

DOI: 10.11779/CJGE202103012

# 压剪作用下压实黏土断裂破坏机理及断裂准则

黄诗渊<sup>1, 2, 4</sup>, 王俊杰<sup>\*2</sup>, 王爱国<sup>3</sup>, 吉恩跃<sup>1</sup>, 郭万里<sup>1</sup>, 靳松洋<sup>2</sup>

(1. 南京水利科学研究院水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室, 江苏 南京 210029; 2. 重庆交通大学水工建筑物健康诊断技术重庆市高校工程研究中心, 重庆 400074; 3. 雅砻江流域水电开发有限公司, 四川 成都 610051; 4. 重庆交通大学省部共建山区桥梁及隧道工程国家重点实验室, 重庆 400074)

**摘要:** 土体既有裂缝的开裂问题通常被认为是拉剪应力导致, 而实际工程中压实黏土多处于压剪应力状态, 为探究压剪作用下压实黏土中既有裂缝的起裂机理, 对压剪闭合裂缝应力场和断裂准则进行了理论分析, 开展了含中心裂缝压实黏土单轴压缩试验, 研究了裂缝倾角、裂缝长度及裂缝形态对压剪断裂性状的影响, 揭示了压实黏土中闭合裂缝压剪张拉断裂机理, 充分验证了闭合裂缝压剪张拉断裂准则在压实黏土中的适用性。根据试验结果与理论预测曲线对比分析, 本文压实黏土的临界尺寸  $r_c$  为 2 mm 左右, 明显小于常用经验公式估算值 12 mm, 讨论了  $r_c$  经验估算公式存在的问题。此外, 尝试性地引入 T 应力, 建立了非闭合裂缝的压剪–张拉断裂准则, 解释了闭合裂缝和非闭合裂缝的差异化起裂行为, 并说明了其局限性及其产生原因。

**关键词:** 压剪应力; 闭合裂缝; 断裂准则; 压实黏土; T 应力

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2021)03-0492-10

作者简介: 黄诗渊(1991—), 男, 博士, 博士后, 主要从事岩土体断裂力学方面的研究。E-mail: cqjtdxhsy@163.com。

## Fracture failure mechanism and fracture criterion of compacted clay under compression and shear action

HUANG Shi-yuan<sup>1, 2, 4</sup>, WANG Jun-jie<sup>2</sup>, WANG Ai-guo<sup>3</sup>, JI En-yue<sup>1</sup>, GUO Wan-li<sup>1</sup>, JIN Song-yang<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Earth-Rock Dam Failure Mechanism and Safety Control Techniques, Ministry of Water Resources, Nanjing

Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 2. Diagnostic Technology on Health of Hydraulic Structures Engineering Research

Center of Chongqing Education Commission of China, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 3. Yalong River

Hydropower Development Co., Ltd., Chengdu 610051, China; 4. State Key Laboratory of Mountain Bridge and Tunnel Engineering,

Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** Soil cracks are often considered to be caused by tensile-shear stress. In actual engineering, the compacted clay is mostly under compressive-shear stress state. In order to explore the crack initiation mechanism of the existing cracks in the compacted clay under compressive-shear stress state, the stress field and fracture criterion of the closed crack are analyzed theoretically. The uniaxial compression tests on the compacted clay with central cracks are carried out. The influence of dip angle, length and shape of cracks on the tensile fracture behavior of the compacted clay are investigated. The applicability of the compression-shear closed-crack tension fracture criterion considering T-stress in the compacted clay is verified, and the compression-shear tension fracture mechanism of closed cracks in the compacted clay is revealed. According to the comparative analysis of the test results and the theoretical prediction curve, the critical size  $r_c$  of the compacted clay is about 2 mm, which is obviously smaller than the estimated value of 12 mm by the empirical formula used in the rock field. Through detailed discussion, it is shown that the formula applied in the rock field is not suitable for the compacted clay. In addition, the T-stress is introduced tentatively to establish a compression-shear-tension fracture criterion for open cracks. The differential initiation behavior of closed and open cracks is explained, and its limitations are shown.

**Key words:** compressive shear stress; closed crack; fracture criterion; compacted clay; T-stress

## 0 引言

土体裂缝是岩土工程中常见的隐患和引起破坏的主要原因之一<sup>[1]</sup>。在土质心墙坝中, 坝顶裂缝和黏土心墙裂缝最为常见, 坝顶裂缝一般是由于坝壳与心墙

基金项目: 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室开放基金项目(YK319001); 国家自然科学基金委员会-雅砻江流域水电开发有限公司雅砻江联合基金项目(U1865103); 重庆市博士后研究项目特别资助项目(2020921002)

收稿日期: 2019-12-09

\*通信作者(E-mail: wangjunjie@cqjtu.edu.cn)

模量的差异、蓄水期水压力以及上游坝壳湿化变形等原因引起的, 此类裂缝严重影响坝体的长期稳定性<sup>[2]</sup>; 而心墙裂缝主要是由于填料局部碾压不实、不均匀沉降和干缩等原因引起的, 此类裂缝降低了心墙的防渗性能, 在快速蓄水时可能会引起水力劈裂进而导致坝体渗漏甚至失稳<sup>[3]</sup>。在城市垃圾填埋场的压实黏土衬垫系统中, 在环境的影响下极易产生干缩裂缝, 此类裂缝在上覆荷载作用下若发生扩展可能会引发渗漏问题进而导致衬垫系统失效<sup>[4]</sup>。研究土体既有裂缝起裂和扩展问题具有重要的工程意义和实用价值。

当土体内存在宏观裂缝时, 在外荷载作用下将会导致裂缝尖端产生应力集中, 可从材料断裂角度对其进行分析。自 Skempton 等<sup>[5]</sup>建议用断裂力学的概念解释含裂缝硬黏土边坡的失稳过程以来, 人们对土体断裂问题给予了一定关注<sup>[6-7]</sup>, 在纯拉、纯剪或拉剪应力状态下的土体断裂问题中研究相对较多, 即 I 型、II 型和 I-II 复合型裂缝问题, 而实际工程中岩土体大多处于压剪应力状态, 但压剪作用下土体既有裂缝的开裂问题鲜有关注。

在岩石断裂领域, 压剪裂缝问题研究较多, 但尚未形成统一认识。虽然剪切断裂常在地震断层中发现, 但对于剪切裂缝的产生条件、机理以及剪切断裂韧度测试方法仍未统一<sup>[8-9]</sup>, 目前更多的还是以压剪-张拉断裂研究为主<sup>[10]</sup>。前人对受压裂缝的  $K_I$  存在过不同观点: ①将压剪裂缝认为是受压闭合的, 考虑了裂缝间的摩擦力, 但并未注意到对于闭合裂缝  $K_I$  不复存在, 仍将  $K_I$  进行变号处理<sup>[11-13]</sup>; ②将压剪裂缝认为是非闭合的, 将  $K_I$  变号处理, 但却考虑了裂缝间的摩擦效应<sup>[8, 14]</sup>。实质上这是由于未区分裂缝形态导致的, 对于压剪闭合裂缝, 原始的裂缝面无法相互侵入, 因此  $K_I = 0$ <sup>[15]</sup>; 对于压剪非闭合裂缝, 认为压应力对裂缝张开有抑制作用, 此时将其改变符号, 即  $K_I < 0$ 。即便如此, 仍存在传统断裂力学理论无法解释的试验现象, 例如, 根据传统理论计算得到的压剪闭合裂缝张拉起裂角为恒定值  $70.5^\circ$ 。许多试验表明, 无论裂缝闭合与否, 张拉起裂角与裂缝倾角、裂缝长度均存在关系<sup>[16]</sup>。随着学者们的逐渐探索, T 应力对计算结果的影响被学者们所重视<sup>[17]</sup>。岩石材料的断裂过程区尺寸较一般脆性材料(如玻璃、陶瓷等)更大, T 应力的影响相对更大, 因此不可忽略。此外, 裂缝形态也会对断裂行为产生影响<sup>[18]</sup>。

