

DOI: 10.11779/CJGE202103002

# 多形态贯通型岩体结构面宏细观剪切力学行为研究

刘新荣<sup>1, 2, 3</sup>, 许彬<sup>\*1, 2, 3</sup>, 黄俊辉<sup>1</sup>, 蔺广义<sup>1</sup>, 周小涵<sup>1, 2</sup>, 王继文<sup>1</sup>, 熊飞<sup>1</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 库区环境地质灾害防治国家地方联合工程研究中心, 重庆 400045;

3. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室(重庆大学), 重庆 400045)

**摘要:** 采用室内直剪试验和 PFC<sup>2D</sup> 离散元程序, 系统地研究了考虑一阶(二阶)起伏体影响的贯通型锯齿状(波浪状)岩体结构面宏细观剪切力学行为。研究表明: ①相同法向压力下, 结构面宏观损伤质量、峰值剪应力(位移)及应力降随一阶起伏角变大而分别增大、近似线性增大(减小)及先增大后减小; 相同一阶起伏角下, 其则随法向压力变大而分别增大、均近似线性增大及增大(锯齿状)或先增大后减小(波浪状)。②结构面宏细观损伤演化过程经历初始压密非线性变形(压密效应)、近似线弹性压剪变形(爬坡效应)、缓慢压剪断裂非线性变形(爬坡-啃断效应)、应力脆性跌落塑性变形(啃断效应)及理想塑性流动变形(滑移效应)5个发展阶段。③结构面宏细观剪切破坏模式可概括为压密-爬坡破坏、爬坡-啃断破坏及啃断-滑移破坏3种基本类型; 结构面细观损伤裂纹数量(能量)演化曲线均呈初期微增、中期陡增及后期缓增的阶段性变化特征, 且细观损伤颗粒近似呈“梯形面状”分布于结构面附近。④根据极限平衡法和强度折减法, 通过岩质边坡算例稳定性分析验证了结构面剪切强度估算公式的合理性。

**关键词:** 岩体结构面形态; 直剪试验; PFC<sup>2D</sup>; 宏细观剪切力学行为; 剪切强度估算公式

**中图分类号:** TU45      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2021)03-0406-10

**作者简介:** 刘新荣(1969—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程的教学与科研工作。E-mail: liuxrong@126.com。

## Macro-meso shear mechanical behaviors of coalescent rock joints with different morphologies

LIU Xin-rong<sup>1, 2, 3</sup>, XU Bin<sup>1, 2, 3</sup>, HUANG Jun-hui<sup>1</sup>, LIN Guang-yi<sup>1</sup>, ZHOU Xiao-han<sup>1, 2</sup>, WANG Ji-wen<sup>1</sup>, XIONG Fei<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. National Joint Engineering Research Center for Prevention and Control of Environmental Geological Hazards in the TGR Area, Chongqing 400045, China; 3. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area (Chongqing University), Ministry of Education, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** To investigate the macro-meso shear mechanical behaviors of coalescent saw-tooth (wavy) rock joints considering the impact of the first-order (second-order) asperities, the laboratory direct shear tests and PFC<sup>2D</sup> numerical simulations are conducted. The results indicate that: (1) The macro-damage mass increases, the peak shear stress (displacement) approximately linearly increases (decreases) and the stress drop increases first then decreases as the first-order undulant angle increases under the same normal stress. The macro-damage increases, the peak shear stress (displacement) approximately linearly increases, and the stress drop increases (saw-tooth) or increases first then decreases (wavy) as the normal stress increases under the same first-order undulant angle. (2) There are five stages in the macro-meso damage evolution process, i.e., initial nonlinear deformation (compacting effect), approximately linear-elastic deformation (climbing effect), nonlinear deformation due to compression-shear fracture (climbing-gnawing effect), plastic deformation due to a drop in the brittle stress (gnawing effect) and ideal plastic flow deformation (sliding effect). (3) The macro-meso shear failure modes include compacting-climbing failure, climbing-gnawing failure and gnawing-sliding failure. The curves of the meso-damage crack quantity (energy) include three stages, i.e., a slight, steep and slow increase in the initial, middle and later stages, respectively, and the meso-damage particles are distributed near the rock joints in an approximately “trapezoidal-shape”. (4) According to the limit equilibrium and strength reduction methods, the rationality of shear strength estimation formulas for the rock joints is verified through the stability analysis of rock slope examples.

**Key words:** morphology of rock joints; direct shear test; PFC<sup>2D</sup>; macro-meso shear mechanical behavior; shear strength estimation formula

基金项目: 国家自然科学基金项目(41972266, 41772319); 国家重点研发计划项目(2018YFC1504802); 重庆市博士后科研基金项目(cstc2019jcyj-bshX0072); 重庆市研究生科研创新项目(CYS19005)

收稿日期: 2020-06-15

\*通信作者(E-mail: geotechnicale2016@163.com)

## 0 引言

一般地, 岩体自身含有诸如节理、断层、裂隙及薄弱层等结构面, 其剪切力学行为与完整岩体差异显著且对岩体结构稳定性起重要作用<sup>[1]</sup>。岩体结构面剪切力学行为极为复杂, 其通常受岩石类型、风化程度、尺寸(形态)、法向压力及含水率等因素影响<sup>[2]</sup>。特别地, 岩体结构面形态是影响其剪切力学行为的关键因素<sup>[3]</sup>, 探究特定荷载条件下多形态岩体结构面剪切力学行为对评价边坡、基坑、隧道及大坝等地表和地下岩体工程稳定性具有重要理论和现实意义。

较早的, Patton<sup>[4]</sup>首次使用物理模型系统地研究了岩体结构面形态对其剪切力学行为的影响, 并用一阶和二阶起伏体分别表征起伏度和粗糙度; Barton<sup>[5]</sup>、Hoek 等<sup>[6]</sup>及 Bandis 等<sup>[7]</sup>指出剪切变形较大或高法向应力时岩体结构面剪切力学行为主要受一阶起伏体控制, 反之则受二阶起伏体支配。由此表明研究岩体结构面剪切力学行为时考虑起伏度(一阶起伏体)、粗糙度(二阶起伏体)及法向压力的影响十分必要。基于此, Seidel 等<sup>[8]</sup>以混凝土浇筑成型的岩体结构面为研究对象, 探讨了能量原理在节理岩体抗滑力中的应用; 朱小明等<sup>[9]</sup>通过常法向荷载剪切试验探究了以石膏浇筑成型的含一阶(二阶)起伏体的节理岩体剪切强度特性; 周辉等<sup>[10]</sup>通过倾斜试验探讨了不同一阶起伏体高度的大理岩锯齿状结构面剪切力学行为; Liu 等<sup>[11]</sup>通过峰前循环剪切试验研究了含一阶(二阶)起伏体的砂岩锯齿状结构面累积损伤特征。目前, 大多学者通常以人工混合材料制作而成的物理模型研究岩体结构面剪切力学行为, 且结构面形态较单一(多为锯齿状)。此外, 细观颗粒流数值模拟方法可直观准确地获取剪切全过程中岩体结构面裂纹萌生、扩展和贯通(数量变化)及凸台(微凸体)磨损、局部破坏和完全断裂(能量变化)的渐进性损伤演化规律等实时信息。特别地, 黄达等<sup>[12]</sup>应用 PFC<sup>2D</sup>程序探究了一阶起伏角和法向压力对贯通型锯齿状岩体结构面剪切变形和强度的影响规律; 王刚等<sup>[13]</sup>利用 PFC<sup>2D</sup>程序探讨了不同粗糙度系数的岩体结构面在多种荷载边界条件下的剪切损伤演化规律和破坏机制。总体上, 大多学者均以静力(循环)直剪试验和细观颗粒流数值模拟方法作为研究岩体结构面剪切力学行为的通用手段, 且有关以天然岩石加工成型的物理模型为研究对象, 并考虑起伏度和粗糙度影响的多形态贯通型岩体结构面宏细观剪切力学行为的研究文献鲜有报道。

