

DOI: 10.11779/CJGE2020S2004

深部复合岩体隧道开挖离散元模拟

蒋明镜^{1, 2, 3}, 王华宁⁴, 李光帅¹, 廖优斌⁵, 陈有亮⁶, 卫超群¹

(1. 天津大学建筑工程学院土木系, 天津 300350; 2. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300350;

3. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 4. 同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092;

5. 同济大学建筑设计研究院桥梁工程设计院, 上海 200092; 6. 上海理工大学 环境与建筑学院, 上海 200093)

摘要: 深部复合岩体隧道开挖过程中, 抗压强度比是影响围岩稳定的重要因素。引入考虑胶结尺寸的微观接触模型, 采用二维离散元方法对深部上软下硬复合岩体隧道开挖进行了数值模拟, 分析了强度比对围岩胶结破坏、最大主应力及扰动区的影响。结果表明, 随着抗压强度比的增大, 隧道开挖引起的围岩胶结破坏率与扰动区逐渐增大, 胶结破坏形式以拉剪破坏为主; 最大主应力沿围岩环向呈下垂的滴水状分布, 沿径向在软岩中先减小后增大, 在硬岩中逐渐增大; 随着抗压强度比的增大, 最大主应力沿径向在硬岩区变化幅度减小, 在软岩区变化幅度增大。

关键词: 离散元; 深部复合岩体; 隧道开挖; 抗压强度比

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)S2-0020-06

作者简介: 蒋明镜(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 国家杰出青年基金获得者, 主要从事天然结构性黏土、砂土、非饱和土、太空土和深海能源土宏观微观试验、本构模型和数值分析研究工作。E-mail: mingjing.jiang@tju.edu.cn。

DEM investigation on tunnel excavation of deeply-situated composite rock mass with different strength ratios

JIANG Ming-jing^{1, 2, 3}, WANG Hua-ning⁴, LI Guang-shuai¹, LIAO You-bin⁵, CHEN You-liang⁶, WEI Chao-qun¹

(1. Department of Civil Engineering, School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 3. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 5. Tongji Architectural Design(Group) Co., Ltd. Bridge Engineering Institute, Shanghai 200092, China; 6. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The strength ratio is an important factor affecting the stability of the surrounding rock during tunnel excavation of deeply-situated composite rock mass. A size-dependent bond contact model is implemented to the software of the two-dimensional distinct element method (DEM) to simulate the tunnel excavation of deeply-situated up-soft/low-hard composite rock mass. The influences of strength ratio on bond breakage, the maximum principal stress and disturbance zone of the surrounding rock are investigated. The results show that the bond breakage ratio and the disturbed area ratio caused by tunnel excavation gradually increase with the increase of strength ratio of composite rock mass, and the bond breakage is mainly caused by bond tensile failure. The maximum principal stress is distributed in teardrop shape in the circumferential direction of the surrounding rock, while in the radial direction it decreases firstly and then increases in the soft rock and increases in the hard rock. Moreover, in the radial direction, with the increase of the strength ratio, the variation range of the maximum principal stress decreases in the hard rock but increases in the soft rock.

Key words: discrete element method; deeply-situated composite rock mass; tunnel excavation; strength ratio

0 引言

随着中国“一带一路”倡议的实施, 一大批大型的水利、交通、采矿等深长隧道正在如火如荼地建设。全断面岩石掘进机工法具有安全、高效、优质、环保、经济和有利于围岩稳定等优点, 在水利、交通、采矿等方面应用广泛, 是这些重大生命线工程建设的首选

工法。然而在复合岩层中该工法尚不成熟, 根本原因之一为目前对复合岩层开挖后围岩稳定性机理认识不够清楚。

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(51890911); 国家自然科学基金重点项目(51639008)

