

DOI: 10.11779/CJGE202103017

# 三轴应力路径下珊瑚砂的颗粒破碎模型

王兆南<sup>1, 2</sup>, 王 刚<sup>\*1, 2</sup>, 叶沁果<sup>1, 2</sup>, 殷 浩<sup>1, 2</sup>

(1. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045; 2. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

**摘 要:** 基于不同轴向应变下平行试样的三轴试验结果, 分析了珊瑚砂在三轴排水与不排水条件下颗粒破碎随加载的演化过程, 探讨了现有的颗粒破碎能量模型和基于应力的 Hardin 破碎模型的局限性。为了更好地分析颗粒破碎中间发展过程的特征, 将引起颗粒破碎的机制分解为压缩和剪切两部分, 并分别建立了与之相对应的破碎模型。压缩机制是指在等应力比条件下有效球应力增大导致的压缩效应, 它所引起的颗粒破碎与当前的应力状态有关。剪切机制是指剪应力比变化所导致的剪切效应, 它所引起的颗粒破碎与已经累积的颗粒破碎量以及剪应变的大小有关。最后, 通过与珊瑚砂三轴试验结果的比对初步验证了压缩和剪切破碎模型的合理性。

**关键词:** 颗粒破碎; 珊瑚砂; 压缩机制; 剪切机制

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2021)03-0540-07

**作者简介:** 王兆南(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程数值计算方面的研究工作。E-mail: znwang@cqu.edu.cn。

## Particle breakage model for coral sand under triaxial compression stress paths

WANG Zhao-nan<sup>1, 2</sup>, WANG Gang<sup>1, 2</sup>, YE Qin-guo<sup>1, 2</sup>, YIN Hao<sup>1, 2</sup>

(1. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Based on the triaxial experimental results of parallel specimens loaded under various axial strains, the intermediate particle breakage process of a coral sand is investigated, and the limitations of the energy-based breakage correlation and the popular stress-based Hardin breakage model are discussed. In order to reveal the characteristics of its intermediate accumulating process more conveniently, the particle breakage is decomposed into two parts based on the loading mechanisms: (1) compression-induced particle breakage associated with the increase of mean effective stress, and (2) shear-induced particle breakage related to the change of shear stress ratio. The amount of compression-induced particle breakage can be correlated to the current stress state. The accumulating rate of shear-induced particle breakage depends on both the shear strain and the accumulated amount of particle breakage during the past stress history. Two mathematical models are presented for the two particle breakage parts respectively, and the effectiveness of the two models is demonstrated by simulating the triaxial test results of the coral sand.

**Key words:** particle breakage; coral sand; compression mechanism; shear mechanism

## 0 引 言

珊瑚砂作为中国南海岛礁建设的主要工程材料, 因其形状不规则<sup>[1]</sup>、内部多孔隙、颗粒强度低等物理特性, 使得珊瑚砂较陆源硅质砂在静、动力荷载<sup>[2-3]</sup>下都更易出现颗粒破碎的现象。连续的颗粒破碎又使得珊瑚砂的级配不断发生变化<sup>[4]</sup>, 进而影响其剪胀性<sup>[5-6]</sup>、压缩性<sup>[7-8]</sup>以及临界状态<sup>[9]</sup>等性质, 最终威胁工程的使用安全。

自 20 世纪 60 年代以来, 研究者们针对颗粒破碎的现象已经进行了大量的室内试验, 并基于这些室内试验的结果提出了一系列可以描述颗粒破碎变化和发展的破碎模型。对于这些已提出破碎模型, 可将它们大

致分为: 应力相关<sup>[10-11]</sup>、应变路径相关<sup>[12]</sup>和能量相关<sup>[13-16]</sup>3 种形式。Hardin<sup>[10]</sup>通过将颗粒破碎与平均有效应力相关联, 提出了一个双曲线形式的应力破碎模型。Indraratna 等<sup>[12]</sup>基于粗粒土的排水三轴试验结果, 采用了塑性应变的发展来描述颗粒破碎随加载的累积过程。Lade 等<sup>[13]</sup>通过不同加载路径的三轴试验, 证明了颗粒破碎与单位体积的输入塑性功有着较好的相关性, 使得之后的研究者<sup>[14-16]</sup>基于这一结论提出了一系