鉴于此, 基于已有研究<sup>[1-2, 11, 14]</sup>, 开展了室内恒定法向荷载(CNL)条件下的单向静力直剪试验, 分析了考虑一阶(二阶)起伏体影响的贯通型锯齿状(波

浪状)岩体结构面宏观损伤质量变化规律、剪切强度与变形特征及剪切力学行为影响因素, 并揭示了结构面宏观损伤演化过程和破坏模式。采用 PFC<sup>2D</sup>离散元法(PFC<sup>2D</sup> DEM)动态模拟了典型直剪试验全过程, 分析了结构面细观损伤裂纹数量(细观损伤能量)变化规律, 对比了结构面宏细观损伤演化过程及其退化机理, 并提出了结构面剪切强度估算公式且通过极限平衡法和强度折减法验证了其合理性。研究成果丰富了岩体结构面剪切力学行为研究理论, 并可为岩质边坡稳定性评价提供参考价值。

## 1 室内直剪试验设计

### 1.1 试验材料

三峡库区自 2003 年蓄水以来, 在极为普遍地分布于该区域的层状岩质边坡中类型多、规模大且危害重的地质灾害时有发生<sup>[14]</sup>。特别地, 此类边坡不乏含有锯齿状和波浪状形态的贯通型结构面<sup>[15]</sup>(见图 1, 地理底图源自 <http://city.sina.com.cn>), 其具有较大空间延伸度, 绝大多数滑体密集发育于此。本次直剪试验所采用的材料为取自于三峡库区巫山段某滑坡现场的灰岩(见图 1); 特别地, 采用高压水射流切割机和岩石取芯(打磨)机等设备将灰岩原样加工成满足试验要求的标准试件(见图 1), 并通过室内物理力学特性试验测定其力学参数(即密度、抗压强度、弹性模量、泊松比、黏聚力及内摩擦角分别为  $2.65 \text{ g/cm}^3$ ,  $57.26 \text{ MPa}$ ,  $6600 \text{ MPa}$ ,  $0.24$ ,  $5260 \text{ kPa}$  及  $44.53^\circ$ ), 为后续开展的室内直剪试验和 PFC<sup>2D</sup>细观颗粒流数值模拟提供理论依据。



图 1 现场取样、试件加工及力学参数确定

Fig. 1 On-site sampling, processing of specimens and determination of mechanical parameters

### 1.2 试验模型设计与制作

本次直剪试验充分考虑岩体结构面形态特征后将其概化设计为如图 2 所示的试验模型。其中, 锯齿状

和波浪状结构面起伏度以一阶起伏体（周期性三角形和光滑波纹凸台）表征，且锯齿状结构面粗糙度以二阶起伏体（三角形微凸体）表征。特别地，参考相关文献[16]，综合考虑试验设备和试件加工条件，最终确定的试验模型几何尺寸（见图 2）为： $L=30\text{ mm}$ 、 $l=15\text{ mm}$ 、 $h=d=50\text{ mm}$ 、 $\alpha_1=30^\circ$ 、 $\alpha_2=45^\circ$ 、 $\alpha_3=60^\circ$  及  $\beta=45^\circ$ 。此外，对据该几何尺寸加工成型的标准试件进行拼接组合（确保结构面上下两侧充分接触），并对各类试验模型进行编号（TM-1~TM-6）（见图 2）。

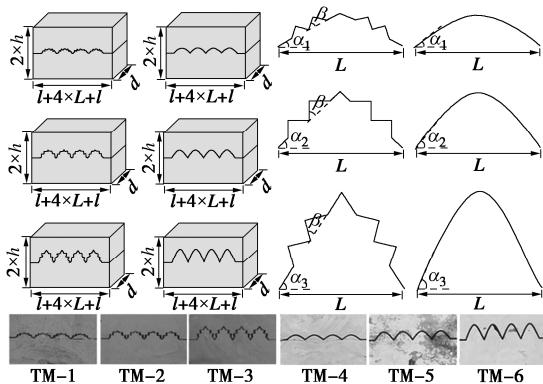


图 2 试验模型概化设计示意图与实物图

Fig. 2 Schematic diagrams of general design of the test models and the physical diagrams

### 1.3 试验工况

本次直剪试验针对两种不同的岩体结构面形态（锯齿状和波浪状），充分考虑了起伏度（一阶起伏角）、粗糙度（二阶起伏角）及法向压力变化对其宏观剪切力学行为的影响，其具体试验工况如表 1 所示。

表 1 室内试验工况

Table 1 Laboratory test conditions

| 工况<br>编号 | 结构面<br>形态 | 一阶起伏角<br>$/(^{\circ})$ | 二阶起伏角<br>$/(^{\circ})$ | 法向压力<br>$/\text{MPa}$ |
|----------|-----------|------------------------|------------------------|-----------------------|
| #1       |           | 30                     |                        | 3.0                   |
| #2       |           | 45                     |                        | 1.5                   |
| #3       | 锯齿状       | 45                     | 45                     | 3.0                   |
| #4       |           | 45                     |                        | 4.5                   |
| #5       |           | 60                     |                        | 3.0                   |
| #6       |           | 30                     |                        | 3.0                   |
| #7       |           | 45                     |                        | 1.5                   |
| #8       | 波浪状       | 45                     | 0                      | 3.0                   |
| #9       |           | 45                     |                        | 4.5                   |
| #10      |           | 60                     |                        | 3.0                   |

### 1.4 试验设备与加载方案

本次直剪试验所采用的设备主要包括加载系统、数据采集系统、监测系统及剪切装置（见图 3）。其中，加载系统为“重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室”的 WDAJ-600 型微机控制电液伺服岩石剪切流变试验机，其轴（切）向最大试验力和位移行程分别为 600 kN 和 100 mm、试验力和位移加载速率分别为 0.1~100 kN/min 和 0.001~10 mm/min，且试

验力通过活塞式油缸进行单向或双向加载，而测力和位移传感元件分别为负荷式和磁致式传感器；数据采集系统包括多通道智能数据采集仪和电脑；监测系统包括高速摄像机和电脑；剪切装置为自主研发设计的可视化、可拆卸及便携式剪切盒，可透过钢化玻璃窗口实时地观察和拍摄结构面宏观剪切损伤演化过程。

特别地，以一阶（二阶）起伏角为  $45^\circ$  的锯齿状结构面直剪过程为例（见图 3）：加载前，在剪切盒上下盘接触面均匀涂抹润滑剂（凡士林）以降低摩阻力，并使试验机轴（切）向刚性加载头、端头及底座与剪切盒相应位置对中；加载时，首先以试验力加载方式施加法向压力（加载速率为 0.5 kN/min）直至目标值，然后维持 CNL 加载条件，最后以位移加载方式施加剪切荷载（加载速率为 0.5 mm/min）直至结构面损伤破坏；终止加载，取下试验模型，称量结构面因断裂和磨损产生的典型散状块体、岩粒及碎屑质量。