压实黏土碾压不实产生的弱面常被认为是心墙土体裂缝产生的原因之一<sup>[19]</sup>, 前人采用断裂力学分析心墙开裂问题时通常将其裂缝考虑成非闭合形态, 认为导致其开裂的应力状态为拉剪作用<sup>[20]</sup>。然而, 碾压弱面多处于闭合接触状态, 研究闭合裂缝在压剪应力作

用下的开裂行为具有实际意义。

鉴于此, 采用理论分析和试验验证的研究手段, 查明了压实黏土闭合裂缝的断裂特性, 验证了考虑 T 应力的压剪闭合裂缝张拉断裂准则在压实黏土中的适用性, 揭示了压实黏土中闭合裂缝压剪张拉断裂机制, 并讨论了非闭合与闭合裂缝的差异化断裂行为。

## 1 压剪裂缝尖端应力场及压剪张拉断裂准则

### 1.1 传统断裂力学理论

经典 I-II 复合型裂缝尖端应力场如下式所示

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} (3 - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) \right], \\ \sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta], \\ \tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)], \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$  分别为径向应力、周向应力、剪应力,  $K_I$  和  $K_{II}$  分别代表 I 型、II 型应力强度因子,  $r$ ,  $\theta$  为极径和极角, 开裂角的正负取决于  $K_{II}$  方向(图 1)。

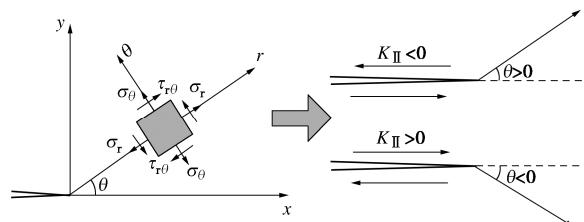


图 1 裂缝尖端应力场及裂缝起裂方向定义

Fig. 1 Stress field at crack tip and definition of crack initiation direction

对于图 2 所示的双向受压的中心斜裂缝模型。

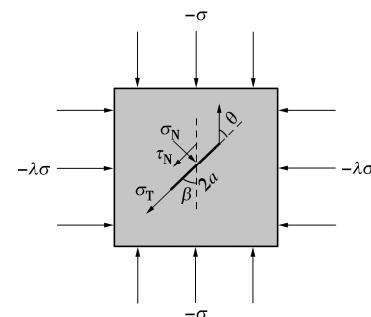


图 2 双向压缩作用下中心斜裂缝的应力场

Fig. 2 Stress field of inclined crack under biaxial compression  
裂缝面受力状态如下式所示:

$$\begin{cases} \sigma_T = -\sigma (\cos^2 \beta + \lambda \sin^2 \beta), \\ \sigma_N = -\sigma (\sin^2 \beta + \lambda \cos^2 \beta), \\ \tau_N = -\sigma (1 - \lambda) \sin \beta \cos \beta, \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\beta$  为裂缝与竖直方向的夹角,  $\lambda$  为侧压力系数。

压剪作用下, 非闭合裂缝的应力强度因子常写为

$$\begin{cases} K_I = \sigma_N \sqrt{\pi a} = -\sigma(\sin^2 \beta + \lambda \cos^2 \beta) \sqrt{\pi a}, \\ K_{II} = \tau_N \sqrt{\pi a} = -\sigma(1-\lambda) \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi a}. \end{cases} \quad (3)$$

裂缝闭合后, 应力场主要由  $K_{II}$  控制, 此时需考虑裂缝面摩擦效应 (一般认为闭合裂缝面上的黏聚力  $c$  很小, 常将其忽略), 裂缝面所受剪应力采用有效剪应力表示。由于剪应力方向变化导致摩擦力方向也会相应改变, 因此闭合裂缝的应力强度因子表示为

$$\begin{cases} K_I = 0, \\ K_{II} = \tau_{eff} \sqrt{\pi a} = \begin{cases} 0 & (|\tau_N| \leq \mu |\sigma_N|) \\ -(\tau_N - \mu \sigma_N) \sqrt{\pi a} & (|\tau_N| > \mu |\sigma_N|) \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

## 1.2 考虑 T 应力的断裂力学理论

Williams 等<sup>[21]</sup>最早将裂缝尖端应力场采用无限级数展开项表示:

$$\sigma_{i,j} = A_1 r^{-1/2} f_j^1(\theta) + A_2 r^0 f_j^2(\theta) + A_3 r^{1/2} f_j^3(\theta) + \dots \quad (5)$$

式中 第一项为奇异项 ( $r^{-0.5}$  项), 占据主导地位; 第二项为非奇异项 ( $r^0$  项), 即常数项, 第三项及后续项为  $r$  高阶项, 传统理论通常写为式 (1) 形式。

Smith 等<sup>[17]</sup>系统性地研究了 T 应力对材料断裂行为的影响, 提出了广义最大周向应力准则 (GMTS 准则), 广泛运用于 I-II 复合型断裂问题 (裂缝受拉剪应力)。在压剪作用下, 裂缝尖端  $K$  场、 $T$  场有所差异。

目前为止, 针对 T 应力存在形式有以下几种观点: ①考虑平行于裂缝面的  $T_x$ <sup>[22]</sup>。②由于裂缝闭合, 不仅考虑了平行于裂缝面的  $T_x$ , 还考虑了垂直于裂缝面的  $T_y$ ,  $T_y < 0$ <sup>[23]</sup>。③不仅考虑了  $T_x$  和  $T_y$ , 还考虑了  $T_y$  对闭合裂缝产生的摩擦作用, 即  $T_{xy}$ <sup>[18]</sup>。其中, 观点①适用于非闭合裂缝, 应力状态可为压剪或拉剪; 观点②和③适用于压剪闭合裂缝, 但观点②忽略了  $T_y$  对闭合裂缝产生的摩擦作用。对于岩土体材料, 闭合裂缝面存在一定的摩擦作用, 忽略  $T_{xy}$  对计算结果存在一定影响。

考虑 T 应力后, 压剪闭合裂缝尖端应力场为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) + T_x \cos^2 \theta + T_y \sin^2 \theta + T_{xy} \sin 2\theta, \\ \sigma_\theta = -\frac{3K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} + T_x \sin^2 \theta + T_y \cos^2 \theta - T_{xy} \sin 2\theta, \\ \tau_{r\theta} = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) + \frac{1}{2} (T_y - T_x) \sin 2\theta + T_{xy} \cos 2\theta, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} T_x = -\sigma(\cos^2 \beta + \lambda \sin^2 \beta), \\ T_y = -\sigma(\sin^2 \beta + \lambda \cos^2 \beta), \\ T_{xy} = -\mu \sigma(\sin^2 \beta + \lambda \cos^2 \beta). \end{cases} \quad (7)$$

## 1.3 压剪闭合裂缝张拉断裂准则

最大周向应力准则 (MTS 准则) 在评价裂缝张拉起裂中运用最为广泛: 裂缝尖端周向应力  $\sigma_\theta$  达到临界值时, 将沿着最大周向应力的方向扩展。起裂角  $\theta_0$  和最大周向应力  $\sigma_{\theta_{max}}$  由下式可得

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0, \quad (\sigma_{\theta_{max}} = \sigma_{\theta_0}). \quad (8)$$