收稿日期: 2020-08-07

表 1 岩样微观参数

Table 1 Microscopic parameters of rock specimens

岩石 类型	颗粒部分						胶结部分				
	ρ 颗粒密度 $/(kg \cdot m^{-3})$	k_n 颗粒法向刚度 $/(N \cdot m^{-1})$	k_s 颗粒切向刚度 $/(N \cdot m^{-1})$	μ 颗粒摩擦系数	β 颗粒抗擦系数	h_{max} 最大胶结厚度/m	σ_t 胶结拉伸强度/Pa	σ_c 胶结压缩强度/Pa	E_b 胶结弹性模量/N	sp 胶结延伸率	
花岗岩	2700	6.50×10^{10}	4.33×10^{10}	1.0	1.5	1.30×10^4	1.00×10^9	3.00×10^{10}	3.75×10^9	0.15	
大理岩	2700	3.10×10^{10}	2.05×10^{10}	1.0	1.5	1.30×10^4	1.60×10^9	1.07×10^{10}	1.07×10^9	0.15	
绿片岩	2700	9.00×10^9	6.00×10^9	0.3	0.5	1.30×10^4	1.50×10^8	2.50×10^9	2.50×10^8	0.15	
灰屑岩	2700	9.00×10^8	3.6×10^8	0.7	0.6	1.30×10^4	2.18×10^7	2.30×10^8	1.10×10^7	0.15	

前人对复合岩层隧道开挖的相关研究主要集中在室内试验、数值模拟等方面。室内试验通常采用相似材料试验对隧道开挖进行研究, 高文艺^[1]采用透明岩层相似材料试验, 借助数字照相量测技术和人工制斑方法, 通过对上软下硬复合岩层进行隧道开挖, 并采用数字照相量测分析, 试验结果表明: 隧道开挖后围岩出现局部分区破坏, 隧道周边的围岩出现两条剪切带, 一条垂直于层理面的剪切带, 另一条与层理面上方重合, 造成顶部岩层出现整体剪切破坏。黄锋等^[2]利用相似材料试验对软硬复合岩体开展岩石力学试验, 分析了倾角、层厚和围压对其力学特性及破坏形态的影响。但目前复合岩层室内开挖试验原位取样扰动大, 试验中的岩体材料和结构面都与天然结构面存在差异, 可重复性差, 且难以观测开挖全过程中岩体内结构及其演化过程。Cundall 等^[3]提出适合于颗粒介质的离散单元法 (DEM), 并将其成功应用于分析砂土问题。蒋明镜^[4]概括性地指出离散单元法可以自然地反映岩体破坏、大变形现象和率相关、颗粒破碎等特性, 无需复杂的宏观本构模型就能够模拟大变形。而大量工程实践表明: 开挖会引起围岩明显的变形及破坏。基于此, 王志伟等^[5]利用 DEM 模拟隧道开挖破坏的全过程, 通过分析了上软下硬浅埋复合地层的围岩破坏机制, 将围岩中节理的张开、滑移归结于松动区形成和隧道塌方的主要原因。已有的研究主要探讨了节理发育情况、层厚及围压等对隧道开挖的影响, 围绕抗压强度比对深部隧道开挖后的宏微观变形破坏机理研究较少。

基于此, 本文采用离散单元法, 模拟了高地应力条件下深部复合岩体隧道开挖后的变形和破坏过程, 对不同抗压强度比复合岩层下围岩胶结破坏、最大主应力、扰动区进行了分析, 以期为复合岩层开挖后围岩稳定性分析提供帮助。

1 岩石微观接触模型及模拟参数标定

1.1 岩石微观接触模型简介

合理的接触模型是正确模拟的关键, 模拟采用

Jiang 等^[6]提出的考虑胶结尺寸的微观接触模型, 该模型具有能够模拟室内脆性破坏特征、非线性强度包线以及较少颗粒下模拟室内试验裂隙扩展等优点。已有的数值模拟结果表明, 该模型能够很好地模拟岩石的力学特性^[7]。

1.2 模型参数的标定

以锦屏二级水电站深埋隧洞^[14]为工程背景, 通过在不同岩性的单轴抗压强度之间设置一定的梯度差, 来标定具有一定代表性的复合岩层。按照力学强度指标, 用以模拟的花岗岩^[8]、大理岩^[9]为硬岩, 绿片岩^[10]和灰屑岩^[11-12]属于软岩。通过参数标定^[13]得到该套试样微观参数^[14]如表 1, 所选用的软硬岩参数如表 2 所示, 对应的 DEM 试样的宏观力学参数如表 3, 对比可知 DEM 试样的宏观力学特性和试验的宏观力学特性目标值相匹配, 并在误差许可范围内。