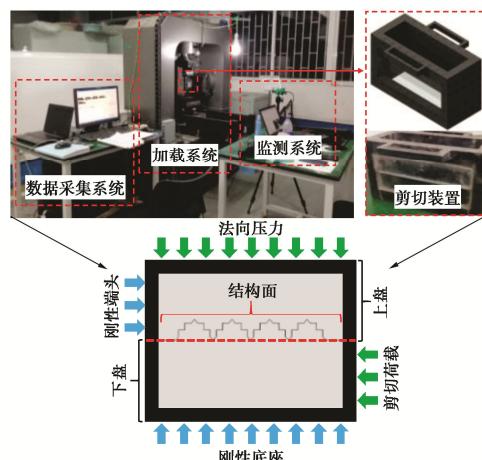


图 3 试验设备与加载示意图

Fig. 3 Schematic diagrams of test facilities and loading

## 2 试验结果与分析

### 2.1 宏观损伤质量变化规律

图 4 为工况 #1~#10 条件下锯齿状和波浪状结构面宏观损伤质量变化曲线（含 TM-1~TM-6 的典型散状块体、岩粒及碎屑分布图）。

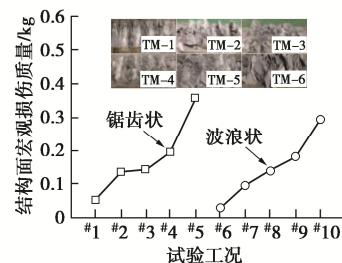


图 4 结构面宏观损伤质量变化曲线

Fig. 4 Variation curves of macro-damage mass of rock joints

由图4分析可知:对于锯齿状和波浪状结构面,相同法向压力条件下两者宏观损伤质量均随一阶起伏角增大而逐渐变大(工况#1、#3、#5及#6、#8、#10),且相同样一阶起伏角条件下两者宏观损伤质量均随法向压力增大而逐渐变大(工况#2、#3、#4及#7、#8、#9);对比工况#1和#6、#2和#7、#3和#8、#4和#9及#5和#10可得工况#1~#5较#6~#10条件下的结构面宏观损伤质量依次提高了85.71%, 40.63%, 3.60%, 6.01%及21.69%, 即总体上锯齿状结构面宏观损伤质量较波浪状结构面大, 且前者宏观剪切断裂面附近所分布的典型散状块体、岩粒及碎屑较后者破碎。

## 2.2 结构面剪切强度与变形特征

图5为锯齿状和波浪状结构面剪切应力与剪切位移关系曲线, 以工况#3和#8为例分析两类结构面在宏观直剪过程中其强度与变形的发展特征。

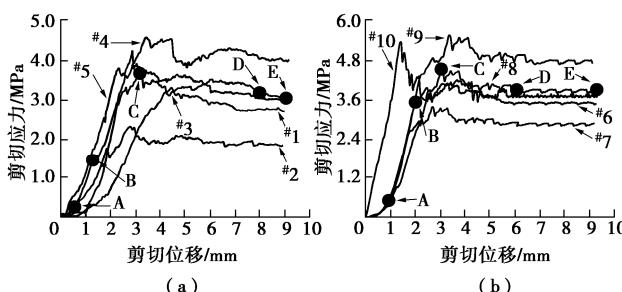


图5 结构面剪切应力与剪切位移关系曲线

Fig. 5 Relation curves between shear stress and shear displacement of rock joints

由图5分析可知:锯齿状和波浪状结构面剪切应力与剪切位移关系曲线总体上均可划分为5个发展阶段。初始加载至A阶段:结构面处于初始压密非线性变形状态(压密效应),该阶段结构面受压闭合并伴有微小法向移动分量(剪缩);AB阶段:结构面处于近似线弹性压剪变形状态(爬坡效应),该阶段锯齿状结构面受二阶起伏体影响其损伤起裂一般具有瞬时性,且其变形时长和法向移动分量(剪胀)分别较波浪状结构面短和弱;BC阶段:结构面处于缓慢压剪断裂非线性变形状态(爬坡-啃断效应),该阶段波浪状结构面一阶起伏体压剪断裂速度较锯齿状快,且两者曲线均出现突变点;CD阶段:结构面处于应力脆性跌落塑性变形状态(啃断效应),该阶段结构面峰值剪切应力发生脆性跌落且峰后变形极不规则(曲线呈波状起伏形态),同时剪胀增势减缓而一阶(二阶)起伏体折断现象显著;DE阶段:结构面处于理想塑性流动变形状态(滑移效应),该阶段结构面滞滑现象明显且残余变形过程呈理想塑性摩擦滑动特征,同时结构面抗剪力学行为主导因素发生了转变。特别地,工况#10条件下结构面剪切应力与剪切位移关系曲线的前3个

阶段划分极不明显, 其自初始加载至峰值点全过程处于近似线弹性压剪变形状态(受凸台尺寸影响)。

## 2.3 剪切力学行为影响因素分析

图6为不同一阶起伏角和法向压力条件下锯齿状和波浪状结构面峰值剪切应力 $P_{si}$ (位移 $P_{di}$ )和应力降(残余剪切应力 $R_{si}/$ 峰值剪切应力 $P_{si}$ )变化曲线, 其中,  $i=1 \sim 10$ (与工况#1~#10相对应)。

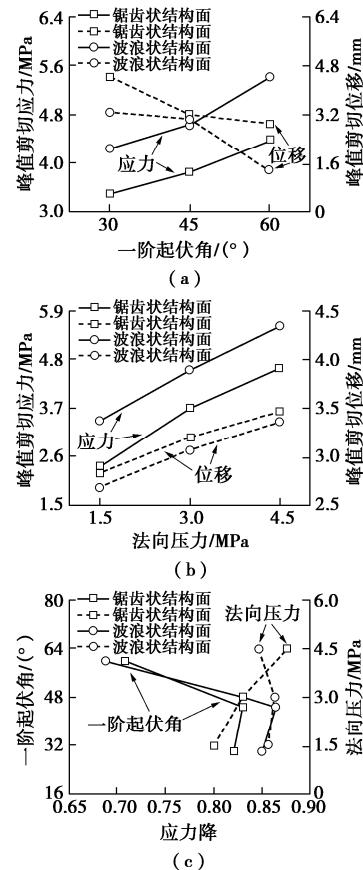


图6 各因素下结构面峰值剪切应力(位移)和应力降变化曲线

Fig. 6 Variation curves of peak shear stress (displacement) and stress drop of rock joints under different factors

由图6(a)分析可知:相同法向压力(3.0 MPa)条件下锯齿状和波浪状结构面 $P_{si}$ 均随一阶起伏角增大而逐渐呈近似线性增加趋势(两者增幅相近), 而 $P_{di}$ 则逐渐呈降低趋势(前者先陡后缓而后者先缓后陡);锯齿状结构面 $P_{si}$ 较波浪状结构面小而 $P_{di}$ 则较波浪状结构面大, 特别地, 一阶起伏角为45°时两者 $P_{di}$ 相近( $P_{d3}=3.181$  mm及 $P_{d8}=3.041$  mm)。由图6(b)分析可知:相同样一阶起伏角(45°)条件下锯齿状和波浪状结构面 $P_{si}(P_{di})$ 均随法向压力增大而逐渐以近似线性趋势增加(两者增幅相近), 且波浪状结构面 $P_{si}$ 较锯齿状结构面大而 $P_{di}$ 则较锯齿状结构面小;一般地, 锯齿状和波浪状结构面抗剪强度和剪切变形与法向压力存在密切相关性, 即低法向压力条件下结构面产生剪切变形时通常伴有微小法向移动分量(剪

