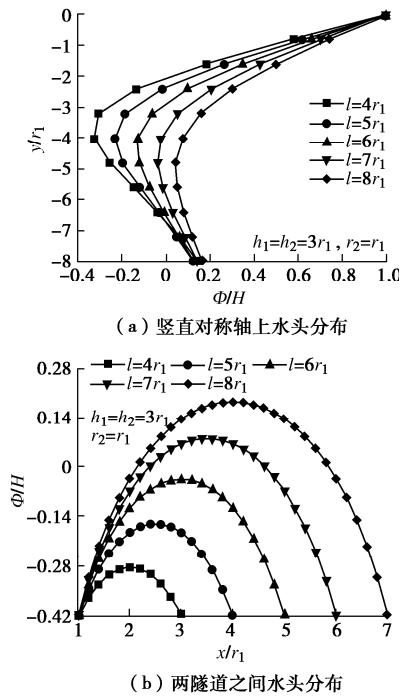


图 10 隧道间距对渗流场的影响

Fig. 10 Influence of tunnel spacing on seepage field

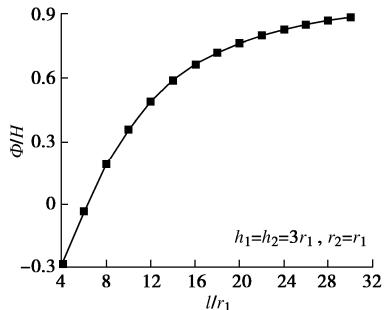


图 11 两隧道中点处水头随隧道间距的变化

Fig. 11 The hydraulic head at the midpoint of two tunnels versus tunnel spacing

#### 4.2 隧道间距对渗流量的影响

为了展示洞周各个位置渗流的不同情况, 选取比流量  $q = -k \frac{\partial \Phi}{\partial r}$  (单位面积上的流量) 来表示洞周不同位置的渗流量, 其中  $k$  为渗透系数。由于本节算例中两个隧道对称, 因此只选取了隧道 1 进行分析。图 12 给出不同隧道间距下隧道 1 无量纲比流量随极坐标角度的变化。从图中可以看出, 隧道 1 上方的渗流量较大, 而下方的渗流量较小。另外, 隧道 2 的存在对

地表流向隧道 1 的水流起到了一个“分流”的作用, 使得隧道 1 左侧 (远离隧道 2 一侧) 渗流量较大, 而右侧 (靠近隧道 2 一侧) 渗流量较小; 当间距  $l=8r_1$  时,  $\beta_1=0^\circ$  处的流量为  $\beta_1=180^\circ$  处流量的 81%, 而  $l=4r_1$  时  $\beta_1=0^\circ$  处的流量仅为  $\beta_1=180^\circ$  处流量的 39%, 可见两隧道之间的间距越小, 隧道 2 对隧道 1 的分流作用越强。

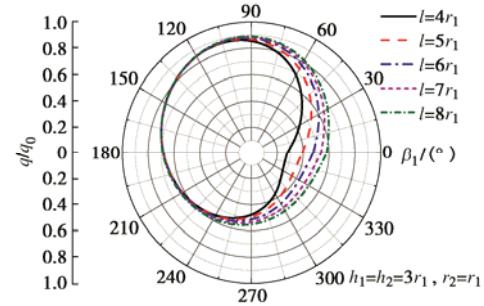


图 12 不同间距下隧道 1 渗流量沿洞周分布

Fig. 12 Distribution of specific discharge around tunnel 1 under different tunnel spacings

图 13 给出了隧道 1 洞周比流量  $q$  最小值及其出现的位置随隧道间距的变化情况。从图中可以看出, 当隧道间距从  $4r_1$  变化到  $8r_1$  时,  $q$  最小值从  $0.227q_0$  变化到  $0.523q_0$ , 增大了将近 1.5 倍, 而其出现的位置则从  $347^\circ$  变化到  $323^\circ$ , 向隧道正下方靠近, 即越接近单个隧道的情况。