**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (51679016); 重庆市研究生科研创新项目 (CYB20032)

**收稿日期:** 2020-02-03

**\*通信作者** (E-mail: cewanggang@163.com)

列能量相关的破碎模型。由于能量相关的破碎模型通常拥有简洁的形式,且可以忽略应力路径对颗粒破碎的影响,于是被广泛地应用于各种本构模型当中。

目前,研究者们针对粒状材料颗粒破碎的试验<sup>[17-20]</sup>与理论<sup>[11-14]</sup>已经取得了诸多成果,但是仍然存在着不足有待完善。过去的室内试验大都只关注了试样被加载至破坏或临界状态时的颗粒破碎量,较少探讨具体应力路径下颗粒破碎的中间发展过程。由于缺乏系统的试验成果,目前所建立的应力相关<sup>[10-11]</sup>、能量相关<sup>[14-16]</sup>的颗粒破碎模型对于具体应力路径的适用性有待验证。另外,珊瑚砂的颗粒强度较低,在低压力下的剪切过程中会产生不可忽略的颗粒破碎;以往针对颗粒强度较高的硅质砂和堆石料在高压下颗粒破碎现象所建立的破碎模型是否适用于珊瑚砂,也需要进一步验证。

本文选取了一组较低围压下的常规三轴试验结果,分析了珊瑚砂试样在排水和不排水条件下,颗粒破碎随轴向应变的演化过程;然后,对演化过程中颗粒破碎与所消耗能量的关系进行了探讨,并针对Hardin破碎模型在三轴路径下的适用性进行了验证;最后,本文将引起颗粒破碎的机制分解为压缩与剪切两部分,并分别建立了与之相对应的破碎模型。通过与试验结果进行比对证明压缩和剪切破碎模型的合理性。

## 1 颗粒破碎演化特征的试验现象

粒状材料颗粒破碎的程度可通过颗粒级配的变化来反映的。但是,由于目前缺少在试验过程中实时监测颗粒级配变化的方法,故实验室内通常采用测试平行试样的方式来研究颗粒破碎随加载的演化过程。该方法具体步骤为:采用数个相同初始状态的试样,沿相同的应力路径加载至不同的轴向应变,然后通过室内筛分得到相应轴向应变下的级配曲线。通过对比加载前后级配的变化,就可以获得当前轴向应变下具体的颗粒破碎量。颗粒破碎的程度常采用相对破碎 $B_r$ 进行量化<sup>[10]</sup>,其定义见图1。

叶沁果<sup>[21]</sup>采用平行试样的方法对中国南海珊瑚礁钙质砂进行了一系列三轴排水和不排水试验(结果如图2所示),研究了珊瑚砂的颗粒破碎随轴向应变的演化规律。图2中各试样的直径39.1 mm,高80 mm,初始相对密度 $D_r=75\%$ ,所受围压分别为50, 100, 200, 400 kPa。从图2可以看出,各平行试样的应力应变曲线轨迹接近,表明了各平行试样具有较好的重复性。

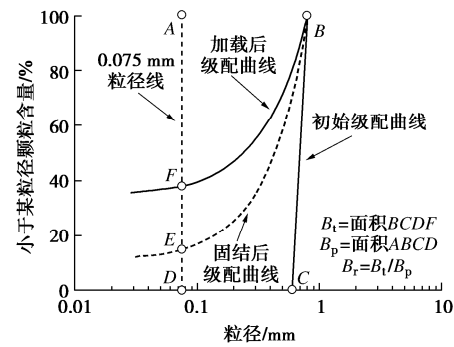


图1 相对破碎的定义

Fig. 1 Definition of relative breakage

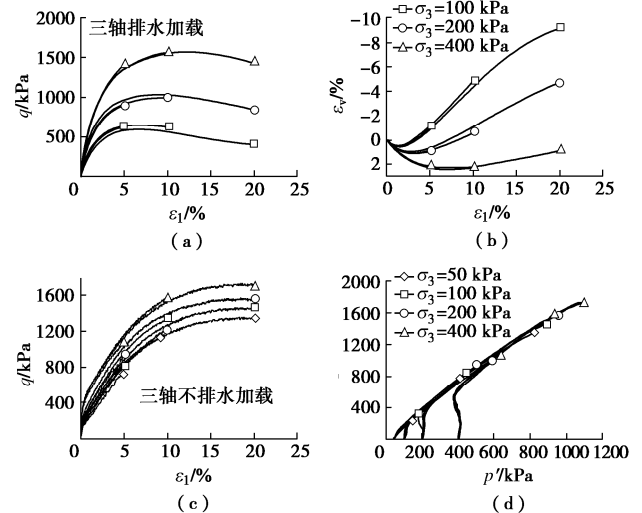
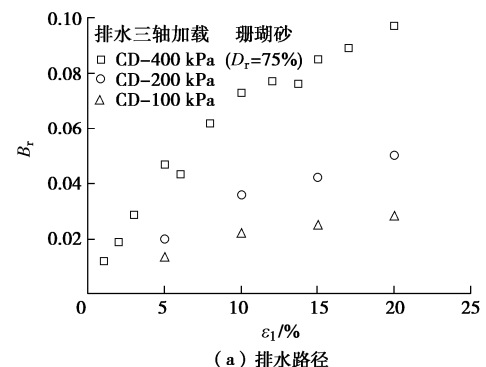