基于传统理论, 压剪闭合裂缝发生张拉起裂时最大周向应力为

$$\sigma_{\theta_{max}} = -\frac{3}{2\sqrt{2\pi r_c}} K_{II} \sin \theta_0 \cos \frac{\theta_0}{2}. \quad (9)$$

考虑 T 应力后, 压剪闭合裂缝发生张拉起裂时最大周向应力为

$$\sigma_{\theta_{max}} = -\frac{3K_{II}}{2\sqrt{2\pi r_c}} \sin \theta_0 \cos \frac{\theta_0}{2} + T_x \sin^2 \theta_0 + T_y \cos^2 \theta_0 - T_{xy} \sin 2\theta_0, \quad (10)$$

将式 (9), (10) 代入式 (8) 即可进行断裂分析。

## 1.4 裂缝尖端临界尺寸 $r_c$ 和相对临界尺寸 $\alpha$

考虑 T 应力后, 裂缝尖端临界尺寸  $r_c$  在计算时均无法回避。一般地,  $r_c$  常被认为是材料的特征属性。在岩石断裂领域, 常采用式 (11) 进行经验估算<sup>[24]</sup>:

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2. \quad (11)$$

Ayatollahi 等<sup>[25]</sup>针对几种典型岩石材料, 采用 GMTS 准则结合式 (11) 得到的理论预测值与试验结果匹配程度较好。因此, 该公式目前被许多学者推广运用于岩石 I-II 复合型断裂研究中。

式 (11) 是否适用于压实黏土并未有所报道, 此外, 对于压剪裂缝而言, 其裂缝尖端的  $K$  场和  $T$  场均存在差异, 采用式 (11) 合理性尚无依据。因此, 后文根据试验结果反分析得到了压实黏土的  $r_c$ , 并对该公式存在的问题进行了讨论。

从式 (10) 可发现, 考虑 T 应力后, 裂缝长度和临界尺寸共同影响最大周向应力, 为此, 引入相对临界尺寸  $\alpha = \sqrt{2r_c/a}$ , 将其化简为

$$(\sigma_\theta)_{max} = -\frac{3\tau_{eff}}{2\alpha} \sin \theta_0 \cos \frac{\theta_0}{2} + T_x \sin^2 \theta_0 + T_y \cos^2 \theta_0 - T_{xy} \sin 2\theta_0. \quad (12)$$

有学者认为  $\alpha$  也是材料的特征属性<sup>[26]</sup>, 实质上将其认为是一定裂缝尺度情况下的特征属性更为合适。

## 2 含中心裂缝压实黏土单轴压缩试验

### 2.1 试验材料及试验方法

为查明压实黏土压剪断裂特性并验证压剪张拉起裂准则的适用性, 开展了含中心裂缝压实黏土单轴试验。试验土料选自重庆某建筑工地, 液限  $w_L$  为 50%,  $w_L$  为 30%。根据土料的击实曲线, 含水率取 16.6%, 干密度取  $1.66 \text{ g/cm}^3$ 。压实黏土强度特性如表 1 所示, 根据 Wang 等<sup>[27]</sup>研究成果, 采用了半圆弯曲、直裂缝半圆弯曲试样, 分别测定了土体的抗拉强度和断裂韧度; 采用直剪试验测定了土体的抗剪强度。

表 1 试验土料强度特性

Table 1 Strength properties of test clay

$K_{IC}/(\text{kPa} \cdot \text{m}^{0.5})$	$\sigma/\text{kPa}$	$c/\text{kPa}$	$\phi/(^\circ)$
17	62	68	22

含裂缝试样的制备过程如下: 如图 3 所示, 在自制的立方体容器中预先放置中心裂缝垫块(厚度在 2.5 mm 左右), 通过旋转垫块, 即可使得含非闭合裂缝压实黏土试样在击实过程中形成, 试样尺寸为 100 mm×100 mm×100 mm。由于垫块存在, 无法采用普通击实锤, 需采用更小的击实工具进行局部击实。

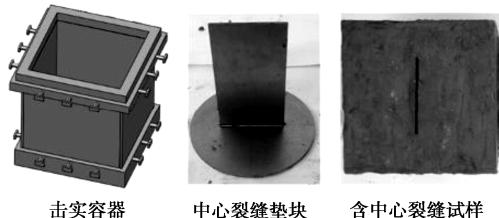


图 3 含中心裂缝压实黏土试样制备

Fig. 3 Preparation of compacted clay sample with inclined crack

以往关于土体中闭合裂缝的预制鲜有报道, 在岩石、混凝土断裂研究中, 常采用预埋钢片或内部充填材料等方法实现闭合裂缝预制。对于第一种方法, 裂缝面和钢片间很可能存在一定空隙<sup>[28]</sup>, 故本文采用了充填方法预制了土体的闭合裂缝。本文充填材料选用石蜡, 待非闭合裂缝试样制备完成后, 将加热后的液相石蜡通过漏斗倒入非闭合裂缝中, 待石蜡从液相转变为固相后, 即可完成闭合裂缝的预制。

根据石蜡基本特性, 其体积膨胀系数为  $0.76 \times 10^{-3}/\text{°C}$ , 熔点为 52°C。在实验室条件下(室温 20°C)其液相和固相转变的温差为 32°C。考虑极端情况, 假定温差为 80°C, 计算得到其体积收缩率为 6%, 线收缩率为 2%。对于本文试样尺寸, 石蜡从液相转变为固相时厚度方向上的收缩量仅为 0.06 mm 左右, 石蜡冷缩作用对试验结果的影响可忽略。通过后文结果也可知, 在闭合裂缝端部起裂前, 石蜡和土体必然完全接触。在试验前对 10 个试样进行了摩擦试验<sup>[29]</sup>, 测

定了压实黏土与固相石蜡之间的摩擦系数  $\mu$ , 平均值为 0.38。

待含中心裂缝压实黏土试样制备完后, 将其放置于仪器加载板, 于加载板涂抹凡士林减小摩擦, 以 0.8 mm/min 加载速率进行等应变加载, 采用高速摄像仪对试样破坏过程进行图像捕捉, 荷载位移曲线由数据采集器接收传输至计算机。

### 2.2 单向受压条件下裂缝面应力分布状态

如图 4 所示, 在单向受压状态( $\lambda = 0$ ), 无论裂缝闭合与否, 裂缝面压应力均随  $\beta$  增大而增大, 有效剪应力随  $\beta$  增大先增大后减小。随着  $\mu$  增大, 有效剪应力逐渐减小, 最大剪应力对应的  $\beta$  逐渐减小, 在一定倾角范围有效剪应力为 0, 即  $K_{II}=0$ 。

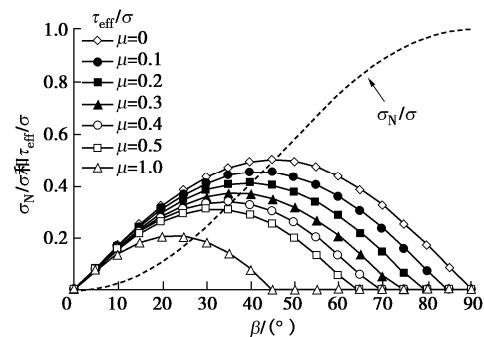


图 4 单向受压时裂缝面受力状态

Fig. 4 Stress distribution on crack surface under uniaxial compression

### 2.3 试验方案

试验方案如表 2 所示。

表 2 试验方案

Table 2 Test schemes

类型	裂缝倾角 $\beta/(^\circ)$	无量纲裂缝长度 $2a/W$
闭合	0, 15, 30, 45, 60, 75	0.5
闭合	45	0.2, 0.35, 0.65
非闭合	15, 30, 45, 60	0.5

