

DOI: 10.11779/CJGE202101013

边坡稳定性的多米诺骨牌模型分析方法

陈文胜, 蒋茂林, 戴嘉宁, 丁 博, 尹平保

(长沙理工大学土木工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘 要: 边坡稳定性分析的条分法现仍是边坡分析和评估的主要方法。然而, 现今条分法分析均是基于整体分析思想, 获得整体或常安全系数, 这是一理想的模式。真实的边坡失稳一般是渐进的过程, 而这种渐进的失稳模式与多米诺骨牌的失稳倒塌有很多相似之处。基于这种边坡渐进失稳的考虑, 提出了一种新的分析边坡稳定性的条分方法, 即多米诺骨牌模型分析方法(简称骨牌模型)。骨牌模型定义了每个条块的局部安全系数和边坡的安全系数, 即边坡的安全系数由控制条块的局部安全系数决定。而控制条块是在形成某一滑动面时, 所有组成滑体条块中具有最大局部安全系数的条块。而边坡的安全系数则为所有滑动面对应的控制条块的安全系数中, 最小的安全系数。这样定义安全系数是出于骨牌模型的渐进破坏机制而考虑的, 突破了传统条分法的整体或常安全系数的局限。给出了骨牌模型的求解方法和求解步骤, 并通过算例分析了骨牌模型的求解特点。

关键词: 边坡; 条分法; 多米诺骨牌模型; 控制条块

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2021)01-0112-09

作者简介: 陈文胜(1966—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: 13319504070@126.com。

A domino model based method for slope stability

CHEN Wen-sheng, JIANG Mao-lin, DAI Jia-ning, DING Bo, YIN Ping-bao

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: The slices model for slope stability analysis is still the mainstream method for slope analysis and evaluation. However, the existing slice model analysis methods are only based on the whole analysis model to obtain an overall or a constant safety factor, which is an ideal model. The real slope failure is generally a gradual process, and this gradual failure process has many similarities with the collapse of dominoes. Considering the gradual slope instability, a new slice method, the domino model-based analysis method for analyzing the stability of the slope is proposed. The domino model defines a local safety factor of each slice and the safety factor of the slope as well, that is, the safety factor of the slope is determined by the local safety factor of the control slice of the slope. The control slice is the one which has the maximum local safety factor in the form of a sliding surface. The safety factor of the slope is defined as the minimum safety factor of the control slice corresponding to all sliding surfaces. This definition of safety factor is based on the consideration of the progressive failure mechanism of the domino model, which overcomes the limitation of the definition of an overall or a constant safety factor by the traditional slice methods. The solving method and procedure of the domino model-based method are given, and some of its solving characteristics are analyzed through examples.

Key words: slope; slice method; domino model; control slice

0 引 言

边坡稳定性分析是岩土工程的一个重要研究领域, 是边坡安全性评估和加固的基本理论依据, 长期以来是岩土等土木工程领域的一个研究热点。其中, 传统的以极限平衡理论为基础的条分法现仍是边坡稳定性分析和评估的主要方法, 如瑞典条分法、毕肖普条分法、Janbu法、传递系数法等^[1-3]。条分法将复杂的滑体划分为若干竖直条块, 并通过极限平衡状态下的力(矩)平衡求解, 获得各条块在极限平衡状态下

的相互作用力(矩)。在此过程中, 条块底部的阻滑力 T 被设定为 $\tau l/F$, 其中 τ 为抗剪强度(应力量纲), l 为条块被滑面所截取的宽度, F 为安全系数。为了使问题变为静定可解, 各种条分法需要对条间力做出一些假定。但这其中最大的一个假定就是 F 为常数。这些简化抓住了稳定性分析的主要矛盾, 所求得的力系可以被认为是在极限平衡状态下的力系, 回答了边

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51778067)

收稿日期: 2020-04-20

坡是否稳定这一最重要的问题。但是,传统的条分法无法回答渐进边坡的失稳过程,从而使得边坡加固带有一定的盲目性。

随着计算机技术的发展,现今同样应用广泛的还有数值分析方法,如:有限单元法^[4]、离散单元法、流形元法、无网格法等。数值分析方法的重点是在不同的边界条件下求出边坡的位移场、应力场、渗流场,并模拟其破坏过程。其精度主要取决于所采用的本构模型的实用性及合理性。并且由于核心思想的差异,不同数值分析方法具备不同的适用范围及特点。尽管分析边坡的方法越来越多,但是由于直观、简便的特点,条分法至今仍然是边坡稳定性分析和评估时最受欢迎的方法。

然而,无论采用何种方法,边坡稳定性分析的核心问题是求解到边坡的安全系数。为了解安全系数,这一核心问题又分为两个方面:一是安全系数的定义^[5];二是安全系数的求解方法。如前所述,常安全系数假定是经典条分法的最为关键的一个假定,可以被认为是边坡的整体安全系数。整体安全系数只能回答边坡是否整体稳定,无法回答边坡失稳时从何处开始,即所谓的渐进失稳过程。本文的目的就是在条分法框架下,力图弥补经典的、基于常安全系数假定的条分法的这一不足。

在真实的边坡滑坡事件中,滑坡总是从某一部位先失稳,之后失稳区域逐渐扩大,最后导致边坡的整体滑坡。这一过程可以看到,各条块局部的强度发挥是不一样的。最先失稳的部位发挥百分百的强度最先达到极限,而后才影响到后续的部位。这一过程也就是边坡的渐进破坏,采用整体安全系数是无法分析这一渐进过程的。