图2 珊瑚砂在三轴排水、不排水加载下的试验结果

Fig. 2 Experimental results of carbonate sand under drained and undrained triaxial compression

图3给出了通过筛分平行试样得到的颗粒破碎随轴向应变的演化过程。在排水条件下,围压越大,相对破碎 $B_r$ 越大;在同一围压下,相对破碎 $B_r$ 随轴向应变的增大而增大,但增长速率逐渐变缓。不排水条件下,相对破碎 $B_r$ 同样随围压的增大而增大,但是各围压下的 $B_r$ 却较排水条件更加接近。不同的加载方式造成的颗粒破碎在演化过程中的表现有着较大的差别,说明颗粒破碎的演化过程依赖于具体的应力路径。



(a) 排水路径

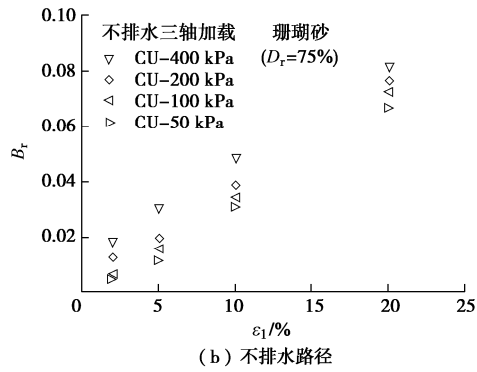


图3 排水与不排水路径下相对破碎随轴向应变的演化过程

Fig. 3 Evolution process of particle breakage with axial strain under drained and undrained compression

## 2 颗粒破碎与耗能的关系

因为粒状土材料发生颗粒破碎的过程伴随着能量的耗散,所以基于这一特点,研究者们提出了一系列与能量相关的破碎模型<sup>[13-16]</sup>。但是,这些能量相关的破碎模型通常是直接建立在将试样加载至破坏或临界状态的试验基础上的,对于能否描述颗粒破碎在加过程中的演化却仍然有待验证。本文采用发生颗粒破碎时单位体积的输入能量来表示颗粒破碎的耗能:

$$\Delta W = (\sigma'_1 - \sigma'_3)\Delta\varepsilon_1 + \sigma'_3\Delta\varepsilon_v, \quad (1)$$

式中,  $W$  为单位体积的输入能量,  $\Delta\varepsilon_1$  和  $\Delta\varepsilon_v$  分别为轴向应变与体变的增量。

图4(a)给出了试样被加载至轴向应变为20%时,相对破碎  $B_r$  与输入能量  $W$  之间的关系。可以看出,  $B_r$  随着输入能量的增加而增加,两者间保持了较好的相关性。图4(b)给出了各平行试样在不同轴向应变下,相对破碎  $B_r$  与输入能量  $W$  之间的关系。在同一围压下的颗粒破碎随着输入能量的增加而增加,但是相同的输入能量在不同的围压下导致的颗粒破碎量是不一样的,这使得各围压下的颗粒破碎与输入能量之间的关系总体呈现离散状。若仅采用一条曲线(如双曲线<sup>[13, 15, 19]</sup>)来拟合不同围压下颗粒破碎随能量的演化过程,则在输入能量较小的起始阶段,该曲线的拟合效果可能较好,但随着输入能量的增加,曲线对于不同围压下颗粒破碎量的拟合就会产生较大的误差。图4说明,颗粒破碎的能量消耗率与围压有关,相同输入能量引起的颗粒破碎量随着围压的增加而增大。

## 3 Hardin 应力模型的验证

Hardin 将相对破碎  $B_r$  与应力相关联,提出了一个双曲线形式的破碎模型:

$$B_r = \frac{(\sigma'_b / \sigma'_r)^{n_b}}{1 + (\sigma'_b / \sigma'_r)^{n_b}}, \quad (2)$$