表 2 岩石宏观参数

Table 2 Macroscopic parameters of rocks

参数	弹性模量 E/GPa	泊松比 μ	巴西劈裂强度 σ_t/MPa	单轴抗压强度 σ_c/MPa	黏聚力 c/MPa	内摩擦角 $\phi/(^{\circ})$
花岗岩	69.0	0.260	16.7	200.00	50.00	48.00
大理岩	30.0	0.210	20.0	101.24	24.60	35.23
绿片岩	3.54	0.360	1.00	19.47	4.47	25.26
灰屑岩	0.29	0.300	0.34	2.15	0.60	29.00

表 3 DEM 试样宏观力学参数

Table 3 Macroscopic mechanical parameters of DEM specimens

参数	弹性模量 E/GPa	泊松比 μ	巴西劈裂强度 σ_t/MPa	单轴抗压强度 σ_c/MPa	黏聚力 c/MPa	内摩擦角 $\phi/(^{\circ})$
花岗岩	68.070	0.254	18.360	198.200	43.000	40.41
大理岩	29.065	0.243	15.100	105.940	28.200	34.23
绿片岩	3.730	0.359	0.978	22.671	7.900	23.22
灰屑岩	0.295	0.440	0.325	2.040	0.646	30.10

基于数值试样微观参数标定结果建立深部软硬复合岩体离散元模型, 通过分析其无侧限立方体抗压强度与层理倾角的关系, 并与室内试验^[15]和有限元 (FEM) 解^[15]结果进行对比。对比结果如图 1 所示, 基于微观参数标定的离散元模拟结果与室内试验和有

限元结果吻合较好, 可用于隧道开挖的模拟。

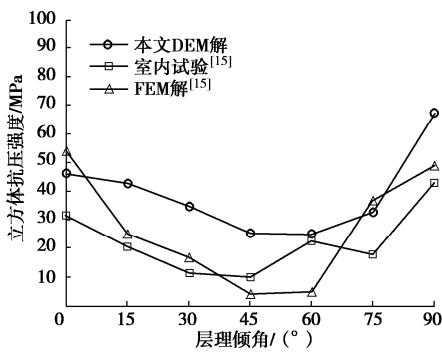


图 1 立方体抗压强度与层理倾角的关系

Fig. 1 Relationship between cubic compressive strength and bedding angle

2 离散元模拟步骤

离散元模拟的步骤如下: ①成样, 如图 2 所示, 采用 Jiang 等^[16]提出的分层欠压法生成 30 万颗粒的均匀试样, 级配曲线采用文献[17]所提出的一个适合 DEM 的岩石级配, 如图 3 所示。②预压, 成样结束后, 固定左右墙, 上下墙通过伺服机制使试样在水电站隧洞埋深约 1800 m 处的自重应力实测值 38.02 MPa 下固结平衡, 直至稳定, 墙摩擦设置为 0 以消除边界效应。③设置模型参数: 预压完成后, 加载岩石微观接触模型以及将花岗岩、灰屑岩、大理岩、绿片岩的微观参数赋予试样, 使试样稳定平衡。④先加载后开挖, 由于在某些深埋隧洞中水平应力与垂直地应力趋近^[18], 基于此且出于简化考虑, 本文根据模型试验以及实际开挖^[19]对试样施加 38.02 MPa 围压至试样平衡。清零颗粒速度和位移后, 在试样的正中心删除半径为 0.035 m 范围内的颗粒模拟隧道开挖。本文利用离心机放大原理在开挖前加 200g 的重力场, g 为 9.81 N/kg, 即模拟中隧道半径 0.035 m 对应实际工程中为 7.0 m, 地基尺寸 $0.54 \text{ m} \times 0.54 \text{ m}$ 对应实际工程中为 $108 \text{ m} \times 108 \text{ m}$ 。⑤隧道稳定: 测量开挖前后试样的孔隙比并观测其均匀性, 当均匀性较好时, 布置全局和局部测量圆, 如图 4 所示, 用于监测宏观信息。局部测量圆半径为 6.68 mm, 包含颗粒数目为 130~180, 测得曲线较为平稳, 可以满足测量精度要求。当颗粒间胶结破坏率不再增加, 即隧道平衡, 模拟结束。