胀),而高法向压力条件下结构面剪切变形则随剪切应力增大而逐渐变大,并在持续压剪复合作用下一阶起伏体沿根部被拉剪破坏而断裂,致使抗剪强度最终衰减为残余强度,且法向移动分量不明显。由图 6(c)分析可知:相同法向压力(3.0 MPa)条件下锯齿状和波浪状结构面应力降均随一阶起伏角增大而呈先增加后减小的变化规律,且相同一阶起伏角( $45^\circ$ )条件下锯齿状结构面应力降随法向压力增大而逐渐变大,而波浪状结构面应力降则先增加后减小;特别地,一阶起伏角为 $30^\circ$ 和 $45^\circ$ 时锯齿状结构面爬坡、爬坡-啃断及啃断效应相对波浪状结构面较明显,且二阶起伏体的存在增加了剪切面有效面积,由此使锯齿状结构面应力降较显著( $R_{s1}/P_{s1}=0.829$  小于  $R_{s6}/P_{s6}=0.850$  及  $R_{s3}/P_{s3}=0.831$  小于  $R_{s8}/P_{s8}=0.860$ ),即其结构面损伤破坏后  $R_{si}$  较小;此外,一阶起伏角为 $60^\circ$ 时锯齿状结构面二阶起伏体力学效应尚未得到充分发挥下一阶起伏体便沿根部直接断裂,且波浪状结构面无二阶起伏体极大程度削弱了结构面上下两侧一阶起伏体之间的嵌固约束作用,由此使波浪状结构面应力降较显著( $R_{s5}/P_{s5}=0.708$  大于  $R_{s10}/P_{s10}=0.688$ )。

## 2.4 宏观损伤演化过程与破坏模式

图 7 为锯齿状和波浪状结构面宏观损伤演化过程(如宏观裂纹萌生、扩展、贯通及一阶(二阶)起伏体挤压、磨损、脱空、断裂、迁移等现象),且如“ $30^\circ+3.0\text{ MPa}$ ”指一阶起伏角和法向压力分别为 $30^\circ$ 和 $3.0\text{ MPa}$ 。

结合图 5,由图 7 分析可知:锯齿状和波浪状结构面宏观损伤演化过程均可划分为 3 个阶段(阶段 P1~P3)。损伤演化阶段 P1: 结构面初始受压闭合后,在持续压剪复合作用下结构面上侧沿下侧一阶起伏体斜面滑动(伴有微小法向移动分量(剪胀)),并迫使

一阶起伏体产生斜向变形趋势,且一阶起伏体受挤压后爬坡面两侧二阶起伏体啮合度增强而背坡面则出现脱空现象,此时结构面呈压密-爬坡破坏模式(图 5 中的初始加载至 B 阶段);此外, $30^\circ+3.0\text{ MPa}$  时爬坡面完好无损且背坡面几乎无脱空间隙, $45^\circ+1.5\text{ MPa}$  时爬坡面几乎无损且背坡面含微小脱空间隙, $45^\circ+3.0\text{ MPa}$  时爬坡面含微小裂纹且背坡面含微小脱空间隙, $45^\circ+4.5\text{ MPa}$  时爬坡面微小裂纹和背坡面脱空间隙均较明显, $60^\circ+3.0\text{ MPa}$  时爬坡面几乎无损且背坡面脱空间隙较明显。损伤演化阶段 P2: 结构面上侧呈翻越下侧一阶起伏体尖端的变形趋势(法向移动分量(剪胀)明显增大),致使一阶起伏体爬坡面斜向宏观损伤裂纹数量扩增(部分裂纹快速萌生、扩展并逐渐沿一阶起伏体中部附近斜向断裂),且爬坡面两侧二阶起伏体啮合度继续增强直至断裂而背坡面脱空现象显著,此时结构面呈爬坡-啃断破坏模式(图 5 中的 BC 阶段);此外, $45^\circ+3.0\text{ MPa}$  和  $45^\circ+4.5\text{ MPa}$  时一阶起伏体宏观损伤裂纹数量(发育程度)较  $30^\circ+3.0\text{ MPa}$ 、 $45^\circ+1.5\text{ MPa}$  及  $60^\circ+3.0\text{ MPa}$  时显著。损伤演化阶段 P3: 持续压剪复合作用下爬坡面斜向宏观损伤裂纹数量骤增并全部贯通,致使所有一阶起伏体自爬坡面中部附近斜向迅速脆性断裂而根部近似沿水平向断裂(一阶起伏体断裂次序自临近试验机刚性端头至临近剪切荷载加载端逐一发生),且结构面上侧完全越过下侧一阶起伏体尖端后发生滞滑现象(法向移动分量(剪胀)明显降低),此时结构面呈啃断-滑移破坏模式(图 5 中的 CE 阶段);此外, $30^\circ+3.0\text{ MPa}$ 、 $45^\circ+3.0\text{ MPa}$  及  $60^\circ+3.0\text{ MPa}$  时结构面分别表现出极为显著的爬坡、爬坡-啃断及啃断效应,致使三者宏观损伤现象依次主要表现为一阶(二阶)起伏体磨损、磨损(断裂)及断裂,且  $45^\circ+1.5\text{ MPa}$  时一

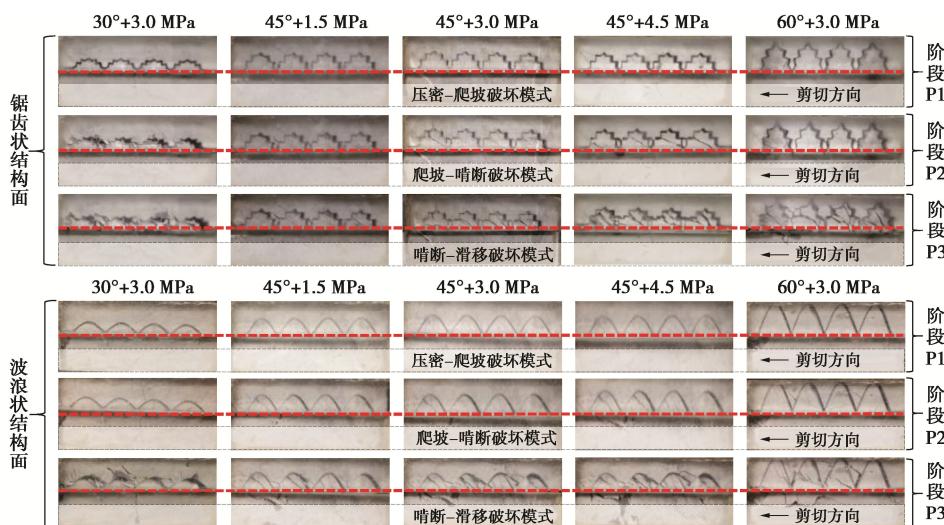


图 7 结构面宏观损伤演化过程

Fig. 7 Macro-damage evolution process of rock joints

阶起伏体宏观损伤裂纹多分布于中部附近, 而 $45^\circ +4.5$  MPa时则其已扩展至根部; 同时, 结构面经压密、爬坡、爬坡-啃断及啃断作用后产生的大量散状块体、岩粒及碎屑逐渐发生错动、摩擦及迁移, 致使结构面抗剪力学行为逐渐由凸台起伏度和粗糙度控制转变为由散状块体、岩粒及碎屑力学性质控制。特别地, 受二阶起伏体力学效应影响, 锯齿状结构面爬坡、爬坡-啃断及啃断效应较波浪状结构面显著, 故阶段P1~P3中波浪状结构面整体宏观损伤程度较锯齿状结构面弱。