大量的工程观测表明,真实的边坡产生失稳滑坡,不是一蹴而就的,而是一个渐进发展的过程,即边坡局部先达到峰值强度而破坏,抗剪强度由峰值变为残余值,于是超额剪应力转嫁给相邻土体而导致相继破坏,最终形成贯通滑面的破坏过程^[6]。从这一点考虑,现有的基于整体的安全系数与实际是不相符的,所以假定边坡安全系数是一整体常安全系数,本身就是一个不符合工程实际的假设,而这一假设对求解结果的影响程度,至今也没有人去探究。

为了实现对渐进破坏的分析并得到合理的安全系数,本文提出了一种新的基于条分块体的分析方法,即多米诺骨牌模型分析方法。将边坡条块的渐进破坏与多米诺骨牌的倒塌这两种现象及其过程进行对比分析,并引入启动条块、控制条块等定义,实现了一种新的考虑了渐进破坏和不同条块安全系数差异性的边坡稳定性分析方法。

1 多米诺骨牌及其特点

骨牌起源于12世纪的宋朝,在19世纪由多米诺传教士引入意大利,由于多米诺骨牌的趣味及其背后所包含的哲理与思考,其迅速发展成为一项世界性的运动。而多米诺骨牌效应也成为了诸多学科的指导思想。

多米诺骨牌是一种木制、骨制或塑料制成的长方体骨牌,其按一定距离将骨牌排列成行,当第一枚骨牌倒下,其余骨牌则会发生连锁反应,依次倒下。这种在一个相互联系的系统中,由一个较小的初始能量而产生一系列连锁反应,或指一件事的发生会引发一连串连锁反应的现象就叫作“多米诺骨牌效应”(domino effect),也称多米诺效应或骨牌效应,因按一定间距排列的多米诺骨牌相继倒下得名。除了字面意思,它也常用来比喻系统内的因果关系,如全球金融或政治。

现今如金融、国际关系、交通规划、环境保护、风评风控等^[7-9]诸多领域的专家学者都在结合专业知识与多米诺骨牌效应对相应领域的某些现象进行解释与分析,并取得了显而易见的成果。多米诺骨牌倒下实质上还是个力学问题,与骨牌的受力,骨牌间的相互力学作用是有关的,这方面的研究却是十分缺乏的,更鲜见以多米诺骨牌为模型在土木工程领域中的运用。

可以观察到,多米诺骨牌效应是一个过程,由于其第一块骨牌倒下到最后骨牌倒下的过程,吻合了工程中由某位置引起破坏并渐进发展,逐步演变成整体破坏的过程。如果对比多米诺骨牌效应现象,结合工程实际与力学模型,对于边坡分析将有望形成一种行之有效的评估方法。

作为一个过程,多米诺骨牌效应有3个特点:①必须有至少一个启动的骨牌(启动骨牌),该骨牌是产生多米诺骨牌效应的原因;②倒下的先后次序是可以预先确定的;③能否依次倒下直到最后一个骨牌(终点骨牌)需要判断,其难易程度将决定于骨牌序列中最难倒下的一个骨牌,称为控制骨牌。假设每个骨牌倒下的难度系数不一样,若某个骨牌是倒下难度系数最大的,则也是这个过程遇到的最大难度系数,可称为整个过程的难度系数。也可以用游戏的语言这样描述:骨牌如果需要成功通关,需要逾越这个最大难度系数。

可以看到,如需分析骨牌模型全过程,则必须获知启动骨牌、终点骨牌和控制骨牌的性质和位置,以及控制骨牌所具有的最大难度系数。

2 边坡稳定性的多米诺骨牌模型

2.1 条分法的力学模型

典型的条分法力学的模型如图1所示(本文以圆弧滑动面为例),图中右侧为竖直条分后的任一条块 i 的受力分析。则条块上的受力分别为:①条块的重力 W_i ;②滑动面 ef 上的法向力 N_i ,剪切力 T_i ;③条块两侧的法向力 E_i , E_{i+1} 和竖向剪切力 X_i , X_{i+1} 。

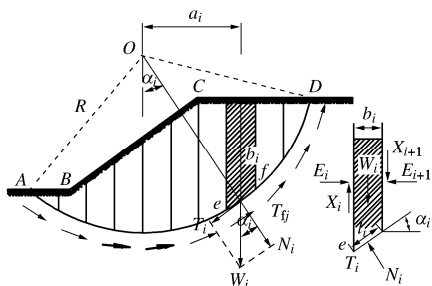


图1 条块受力模型

Fig. 1 Mechanical model for a slice

一般认为,条块 i 的作用力中有5个未知数(N_i , T_i , E_{i+1} , X_{i+1} , E_i 作用点),其它所示的力为已知或前一条块已求出。这一力学模型是基于块与块接触或与滑动面接触是平面接触,接触之间的力可以用等效的集中力表达,而且已经将底滑面的法向量的作用点简化为在接触面的中点(不简化实则有6个未知数)。根据图1的模型,因为在平面上只能建立3个平衡方程,故为超静定或静不定问题。为了求得 N_i , T_i 值并最终求到安全系数,就要简化上述5个未知数,或补充方程,达到未知数与方程数相等,从而可以静定求解,如流行的毕肖普方法、简布方法和不平衡推力传递系数法等。所以上述方法均可视为简化(simplified)方法。

2.2 基本假设和稳定性安全系数定义

根据如图1条分法的力学模型,可以建立起条分法的多米诺骨牌模型和其求解步骤。条块的划分按条分法的方法进行,也即为竖向条分,条块底面视为平面。

基本假设如下:

