

DOI: 10.11779/CJGE2020S1027

无侧限抗压强度异常值处理新方法的研究

刘鸿飞, 刘俊芳*, 苏跃宏, 金 言

(内蒙古工业大学内蒙古自治区土木工程结构与力学重点实验室, 内蒙古 呼和浩特 010051)

摘要: 在道路工程中, 路面主要承受车辆荷载作用, 路面结构应具有足够的强度、刚度、耐久性等性能。故路面结构材料的性能是影响路面服役期质量的重要保证。目前, 公路工程中基层材料多选用无机结合类稳定材料, 其强度常常采用无侧限抗压强度试验测定。在试验结果处理时, 对于异常值的处理目前规范推荐3倍标准偏差法(简称3S法)。由于无侧限抗压强度试验样本数较小, 采用3S法无法对试验数据中的部分特异数据剔除。针对这一问题, 提出了t分布置信区间的新方法, 对该方法从理论上进行了分析, 另通过对比其他异常值处理方法, 证实了t分布置信区间分析法在处理无侧限抗压强度试验数据时是切实可行的, 并证实此方法既保证了可能范围的大小又保证了总体指标落在该范围内的概率。

关键词: 无侧限抗压强度试验; 异常值处理; 置信区间

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)S1-0137-04

作者简介: 刘鸿飞(1997—), 男, 硕士, 主要从事岩土工程方面的研究。E-mail: 2250985833@qq.com。

New method for dealing with unconfined compressive strength outliers

LIU Hong-fei, LIU Jun-fang, SU Yue-hong, JIN Yan

(Inner Mongolia University of Technology, Key Laboratory of Structure and Mechanics of Civil Engineering in Inner Mongolia

Autonomous Region, Hohhot 010051, China)

Abstract: In road engineering, the pavement mainly bears the action of vehicle loads, and the pavement structure should have enough strength, stiffness, durability and other properties. Therefore, the performance of pavement structure materials is an important guarantee that affects the quality of pavement service. At present, the inorganic bonding stable materials are often used in highway engineering, and their strength is often measured by the unconfined compressive strength tests. The 3 times standard deviation method (3S method) is recommended for the treatment of outliers. Since the unconfined compressive strength test sample size is small, the 3S method cannot eliminate some specific data from the test data. In order to solve this problem, the new method of t distribution confidence interval is proposed, and it is analyzed theoretically. By comparing other treatment handling methods for outliers, the t distribution confidence interval analysis method in the treatment of the unconfined compressive strength test data is confirmed to be feasible, and the proposed method guarantees the possible range of size and ensures the overall index to fall within the scope of the probability.

Key words: unconfined compressive strength test; outlier processing; confidence interval

0 引言

在土木工程中材料试验数据的精确对于结构质量保证有着至关重要的作用。由于试验的方法、试验设备、试验人员的技术水平、试验的环境等多种因素的影响, 使试验测试的结果与真值之间不可避免的存在着误差, 其中有些误差是不被允许的。例如过失误差, 这就是明显与真实情况不相符的数据。基层材料的无侧限抗压强度试验结果, 若高于真实值, 会造成变异水平偏大, 导致高速公路基层耐久性不足, 沥青面层出现多种病害。张天军等^[1]曾指出这是沥青面层病害普发的主要原因之一。另基层强度不均匀也会导致沥

青面层产生大量反射裂缝^[2]。因此需要对试验数据进行处理排除特异值。特异值会使试验结果明显偏离真实值, 而且还可能会造成试验的失败, 从而增加试验的数量, 同一组试验的变异系数 C_v 应该符合规定, 小试件 $C_v \leq 6\%$, 如果不能保证变异系数, 则应该按允许误差10%和90%概率从新计算所需要的试件数量另做新试验, 直到满足规定^[3]。

本文着眼于无侧限抗压强度试验异常值结果处

基金项目: 内蒙古自治区研究生科研创新项目(S20191165Z)

收稿日期: 2020-06-02

*通信作者(E-mail: 18647964316@163.com)

理, 系统阐述了常用适用准则及局限性, 提出了基于 t 分布的异常值处理准则并佐以试验进行适用性验证。

1 常用方法的介绍^[4]