式中,  $n_b$  和  $\sigma'_r$  是描述土性质的材料常数,  $\sigma'_b$  为破碎应力,采用以下形式表示:

$$\sigma'_b = p' \left[ 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \left( \frac{p'}{q} \right)^3 \right] \approx p'(1 + \eta^3), \quad (3)$$

式中,  $p'$  和  $q$  分别表示平均有效应力和剪应力,  $\eta = q/p'$  为剪应力比。式(3)表明,在相同的球应力下,剪应力比  $\eta$  越大颗粒破碎量越大<sup>[18]</sup>。

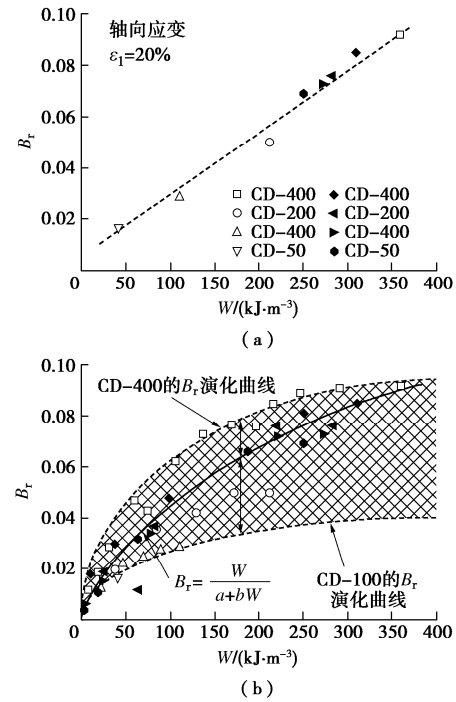
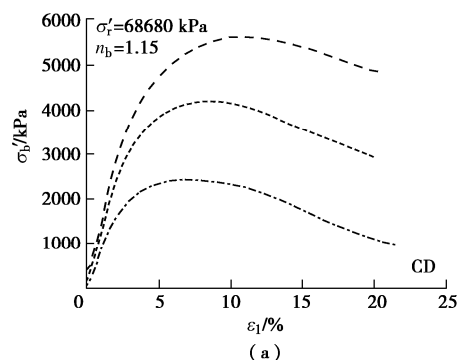


图4 相对破碎与输入能量的关系

Fig. 4 Relationship between relative breakage and input energy

图5分别给出了排水与不排水条件下,采用Hardin破碎模型对试验数据进行拟合的结果。图5(a)和(c)中,破碎应力  $\sigma'_b$  随轴向应变先是逐渐增大,在到达峰值之后,由于材料的应变软化而出现下降。根据式(2),在破碎应力  $\sigma'_b$  达到峰值之后,计算所得的相对破碎  $B_r$  (图5(b)和(d)中的虚线所示)将不再增长,但是这一结果却与实际试验中的现象(当应力达到峰值之后颗粒破碎继续增长)不符<sup>[6, 24]</sup>。这说明 Hardin 的破碎模型并不适用于描述三轴条件下颗粒破碎的演化过程。



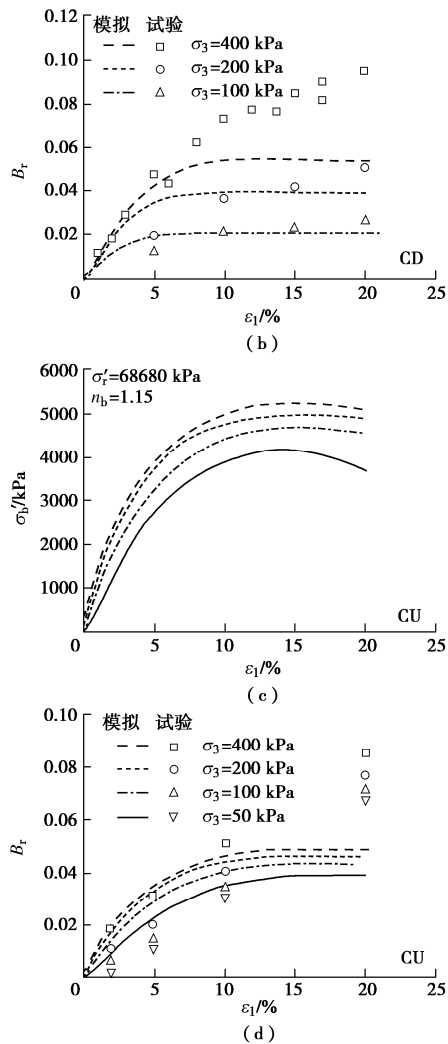


图5 Hardin 破碎模型在三轴排水和不排水条件下的模拟结果  
Fig. 5 Performance of Hardin's breakage model under drained and undrained triaxial compressions