### 3 PFC<sup>2D</sup>细观颗粒流数值模拟

#### 3.1 数值模拟方案

旨在从细观角度进一步揭示锯齿状和波浪状结构面的损伤演化过程和退化机理, 以室内直剪试验为基础, 应用PFC<sup>2D</sup>DEM建立典型工况(见表2)的数值计算模型(具体几何尺寸见图2)。以一阶(二阶)起伏角为 $45^\circ$ 的锯齿状结构面直剪过程为例<sup>[2, 11-13]</sup>(见图8):剪切盒由8块刚性墙体构成(Wall #1~Wall #8), 其中, Wall #1、Wall #2、Wall #3及Wall #8构成剪切盒下盘, 而Wall #4、Wall #5、Wall #6及Wall #7构成剪切盒上盘, 且Wall #3和Wall #7作为翼墙以防止加载过程中颗粒逃逸; 在剪切盒范围内随机生成孔隙率为0.15的20546个圆形颗粒, 且颗粒半径在0.38~0.54 mm之间服从均匀分布; 颗粒材料之间接触计算采用平行黏结模型, 且采用离散裂隙网格创建锯齿状和波浪状结构面, 并在裂隙两侧0.60 mm范围内赋予颗粒材料光滑节理接触模型; 通过控制Wall #2水平向速度(0.05 m/s)以实现单向静力剪切荷载条件(Wall #1、Wall #3及Wall #8随Wall #2同步水平向运动), 且通过FISH函数伺服机制控制Wall #5竖直向速度以实现CNL加载条件, 而Wall #4、Wall #6及Wall #7为固定边界, 由此在压剪复合作用下剪切盒下盘沿结构面水平错动而上盘则保持不动。此外, 通过“试错法”对数值模型细观力学参数进行反复标定(试算)<sup>[17]</sup>后可获得其宏观力学参数(即密度、抗压强度、弹性模量、泊松比、黏聚力及内摩擦角分别为2.65 g/cm<sup>3</sup>, 56.49 MPa, 6700 MPa, 0.24, 5380 kPa及 $44.31^\circ$ ), 将其与第1.1节中的力学参数进行对比可知两者数值相吻合(误差均小于 $\pm 5\%$ ), 即表明采用表3中的细观力学参数进行数值模拟合理可行。

特别地, 锯齿状(以工况#3和#5为例)和波浪状(以工况#8和#14为例)结构面的剪切应力与剪切位移关系曲线和损伤破坏形态的细观模拟结果与宏观试验结果对比如图9所示。

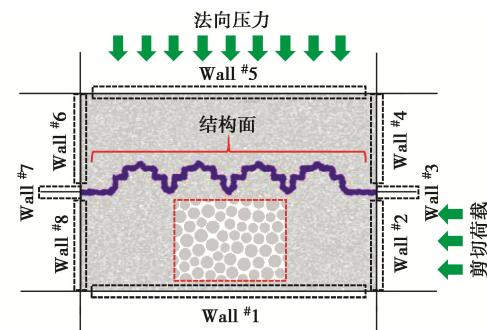


图8 数值计算模型

Fig. 8 Numerical models

表2 数值计算工况

Table 2 Numerical calculation conditions

| 工况编号    | 结构面形态 | 一阶起伏角/(°) | 二阶起伏角/(°) | 法向压力/MPa |
|---------|-------|-----------|-----------|----------|
| #1~#3   |       | 30        |           |          |
| #4~#6   | 锯齿状   | 45        | 45        | 1.5      |
| #7~#9   |       | 60        |           | 3.0      |
| #10~#12 |       | 30        |           | 4.5      |
| #13~#15 | 波浪状   | 45        | 0         |          |
| #16~#18 |       | 60        |           |          |

表3 数值计算细观力学参数

Table 3 Meso-mechanical parameters of numerical calculations

| 圆形颗粒                       | 光滑节理 |                             | 平行键 |           |         |
|----------------------------|------|-----------------------------|-----|-----------|---------|
| 摩擦系数                       | 0.6  | 键合方式                        | 1   | 半径乘子      | 1.0     |
| 最大半径/mm                    | 0.54 | 摩擦系数                        | 0.5 | 剪切强度/MPa  | 62.5    |
| 弹性模量/GPa                   | 12   | 剪胀角/(°)                     | 0   | 法向强度/MPa  | 48.5    |
| 法向切向刚度比                    | 1.5  | 抗拉强度/MPa                    | 0   | 弹性模量/GPa  | 25      |
| 最大最小半径比                    | 1.42 | 剪切刚度/(GPa·m <sup>-1</sup> ) | 80  | 法向切向刚度比   | 2.5     |
| 体积密度/(g·cm <sup>-3</sup> ) | 2.75 | 法向刚度/(GPa·m <sup>-1</sup> ) | 80  | 剪切法向强度标准差 | $\pm 5$ |

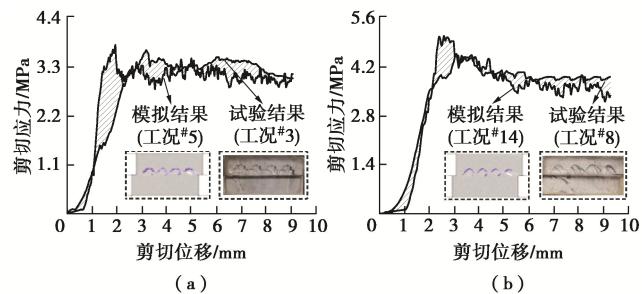


图9 模拟结果与试验结果对比

Fig. 9 Comparsion between simulated and test results

由图9分析可知: 相比于宏观试验所得剪切应力与剪切位移关系曲线, 锯齿状和波浪状结构面细观模拟所得曲线均具有明显的波动状发展趋势, 且表现出与宏观试验所得曲线相吻合的阶段性发展规律; 对于锯齿状结构面, 其宏观试验(细观模拟)所得峰值剪切应力、峰值剪切位移及应力降分别为3.690 MPa(3.809 MPa)、3.181 mm(1.939 mm)及0.831(0.828),

而对于波浪状结构面，其宏观试验（细观模拟）所得峰值剪切应力、峰值剪切位移及应力降分别为 4.526 MPa (5.069 MPa)、3.041 mm (2.585 mm) 及 0.865 (0.670)，尽管细观模拟所得峰值剪切应力较宏观试验大且峰值剪切位移和应力降均较宏观试验小，但总体上细观模拟与宏观试验所得峰值剪切应力、峰值剪切位移及应力降均较吻合；与宏观试验所得损伤破坏形态相比，锯齿状和波浪状结构面细观模拟所得损伤破坏形态与之吻合较好，同样揭露了裂纹萌生、扩展、贯通及一阶（二阶）起伏体挤压、磨损、脱空、断裂、迁移等现象。由此表明本文基于上述提出的数值模拟细观力学参数，采用 PFC<sup>2D</sup> DEM 探究典型工况下锯齿状和波浪状结构面细观剪切力学行为合理可行。