(1) 将每个条块视为一个多米诺骨牌。

(2) 边坡的破坏不是整体的,而是先由某一条块先失稳,之后沿潜在滑移方向,依次影响到下一个条块。边坡的滑动是渐进的。最先可能失稳的条块,称为启动条块。启动条块可以是任一个条块。

(3) 每一条块均是沿其底面滑动。对于边坡条块其潜在破坏模式是沿条块底面剪切滑动,可以将剪切滑动方式视为类似多米诺骨牌的倒下。

(4) 如果从假定某个启动条块开始,依次滑动到

最后一个条块,则认为形成了一个贯通的滑动面。条块的滑动是依次被推动的,其中最难推动的条块,称为控制条块,类似于骨牌模型中的控制骨牌。每个条块均可以作为启动条块试算,并通过分析可得到其对应的控制条块。

(5) 每个条块被推动的难易程度,可以用安全系数来表示,这相当于骨牌模型中的骨牌倒下难度系数。在条块被推动的过程中,每个条块的安全系数是不同的,其中安全系数最大的条块,称为控制条块,类似于骨牌模型中的控制骨牌。而控制条块的安全系数,就是形成贯通滑动面的所要逾越的最大安全系数,也称为此滑动面的安全系数。类似于骨牌模型中的最大难度系数。

(6) 每一条块沿其底面滑动的安全系数均可以不一样,每一条块在渐进滑坡过程中所具有的安全系数可以根据力学分析依次计算获得,也即条块所具有的底面抗剪强度与底面所发生的切向力之比。

(7) 滑动面可以是圆弧或非圆弧。

从如上假定,结合条分模型的受力情况,条块可以视为多米诺骨牌,并在边坡潜在滑动分析过程中同样具有多米诺骨牌效应的特点:①有一启动条块;②条块依次滑动;③能否形成贯通滑动面,取决于条块系列中最难滑动的条块,也即具有最大安全系数的条块。

根据如上假定,因为控制条块是潜在滑动面能否贯通时遇到的具有最大安全系数的条块,故滑动面的安全系数定义如下:控制条块被推动时所具有的安全系数,即为该潜在滑动面的安全系数。

此安全系数的定义与传统条分法的安全系数定义有较大区别。传统条分法定义的是常安全系数,是一种整体式滑坡的理想模式,认为所有条块底面抗剪强度的发挥均为一致,即 $1/F$ (若安全系数表示为 F)。但对于渐进分析过程中,每一个条块均可能有不同的安全系数。

由控制条块决定了边坡的安全系数,这在工程实践中有非常重要的意义。一旦获知控制条块的位置,则在边坡治理时加固相应位置,更有利于安全系数的提高。工程中可指导抗滑桩、锚索等加固措施的位置选择。而控制条块对应的启动条块,则可预知边坡最先可能发生裂缝和破坏的位置。

2.3 求解方法和受力分析

图2为多米诺骨牌模型计算分析图,该模型与图1的边坡条分模型是一致的。条块编号见图2,边坡滑动趋势为从右向左。

一次完整的多米诺骨牌模型分析过程,将从启动条块开始,依次分析到终点条块,并找出控制条块。

终点条块一般为已知, 也即滑动面滑出位置对应的条块, 启动条块将依次假定, 通过试算寻找。每一假定的启动条块, 均有对应的控制条块, 并将通过计算分析后确定相应的控制条块, 同时确定此滑动面的安全系数。

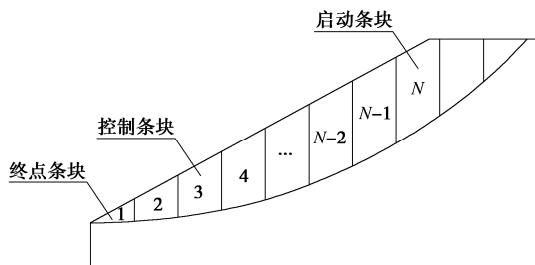


图 2 骨牌模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of domino model

骨牌模型中条块的受力分析、条块自身的安全系数计算和力的传递是在传统条分法的基础上, 结合骨牌模型渐进分析的受力特点, 从启动条块开始, 对每一个条块依次进行力学计算与稳定性分析而实现的。

在骨牌模型中, 因为土体不受拉, 所以条块之间不存在拉力。

启动条块计算时有几个性质: ①因为土体不受拉, 启动条块不承受上部条块传递的推力; ②启动条块自身滑移之前, 可认为其对下一条块不产生推力; ③其底面将发挥抗剪强度, 并逐渐达到极限应力状态, 并按极限平衡求解其安全系数; ④启动条块自身滑移后, 将产生多米诺效应, 其底面抗剪强度破坏, 底面处于残余应力状态, 随后将剩余不平衡推力传递给下一条块。

启动条块后的其余条块则将承受上部条块推力的作用, 其它计算与启动条块相同。

在对条块进行依次计算时, 对于每一个条块都将按条块底面处于极限应力状态和处于残余应力状态计算两次^[10]。这两次计算的意义是不同的, 分述如下。

(1) 当按极限应力状态计算时, 可以得到当前条块能提供的安全系数, 也即极限抗剪强度与剪切力之比。也可以称为此条块的局部安全系数。当同一启动条块对应的所有条块计算完成后, 则可通过比较所有条块的局部安全系数, 获知具有最大安全系数的条块, 即为该启动条块对应的控制条块。