根据式(3)可以在  $p'$ - $q$  平面内画出恒定破碎应力下的应力点轨迹,可将其称为破碎面<sup>[11]</sup>(见图6)。破碎面类似于屈服面,只有当应力状态超过历史最大破碎面,材料才会发生进一步的颗粒破碎。在三轴压缩试验中,在轴向应力达到峰值时,破碎面最大;在峰值以后的剪切中,应力状态都在最大破碎面以内,所以 Hardin 破碎模型不能描述轴向应力达到峰值以

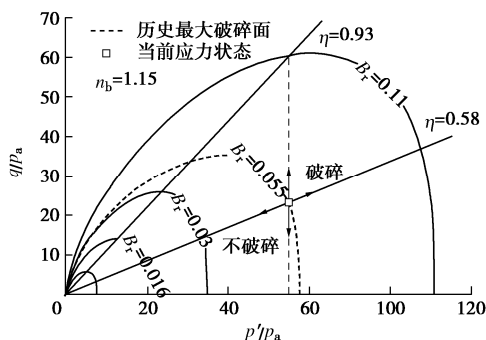


图6 恒定破碎应力对应的破碎面

Fig. 6 Crushing surface corresponding to constant breakage stress

后继续剪切的过程中产生的进一步颗粒破碎。

## 4 压缩和剪切破碎机制

砂土作为一种压硬性材料,实际上有两种机制引起它的塑性变形与颗粒破碎<sup>[22-24]</sup>。一种是压缩机制( $\eta$  恒定,  $p'$  增加),另一种是剪切机制( $\eta$  发生变化)。而对于三轴应力路径的加载,则需要同时考虑压缩和剪切机制的共同作用。

通过对图6的分析可知,Hardin 的破碎模型仅适用于描述常应力比下压缩机制引起的颗粒破碎。将式(2)对  $p'$  求偏导,并对其结果适当简化,可得到一个描述压缩机制下颗粒破碎增加速率的量:

$$R_B^c \equiv \left. \frac{\partial B_r}{\partial p'} \right|_{\eta=\text{const}} \approx b_1 (1 + \eta^3) \left( 1 - \frac{B_r}{\overline{B_r}} \right)^2 \quad (4)$$

式中  $R_B^c$  称为压缩破碎率,表示等应力比加载时,颗粒破碎随有效球应力的增长速率; $b_1$  是材料常数; $\overline{B_r}$  叫做终级相对破碎,表示在极高围压和连续加载条件下可以产生颗粒破碎的最终程度。Hardin 假设只要在足够的压力下,任何粒径的颗粒都会破碎成小于 0.075 mm 的粉粒,则此时的  $\overline{B_r} = 1$ ; 在 Einav<sup>[25]</sup> 分形级配理论下,最终级配的相对破碎,为了满足分形级配的假设,则  $\overline{B_r} = B_{r,f} = 0.72$ 。

在三轴加载过程中,除了  $p'$  不断增加以外,  $\eta$  也在不断地发生变化,于是可采用增量法来计算压缩机制所引起的相对破碎  $B_{r,c}$ :

$$B_{r,c}^{n+1} = B_{r,c}^n + R_B^c \langle \Delta p' \rangle \quad (5)$$

式中,  $B_{r,c}^{n+1}$  和  $B_{r,c}^n$  分别表示第  $n+1$  步和第  $n$  步的压缩破碎量。 $\langle \Delta p' \rangle$  表示只有当  $\Delta p' > 0$  时,压缩机制产生的颗粒破碎才会继续发生累积,反之则保持不变。

图7给出了采用式(4)和(5)计算所得到的  $B_{r,c}$  随平均有效应力  $p'$  增加而不断累积的过程。从图中可以看出:排水和不排水条件下的相对破碎的演化过程有着较大的区别,且两种条件下  $B_{r,c}$  的最终值远小于试验所测得的  $B_r$  值,尤其对于排水加载,400 kPa 下的最大破碎量约 0.0054,仅为相同围压下实测值的 5%。这说明在三轴路径下,压缩机制引起的颗粒破碎量非常小。另外,图中相对破碎的起始值并不是  $B_{r,c} = 0$ ,这是因为在三轴加载开始之前,等向固结同样会使试样产生一定量的破碎,且固结压力越大,起始时的相对破碎  $B_{r,c}$  也越大。