1.1 拉依达准则

拉依达准则是以 3 倍标准偏差作为判别标准(简称 3S 法)。当试验次数较多时, 可简单的用 3 倍标准偏差作为确定可疑数据的标准。即

$$|x_i - \bar{x}| > 3S \quad . \quad (1)$$

该测量数据判定为异常值, 应舍弃。

拉依达准则简单方便, 但要求较宽在试验次数较多或要求不高时可以应用。但是当测量数据较少时(如 $n < 10$), 在一组测量值中即使混有异常值也无法舍弃。

1.2 肖维纳特准则

肖维纳特指出, 当进行 n 次试验, 其测量值服从正态分布时, 以概率 $1/(2n)$ 设定一判别范围 $(-k_n * s, +k_n * s)$, 当偏差超出该范围时, 就意味着测量值是异常的, 应舍弃。其判别范围公式如下:

$$\frac{1}{2n} = 1 - \int_{-k_n}^{+k_n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad , \quad (2)$$

式中, k_n 为肖维纳特系数, 与试验 n 有关, 可查表。

$$\frac{|x_i - \bar{x}|}{s} \geq k_n \quad . \quad (3)$$

取舍标准: 肖维纳特准则改善了拉依达准则, 但是其不能保证置信区间, 也就是肖维纳特系数与置信水平之间无明确的关系。

1.3 格拉布斯准则

格拉布斯准则, 即假定测量结果服从正态分布, 根据顺序统计量来确定可疑数据的取舍。

据统计顺序原则, 给出标准化顺序统计量 g ,

$$g = \begin{cases} \frac{\bar{x} - x_1}{s} & (\text{最小值 } x_1 \text{ 可疑}) \\ \frac{x_n - \bar{x}}{s} & (\text{最小值 } x_n \text{ 可疑}) \end{cases} \quad . \quad (4)$$

根据格拉布斯统计量的分布, 在指定的显著性水平 α 下, 求得判别可疑值的临界值 $g_0(\alpha, n)$ 。格拉布斯法的判别标准为 $g \geq g_0(\alpha, n)$, 此时测量值是异常的, 应该舍弃。

格拉布斯法每次只能舍弃一个可疑值, 应该一个一个数据地舍弃, 舍弃第一个数据后, 试验次数由 n 变成 $n-1$, 以此基础再判别第二个可疑数据。

1.4 狄克逊准则

狄克逊准则利用的是极差比的办法从而得出简化而严密的结果, 在 n 次测量中将测量的数值按从小到大排列为

$$X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n \quad . \quad (5)$$

可以计算狄克逊统计量值 f_0 , 并利用 Dixon 系数 $f(\alpha, n)$ 来进行对可以数值的取舍判断, 其判断公式为 $f_0 \geq f(\alpha, n)$, 若此公式成立, 应该剔除 $X(1)$ 或 $X(n)$ 。

狄克逊系数 $f(\alpha, n)$ 与统计量 f_0 之间的计算公式可以查表。

用狄克逊准则来检验数值的优点是方法简便, 概率意义很明确, 缺点是当计量的次数很少的时候, 会把本来是异常值误判为非异常值的可能性增大。

1.5 3S 法处理无侧限抗压强度试验结果的局限性

目前中国在进行无侧限抗压试验时为了能够保证结果的可靠性和准确性, 对于试件数量的要求是小试件不少于 6 个, 中试件不少于 9 个, 大试件不少于 13 个。对于异常值的处理中国规范推荐采用 3S 法。

依据 3s 准则的原理:

$$|x_i - \bar{x}| > 3S \quad . \quad (6)$$

$$\text{则 } (x_i - \bar{x})^2 > 9s^2 \quad . \quad (7)$$

根据算术平均值和标准差的公式, 若平行试验数量为 6 个, 则

$$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 5s^2 \quad . \quad (8)$$

显然对于处理小试件或者中试件无意义。

2 t 分布置信区间分析法

为了保证试验数据的准确度, 希望可以采用一种新的方法来解决这个问题。以上介绍的几种方法都是以正态分布为理论基础。正态分布适用于样本数量较大的统计数据, 而小样本其实是不适用的。对于小样本需要用类似于正态分布的 t 分布来进行检验处理。t 分布是统计学中一类重要分布, 与标准正态分布有着微小的区别, 在置信区间估计和显著性水平检验问题的计算中起到了重要作用。