(2) 当按残余应力状态计算时, 可以得到当前条块传递给下一条块的推力。这时可能出现两种情形: ①当前条块在按残余应力状态计算时可以平衡, 没有剩余下滑力产生, 说明当前条块以上均不会产生滑动, 则重新定义下一条块为启动条块做计算, 即剩余下滑力按 0.0 传递; ②计算有剩余下滑力, 将力传递给下

一条块, 进行下一条块的计算。

根据骨牌模型, 极限应力状态可直接通过受力分析及库仑公式求得条块阻滑力。而残余应力状态认为剪切面已经出现, 若再沿用极限应力状态计算显然不合适, 故在其基础上对黏聚力 c 及内摩擦角 φ 值进行调整, 以满足残余应力状态的计算。对于边坡剪切破坏面而言, 根据土体性质的不同, 黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的削弱程度^[11-13]是不一样的, 可引入二者衰减系数 k_c , k_φ , 削弱程度的大小与土体黏粒含量及塑性指数有关。Skempton^[14-15]通过试验表明当黏粒含量超过 50% 后, 土体残余强度基本由黏土矿物之间的摩擦力决定。故对黏土边坡而言, 剪切破坏后的残余强度就是其摩擦力维持的, 此时可以考虑滑带土黏聚力 c 为 0.0 ($k_c=0.0$)。

在此需要特别注意的是: 如果当前条块按极限应力状态计算时的安全系数可能大于 1.0, 说明自身能够平衡, 为什么计算下一条块受力时, 当前条块底面需要按残余应力状态计算? 因为当前条块计算的安全系数, 并不一定是最大安全系数, 也即当前条块并不一定是控制条块。而控制条块的安全系数将大于当前条块的安全系数。如果边坡需要达到控制条块的安全系数时, 当前条块是达不到的。或者有某一事件使控制条块底面抗剪强度达到极限或失稳时, 由于其它条块的安全系数比控制条块小, 则应该先于控制条块失稳。所以在计算控制条块安全系数时, 其余条块底面将按残余应力状态计算。也即为了寻找控制条块, 每一个条块都会假设为控制条块进行一次计算。

图 3 为启动条块和非启动条块的受力, 其受力分析和局部安全系数求解如下。

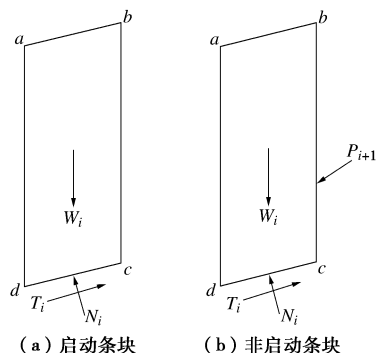


图 3 条块受力图

Fig. 3 Forces on a slice

图 3 (b) 中非启动条块的力学模型与不平衡推力传递系数法相似, 由于假设条块是沿其底面滑移, P_{i+1} 的作用点对该条块局部安全系数和剩余推力的计算没有影响。图中 P_{i+1} 作用点并非真实作用点。

(1) 启动条块

a) 法向力

$$N_i = W_i \cos \alpha_i, \quad (1)$$

式中, N_i 为条块底面正压力, W_i 为条块重力, α_i 为条块底面与水平面的夹角, 见图 3 (a)。

b) 下滑力

$$Q_i = W_i \sin \alpha_i, \quad (2)$$

式中, Q_i 为条块下滑力。

c) 极限应力状态下的阻滑力

$$T_i = c_i l_i + W_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i, \quad (3)$$

式中, T_i 为极限状态下基于莫尔-库仑准则获得的阻滑力, c_i 为土体黏聚力, l_i 为条块底边长, φ_i 为土体内摩擦角。

d) 残余应力状态下的阻滑力

$$T'_i = c_i l_i k_c + W_i \cos \alpha_i \tan(\varphi_i k_\varphi), \quad (4)$$

式中, T'_i 为破坏状态下基于莫尔-库仑准则获得的阻滑力, k_c , k_φ 分别为残余应力状态下黏聚力和内摩擦角的衰减系数。

e) 条块的局部安全系数

$$f_i = \frac{T_i}{Q_i}, \quad (5)$$

式中, f_i 为第 i 个条块的局部安全系数。

f) 剩余推力

$$P_i = Q_i - T'_i (P_i \geq 0), \quad (6)$$

式中, P_i 为第 i 个条块的剩余推力, 考虑土体不存在拉力, 故 $P_i \geq 0$, 若计算得 $P_i < 0$, 取 $P_i = 0$, 此时, 下一条块将重新定义为启动条块。

(2) 非启动条块

a) 法向力

$$N_i = W_i \cos \alpha_i + P_{i+1} \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i), \quad (7)$$

式中, N_i 为当前条块法向力, W_i 为当前条块重力, P_{i+1} 为上一条块的剩余推力, 由式 (6) 计算, α_i 为当前条块底面与水平面的夹角, α_{i+1} 为上一条块底面与水平面的夹角。

b) 下滑力

$$Q_i = W_i \sin \alpha_i + P_{i+1} \cos(\alpha_{i+1} - \alpha_i), \quad (8)$$

式中, Q_i 为当前条块下滑力。

c) 极限应力状态下的阻滑力

$$T_i = c_i l_i + W_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i + P_{i+1} \tan \varphi_i \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i). \quad (9)$$

d) 残余应力状态下的阻滑力

$$T'_i = c_i l_i k_c + W_i \cos \alpha_i \tan(\varphi_i k_\varphi) + P_{i+1} \tan(\varphi_i k_\varphi) \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i). \quad (10)$$

e) 条块的局部安全系数

$$f_i = \frac{T_i}{Q_i}. \quad (11)$$

f) 剩余推力

$$P_i = Q_i - T'_i (P_i \geq 0). \quad (12)$$

通过式 (1) ~ (12) 即可依次分析所有条块的受力和其局部安全系数, 并最后通过比较得到最大安全系数和相应控制条块。

可以看到, 条块的受力计算非常简便, 而且对于所建立的骨牌模型在进行受力分析时, 与传统条分法模型如图 1 比较, 不需要再进行其它简化, 并可获得唯一静力解, 这给边坡分析提供了受力计算的确定性。