### 3.2 细观损伤裂纹数量与细观损伤能量变化规律

图 10 为锯齿状（以工况#5 为例）和波浪状（以工况#14 为例）结构面细观损伤裂纹数量（细观损伤能量）随剪切位移的变化曲线。

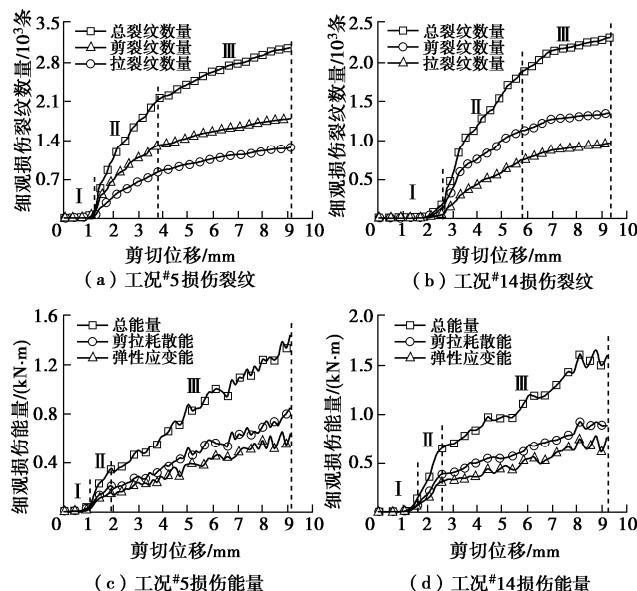


图 10 结构面细观损伤裂纹数量和细观损伤能量变化曲线

Fig. 10 Variation curves of meso-damage crack quantity and meso-damage energy of rock joints

由图 10 (a), (b) 分析可知：锯齿状和波浪状结构面细观损伤裂纹包括剪切裂纹和拉伸裂纹，剪裂纹数量和拉裂纹数量均随剪切位移增大而呈逐渐增加趋势，临近峰值剪切应力时细观损伤裂纹数量变化曲线近似下凹弧形陡增而后以较小增幅呈线性增长趋势，其变化曲线可划分为初期微增（I）、中期陡增（II）及后期缓增（III）3 个阶段，且锯齿状结构面损伤裂纹数量总体较波浪状结构面多。由图 10 (c), (d) 分析可知：锯齿状和波浪状结构面细观损伤剪拉耗散能和细观损伤弹性应变能均随剪切位移增大而总体呈逐

渐增加趋势，临近峰值剪切应力时细观损伤能量变化曲线近似线性陡增而后以较小幅度呈波状增长趋势，其变化曲线同样可划分为初期微增（I）、中期陡增（II）及后期缓增（III）3 个阶段，且锯齿状结构面细观损伤能量总体较波浪状结构面小；特别地，细观损伤总能量即模拟剪切过程中 Wall #2 所做外功，其包括细观损伤剪拉耗散能（结构面表面和岩样内部的剪拉损伤耗散能）和细观损伤弹性应变能（储存于岩样内部的可释放弹性应变能）。

### 3.3 宏细观损伤演化过程及其退化机理对比分析

图 11 为锯齿状（以工况#5 为例）和波浪状（以工况#14 为例）结构面细观损伤演化过程；图 12 为锯齿状（以工况#3 和#5 为例）和波浪状（以工况#8 和#14 为例）结构面宏细观退化机理概化描述示意图。

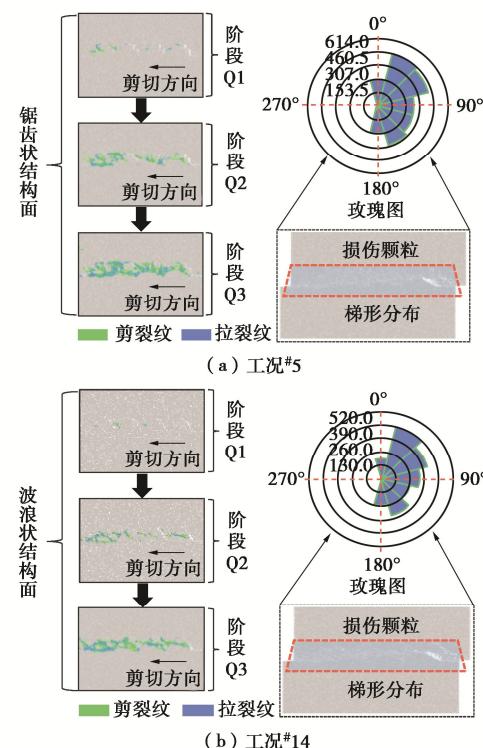


图 11 结构面细观损伤演化过程

Fig. 11 Meso-damage evolution process of rock joints

由图 11 分析可知：锯齿状和波浪状结构面细观损伤演化过程均可划分为 3 个阶段（阶段 Q1~Q3）。损伤演化阶段 Q1：结构面受初始压剪复合作用而产生压密效应，而后随加载持续进行结构面附近伴有因剪切摩擦萌生的羽状细观微裂纹和因滑动摩擦萌生的细观擦痕，且背坡面出现微小脱空间隙（爬坡效应）。损伤演化阶段 Q2：结构面一阶起伏体中部附近伴有几乎贯通的斜向细观剪拉裂纹而其尖端附近则伴有细观剪断裂纹，同时羽状细观微裂纹和细观擦痕继续萌生且背坡面脱空间隙显著（爬坡-啃断效应）。损伤演化阶段

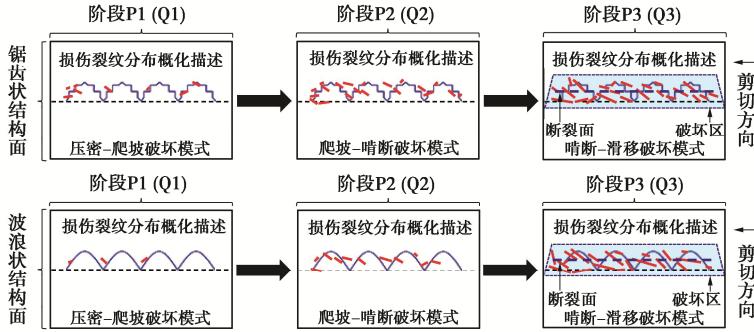


图 12 结构面宏细观退化机理概化描述示意图 (工况#3 和#5 及工况#8 和#14)

Fig. 12 Schematic diagrams of general description for macro-meso degradation mechanisms of joints (conditions No. 3, 5, 8 and 14)

Q3: 结构面上下两侧之间的啮合度显著增强直至爬坡面多条斜向细观裂纹完全贯通, 且一阶起伏体沿根部断裂; 除临近剪切荷载加载端的一阶起伏体背坡面脱空间隙进一步扩增外, 其余背坡面脱空间隙则被大量细观损伤颗粒(散状块体、岩粒及碎屑)填充; 临近试验机刚性端头的一阶起伏体细观损伤程度最为显著, 且其压剪损伤破坏区边界范围较大(啃断效应); 随后大量细观损伤颗粒沿贯通型结构面不断迁移(摩擦错动)而产生滑移效应。此外, 细观损伤颗粒在结构面附近似呈“梯形面状”分布, 且细观颗粒发生损伤时颗粒间接触力倾角范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$ (见图 11 中的玫瑰图), 其中,  $0^\circ \sim 90^\circ$  区间内细观损伤颗粒数量分布最广,  $90^\circ \sim 180^\circ$  区间内次之, 而  $180^\circ \sim 270^\circ$  和  $270^\circ \sim 0^\circ$  区间内分布极少。特别地, 对比分析图 7(工况#3 和#8)和 11 可知锯齿状(波浪状)结构面宏细观损伤演化过程(力学响应)吻合较好。