对于剪切机制下颗粒破碎的演化规律,已有的环向剪切试验<sup>[26-27]</sup>表明:颗粒破碎随着剪应变的增加而不断增加,但增长速率逐渐变缓;且围压越高,颗粒破碎越大。结合这一试验现象,本文将相对破碎  $B_r$

与剪应变相关联，提出了一个适用于剪切机制的双曲线形式的破碎模型：

$$B_r = \frac{\varepsilon_s}{1/R_{B0} + \varepsilon_s/\overline{B_r}} \quad (6)$$

式中， $\varepsilon_s$  为剪应变， $\overline{B_r}$  为极限破碎， $R_{B0}$  为初始剪切破碎率。初始剪切破碎率  $R_{B0}$  代表了在某一恒定围压下，当剪应变  $\varepsilon_s = 0$  时曲线的初始斜率；极限  $\overline{B_r}$  表示在某一恒定围压下单调剪切产生的最大颗粒破碎。两者可分别表示为

$$R_{B0} = c_1 \left( \frac{p'}{p_a} \right)^{c_2} \quad (7)$$

$$\overline{B_r} = \frac{p'}{Ap_a + p'} \overline{B_r} \quad (8)$$

式中， $c_1, c_2$  为材料参数， $p_a$  为大气压强 ( $p_a = 101 \text{ kPa}$ )， $A$  是一个无量纲参数。表 1 给出了本文相关破碎参数的值。

表 1 压缩和剪切破碎模型的相关参数

Table 1 Parameters of compression and shear breakage law					
$b_1$	$c_1$	$c_2$	$A$	$\overline{B_r}$	最终级配曲线
$2.5 \times 10^{-6}$	0.07	1.2	55.0	1.00	Hardin 的破碎潜能
			34.0	0.72	分形级配

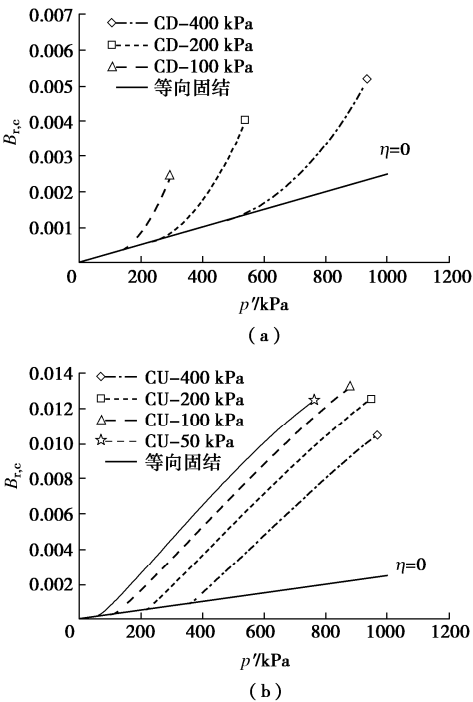


图 7 压缩机制引起的颗粒破碎

Fig. 7 Particle breakage induced by compression mechanism

图 8 给出了在排水条件下，剪切机制引起的颗粒破碎  $B_{r,s}$  随剪应变  $\varepsilon_s$  的演化过程。图中的数据点是通过从实测的  $B_r$  中减去相应剪应变下的  $B_{r,c}$  获得的。

为了预测不排水条件下剪切机制引起的颗粒破

碎，将式 (6) 对  $\varepsilon_s$  求偏导，即可得到剪切破碎率  $R_B^s$ ：

$$R_B^s = \frac{\partial B_r}{\partial \varepsilon_s} \bigg|_{p'=\text{const}} = R_{B0} \left( 1 - \frac{B_r}{\overline{B_r}} \right) \quad (9)$$

式中， $R_B^s$  代表了剪切机制引起颗粒破碎的增长速率。在三轴路径下，采用增量法即可对不排水条件下剪切产生的颗粒破碎进行预测：

$$B_{r,s}^{n+1} = B_{r,s}^n + R_B^s \Delta \varepsilon_s \quad (10)$$

式中， $B_{r,s}^{n+1}$  和  $B_{r,s}^n$  分别表示第  $n+1$  步和第  $n$  步的剪切破碎量。 $\Delta \varepsilon_s$  为剪应变增量。图 9 给出了不排水条件下相对破碎  $B_{r,s}$  随剪应变  $\varepsilon_s$  的演化过程。可以看出采用剪切破碎模型对不排水条件下颗粒破碎的预测与试验结果的发展趋势基本保持一致，初步证明了该模型的合理性。