注:  $W$  为试样的边长, 100 mm。

为查明闭合裂缝试样的压剪断裂特性, 前两组试验方案中分别考虑了 6 种裂缝倾角、4 种裂缝长度开展了试验。第三组试验方案针对 4 种裂缝倾角的非闭合裂缝试样进行了对照试验, 探究了非闭合、闭合裂缝差异化断裂行为。此外, 试验前对不含裂缝的完整试样进行了单轴试验, 峰值应力为 300 kPa。

## 3 压剪作用下压实黏土的断裂性状

### 3.1 闭合裂缝起裂特征

#### (1) 裂缝倾角的影响

图 5 为不同倾角时闭合裂缝的典型起裂特征。

当  $\beta=0^\circ$  时, 闭合裂缝面上压应力和有效剪应力均为 0, 属于压剪应力状态的临界状态。但从试验现

象来看，在试样的加载过程中观察到了端部的张拉起裂现象，起裂方向与预制裂缝方向一致。随着荷载逐渐施加，在裂缝端部以外区域会产生局部微裂隙。

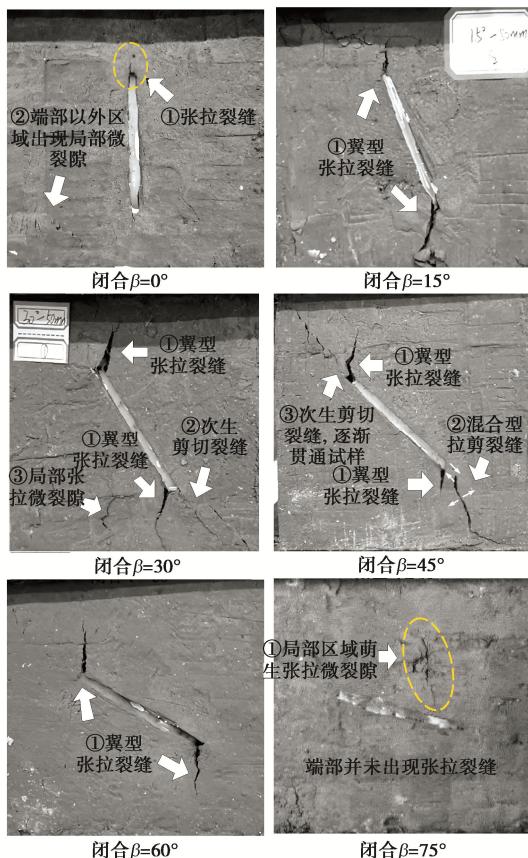


图 5 裂缝倾角对闭合裂缝起裂特征的影响 ( $2a/W = 0.5$ )

Fig. 5 Effects of  $\beta$  on initiation characteristics of closed cracks

当  $\beta = 75^\circ$  时，裂缝面有效剪应力为 0，压剪比趋于无穷大。在裂缝以外局部区域首先出现局部张拉微裂隙，随后逐步发育扩展至预制闭合裂缝中部区域。在应力达到峰值之后，由于试样中的微裂隙逐渐发育，其在闭合裂缝端部附近也会出现明显的张拉裂隙，但其开裂机制并不是由压剪闭合裂缝端部应力集中导致。

当  $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  和  $60^\circ$  时，闭合裂缝的起裂模式基本类似，均是在端部出现翼型张拉裂缝，然后张拉裂缝逐渐朝大主应力方向（单轴加载方向）扩展。在  $\beta = 30^\circ$  和  $45^\circ$  时，部分试样的裂缝端部出现了次生剪切裂缝，与光滑的翼型张拉裂缝不同，剪切裂缝往往较为粗糙，且伴随着局部碎屑剥落现象。从图 5 中可发现，宏观剪切裂缝并不是一条光滑的直线，而是类似于锯齿状的波浪线，在细观层面，宏观剪切裂缝是由许多拉伸微裂隙贯通形成的<sup>[29]</sup>。此外，在  $\beta = 45^\circ$  时，还观察到混合型拉剪裂缝，其发展过程是端部先产生剪切裂缝，随后转变为张拉裂缝。

## (2) 裂缝长度的影响

图 6 为不同裂缝长度的闭合裂缝起裂特征。

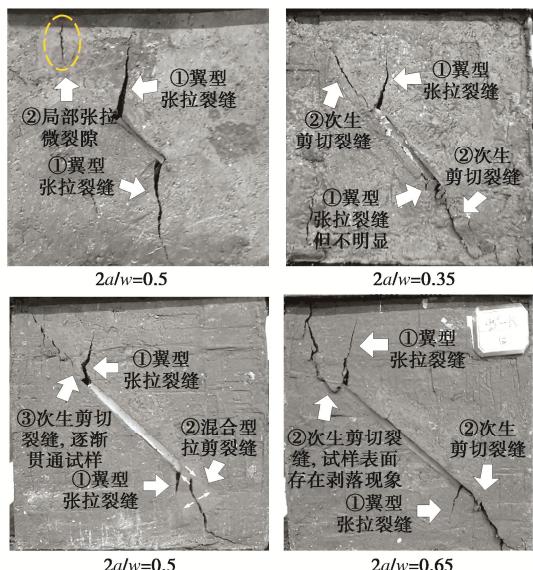


图 6 裂缝长度对闭合裂缝起裂特征的影响 ( $\beta = 45^\circ$ )

Fig. 6 Effects of  $2a$  on initiation characteristics of closed cracks

当  $2a/W = 0.2$  时，翼型张拉裂缝逐渐扩展至贯穿试样，加载至一定时，裂缝端部以外局部区域会出现一些张拉微裂隙。当  $2a/W = 0.35 \sim 0.65$  时，在翼型张拉裂缝扩展过程中，大部分试样都出现了次生裂缝，且次生剪切裂缝占多数，扩展方向与预制裂缝共面或近似共面。当次生剪切裂缝发展过程受阻时，可能会转变为张拉裂缝，如图 6 中  $2a/W = 0.5$  试样产生的混合型拉剪裂缝。除  $2a/W = 0.2$  外，试样的最终破坏面多为带擦痕的剪切破裂面，在  $2a/W = 0.65$  时尤为明显。

## 3.2 非闭合裂缝起裂特征

如图 7 所示，与闭合裂缝试样类似，非闭合裂缝试样均是在端部首先产生翼型张拉裂缝。在  $\beta = 15^\circ$  时翼型裂缝将扩展至裂缝端部，贯通试样。在  $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  时，翼型裂缝扩展的同时，部分试样的裂缝端部会出现次生剪切裂缝。不过，次生剪切裂缝的方向存在一定差异，当  $\beta = 30^\circ$  和  $45^\circ$  时，剪切断裂面基本与预制裂缝近似共面，但  $\beta = 60^\circ$  时存在一定夹角。

试样的最终破坏模式存在一定差异，在  $\beta = 15^\circ$  时基本为翼型张拉裂缝扩展至贯通导致试样破坏，在  $\beta = 30^\circ$  和  $60^\circ$  时，试样破坏时破裂面通常表现为：一侧翼型张拉裂缝扩展至贯通，一侧剪切裂缝扩展至贯通。而  $\beta = 45^\circ$  时，多为剪切裂缝扩展，然后与局部剪切带贯通导致试样破坏。

根据试样的断裂特征，总结如下：当  $\beta = 15^\circ \sim 60^\circ$  时（裂缝面有效剪应力不为 0），无论裂缝闭合与否，裂缝端部均首先出现翼型张拉断裂，说明张拉断裂为压剪作用下压实黏土的起裂模式；裂缝倾角、裂缝长度对闭合裂缝起裂特征影响显著；裂缝倾角一定时，非闭合裂缝和闭合裂缝张拉起裂角存在明显差异。