结合图 5, 7, 9 及 11, 由图 12 分析可知: 锯齿状和波浪状结构面宏细观退化机理均可统一概化描述为 3 个发展阶段(对应图 7 和 11 中的阶段 P1~P3 和 Q1~Q3)。阶段 P1 (Q1): 结构面产生压密效应(初始压密非线性变形状态)和爬坡效应(近似线弹性压剪变形成态), 该阶段损伤裂纹数量极少且主要集中分布于爬坡面(锯齿状结构面较波浪状结构面损伤程度大), 此时结构面表现为压密-爬坡破坏模式。阶段 P2 (Q2): 结构面产生爬坡-啃断效应(缓慢压剪断裂非线性变形状态), 该阶段损伤裂纹数量增多且分布范围扩增(锯齿状结构面较波浪状结构面损伤程度大), 此时结构面表现为爬坡-啃断破坏模式。阶段 P3 (Q3): 结构面产生啃断效应(应力脆性跌落塑性变形成态)和滑移效应(理想塑性流动变形成态), 该阶段损伤裂纹数量显著扩增且主要呈“梯形面状”分布于结构面两侧(锯齿状结构面较波浪状结构面损伤程度大), 并形成相对规则的破坏区和近似贯穿一阶起伏体中部的

断裂面, 此时结构面表现为啃断-滑移破坏模式。

### 3.4 典型岩体结构面剪切强度估算公式及其验证

特别地, 剪切强度是岩体结构面最重要的力学性质之一, 且剪切过程中结构面力学机制较为复杂, 同时其影响因素也较多。由图 6(a) 和 (b) 可知锯齿状和波浪状结构面峰值剪切应力均随一阶起伏角和法向压力增大而近似线性增加, 故其剪切强度公式表达形式服从 M-C 准则<sup>[12]</sup>。旨在使剪切强度公式物理意义更加明确, 特别是应能反映考虑结构面起伏度(粗糙度)的一阶(二阶)起伏体对其剪切强度的影响, 本文将锯齿状和波浪状结构面剪切强度估算公式的一般表达式定义为式(1)。

$$\tau_i = \sigma_{ni} \tan \varphi_i + c_i = \sigma_{ni} \tan [f_i(\alpha)] + h_i(\alpha) \quad , \quad (1)$$

式中  $i=1$  和 2 时分别指锯齿状和波浪状结构面;  $\tau_i$  为结构面剪切强度;  $\sigma_{ni}$  为结构面法向压力;  $c_i$  和  $\varphi_i$  分别为结构面黏聚力和内摩擦角;  $f_i(\alpha)$  和  $h_i(\alpha)$  均为与结构面一阶起伏角相关的函数, 特别地, 本文锯齿状和波浪状结构面一阶起伏角均为 $30^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $60^\circ$ (变化  $\alpha$ ), 而二阶起伏角分别为 $45^\circ$  和  $0^\circ$ (固定  $\beta$ ), 故式(1)中未含  $\beta$ 。

通过 PFC<sup>2D</sup> DEM 获得的锯齿状和波浪状结构面抗剪强度参数与一阶起伏角关系曲线如图 13 所示。由图 13 分析可知: 锯齿状和波浪状结构面抗剪强度参数均随一阶起伏角增大而近似线性增加, 一般地, 结构面抗剪能力与其接触点数(面积)及两侧微凸体啮合度密切相关, 且受一阶起伏角影响显著; 进一步采用一元线性回归分析法拟合计算结果可得  $f_1(\alpha) = \varphi_1 = 0.2734\alpha + 25.9880$ ,  $h_1(\alpha) = c_1 = 0.0279\alpha + 0.0104$ ,  $f_2(\alpha) = \varphi_2 = 0.3059\alpha + 24.5990$ ,  $h_2(\alpha) = c_2 = 0.0447\alpha + 0.3987$ , 故联合式(1)可得本文锯齿状和波浪状结构面剪切强度估算公式可分别用式(2)和(3)表示。  
 $\tau_1 = \sigma_{n1} \tan(0.2734\alpha + 25.9880) + 0.0279\alpha + 0.0104 \quad , \quad (2)$   
 $\tau_2 = \sigma_{n2} \tan(0.3059\alpha + 24.5990) + 0.0447\alpha + 0.3987 \quad . \quad (3)$

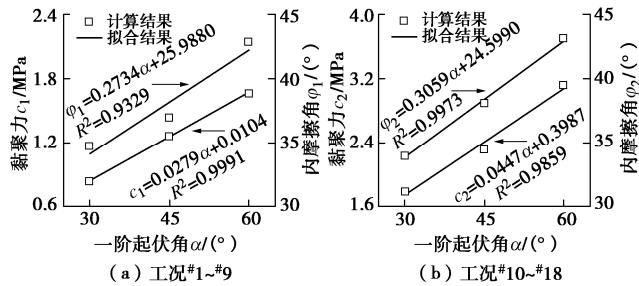


图 13 结构面抗剪强度参数与一阶起伏角关系曲线

Fig. 13 Relation curves between shear strength parameters and first-order undulant angle of rock joints

假定含锯齿状和波浪状结构面的岩质边坡稳定性分析概化设计示意图如图 14 所示, 其中, 边坡坡角为  $60^\circ$ 、 $H=8.0 \text{ m}$ 、 $\alpha=\beta=45^\circ$ ; 根据图 12 所示的结构面损伤断裂面和破坏区特征, 可将图 14 中  $MN$  两点之间的连线(虚线)假设为宏观滑动面(长度  $L_{MN}$  和倾角  $\theta$  分别为  $16.0 \text{ m}$  和  $30^\circ$ ), 其附近阴影部分则为潜在滑动带。本文基于极限平衡法(平面滑移)和强度折减法<sup>[12, 18]</sup>, 联合式(1)获得的边坡稳定性安全系数计算公式可分别用式(4), (5)和式(6), (7)表示。

$$K_{\text{leme}} = F_{\text{RSi}} / W_i \sin \theta = \tau_i L_{MN} / W_i \sin \theta , \quad (4)$$

$$\tau_i L_{MN} = W_i \cos \theta \tan [f_i(\alpha)] + L_{MN} h_i(\alpha) , \quad (5)$$

$$c_{ni} = c_i / K_{\text{srm}} = h_i(\alpha) / K_{\text{srm}} , \quad (6)$$

$$\varphi_{ni} = \arctan(\tan \varphi_i / K_{\text{srm}}) = \arctan[\tan f_i(\alpha) / K_{\text{srm}}] . \quad (7)$$

式中  $K_{\text{leme}}$  和  $K_{\text{srm}}$  分别为采用极限平衡法和强度折减法计算的边坡稳定性安全系数;  $F_{\text{RSi}}$  为宏观滑动面抗滑力;  $W_i$  为滑体重量;  $c_{ni}$  和  $\varphi_{ni}$  分别为结构面新的黏聚力和内摩擦角参数; 其余符号物理意义同前。

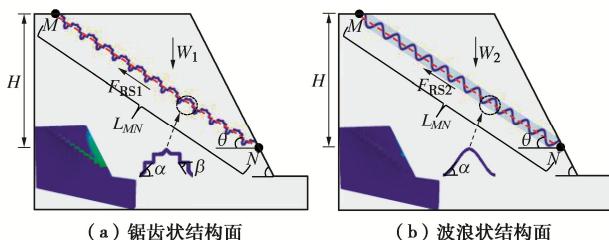


图 14 边坡稳定性分析概化设计示意图和剪切应变增量云图

Fig. 14 Schematic diagrams of general design for slope stability analysis and nephograms of shear strain increment

根据式(2)~(5), 采用极限平衡法获得的含锯齿状和波浪状结构面的岩质边坡稳定性安全系数分别为  $K_{\text{leme1}}=1.410$  和  $K_{\text{leme2}}=1.451$ 。特别地, 根据式(2), (3), (6)及(7), 应用 FLAC<sup>3D</sup>有限差分强度折减法求解边坡稳定性安全系数<sup>[12, 18]</sup>, 其计算模型和参数分别如图 14 所示和第 3.1 节所述, 且锯齿状和波浪状结构面均采用接触面单元(Interface)模拟, 同时模型左、右及下侧均采用法向位移约束而其余侧均采用自由边界条件, 并对结构面和潜在滑动带岩体抗剪强