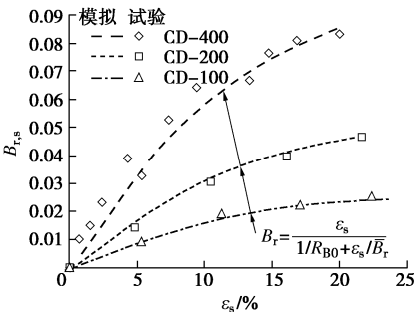


图 8 排水条件下剪切机制引起的颗粒破碎

Fig. 8 Particle breakage induced by shear mechanism under drained triaxial compression

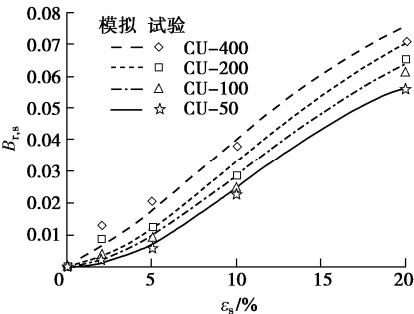


图 9 不排水条件下剪切机制引起的颗粒破碎

Fig. 9 Particle breakage induced by shear mechanism under undrained triaxial compression

通过对比压缩和剪切机制最终所产生的颗粒破碎量可以发现：无论在排水和不排水条件下，剪切机制所产生的相对破碎  $B_r$  都远大于压缩机制所产生的，这说明在较低围压的三轴条件下，剪切机制是珊瑚砂产生颗粒破碎的主要因素。

## 5 结 论

(1) 基于不同轴向应变下平行试样的三轴试验结果，分析了珊瑚砂在三轴排水与不排水条件下颗粒破

碎随加载的演化过程,探讨了现有的颗粒破碎能量模型和应力模型的局限性。即使在简单的三轴试验应力路径下,在考虑中间过程的颗粒破碎后,颗粒破碎与能量的关系也是与应力路径相关的,相同输入能量引起的颗粒破碎量随着围压的增加而增大。Hardin 应力相关的破碎模型不能反映破碎应力  $\sigma'_b$  超过峰值之后颗粒破碎的继续增长,而只能描述等应力比加载条件下的颗粒破碎,对于常规三轴加载并不适用。

(2)为了模拟三轴应力路径下的颗粒破碎发展过程,将加载机制分解为压缩和剪切两部分。压缩机制引起的颗粒破碎与当前的应力状态和累积的颗粒破碎量有关,而 Hardin 破碎模型只适用于描述压缩机制引起的颗粒破碎。剪切机制所引起的颗粒破碎与已经累积的颗粒破碎量以及剪应变的大小有关。对于在较低围压下的三轴剪切过程,颗粒破碎主要是由剪切机制产生的,压缩机制产生的颗粒破碎远小于剪切机制产生的颗粒破碎。