2.4 计算步骤

骨牌模型的分析, 在给定滑动面的前提下, 在滑体分成若干条块后, 就转变为寻找启动条块和控制条块的过程, 并最终确定安全系数。

由式 (8) 可知每块条块受力分析都需要用到上一条块的剩余推力, 故从启动条块计算到终点条块是一个反复迭代计算的过程。且启动条块需要自上而下搜索, 最后通过比较找到最小安全系数所对应的启动条块及相应滑面, 同样也是一个反复计算的过程。设计的计算步骤如下:

(1) 假定滑面最上方的条块 n 为启动条块, 通过式 (5), (6) 得到其局部安全系数 f_n 和剩余推力 P_n 。

(2) 将 P_n 作为推力传递给下一条块 $n-1$, 通过受力分析及式 (11), (12) 计算得其局部安全系数 f_{n-1} 和 P_{n-1} 。

(3) 重复步骤 (2), 直到计算得到终点条块 1 的安全系数 f_1 。

(4) 比较 f_n, f_{n-1}, \dots, f_1 的大小, 找到其中最大的局部安全系数 f_i , 作为以条块 n 为启动条块下的安全系数, 即 $F_n = f_i$, 并以条块 i 作为启动条块 n 下的控制条块。

(5) 向下依次假定条块 $n-1, n-2, \dots, 1$ 为启动条块, 并重复 (2)~(4) 步, 得到各启动条块下边坡的安全系数 $F_{n-1}, F_{n-2}, \dots, F_1$, 找到其中最小的安全系数作为该滑面的安全系数。

在上述计算过程中需要注意的是若剩余推力计算为负时, 将其视为 0.0 继续向下传递, 直到计算完终点条块才开始下一个启动条块的计算。

3 分析算例

3.1 程序介绍

结合滑动面搜索方法和骨牌模型, 开发了边坡稳定性分析程序 Slope-DES。该程序采用面向对象的 C++ 作为编程语言, 借助微软基础类库 MFC, 遵守最新的编码规范。程序主要包括了文件系统、视图设置、模型绘制、参数设定、分析计算、结果可视化 6 个模

块。程序的计算方法包含瑞典条分法、毕肖普法、不平衡推力法及本文提出的多米诺骨牌模型方法，较全面实现了边坡稳定性分析的功能。

3.2 程序算例分析

本文提出的多米诺骨牌模型有别于传统条分法，其考虑了边坡渐进性破坏及条块的局部稳定性，以控制条块的安全系数作为滑面稳定性的评价指标，故为了探讨多米诺骨牌模型分析方法的特点，采用瑞典条分法、毕肖普法、不平衡推力法及多米诺骨牌模型分别计算同个均质黏土边坡案例。边坡模型如图 4 所示。重度为 19.2 kN/m³，黏聚力为 10.0 kN/m²，内摩擦角为 25.2°。

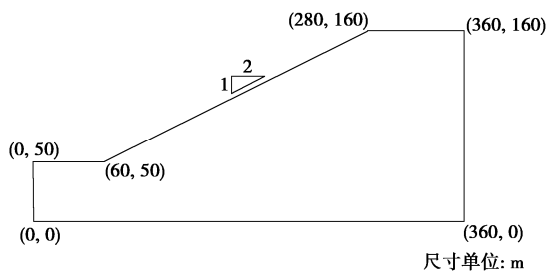


图 4 土质边坡模型

Fig. 4 Soil slope model

采用瑞典条分法、毕肖普法分法、不平衡推力法及多米诺骨牌模型方法，利用程序 Slope-DES 进行分析。由于是黏土边坡，程序中设定残余应力状态下黏聚力 c 衰减系数 $k_c = 0.0$ ，内摩擦角 φ 衰减系数 $k_\varphi = 1.0$ ，即残余应力状态黏聚力衰减为 0.0，而内摩擦角不变。

图 5、6 分别为程序依据毕肖普法及多米诺骨牌模型计算得到结果。分析采用圆弧滑动面，滑动面搜索是采用比较直观的网格法 (gird search) 定义滑动面圆心区域网格。计算结果图网格区域中的云图颜色表示对应滑动圆心计算获得的安全系数值的等值云图，点击小方格可获得相应滑面的安全系数，颜色越深说明其安全系数越小，白色方格表示该方格位置圆心无有效滑动圆弧。