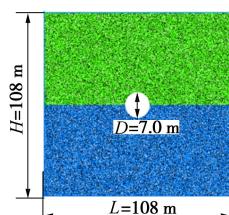


图 2 试样示意图

Fig. 2 Sketch of rock specimen

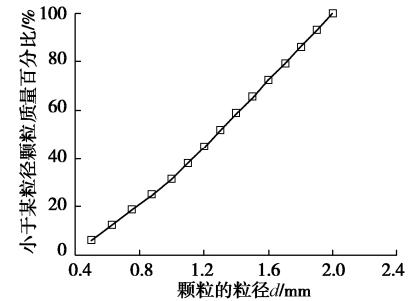


图 3 试样级配曲线

Fig. 3 Grain-size distribution curve of DEM specimen

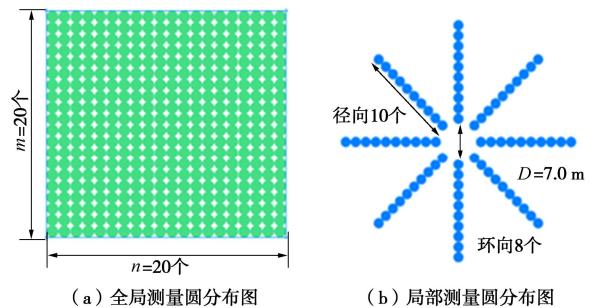


图 4 DEM 试样中测量圆分布情况

Fig. 4 Positions of measuring circles in DEM specimen

3 离散元模拟结果与分析

在本次数值模拟中一共有 4 种不同抗压强度比深部复合岩体, 如表 4 所示。

表 4 不同抗压强度比深部复合岩体

Table 4 Composite rock mass with different strength ratios

复合岩层 组合	上部	下部	抗压强度比 (上:下)	具体 比值
组合一	绿片岩	花岗岩	22.671 : 198.2	0.114
组合二	灰屑岩	花岗岩	2.04 : 198.2	0.010
组合三	绿片岩	大理岩	22.671 : 105.94	0.214
组合四	灰屑岩	大理岩	2.04 : 105.94	0.019

3.1 胶结破坏

图 5 给出了 4 种深部上软下硬复合岩体在隧道开挖后胶结破坏随着时间发展的关系图, 其中时步与开挖后实际的模拟时间对应。分别分析含灰屑岩的深部软硬复合岩体组合、含绿片岩的深部软硬复合岩体组合的隧道开挖过程, 各个组合达到破坏稳定状态所需模拟时步和最终的胶结破坏率如表 5 所示。对于灰屑岩组合分析可得, 随着抗压强度比的增加, 隧道开挖达到破坏稳定状态的时间逐渐增加, 胶结破坏率也逐渐增加, 对于绿片岩组合分析可以得出同样的变化规律。就胶结破坏类型而言, 4 种深部软硬复合岩体隧道开挖胶结破坏均以拉剪破坏为主导。