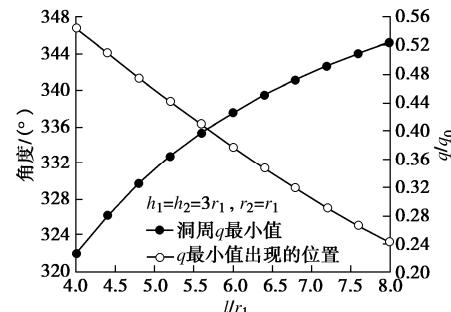


图 13 比流量最小值及出现位置随隧道间距的变化

Fig. 13 The minimum value of specific discharge around tunnel 1 and the location where it occurs versus tunnel spacing

#### 4.3 隧道埋深对渗流量的影响

图 14 给出固定隧道 1 位置情况下 ( $h_1=3r_1$ ,  $r_1=r_2$ ,  $l=4r_1$ ), 隧道 2 埋深对隧道 1 洞周渗流量分布的影响。可以看出, 当隧道 2 埋深从  $2r_1$  增大到  $6r_1$  时, 隧道 1 的洞周渗流在  $15^\circ \sim 105^\circ$  呈现出增大的趋势, 而在  $135^\circ \sim 315^\circ$  则呈现出减小的趋势; 隧道 1 洞周比流量  $q$  最大值及其出现的位置无明显变化, 而  $q$  最小值变化明显, 且最小值出现的角度十分接近隧道 2 相对于隧道 1 所在的角度。为了进一步研究两条隧道的相对位置对双孔隧道渗流场的影响, 图 15 给出了隧道 1 洞周比流量最小值及出现位置随隧道 2 埋深的变化情况。可以看出, 随着隧道 2 埋深从  $2r_1$  增大到  $10r_1$ ,  $q$

最小值先从  $0.3q_0$  减小到  $0.195q_0$ , 随后又增大到  $0.29q_0$ , 呈现出先减小后增大的趋势, 极小值出现在隧道 2 埋深约为  $4.5r_1$  处;  $q$  最小值出现的位置从  $356^\circ$  变化到  $291^\circ$ , 逐渐向隧道底部靠近。

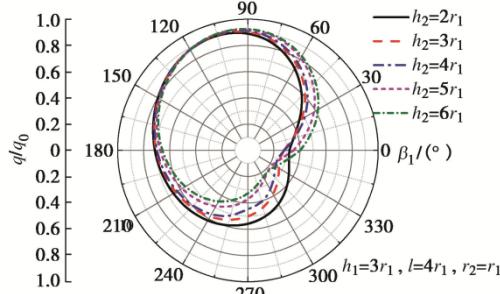


图 14 隧道 2 不同埋深下隧道 1 渗流量沿洞周分布

Fig. 14 Distribution of specific discharge around tunnel 1 under different buried depths of tunnel 2

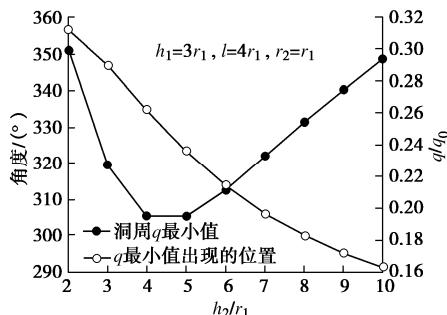


图 15 隧道 1 比流量最小值及出现位置随隧道 2 埋深的变化  
Fig. 15 The minimum specific discharge around tunnel 1 and its location versus buried depth of tunnel 2

#### 4.4 隧道相对大小对渗流量的影响

为研究隧道相对尺寸对分流作用大小的影响, 图 16 给出了不同  $r_2/r_1$  取值下隧道 1 渗流量沿洞周分布情况( $h_1=h_2=3r_1$ ,  $l=4r_1$ )。可见随着隧道 2 半径的增加, 隧道 1 的整体渗流量呈减小趋势, “分流”作用更加明显; 当隧道 2 半径从  $0.5r_1$  增大到  $1.5r_1$  时,  $q$  最小值从  $0.376q_0$  减小到  $0.147q_0$ , 减少了一半以上, 而其出现的位置则基本没有变化, 都在  $345^\circ$  左右。可见两隧道相对大小的变化会引起渗流量的变化, 但并不会对  $q$  最小值位置产生明显影响。