#### 参考文献:

- [1] 邹德高,田继荣,刘京茂,等.堆石料三维形状量化及其对颗粒破碎的影响[J].岩土力学,2018,39(10):27-32. (ZOU De-gao, TIAN Ji-rong, LIU Jing-mao, et al. Three-dimensional shape of rockfill material and its influence on particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(10): 27-32. (in Chinese))
- [2] 王刚,查京京,魏星.循环三轴应力路径下钙质砂颗粒破碎演化规律[J].岩土工程学报,2019,41(4):755-760. (WANG Gang, ZHA Jing-jing, WEI Xing. Evolution of particle crushing of coral sand under cyclic triaxial stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(4): 755-760. (in Chinese))
- [3] 纪文栋,张宇亭,王洋,等.循环单剪下珊瑚钙质砂和普通硅质砂剪切特性对比研究[J].岩土力学,2018,39(增刊1):291-297. (JI Wen-dong, ZHANG Yu-ting, WANG Yang, et al. Comparative study on shear characteristics of coral calcareous sand and ordinary siliceous sand under cyclic single shear[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(S1): 291-297. (in Chinese))
- [4] WOOD D M, MAEDA K. Changing grading of soil: effect on critical states[J]. Acta Geotechnica, 2008, 3(1): 3-14.
- [5] 张家铭,蒋国盛,汪稔.颗粒破碎及剪胀对钙质砂抗剪强度影响研究[J].岩土力学,2009,30(7):2043-2048. (ZHANG Jia-ming, JIANG Guo-sheng, WANG Ren. Research on influences of particle breakage and dilatancy on shear strength of calcareous sands[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(7): 2043-2048. (in Chinese))
- [6] INDRARATNAB, SALIM W. Modelling of particle breakage of coarse aggregates incorporating strength and dilatancy[J]. Geotechnical Engineering, 2002, 155(4): 243-252.
- [7] 王刚,叶沁果,查京京.珊瑚礁砂砾料力学行为与颗粒破碎的试验研究[J].岩土工程学报,2018,40(5):802-810. (WANG Gang, YE Qin-guo, ZHA Jing-jing. Experimental study on mechanical behavior and particle crushing of coral sand-gravel fills[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(5): 802-810. (in Chinese))
- [8] BONO J P D, MCDOWELL G R. Discrete element modelling of one-dimensional compression of cemented sand[J]. Granular Matter, 2014, 16(1): 79-90.
- [9] CIANTIA M O, ARROYO M, O'SULLIVAN C, et al. Grading evolution and critical state in a discrete numerical model of Fontainebleau sand[J]. Géotechnique, 2019, 69(1): 1-15.
- [10] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(10): 1177-1192.
- [11] KIKUMOTOM, WOODDM, RUSSELLA. Particle crushing and deformation behavior[J]. Soils and Foundations, 2010, 50(4): 547-563.
- [12] INDRARATNAB, SUN Q D, NIMBALKAR S. Observed and predicted behaviour of rail ballast under monotonic loading capturing particle breakage[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, 52(4): 73-86.
- [13] LADE P V, YAMAMURO J. Significance of particle crushing in granular materials[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(4): 309-316.
- [14] CHEN T J, UENG T S. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2015, 50(1): 65-72.
- [15] YU F. Characteristics of particle breakage of sand in triaxial shear[J]. Powder Technology, 2017, 320: 656-667.
- [16] LIU H, ZOU D. Associated generalized plasticity framework for modeling gravelly soils considering particle breakage[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, 139(5): 606-620.
- [17] HYODO M, WU Y, ARAMAKI N, et al. Undrained monotonic and cyclic shear response and particle crushing of[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 54(2): 207-218.
- [18] JIA Y, XU B, CHI S, et al. Particle breakage of rockfill material during triaxial tests under complex stress paths[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(12): 1-12.

04019124.

[19] YU F. Particle breakage in triaxial shear of a coral sand[J]. Soilsand Foundations, 2018, **58**(4): 866 – 880.

[20] NANDA S, SIVAKUMAR V, DONOHUE S, et al. Small strain behavior and crushability of Ballyconnelly carbonate sand under monotonic and cyclic loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, **55**(7): 979 – 987.

[21] 叶沁果. 珊瑚礁钙质土力学行为与颗粒破碎的试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2018. (YE Qin-guo. Experimental Study on Mechanical Behavior and Particle Breakage of Calcareous Soil in Coral Reef[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018. (in Chinese))

[22] WANG Z L, DAFALIAS Y F, SHEN C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, **116**(5): 983 – 1001.

[23] LI X S. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. Géotechnique, 2002, **52**(3): 173 – 86.

[24] WANG G, WANG Z, YE Q, et al. Particle breakage and deformation behavior of carbonate sand under drained and undrained triaxial compression[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, **20**(3): 04020012.

[25] EINAV I. Breakage mechanics-Part I: theory[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2007, **55**(6): 1274 – 1297.

[26] COOP M R, SORENSEN K K, FREITAS T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, **54**(3): 157 – 163.

[27] WEI H, ZHAO T, HE J, et al. Evolution of particle breakage for calcareous sands during ring shear tests[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, **18**(2): 04017153.

[28] 蔡正银, 侯贺营, 张晋勋, 等. 考虑颗粒破碎影响的珊瑚砂临界状态与本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(6): 989 – 995. (CAI Zheng-yin, HOU He-ying, ZHANG Jin-xun, et al. Critical state and constitutive model for coral sand considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(6): 989 – 995. (in Chinese))

---

彩色插图索引

Doi: 10.11779/CJGE202103002 一文彩色插图 .....	(封 2)
Doi: 10.11779/CJGE202103018 一文彩色插图 .....	(封 2)
Doi: 10.11779/CJGE202103023 一文彩色插图 .....	(封 2)
Doi: 10.11779/CJGE202103011 一文彩色插图 .....	(封 2, 封 3, 封 4)
Doi: 10.11779/CJGE202103020 一文彩色插图 .....	(封 4)
Doi: 10.11779/CJGE202103021 一文彩色插图 .....	(封 4)