度参数按相同折减系数  $K_{\text{srm}}$  同时折减; 采用强度折减法获得的含锯齿状和波浪状结构面的岩质边坡稳定性安全系数分别为  $K_{\text{srm1}}=1.429$  和  $K_{\text{srm2}}=1.493$ , 且其剪切应变增量云图如图 14 所示。基于此, 对比分析分别采用极限平衡法和强度折减法获得的边坡稳定性安全系数可知: 两种方法计算结果虽有一定差别, 但其偏差较小(1.35% 和 2.89%), 亦即表明本文所建立的锯齿状和波浪状结构面剪切强度估算公式基本合理。

## 4 结 论

(1) 相同法向压力条件下, 当一阶起伏角不断增大时, 锯齿状(波浪状)结构面宏观损伤质量逐渐变大、峰值剪切应力近似线性增加、峰值剪切位移逐渐降低、且应力降先增加后减小; 相同一阶起伏角条件下, 当法向压力不断增大时, 锯齿状(波浪状)结构面宏观损伤质量逐渐变大、峰值剪切应力(位移)近似线性增加、且锯齿状结构面应力降逐渐增加而波浪状结构面应力降则先增加后减小; 总体而言, 波浪状结构面宏观损伤质量和峰值剪切应力均较大而峰值剪切位移则较小。

(2) 锯齿状(波浪状)结构面单向静力剪切过程(CNL 加载条件)中宏观强度(变形)特征表现为剪切应力随剪切位移变化过程可大致划分为初始压密非线性变形(压密效应)、近似线弹性压剪变形(爬坡效应)、缓慢压剪断裂非线性变形(爬坡-啃断效应)、应力脆性跌落塑性变形(啃断效应)及理想塑性流动变形(滑移效应)5 个发展阶段。

(3) 对比分析锯齿状(波浪状)结构面宏观损伤演化过程及退化机理, 提出了结构面破坏模式包括压密-爬坡破坏模式、爬坡-啃断破坏模式及啃断-滑移破坏模式, 且细观损伤颗粒近似呈“梯形面状”分布于结构面附近; 结构面细观损伤裂纹数量(剪切和拉伸裂纹)和细观损伤能量(剪拉耗散和弹性应变能量)随剪切位移变化过程均可大致划分为初期微增、中期陡增及后期缓增 3 个发展阶段, 且锯齿状结构面细观损伤裂纹数量较多而细观损伤能量则较小; 总体而言, PFC<sup>2D</sup> DEM 模拟结果与室内直剪试验结果吻合较好。

(4) 基于 M-C 准则, 充分考虑结构面起伏度(一阶起伏体)和粗糙度(二阶起伏体)对剪切强度的影响, 提出了锯齿状(波浪状)岩体结构面剪切强度估算公式, 即  $\tau_i = \sigma_{ni} \tan \varphi_i + c_i = \sigma_{ni} \tan [f_i(\alpha)] + h_i(\alpha)$ , 并采用极限平衡法和强度折减法对岩质边坡算例进行了稳定性分析, 验证了该剪切强度估算公式的合理性。

## 参 考 文 献:

- [1] LIU X R, KOU M M, LU Y M, et al. An experimental

- investigation on the shear mechanism of fatigue damage in rock joints under pre-peak cyclic loading condition[J]. International Journal of Fatigue, 2018, **106**: 175 – 184.
- [2] 刘永权. 频发微震下库区顺层岩质边坡累积损伤演化机理及稳定性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2017. (LIU Yong-quan. Study on Cumulative Damage Evolution Mechanism and Stability of Bedding Rock Slope in Reservoir Area Under Frequent Microseismic[D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese))
- [3] 黄润秋. 岩石高边坡稳定性工程地质分析[M]. 北京: 科学出版社, 2012. (HUANG Run-qiu. Engineering Geology for High Rock Slopes[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese))
- [4] PATTON F D. Multiple models of shear failure in rock[C]// Proceedings of the 1st Congress of the International Society of Rock Mechanics (ISRM), 1966, Portugal: 509 – 513.
- [5] BARTON N. Review of a new shear strength criterion for rock joints[J]. Engineering Geology, 1973, **7**: 287 – 332.
- [6] HOEK E, BRAY J. Rock Slope Engineering[M]. 3rd ed. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1981.
- [7] BANDIS S C, LUMSDEN A C, BARTON N R. Fundamentals of rock joint deformation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1983, **20**(6): 249 – 268.
- [8] SEIDEL J P, HABERFIELD C M. The application of energy principles to the determination of the sliding resistance of rock joints[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1995, **28**(4): 211 – 226.
- [9] 朱小明, 李海波, 刘博, 等. 含一阶和二阶起伏体节理剪切强度的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(9): 1810 – 1818. (ZHU Xiao-ming, LI Hai-bo, LIU Bo, et al. Experimental study of shear strength of joints with first-order and second-order asperities[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(9): 1810 – 1818. (in Chinese))
- [10] 周辉, 程光坦, 朱勇, 等. 大理岩规则齿形结构面剪切特性试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(3): 852 – 860. (ZHOU Hui, CHENG Guang-tan, ZHU Yong, et al. Experimental study of shear deformation characteristics of marble dentate joints[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(3): 852 – 860. (in Chinese))
- [11] LIU X R, LIU Y Q, LU Y M, et al. Experimental and numerical study on pre-peak cyclic shear mechanism of artificial rock joints[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2020, **74**(3): 407 – 423.
- [12] 黄达, 黄润秋, 雷鹏. 贯通型锯齿状岩体结构面剪切变形及强度特征[J]. 煤炭学报, 2014, **39**(7): 1229 – 1237. (HUANG Da, HUANG Run-qiu, LEI Peng. Shear deformation and strength of through-going saw-tooth rock discontinuity[J]. Journal of China Coal Society, 2014, **39**(7): 1229 – 1237. (in Chinese))
- [13] 王刚, 张学朋, 蒋宇静, 等. 基于颗粒离散元法的岩石节理面剪切破坏细观机理[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, **46**(4): 1442 – 1453. (WANG Gang, ZHANG Xue-peng, JIANG Yu-jing, et al. Meso-mechanism research on shear failure of rock joint based on particle discrete element method[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2015, **46**(4): 1442 – 1453. (in Chinese))
- [14] 刘新荣, 许彬, 刘永权, 等. 频发微小地震下顺层岩质边坡累积损伤及稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(4): 632 – 641. (LIU Xin-rong, XU Bin, LIU Yong-quan, et al. Cumulative damage and stability analysis of bedding rock slope under frequent microseisms[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(4): 632 – 641. (in Chinese))
- [15] 雷鹏. 硬性接触型岩体结构面剪切特性及边坡稳定性分析[D]. 重庆: 重庆大学, 2014. (LEI Peng. Analysis on Shear Properties of Through Discontinuity and Stability of Slope with Through Discontinuity[D]. Chongqing: Chongqing University, 2014. (in Chinese))
- [16] MURALHA J, GRASSELLI G, TATONE B, et al. ISRM suggested method for laboratory determination of the shear strength of rock joints: revised version[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2014, **47**(1): 291 – 302.
- [17] YOON J. Application of experimental design and optimization to PFC model calibration in uniaxial compression simulation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, **44**(6): 871 – 889.
- [18] CHENG Y M, LANSIVAARA T, WEI W B. Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods[J]. Computer and Geotechnics, 2007, **34**(3): 137 – 150.