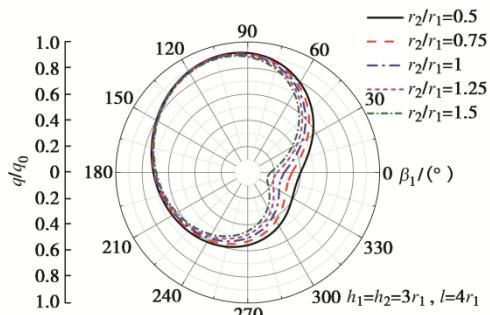


图 16 不同相对大小下隧道 1 渗流量沿洞周分布

Fig. 16 Distribution of specific discharge around tunnel 1 under various relative tunnel sizes

## 5 结 论

本文将保角变换和 Schwartz 迭代法相结合, 给出水下浅埋平行双孔隧道渗流场求解方法和解答。推导过程考虑了隧道之间的相互影响, 并通过 3~4 次迭代, 得到了精度很高的解答。本文解析解无论在洞周附近, 还是距洞周较远处, 都与有限元结果吻合良好, 克服了以往双孔隧道渗流场解析解在洞周附近存在较大误差的缺点。最后, 本文讨论了隧道间距、埋深和相对大小对渗流场水头分布以及隧道渗流量的影响, 得到 3 点结论。

(1) 在双孔隧道渗流场中, 隧道之间的相互作用表现为“分流”作用。“分流”作用受隧道间距和隧道相对尺寸的影响。

(2) 从水头分布和渗流量随隧道间距的变化可知, 间距小于  $10r_1$  时两隧道的相互作用非常明显, 大于  $10r_1$  后逐渐趋于单隧道情况。

(3) 两隧道埋深的变化会影响隧道洞周渗流量最小值出现位置和渗流量; 隧道 2 半径每增加  $0.5r_1$ , 隧道 1 洞周渗流量最小值减少约  $0.1q_0$ 。

## 参考文献:

- [1] 蒋凌云, 张 宏, 蒋美幸, 等. 花岗岩残积土隧道渗流效应数值模拟研究[J]. 湖南工业大学学报, 2019, 33(1): 23~30. (JIANG Ling-yun, ZHANG Hong, JIANG Mei-xing. A numerical simulation study on seepage effect of granite residual soil tunnel[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2019, 33(1): 23~30. (in Chinese))
- [2] 王 众. 控制型防排水隧道渗流场数值分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2011, 24(1): 6~9. (WANG Zhong. Seepage field analysis for tunnel excavation based on drainage control[J]. Journal of Shijiazhuang Tiedao University (Natural Science), 2011, 24(1): 6~9. (in Chinese))
- [3] 王建宇. 再谈隧道衬砌水压力[J]. 现代隧道技术, 2003, 40(3): 5~9. (WANG Jian-yu. Once more on hydraulic pressure upon lining[J]. Modern Tunnelling Technology, 2003, 40(3): 5~9. (in Chinese))
- [4] 王秀英, 王梦恕, 张 弥. 计算隧道排水量及衬砌外水压力的一种简化方法[J]. 北方交通大学学报, 2004, 28(1): 8~10. (WANG Xiu-ying, WANG Meng-shu, ZHANG Mi. A simple method to calculate tunnel discharge and external water pressure on lining[J]. Journal of Northern Jiaotong University, 2004, 28(1): 8~10. (in Chinese))
- [5] 王秀英, 王梦恕, 张 弥. 山岭隧道堵水限排衬砌外水压力研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1): 125~127. (WANG Xiu-ying, WANG Meng-shu, ZHANG Mi. Research