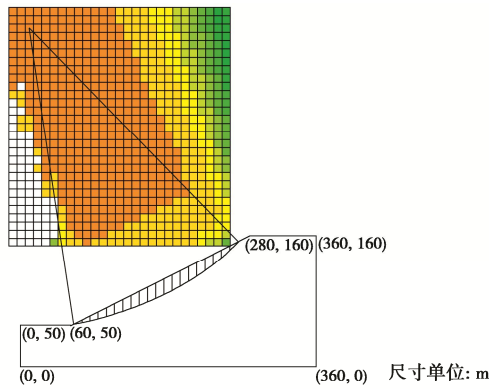


图 5 毕肖普法分析结果

Fig. 5 Results by Bishop's simplified method

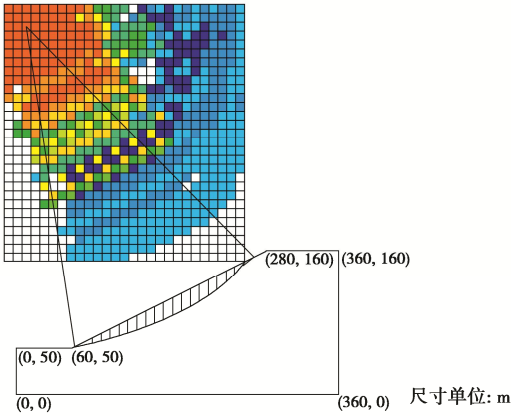


图 6 骨牌模型分析结果 (控制: 2; 启动: 19)

Fig. 6 Results by domino model (control slice: No. 2; start slice: No.19)

图 6 骨牌模型示意图用红色线将相应滑面中最不稳定的坡体及启动条块和控制条块标示出，各计算方法安全系数如表 1 所示。

表 1 安全系数计算结果

Table 1 Results of safety factor

计算方法	安全系数	计算方法	安全系数
瑞典法	1.0553	骨牌模型	0.7506
毕肖普法	1.0840	推力法	1.0859

表 1 中计算采用了同一滑动面，骨牌模型计算结果较瑞典条分法、毕肖普法分法和不平衡推力法偏小。偏小的主要原因是骨牌模型考虑了边坡的渐进破坏，除控制条块外，控制条块以上条块底滑面均是按残余抗剪强度计算。而其它几种传统条分方法是按常安全系数或整体安全系数计算，忽略了部分坡体发生破坏致使阻滑力已经下降的因素^[16]。

传统条分法安全系数定义是边坡整体阻滑力矩与下滑力矩的比值，如瑞典条分法：

$$F = \frac{\sum (c_i l_i + W_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i)}{\sum (W_i \sin \alpha_i)}$$

(13)

这样整体定义对牵引式滑坡^[17]和推移式滑坡^[18]这种渐进破坏模式的分析存在明显不足。如果存在局部条块强度低于其局部下滑力时，该条块会发生破坏，但传统的定义方式即整体安全系数会仍然将该条块按极限强度来发挥进行计算，这样计算对安全系数起到了“抬升”作用，在实践中，可能会出现稳定性分析所得安全系数满足要求，但仍然发生滑坡破坏的现象。

3.3 人工算例分析

为了更直观地体现多米诺骨牌模型计算过程及特点，除了程序算例外，以下为一人工算例。

某黏土边坡及条块编号如图 7 所示，边坡高度 $H=6.0$ m，坡角 $\beta=55.0^\circ$ ，土的重度 $\gamma = 18.6$ kN/m³，

内摩擦角 $\varphi=12.0^{\circ}$ ，黏聚力 $c=16.7\text{ kPa}$ 。拟用瑞典条分法及骨牌模型人工计算对比分析，分别见表 2，3。

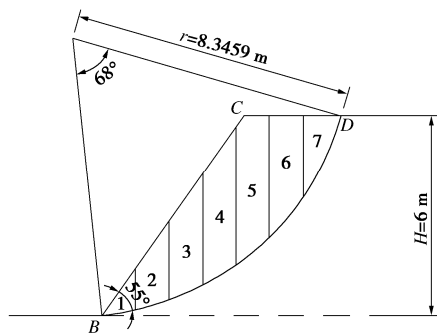


图 7 黏土边坡模型

Fig. 7 Clay slope model

通过表 2 计算，得到该边坡滑动面按瑞典条分法计算得到的安全系数 $F=1.16$ 。

由于多米诺骨牌模型需经多次迭代运算寻找对应安全系数最小的启动条块，计算过程较冗长，故此处仅列出最小安全系数所对应的启动条块及滑面的计算过程。

因为边坡是黏土边坡，考虑其残余强度基本由摩擦力所维持，在上述计算过程中取黏聚力 c 的衰减系数 $k_c=0.0$ ($c_r=ck_c$)，内摩擦角 φ 的衰减系数 $k_\varphi=1.0$ 。

通过多米诺骨牌模型计算求得该边坡滑动面的安全系数 $F=0.6969$ ，且此时启动条块和控制条块皆为第 5 个条块，计算所得安全系数较瑞典条分法较小。

从分析结果，可以看到骨牌模型的计算结果，不仅与土体的原始强度参数 c, φ 有关，也与其残余强度参数有关（在本文体现为强度的衰减系数）。这主要是因为骨牌模型分析的是边坡在渐进破坏模式下的安全系数。

为了进一步了解强度参数 c, φ 的变化对黏土边坡的影响，本文在图 7 算例基础上设 c 为 5.0，18.0 kPa 时，取 φ 不同值计算得到安全系数值。以及 φ 为 12.0° ， 22.0° 时，取不同 c 值计算得到安全系数值，并绘制成曲线图如图 8，9。

由图 8，9 中 $F-c$ ， $F-\varphi$ 曲线图可以反映出黏土边坡中瑞典条分法、多米诺骨牌模型所计算的安全系数大小与强度参数 c, φ 值的关系。