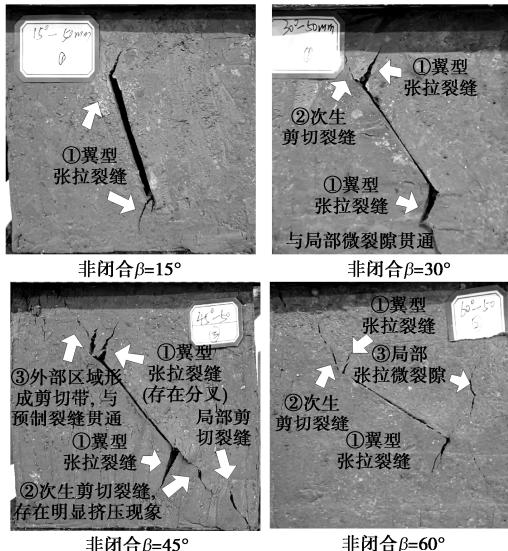
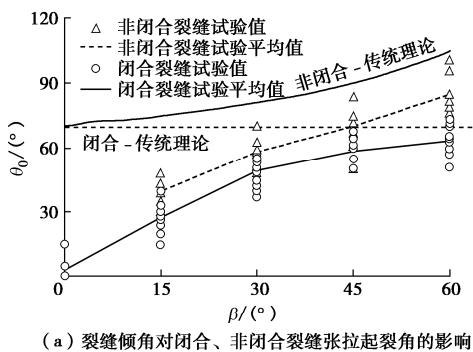
图 7 非闭合裂缝起裂特征 ( $2a/W = 0.5$ )

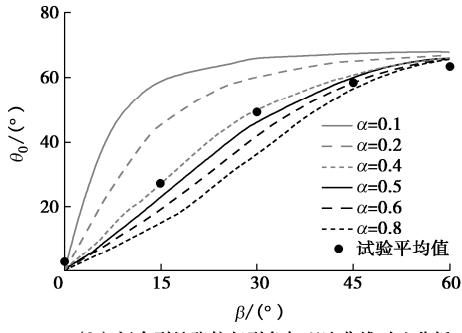
Fig. 7 Initiation characteristics of open cracks

### 3.3 张拉起裂角

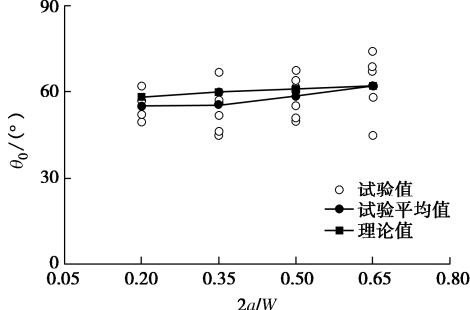
图 8 (a) 为  $2a/W = 0.5$  时不同裂缝倾角下闭合、非闭合裂缝的张拉起裂角试验结果。



(a) 裂缝倾角对闭合、非闭合裂缝张拉起裂角的影响



(b) 闭合裂缝张拉起裂角与理论曲线对比分析



(c) 裂缝长度对闭合裂缝张拉起裂角的影响

图 8 裂缝张拉起裂角试验结果

Fig. 8 Test and theoretical values of tensile initiation angle

随着裂缝倾角增加, 无论裂缝闭合与否, 张拉起裂角均逐渐增加, 非闭合裂缝的起裂角相对更大些。传统理论计算得到的闭合裂缝张拉起裂角恒等于  $70.5^\circ$ , 非闭合裂缝起裂角恒大于  $70.5^\circ$ , 与试验结果均存在较大差距。

基于压剪闭合裂缝的张拉断裂准则, 计算得到了不同相对临界尺寸  $\alpha$  时的理论曲线 ( $\mu = 0.38$ ), 如图 8 (b) 所示。从图中可知,  $\alpha = 0.4$  理论曲线与闭合裂缝试验值吻合相对良好, 根据  $\alpha = \sqrt{2r_c/a}$  反算得到本文压实黏土的  $r_c$  为 2 mm 左右。

进一步, 将  $r_c = 2$  mm 代入  $\alpha = \sqrt{2r_c/a}$  得到不同裂缝长度对应的  $\alpha$  值, 进而可计算得到  $\beta = 45^\circ$  时不同裂缝长度对应的起裂角理论值。如图 8 (c) 所示, 张拉起裂角的理论值和试验值随裂缝长度增大呈线性增大趋势, 与试验结果趋势类似。

### 3.4 峰值应力和起裂应力

图 9 给出了不同裂缝长度时的峰值应力和起裂应力的影响曲线 ( $\beta = 45^\circ$ )。随着裂缝长度增加, 起裂应力随裂缝长度呈线性减小趋势, 峰值应力随裂缝长度增加呈台阶式下降趋势。

从图 10 可知, 在  $\beta = 15^\circ \sim 60^\circ$  时, 随着裂缝倾角增加, 闭合裂缝的峰值应力先减小后增加, 在  $\beta = 30^\circ$  最小, 而非闭合裂缝的峰值应力逐渐减小。

从图 11 可知, 随着裂缝倾角增加, 闭合裂缝和非闭合裂缝的起裂应力均是先减小后增加, 起裂应力均在  $\beta = 45^\circ$  最小。当裂缝倾角相同时, 闭合裂缝的起裂应力和峰值应力均大于非闭合裂缝。

对于非闭合裂缝试样, 不同倾角时的峰值应力均小于无裂缝试样的峰值应力 (300 kPa), 体现了缺陷对材料强度的弱化效应。但多数闭合裂缝试样比无裂缝试样的峰值应力更大, 主要是因为本文中采用了石蜡模拟闭合裂缝, 相当于在缺陷中增加了比土体强度更大的材料。在  $\beta = 30^\circ$ ,  $45^\circ$  时较为特殊, 试样的破坏模式多为剪切破坏, 由于石蜡与黏土界面剪切强度较黏土更低, 峰值应力相对较低些。

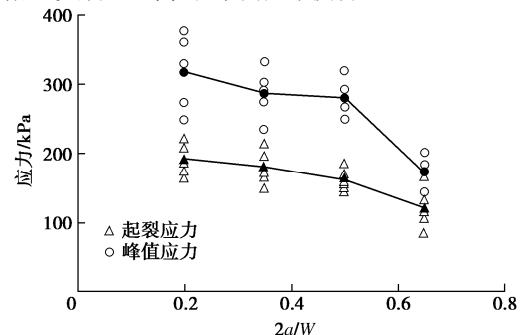


图 9 裂缝长度对闭合裂缝试样峰值应力和起裂应力的影响

Fig. 9 Effects of crack length on peak stress and initiation stress of closed crack samples