3.2 最大主应力

限于篇幅, 此处仅以花岗岩-灰屑岩为例给出 4

种深部软硬复合岩体隧道开挖后最大主应力分布特征, 如图 6 所示。

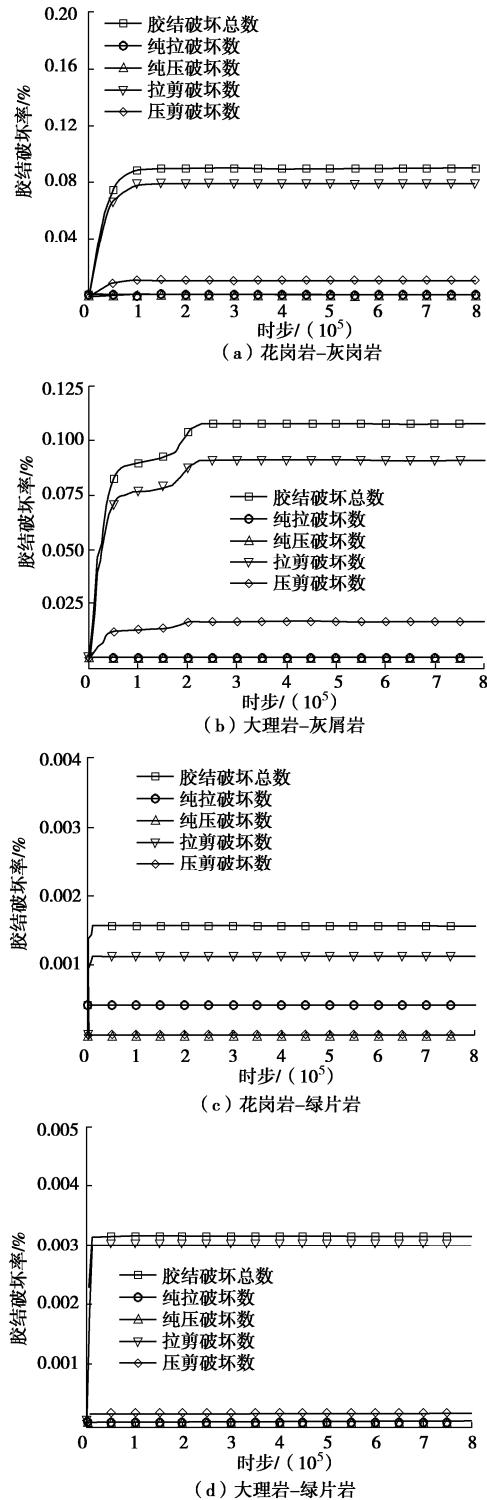


图 5 胶结破坏与时步关系曲线

Fig. 5 Relationship between bond breakage rate and time step

表 5 最终胶结破坏率及对应时步

Table 5 Final bond breakage rates and corresponding time steps

组合	花岗岩- 灰屑岩	大理岩- 灰屑岩	花岗岩- 绿片岩	大理岩- 绿片岩
时步	12301	213300	4100	9100
胶结破坏率/%	0.0899	0.1070	0.00143	0.00315

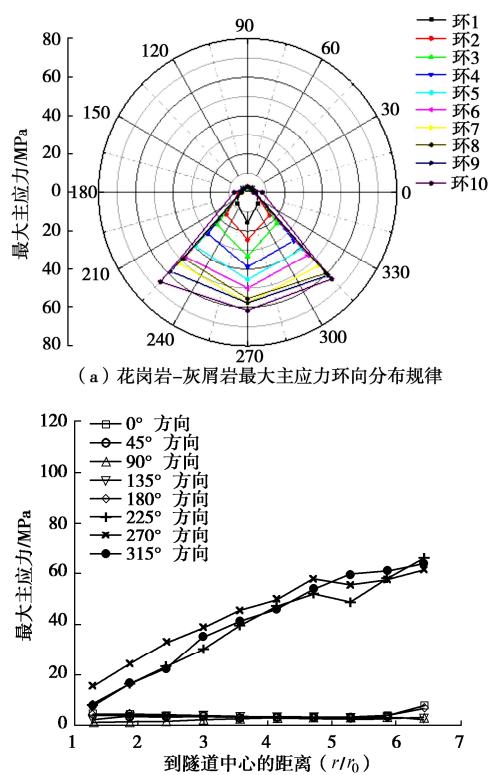


图 6 花岗岩-灰屑岩最大主应力分布特征

Fig. 6 Distribution characteristics of maximum principal stress in granite-limestone

在 PFC5.0 中, 通过布置局部测量圆能获得各测点的水平应力 σ_x , 垂直应力 σ_y , 剪切应力 τ_{xy} , 最大主应力为

$$\sigma_1 = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} - \tau_{xy}^2} \quad (1)$$

隧道开挖后最大主应力环向呈现出硬岩区域大于软岩区域, 靠近软岩的硬岩部分的最大主应力偏小, 呈下垂的滴水状。从径向分布看, 225° , 270° 和 315° 表现为距离隧道中心越远, 最大主应力越大, 而其余角度随距离隧道中心距离增大, 最大主应力先减小后增大, 变化幅度较小。其原因主要为隧道在底部受到卸荷效应^[20]的影响。且通过对比不同组合最大主应力分布特征可得, 随着岩性差异减小, 即抗压强度比增大, 225° , 270° 和 315° 最大主应力随距隧道中心距离增大而增大幅度逐渐减小, 其余方向变化幅度逐渐增大。

3.3 围岩扰动区

图 7 给出了不同抗压强度比下深部复合岩体隧道开挖后引起的围岩微观胶结破坏率及宏观扰动区面积比。微观胶结破坏率是指围岩中胶结破坏数和胶结总数的比值, 从灰屑岩到花岗岩, 随着岩性的增强, 微观胶结破坏率越来越少, 到了大理岩和花岗岩, 胶结破坏率为零, 表明岩体越强, 隧道开挖后由于应力集中产生的微观损伤越小。宏观围岩扰动区面积比是指