值得注意的是 $F-\varphi$ 图中，骨牌模型的安全系数在内摩擦角增大到一定程度时，其曲线会出现拐点，随后以较快的速度持续升高。对于这一现象，从人工计算过程与骨牌模型计算流程及计算公式综合分析，可以认为黏土边坡骨牌模型安全系数大小随内摩擦角的变化可大概分为 3 个阶段，并有明显不同的物理意义。针对图 7 边坡的几何算例，各阶段的形成原因初步分析如下。

第一阶段，因为内摩擦角较小，按残余应力状态计算得到剩余推力较大，下方条块在累积剩余推力的作用下安全系数比较小，故此时边坡的启动条块的局

表 2 瑞典条分法计算过程

Table 2 Calculation procedure of Sweden method

编号	条宽/m	条重/(kN·m ⁻¹)	$\beta/(^{\circ})$	$\varphi/(^{\circ})$	$cl/(kN·m^{-1})$	下滑力/(kN·m ⁻¹)	阻滑力/(kN·m ⁻¹)
#1	1.0	11.16	9.5	12.0	16.9	1.84	19.24
#2	1.0	33.48	16.5	12.0	17.4	9.51	24.22
#3	1.0	53.01	23.8	12.0	18.3	21.39	28.61
#4	1.0	69.75	31.6	12.0	19.6	36.55	32.23
#5	1.0	76.26	40.1	12.0	21.8	49.12	34.20
#6	1.0	56.73	49.8	12.0	25.9	43.33	33.68
#7	1.15	27.90	63.0	12.0	42.3	24.86	44.99
合计						186.6	217.17

表 3 多米诺骨牌模型计算过程

Table 3 Calculation procedure of domino model

编号	中心高度/m	条宽/m	条重 /(kN·m ⁻¹)	β /($^{\circ}$)	φ /($^{\circ}$)	cl /(kN·m ⁻¹)	剩余推力 /(kN·m ⁻¹)	阻滑力 /(kN·m ⁻¹)	下滑力 /(kN·m ⁻¹)	安全系数 F
#1	0.60	1.0	11.16	9.5	12.0	16.93	65.44	21.04	69.55	0.3025
#2	1.80	1.0	33.48	16.5	12.0	17.41	68.22	26.07	76.88	0.3392
#3	2.85	1.0	53.01	23.8	12.0	18.25	67.92	30.26	79.93	0.3786
#4	3.75	1.0	69.75	31.6	12.0	19.61	59.09	33.39	72.87	0.4582
#5	4.10	1.0	76.26	40.1	12.0	21.83	36.72	34.23	49.12	0.6969

部安全系数一般最大,也即启动条块往往也是控制条块,启动条块的安全系数即边坡的安全系数。在工程中,说明此类边坡,一旦产生局部失稳,就可能会引起边坡整体的失稳。

第二阶段,随着内摩擦角 φ 值的增大,下方条块在残余应力状态下可以抵挡自身下滑力及部分剩余推力,安全系数显著提升。该阶段边坡安全系数应为各启动条块与其相应的下部条块安全系数综合对比后的结果。

第三阶段,土的内摩擦角 φ 值继续增大,体现为即使在残余应力状态,多数条块均能自身稳定,不产生向下的推力。此时,因为块体累加的下滑推力变小或没有,边坡的安全系数会陡然增加,而且即使局部条块失稳,也不会产生边坡的贯通滑动面或整体失稳。

以上分析是针对黏土边坡,基于莫尔-库仑强度准则,并采取衰减系数 $k_c = 0.0$, $k_\varphi = 1.0$ 将残余应力状态下的黏聚力折减为0.0,内摩擦角不做折减计算剩余推力而得。对于其它土体如砂性土或岩质边坡,或不同的衰减系数取值,强度参数 c , φ 对剩余推力和安全系数的影响也将有所不同。如有条件可获取岩土体残余强度参数,可直接代入残余强度参数进行计算。

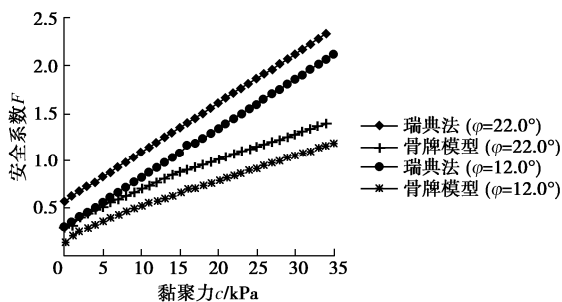


图8 安全系数与黏聚力关系

Fig. 8 Relationship between safety factor and cohesive force

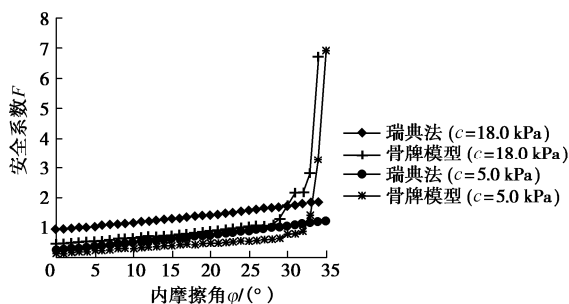


图9 安全系数与内摩擦角关系

Fig. 9 Relationship between safety factor and internal friction angle

4 结 论

(1) 本文提出了一种新的分析边坡稳定性的方

法,即多米诺骨牌模型分析方法。该方法也属于条分法。本文方法的特点在于在条分法框架下,分析了复杂的边坡渐进失稳过程,计算过程简便。

(2)骨牌模型分析方法是基于边坡渐进破坏的分析方法。边坡的渐进破坏就如多米诺骨牌的倒塌,所以可以根据逐个条块依次分析,获得其安全系数。

(3)骨牌模型定义了每个条块的局部安全系数和边坡的安全系数,也即边坡的安全系数由控制条块的局部安全系数决定。而控制条块是在形成某一滑动面时,所有组成滑体条块中具有最大局部安全系数的条块。而边坡的最小安全系数由所有滑动面对应的控制条块的安全系数中,具有的最小安全系数。这样定义安全系数是出于骨牌模型的渐进破坏机制而考虑的,突破了传统条分法的常安全系数或整体安全系数假定的局限。