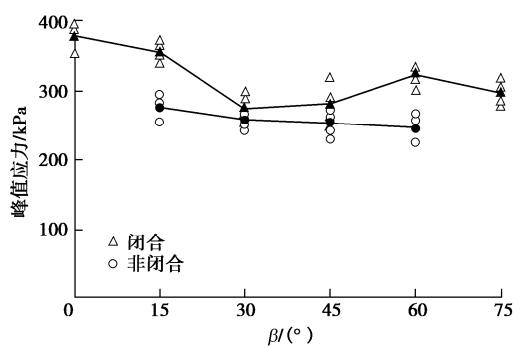


图 10 裂缝倾角对含裂缝试样峰值应力的影响

Fig. 10 Effects of angles on peak stress of fracture samples

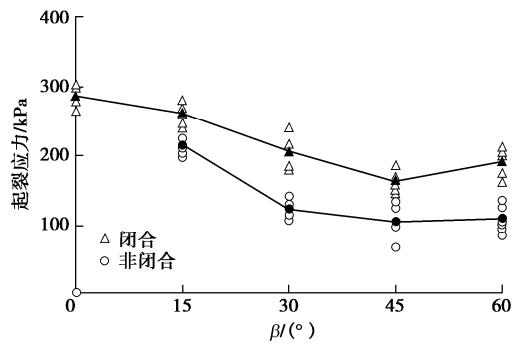


图 11 裂缝倾角对含裂缝试样起裂应力的影响

Fig. 11 Effects of angles on initiation stress of fracture samples

对于闭合裂缝试样,许多学者常采用滑动裂纹模型进行分析其峰值应力变化规律<sup>[28]</sup>:在裂隙体材料一定、裂隙长度不变的情况下,即裂隙面上有效剪应力最大时,裂隙体模型承载能力最低。根据图 4 可知,当  $\mu = 0.38$  时,峰值应力最小值对应  $\beta = 35^\circ$ ,本文闭合裂缝试样最小峰值应力出现在  $\beta = 30^\circ$ ,与理论值接近。但对于非闭合裂缝试样,由于其几何特征难以量化,无法准确定量分析其峰值应力变化规律<sup>[28]</sup>。

## 4 讨 论

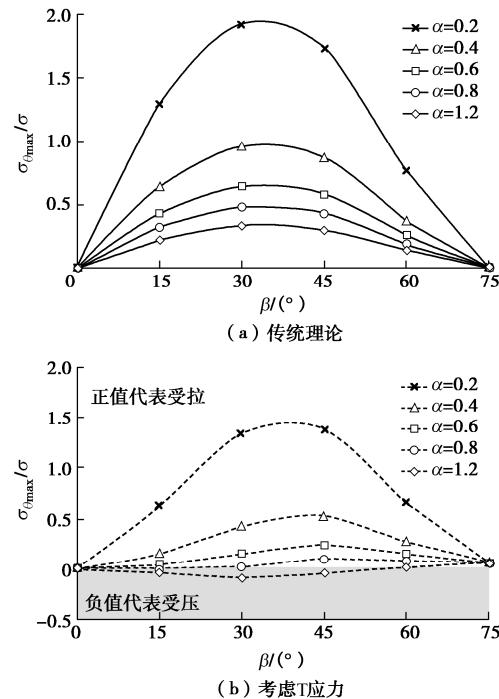
### 4.1 压剪作用下压实黏土闭合裂缝的起裂机理

如图 12 (a) 所示,采用传统理论时,裂缝尖端最大周向应力随  $\beta$  增大先增大后减小,呈典型的抛物线状,最大值出现在  $\beta = 35^\circ$  附近。随着  $\alpha$  增大,最大周向应力的变化规律不变,但其数值逐渐减小。

如图 12 (b) 所示,考虑 T 应力后,最大周向应力随  $\beta$  增大的变化规律并不一致,且最大值对应的  $\beta$  也不是定值,而是随着  $\alpha$  增大逐渐增大。当  $\alpha$  增大至一定时,部分  $\beta$  对应的最大周向应力并不为正值,即表示此时不会发生张拉断裂。

根据以上分析,可解释图 11 中裂缝长度对闭合裂缝起裂应力的影响机制:在压剪应力比一定时,裂缝长度越大(相对临界尺寸  $\alpha$  越小),导致周向应力

越大,即在发生张拉起裂所需要的应力更小。

图 12  $\alpha$  对裂缝尖端最大周向应力的影响 ( $\mu = 0.38$ )Fig. 12 Effects of  $\alpha$  on maximum tangential stress of crack tip

根据 3.3 节中的分析结果,  $2a/W = 0.5$  时(裂缝长度为  $2a = 50$  mm) 对应相对临界尺寸  $\alpha$  为 0.4 左右,反算得到的  $r_c$  约为 2 mm。从图 12 可知,  $\alpha = 0.4$  时,采用传统理论和考虑 T 应力的闭合裂缝压剪断裂准则可得,最小起裂强度对应的裂缝倾角  $\beta$  分别为  $35^\circ$  和  $43^\circ$ 。结合图 11 试验结果,  $\beta = 45^\circ$  时闭合裂缝起裂应力最小,说明了压剪闭合裂缝张拉断裂准则的合理性。

此外,当  $\alpha = 0.4$  时,  $\beta = 15^\circ \sim 60^\circ$  均存在正的周向应力,试验现象也出现了明显的张拉断裂。当  $\beta = 0^\circ$  和  $75^\circ$  时,裂缝尖端的周向应力均为 0,无法产生张拉起裂,本文  $\beta = 75^\circ$  试样观察到类似现象。不过  $\beta = 0^\circ$  时则与理论存在差异,预制裂缝端部出现了与原裂缝近似共面的张拉裂缝,原因主要是裂缝受压导致裂缝端部产生与裂缝面垂直的拉应力<sup>[30]</sup>。

### 4.2 临界尺寸 $r_c$ 经验公式的适用性

根据表 2 中的强度指标,采用式(11)计算得到的  $r_c$  值为 12 mm,而根据试验结果反分析得到的  $r_c$  值为 2 mm 左右,经验值是实际值的 6 倍,差异显著。进一步,将经验值  $r_c = 12$  mm 代入  $\alpha = \sqrt{2r_c/a}$ ,本文  $2a/W = 0.5$  试样对应的  $\alpha$  为 1.0。从图 12 (b) 可发现,当  $\alpha = 1.0$  时,在  $\beta = 15^\circ$  和  $30^\circ$  时裂缝尖端最大周向应力小于 0,不存在拉应力,然而本文试验结果中却出现了明显的张拉裂缝。由此说明,式(11)并不适用。

在 I-II 复合型断裂问题中, 以 Ayatollahi 为代表的许多学者<sup>[25, 31]</sup>认为, 采用经验公式(11)得到的GMTS 准则理论曲线与试验值通常较为接近, 近年来被广泛运用于 PMMA、沥青混凝土、岩石等材料的断裂分析。然而本文中采用式(11)得到的理论结果与试验结果差距甚远, 为探讨该问题, 笔者进行了讨论。

图 13 给出了单轴拉伸时裂缝的起裂角理论曲线(GMTS 准则)和单轴压缩时光滑闭合裂缝的起裂角理论曲线(本文准则)。不难发现, 压剪作用下  $\alpha$  对起裂角的影响较拉剪作用下敏感得多, 尤其是裂缝倾角较小时。根据 Wang 等<sup>[27]</sup>统计, 岩石材料  $K_{IC}/\sigma_t$  通常在 0.1~0.2, 根据式(11)得  $r_c$  经验值为 1.6~6.4 mm。取岩石最大值  $r_c = 6.4$  mm, 根据本文对比结果, 假定  $r_c$  的经验值为真实值的 6 倍, 当裂缝长度  $2a$  为 50 mm 时,  $\alpha$  的经验值和真实值差距  $\Delta\alpha$  为 0.4 左右。从图 13 可知, 在拉剪应力状态时,  $\Delta\alpha = 0.4$  引起的起裂角差异在 5° 左右, 而在压剪应力状态时, 其最大差异则超过了 20°。对于断裂准则的验证, 通常根据试验数据点是否“接近”理论曲线来判断, 10° 以内的起裂角差异并不明显。此外, 材料  $r_c$  基数越小,  $\Delta\alpha$  也会变小。