在隧道开挖达到相对稳定时,发生岩体破碎相对独立的掉落的岩体面积占隧道整个计算域的面积比值。微观胶结破坏率越大,围岩微观损伤越严重;宏观扰动区面积比越大,隧道开挖引起的扰动面积越大,发生挤压大变形的可能性就越大。二者的变化关系体现了微观破坏与宏观扰动之间的内在联系。模拟结果表明,对于深部软硬复合岩体而言,随着抗压强度比的增大,围岩胶结破坏率与扰动区面积比均逐渐增大,围岩胶结破坏率整体大于扰动区面积比。

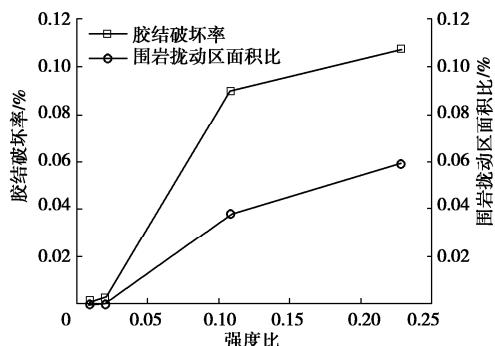


图 7 不同抗压强度比与胶结破坏率及扰动区面积比关系曲线

Fig. 7 Bond breakage rates and disturbed area ratios under different strength ratios

4 结 论

为了探明不同抗压强度比对围岩稳定的影响,本文采用基于试验的考虑胶结尺寸的岩石微观接触模型,针对深部上软下硬复合岩层进行了隧道开挖的离散元数值模拟,并进一步分析研究了不同抗压强度比对围岩稳定的影响。

(1) 对于深部复合岩体而言,隧道开挖引起的胶结破坏主要为拉剪破坏,且随着抗压强度比的增加,破坏达到稳定的时间逐渐变长,围岩胶结破坏率逐渐增高。

(2) 深部复合岩体在进行隧道开挖后,最大主应力环向表现为硬岩部分大于软岩部分,且软硬岩互相影响,呈下垂的滴水状;从径向分布看,硬岩部分距离隧道中心越远,最大主应力越大,软岩部分变化规律表现为先减小后增大;且随着抗压强度比增大,软岩部分变化幅度逐渐增大,硬岩部分变化幅度逐渐减小。

(3) 随着抗压强度比的增大,围岩扰动区面积比逐渐增大,与胶结破坏率变化吻合较好且数值整体小于胶结破坏率,二者的变化关系体现了微观破坏与宏观扰动之间的内在联系。

由于现有计算机能力的限制,所建立的隧道开挖的模型颗粒数目仍难以和实际相一致;隧道开挖需要考虑三维效应,因此有必要进一步开展三维离散元开

挖分析;且由于时间原因,本文所取的深部复合岩体组合较少,更加全面、细致的分析,例如不同时步时胶结破损的分布规律等,有待进一步研究。

参 考 文 献:

- [1] 高文艺. 深部复合地层 TBM 隧道变形时空演化规律研究 [D]. 徐州: 中国矿业大学, 2015. (GAO Wen-yi. Study on Space-time Evolution Laws of Surrounding Rockmass Deformation in Deep Mixed Strata Tunnel Excavated by TBM[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2015. (in Chinese))
- [2] 黄 锋, 周 洋, 李天勇, 等. 软硬互层岩体力学特性及破坏形态的室内试验研究 [J/OL]. 煤炭学报: 1-10[2020-03-17]. <https://doi.org/10.13225/j.cnki.jccs.2019.1388>. (HUANG Feng, ZHOU Yang, LI Tian-yong, et al. Laboratory experimental study on mechanical properties and failure modes of soft and hard interbedded rock mass[J/OL]. Journal of China Coal Society: 1-10[2020-03-17]. <https://doi.org/10.13225/j.cnki.jccs.2019.1388>.)
- [3] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Géotechnique, 1979, 29(1): 47 - 65.
- [4] 蒋明镜. 现代土力学研究的新视野——宏微观土力学[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(2): 195 - 254. (JIANG Ming-jing. New paradigm for modern soil mechanics: Geomechanics from micro to macro[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(2): 195 - 254. (in Chinese))
- [5] 王志伟, 乔春生, 宋超业. 上软下硬岩质地层浅埋大跨隧道松动压力计算[J]. 岩土力学, 2014, 35(8): 2342 - 2352. (WANG Zhi-wei, QIAO Chun-sheng, SONG Chao-ye. Calculation method of relaxation pressure of shallow large span tunnel in up-soft/low-hard rock stratum[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(8): 2342 - 2352. (in Chinese))
- [6] JIANG M J, ZHANG N, CUI L, et al. A size-dependent bond failure criterion for cemented granules based on experimental studies[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 69: 182 - 198.
- [7] JIANG M J, LIU W, XI B L, et al. Preliminary DEM analysis on micro-mechanical behavior of the composite cemented granules under complex stress conditions[C]// Proceedings of the 7th International Conference on Discrete Element Methods, 2016, Singapore.
- [8] 张春深, 陈祥荣, 侯 靖, 等. 锦屏二级水电站深埋大理岩力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(10): 1999 - 2009. (ZHANG Chun-shen, CHEN Xiang-rong, HOU Jing, et al. Study of mechanical behavior of deep-buried