(4)骨牌模型定义了滑动条块中的启动条块和控制条块,并通过求解获得。这更便于更好更准确地治理边坡。

(5)通过算例,初步论证了本文方法的可行,并对计算结果做出了分析。

参考文献:

- [1] FELLENIUS W. Calculation of the stability of earth dams[C]// Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, 1936, Washington D C: 445 - 462.
- [2] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Géotechnique, 1955, 5: 7 - 17.
- [3] JANBU N. Slope stability computations[C]// HIRSCHFELD E, POULOS S, ed. Embankment Dam Engineering. Casagrande Memorial Volume, 1973, New York: John Wiley.
- [4] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 - 628. (ZHENG Hong, LI Chun-guang, LEE C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(5): 626 - 628. (in Chinese))
- [5] 郑宏, 田斌, 刘德富, 等. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2225 - 2230. (ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU De-fu, et al. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(13): 2225 - 2230. (in Chinese))
- [6] 蹇宜霖. 基于渐进式破坏的滑坡稳定性分析[D]. 长沙: 湖南大学, 2018. (JIAN Yi-lin. Analysis of Landslide Stability

- Based on Progressive Failure[D]. Changsha: Hunan University, 2018. (in Chinese))
- [7] 叶伟波. 基于多米诺骨牌算法的动态路径诱导研究[D]. 西安: 长安大学, 2017. (YE Wei-bo. A Real-Time Path Navigating Research Under Dynamic Traffic Conditions Based on Domino Algorithm[D]. Xi'an: Chang'an University, 2017. (in Chinese))
- [8] 贾梅生, 陈国华, 胡 昆. 化工园区多米诺事故风险评价与防控技术综述[J]. 化工进展, 2017, **36**(4): 1534 - 1543. (JIA Mei-sheng, CHEN Guo-hua, HU Kun. Review of risk assessment and pre-control of Domino effect in Chemical Industry Park[J]. Chemical Industry And Engineering Progress, 2017, **36**(4): 1534 - 1543. (in Chinese))
- [9] 李建军. 多米诺效应定量风险评估研究评述[J]. 中国公共安全(学术版), 2015(1): 40 - 44. (LI Jian-jun. Reviews on the quantitative risk assessment of domino effect[J]. China Public Security(Academic Edition), 2015(1): 40 - 44. (in Chinese))
- [10] 卢应发, 邓国栋, 杨丽平, 等. 滑坡关键块力学行为及力传递特征和不同应力状态的稳定系数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(5): 884 - 891. (LU Ying-fa, DENG Guo-dong, YANG Li-ping, et al. Study on mechanical behaviors of key block and characteristics of force transmit and stability coefficient of different stress states of landslide[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(5): 884 - 891. (in Chinese))
- [11] 张芳枝, 陈晓平, 吴煌峰, 等. 东深供水工程风化泥质软岩残余强度特性研究[J]. 工程地质学报, 2003, **11**(1): 54 - 57. (ZHANG Fang-zhi, CHEN Xiao-ping, WU Huang-feng, et al. The characteristics of residual strength of soft clayey rocks of the east river-Shenzhen water supply project[J]. Journal of Engineering Geology, 2003, **11**(1): 54 - 57. (in Chinese))
- [12] 谭文辉, 任奋华, 苗胜军. 峰值强度与残余强度对边坡加固的影响研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(增刊 1): 616 - 618. (TAN Wen-hui, REN Fen-hua, MIAO Sheng-jun. Influence of parameters of peak strength and residual strength on the reinforcement of slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(S1): 616 - 618. (in Chinese))
- [13] 刘 动. 基于滑带土剪切强度特性的边坡渐进性破坏研究[D]. 广州: 暨南大学, 2014. (LIU Dong. Analysis of the Progressive Failure of Slope Based on Shear Strength Character of Slip Zone Soils[D]. Guangzhou: Jinan University, 2014. (in Chinese))
- [14] SKEMPTON A W. Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory[J]. Géotechnique, 1985, **35**(1): 3 - 18.
- [15] SKEMPTON A W. Long-term stability of clay slopes[J]. Géotechnique, 1964, **14**(2): 77 - 101.
- [16] 王庚荪. 边坡的渐进破坏及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, **19**(1): 29 - 33. (WANG Geng-sun. The progressive failure of slope and the stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, **19**(1): 29 - 33. (in Chinese))
- [17] 陈文胜, 尹哲彬, 罗迎迎. 基于条分法原理的牵引式滑坡分析方法研究[J]. 交通科学与工程, 2019, **35**(3): 1 - 5. (CHEN Wen-sheng, YIN Zhe-bin, LUO Ying-ying. Research on tractive landslide analysis based on the slice method[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2019, **35**(3): 1 - 5. (in Chinese))
- [18] 卢应发, 黄学斌, 刘德富. 推移式滑坡渐进破坏机制及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(2): 333 - 345. (LU Ying-fa, HUANG Xue-bin, LIU De-fu. Mechanism and stability analyses of progressive failure of thrust-type landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(2): 333 - 345. (in Chinese))