综上可知, 由于拉剪应力作用下  $\alpha$  对起裂角的影响并不敏感, 故采用式(11)得到的 GMTS 理论曲线通常与试验值较为接近。然而压剪作用下  $\alpha$  对起裂角的影响相对更敏感, 且  $K_{IC}/\sigma_t$  受到测试方法的影响, 采用经验公式(11)估算得到的  $r_c$  存在较大不确定性, 难以获得满意的预测结果。现阶段只有通过试验证实的方法, 进而获取满足要求的  $r_c$ 。由于在裂缝倾角较小时  $\alpha$  对结果影响更敏感, 今后试验中只需取  $\beta = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  3 种典型角度即可快速确定  $r_c$  的取值范围。

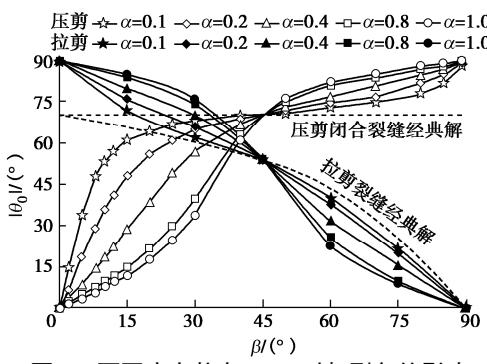


图 13 不同应力状态下  $\alpha$  对起裂角的影响

Fig. 13 Effects of  $\alpha$  on initiation angle under different stress states

#### 4.3 非闭合与闭合裂缝的差异化断裂行为解释

经典复合型断裂研究中并不涉及裂缝闭合问题, 通常将其视为数学裂缝(宽度趋于 0), 以裂缝端部起裂为前提假设建立相应的断裂准则。

如前文所述, 压剪裂缝通常被考虑成非闭合和闭合两种情况, 其中, 对  $K_I$  变号处理实际上仍是将压剪非闭合裂缝认为是数学裂缝, 并未考虑其几何特性。也就是说, 从裂缝形态上看, 光滑闭合裂缝和非闭合裂缝区别仅在于接触与否, 但两者的  $K_I$  存在明显差异。

本文尝试性地引入 T 应力(只考虑  $T_x$ ), 建立了非闭合裂缝压剪张拉断裂准则, 其中, 非闭合裂缝周向应力可表示为

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I(1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] + T_x \sin^2 \theta, \quad (13)$$

结合式(3), (7), (8), 即可进行断裂分析。

图 14 中给出了两种理论计算得到的闭合裂缝和非闭合裂缝的起裂角理论曲线。为进行对比讨论, 选取本文  $2a = 50$  mm,  $\beta = 15^\circ \sim 60^\circ$  的闭合、非闭合裂缝试验结果。同时, 增加了 Bobet 经典石膏单轴试验结果<sup>[32]</sup>, 其试验中同时考虑了闭合、非闭合裂缝试样, 相关参数如下:  $2a = 12.7$  mm,  $r_c = 0.22$  mm ( $\alpha = 0.26$ ), 闭合裂缝面摩擦系数  $\mu = 0.3$ 。

对于闭合裂缝试验结果, 考虑 T 应力的闭合裂缝压剪张拉断裂准则均能与 Bobet 和本文结果吻合良好, 充分说明了其合理性。此外, 图 14(a), (b) 中均给出了光滑闭合裂缝的理论曲线, 相对于粗糙闭合裂缝, 其起裂角明显更大。

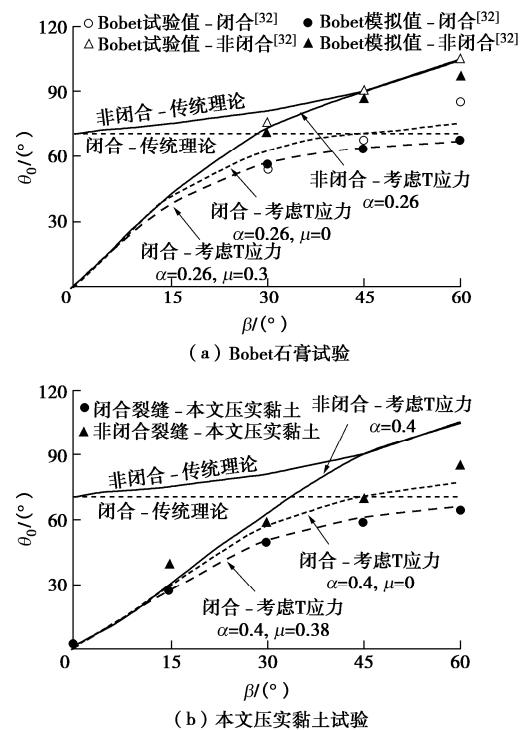


图 14 非闭合裂缝和光滑闭合裂缝的张拉起裂角

Fig. 14 Initiation angles of open cracks and smoothly closed cracks

考虑  $T_x$  后, 非闭合裂缝的起裂角理论曲线也得到了改善, 在  $\beta = 0^\circ \sim 45^\circ$  范围起裂角明显较传统理论曲线更小, 但整体上仍比光滑闭合裂缝的起裂角更大, 且随着  $\beta$  增大差距越大。虽然从裂缝形态上来看, 非闭合裂缝(数学裂缝)无限接近光滑闭合裂缝, 但两者理论结果的差异是显著的。

此外, 考虑 T 应力的非闭合裂缝起裂角理论曲线与 Bobet 石膏试验结果吻合程度良好, 但与本文试验数据吻合程度较差。主要原因是: 室内断裂试样的非闭合裂缝通常存在一定张开度, 与数学裂缝的假设存在差异。此外, 过大的张开度不仅会影响裂缝尖端周向应力大小, 而且还会影响其起裂位置<sup>[28]</sup>。本文试样裂缝宽度为 2.5 mm, 而 Bobet 试验中仅为 0.1 mm, 更贴近数学裂缝的假设, 故其试验值与理论值吻合较好。

## 5 结 论

(1) 无论裂缝闭合与否, 压剪作用下裂缝端部总是首先出现翼型张拉裂缝。裂缝倾角增大, 非闭合裂缝和闭合裂缝的起裂角均逐渐增大, 非闭合裂缝起裂角相对更大些; 裂缝倾角一定时, 裂缝长度越大, 闭合裂缝起裂角越大。

(2) 闭合裂缝试样的峰值、起裂应力均随裂缝倾角增加先减小后增大, 分别在  $\beta = 30^\circ$  和  $45^\circ$  达到最小; 随着裂缝长度增加, 闭合裂缝的峰值应力和起裂应力均逐渐减小。对于非闭合裂缝试样, 随着裂缝倾角增加, 峰值应力逐渐减小, 起裂应力则先减小后增大。

(3) 基于考虑 T 应力的闭合裂缝压剪张拉起裂准则, 解释了裂缝倾角、裂缝长度对张拉起裂角、起裂应力的影响规律。通过试验反分析, 本文压实黏土试样的临界尺寸  $r_c$  为 2 mm 左右, 与经验公式  $r_c = (2\pi)^{-1}(K_{lc}/\sigma_t)^2$  得到的 12 mm 存在较大差异。

(4) 压剪作用下  $\alpha$  对断裂行为的影响较拉剪作用下敏感得多, 采用经验公式计算  $r_c$  存在较大不确定性。关于  $r_c$  的取值方法尚无合理的理论依据, 采用试验证实的方式是现阶段唯一有效手段。

(5) 引入 T 应力, 尝试性地建立了非闭合裂缝的压剪张拉起裂准则, 讨论了非闭合裂缝与闭合裂缝的差异化断裂行为。通过与 Bobet 经典石膏试验、本文试验结果对比分析可知, 由于室内断裂试样的非闭合裂缝往往存在一定宽度, 与理论假设中的数学裂缝不吻合, 导致理论值与试验值存在差异。