- on regulating water pressure acting on mountain tunnels by blocking ground water and limiting discharge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(1): 125 – 127. (in Chinese))
- [6] HARR M E. Groundwater and seepage[J]. Soil Science, 1963, **95**(4): 289.
- [7] 应宏伟, 朱成伟, 龚晓南. 考虑注浆圈作用下隧道渗流场解析解 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, **50**(6): 1018 – 1023. (YING Hong-wei, ZHU Cheng-wei, GONG Xiao-nan. Analytic solution on seepage field of underwater tunnel considering grouting circle[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, **50**(6): 1018 – 1023. (in Chinese))
- [8] PARK K H, OWATSIRIWONG A, LEE J G Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a drained circular tunnel in a semi-infinite aquifer: a revisit[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2007, **23**(2).
- [9] 皇甫明, 谭忠盛, 王梦恕, 等. 暗挖海底隧道渗流量的解析解及其应用 [J]. 中国工程科学, 2009, **11**(7): 66 – 70. (HUANG Fu-ming, TAN Zhong-sheng, WANG Meng-shu, et al. Analytical solutions for water inflow into an underwater tunnel and its application[J]. Journal of China Engineering Science, 2009, **11**(7): 66 – 70. (in Chinese))
- [10] 吴金刚, 谭忠盛, 皇甫明. 高水压隧道渗流场分布的复变函数解析解[J]. 铁道工程学报, 2010, **9**(1): 31 – 36. (WU Jin-gang, TAN Zhong-sheng, HUANG Fu-ming. Analytic solution of complex function to distribution of seepage field of tunnel with high water pressure[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2010, **9**(1): 31 – 36. (in Chinese))
- [11] 潘以恒, 罗其奇, 周斌, 等. 半无限平面含注浆圈深埋隧道渗流场解析研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2018, **52**(6): 1114 – 1122. (PAN Yi-heng, LUO Qi-qi, ZHOU Bin, et al. Analytical study on seepage field of deep tunnel with grouting circle in half plane[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, **52**(6): 1114 – 1122. (in Chinese))
- [12] 朱成伟, 应宏伟, 龚晓南. 任意埋深水下隧道渗流场解析解 [J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(11): 1984 – 1991. (ZHU Cheng-wei, YING Hong-wei, GONG Xiao-nan. Analytical solutions for seepage fields of underwater tunnels with arbitrary burial depth[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(11): 1984 – 1991. (in Chinese))
- [13] TANG Y, CHAN D H, ZHU D Z. Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a circular tunnel in anisotropic soils[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2018, **144**(9): 8.
- [14] ZHANG Y, ZHANG D L, FANG Q, et al. Analytical solutions of non-Darcy seepage of grouted subsea tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **96**: 10.
- [15] HANSBO S. Aspects of vertical drain design: darcian or non-Darcian flow[J]. Géotechnique, 1997, **47**(5): 983 – 992.
- [16] 朱成伟, 应宏伟, 龚晓南, 等. 水下双线平行隧道渗流场解析研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(2): 355 – 360. (ZHU Cheng-wei, YING Hong-wei, GONG Xiao-nan, et al. Analytical solutions to seepage field of underwater twin parallel tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(2): 355 – 360. (in Chinese))
- [17] SU K, ZHOU Y, WU H, et al. An analytical method for groundwater inflow into a drained circular tunnel[J]. Groundwater, 2017, **55**(5): 712 – 721.
- [18] WANG H N, WU L, JIANG M J, et al. Analytical stress and displacement due to twin tunneling in an elastic semi-infinite ground subjected to surcharge loads[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2018, **42**(6): 809 – 828.
- [19] ZHANG L Q, LU A Z, YUE Z Q, et al. An efficient and accurate iterative stress solution for an infinite elastic plate around two elliptic holes, subjected to uniform loads on the hole boundaries and at infinity[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2009, **28**(1): 189 – 193.
- [20] WANG H N, ZENG G S, UTILI S, et al. Analytical solutions of stresses and displacements for deeply buried twin tunnels in viscoelastic rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2017, **93**: 13 – 29.
- [21] WANG H N, ZENG G S, JIANG M J. Analytical stress and displacement around non-circular tunnels in semi-infinite ground[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, **63**: 303 – 328.
- [22] 张丙强. 半无限平面双孔平行隧道渗流场解析研究[J]. 铁道学报, 2017, **39**(1): 125 – 131. (ZHANG Bing-qiang. Analytical solution for seepage field of twin-parallel tunnels in semi-infinite plane[J]. Journal of the China Railway Society, 2017, **39**(1): 125 – 131. (in Chinese))
- [23] 吴绍明, 孙瞻, 刘庭金, 等. 龙头山双洞八车道公路隧道地下水渗流初探[J]. 铁道建筑, 2007(12): 45 – 47. (WU Shao-ming, SUN Zhan, LIU Ting-jin, et al. Elementary discussion on leakage of underground water in Longtoushan mountain highway twin tunnels with 8 lanes[J]. Railway Engineering, 2007(12): 45 – 47. (in Chinese))