- marble at jinping hydropower station[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(10): 1999 – 2009. (in Chinese))
- [9] MARTIN D C. The strength of massive Lac du Bonnet Granite Around Underground Opeanings[D]. Winnipeg: University of Manitoba, 1993.
- [10] 黄书岭. 高应力下脆性岩石的力学模型与工程应用研究 [D]. 武汉: 中国科学院研究生院(武汉岩土力学研究所), 2008. (HUANG Shu-ling. Study on Mechanical Model of Brittle Rock under High Stress Condition and Its Engineering Applications[D]. Wuhan: Graduateschool of the Chinese Academy of Sciences (Wuhan Institute of Geotechnical Mechanics), 2008. (in Chinese))
- [11] 吕品. 锦屏水电站绿片岩段扩挖及落底开挖稳定研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2011. (LÜ Pin. The Research of Enlarged Excavation and Surrounding Rock Stability in The Green Schist Area of Jinping Hydropower Station[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011. (in Chinese))
- [12] CIANTIA M O, CASTELLANZA R, PRISCO C D. Experimental study on the water-induced weakening of calcarenites[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2015, **48**(2): 441 – 461.
- [13] PARMA M, NOVA R. Effects of bond crushing on the settlements of shallow foundations on soft rocks[J]. Géotechnique, 2011, **61**(3): 247 – 261.
- [14] 杨开新, 蒋明镜, 陈有亮, 等. 不同岩性下 TBM 滚刀破岩过程离散元分析[J]. 水资源与水工程学报, 2019, **30**(2): 198 – 204, 211. (YANG Kai-xin, JIANG Ming-jing, CHEN You-liang, et al. Discrete element method analysis on rock breaking process induced by TBM cutters under different lithologies[J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2019, **30**(2): 198 – 204, 211. (in Chinese))
- [15] 吴渤. 层状岩体隧道围岩扰动区演化与锚固机理研究 [D]. 武汉: 中国地质大学, 2016. (WU Bo. Study on disturbance zone evolution and anchoring mechanism of surrounding rock in layered rock tunnel[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2016. (in Chinese))
- [16] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUAIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. Computers and Geotechnics, 2003, **30**(7): 579 – 597.
- [17] 陈贺. 岩石宏微观力学特性及高陡岩质边坡的离散元数值模拟 [D]. 上海: 同济大学, 2013. (CHEN He. Macroscopic and Microscopic Mechanical Properties of Rocks and Discrete Element Numerical Simulation of High-Steep Rock Slopes[D]. Shanghai: Tongji University, 2013. (in Chinese))
- [18] 蔡美峰. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (CAI Mei-feng, Rock Mechanics and Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [19] 赵瑜, 卢义玉, 陈浩. 深埋隧道三心拱洞室平面应变模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2010, **43**(3): 68 – 74. (ZHAO Yu, LU Yi-yu, CHEN Hao. A plane strain modeling study of a three-center arch for deep tunnels[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, **43**(3): 68 – 74. (in Chinese))
- [20] JIANG M J, YIN Z Y. Analysis of stress redistribution in soil and earth pressure on tunnel lining using the discrete element method[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2012, **32**(6): 251 – 259.

(编校: 孙振远)