## 参 考 文 献:

- [1] 张丙印, 温彦锋, 朱本珍. 土工构筑物和边坡工程发展综述——作用机理与数值模拟方法[J]. 土木工程学报, 2016,

**49**(8): 1 - 15. (ZHANG Bing-yin, WEN Yan-feng, ZHU Ben-zhen, et al. Development review of geotechnical structures and slope engineering-action mechanism and numerical simulation method[J]. Chinese Journal of Civil Engineering, 2016, **49**(8): 1 - 15. (in Chinese))

- [2] 吉恩跃, 陈生水, 傅中志. 土心墙堆石坝坝顶裂缝扩展有限元模拟[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(增刊 2): 17 - 21. (JI En-yue, CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi. Numerical simulation of crest cracks in an earth core rockfill dam using extended finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(S2): 17 - 21. (in Chinese))
- [3] 凌 华, 王 伟, 王 芳. 砾石土心墙料水力劈裂试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(8): 1444 - 1448. (LING Hua, WANG Wei, WANG Fang. Experimental study on hydraulic fracture of gravelly soil core[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(8): 1444 - 1448. (in Chinese))
- [4] CAMP S, GOURC J P, PLE O. Landfill clay barrier subjected to cracking: multi-scale analysis of bending tests[J]. Applied Clay Science, 2010, **48**(3): 384 - 392.
- [5] SKEMPTON A W, SCHUSTER R L, PETLEY D J, et al. Joints and fissures in the london clay at wraysbury and edgware[J]. Géotechnique, 1970, **20**: 208 - 209.
- [6] THUSYANTHAN N I, TAKE W A, MADABHUSHI S P G, et al. Crack initiation in clay observed in beam bending[J]. Géotechnique, 2007, **57**(7): 581 - 594.
- [7] WANG J J, ZHU J G, CHIU C F, et al. Experimental study on fracture toughness and tensile strength of a clay[J]. Engineering Geology, 2007, **94**(1/2): 65 - 75.
- [8] RAO Q, SUN Z, STEPHANSSON O, et al. Shear fracture (Mode II) of brittle rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**(3): 355 - 375.
- [9] JI W, PAN P, LIN Q, et al. Do disk-type specimens generate a mode II fracture without confinement?[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2016, **87**: 48 - 54.
- [10] LIN H, YANG H T, WANG Y X, et al. Determination of the stress field and crack initiation angle of an open flaw tip under uniaxial compression[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2019, **104**: 102358.
- [11] 郑安兴, 罗先启. 压剪应力状态下岩石复合型断裂判据的研究[J]. 岩土力学, 2015(7): 1892 - 1898. (ZHENG An-xing, LUO Xian-qi. Research on combined fracture criterion of rock under compression-shear stress[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015(7): 1892 - 1898. (in Chinese))

- [12] 高赛红, 曹平, 汪胜莲. 水压力作用下岩石中 I 和 II 型裂纹断裂准则[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, **43**(3): 1087 - 1091. (GAO Sai-hong, CAO Ping, WANG Sheng-lian. Analysis of fracture criterion of I and II type of crack in rock masses under hydraulic pressure[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, **43**(3): 1087 - 1091. (in Chinese))
- [13] ZHAO Y, WANG Y, TANG L. The compressive-shear fracture strength of rock containing water based on Druker-Prager failure criterion[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2019, **12**(15): 452.
- [14] 周家文, 徐卫亚, 石崇. 基于破坏准则的岩石压剪断裂判据研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007(6): 1194 - 1201. (ZHOU Jia-wen, XU Wei-ya, SHI Chong. Investigation on compression-shear fracture criterion of rock based on failure criteria[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007(6): 1194 - 1201. (in Chinese))
- [15] 李世愚, 和泰名, 尹祥础. 岩石断裂力学导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010. (LI Shi-yu, HE Tai-ming, YIN Xiang-chu. Introduction of Rock Fracture Mechanics[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2010.)
- [16] ZHANG X, WONG L N Y. Cracking processes in rock-like material containing a single flaw under uniaxial compression: a numerical study based on parallel bonded-particle model approach[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, **45**(5): 711 - 737.
- [17] SMITH D J, AYATOLLAHI M R, PAVIER M J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading[J]. Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures, 2001, **24**(2): 137 - 150.
- [18] LIU H. Wing-crack initiation angle: a new maximum tangential stress criterion by considering T-stress[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, **199**: 380 - 391.
- [19] 朱俊高, 王俊杰, 张辉. 土石坝心墙水力劈裂机制研究[J]. 岩土力学, 2007(3): 487 - 492. (ZHU Jun-gao, WANG Jun-jie, ZHANG Hui. Study on mechanism of hydraulic fracturing in core of earth-rockfill dam[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007(3): 487 - 492. (in Chinese))
- [20] 王俊杰. 基于断裂力学的土石坝心墙水力劈裂研究[D]. 南京: 河海大学, 2005. (WANG Jun-jie. Study on Hydraulic Fracturing in Core of Earth-Rock Fill Dam Based on Fracture Mechanics[D]. Nanjing: Hohai University, 2005. (in Chinese))
- [21] WILLIAMS J G, EWING P D. Fracture under complex stress—the angled crack problem[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1972, **8**(4): 441 - 446.
- [22] ALIHA M R M, AYATOLLAHI M R. Two-parameter fracture analysis of SCB rock specimen under mixed mode loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2013, **103**: 115 - 123.
- [23] TANG S B, BAO C Y, LIU H Y. Brittle fracture of rock under combined tensile and compressive loading conditions[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, **54**(1): 88 - 101.
- [24] SCHMIDT R. A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing[J]. US Symposium on Rock Mechanics, 1980, **18**(5): 581 - 590.
- [25] AYATOLLAHI M R, ALIHA M R M. On the use of Brazilian disc specimen for calculating mixed mode I-II fracture toughness of rock materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, **75**(16): 4631 - 4641.
- [26] 赵彦琳, 范勇, 朱哲明, 等. T 应力对闭合裂纹断裂行为的理论和实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(6): 1340 - 1349. (ZHAO Yan-lin, FAN Yong, ZHU Ze-ming, et al. Analytical and experimental study on the effect of T-stress on behavior of closed cracks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(6): 1340 - 1349. (in Chinese))
- [27] WANG J J, HUANG S Y, GUO W L, et al. Experimental study on fracture toughness of a compacted clay using semi-circular bend specimen[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, **224**: 106814.
- [28] 蒲成志, 杨仕教, 张春阳. 张开度影响的裂隙体破断机制探讨 [J]. 岩土工程学报, 2019(10): 1836 - 1844. (PU Cheng-zhi, YANG Shi-jiao, ZHANG Chun-yang. Fracture mechanism of fracture body affected by opening degree[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019(10): 1836 - 1844. (in Chinese))
- [29] 郭少华. 岩石类材料压缩断裂的实验与理论研究[D]. 长沙: 中南大学, 2003. (GUO Shao-hua. The Experimental and Theoretical Investigation on Fracture of Rock-Type Materials under Compressive Loading[D]. Changsha: Central South University, 2003. (in Chinese))
- [30] MUSKHELISHVILI N. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity[M]. Leyden: Noordhoff, 1953.
- [31] HUA W, DONG S, FAN Y, et al. Investigation on the correlation of mode II fracture toughness of sandstone with tensile strength[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2017, **184**: 249 - 258.
- [32] BOBET A. The initiation of secondary cracks in compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2000, **66**(2): 187 - 219.