假设随机变量 $X_1 \sim N(0,1)$, $X_2 \sim X_{(n)}^2$, X_1 与 X_2 相互独立, 则称 $t = \frac{X_1}{\sqrt{X_2/n}}$ 服从分布为自由度 n 的 t 分布, 记作 $t \sim t_n$ 。

区间估计其实就是在一定概率的保证下估计包含总体参数的一个值域, 具体的就是根据样本的指标和抽样的平均误差来推断总体指标的可能范围。它总共包括两部分: ①这一可能范围的大小; ②总体指标落在该可能范围的概率。

区间估计是从点估计和抽样标准误差同时出发, 即先给定概率值然后再建立包含待估计参数的区间范围, 其中给定的概率为置信度或置信水平, 建立的区

间范围为置信区间, 即总体参数值落在样本统计值某一区内的概率, 划定置信区间的两个数值就是置信下限和置信上限^[5]。

t 分布置信区间估计法就是在假定双边置信水平为 99%, 根据已知的数据求解出平均值、标准偏差, 根据置信区间公式 $\left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1), \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) \right]$,

其中 $\alpha=0.995$, 来确定出置信范围, 即此范围有 99% 的可信度来代表总体的范围。这样就可以作为依据来排除一些可疑数据。

在无机结合料无侧限抗压试验中, 每一个测量值和真实值之间都会存在一点的误差, 若无限次的增加试验试件的数量, 则试验结果服从正态分布, 现在可以假定无限次试验已经完成, 现在试验做的 6 个数据是从 n 次试验中抽取的小样本, 则可以用 t 分布置信区间分析法来对试验数据进行判断。

设试验室测得的无机结合料无侧限抗压强度为 $X_1, X_2, X_3 \dots X_N$ 为一个试验样本。其算数平均值为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i , \quad (9)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2 \right) . \quad (10)$$

经分析可知总体服从正态分布 $Q(\mu, \sigma^2)$, 试验样本 $(\bar{x} - \mu) / (s / \sqrt{n}) \sim t_{(n-1)}$, 即试验样本测定值经过变换, 可以转换为 t 分布。在选定 α 之后就可以得到其置信区间

$$\left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{0.995}(5), \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{0.995}(5) \right] . \quad (11)$$

在运用 t 分布置信区间分析法进行剔除工作的时候首先对最小值和最大值进行判断; 异常值每次只能剔除一个, 然后再按剩下的样本数值从新进行计算, 来进行第二次数值判断, 从而将特异常值逐个剔除出去, 直到剩下的数据全部正常为止, 不允许一次性剔除多个数值。

3 数据验证

为了验证此方法的可行性, 对固化风积沙底基层无侧限抗压强度试验结果进行处理。该试验固化剂采用 10%FCS-2 固化剂(粉煤灰、石灰、石膏、增强剂、硅灰、交联剂、氢氧化钠的配合比为 60 : 15.8 : 5 : 12 : 6 : 0.2 : 1), 掺量固化风积砂试件成型后放在标准环境中进行养护, 制作成型 $\phi 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ 的固化风积砂混合料试件 8 个, 养护龄期为 7 d, 在最后的一天进行浸水养护, 从中选取 6 个作为试验试件, 为了避免应力集中, 试验前, 将试件表面用刮刀刮平,

将其放到压力机上面, 并且将加载速度保持在 1 mm/min。通过无侧限抗压强度试验测出抗压强度试验基础数据: 编号 1~6 其无侧限抗压强度分别为 3.40, 3.25, 3.12, 3.46, 3.33, 3.89 kPa。

对基础数据分别采用 3S 法、肖维纳特准则、格拉布斯准则、狄克逊准则、 t 分布置信区间分析法进行数据处理。

3.1 3S 准则的应用

3S 处理结果: 异常值无, 平均值为 3.41, 标准偏差 0.26, 3S 范围 2.63~4.19, 变异系数为 7.6%。这种方法不能剔除异常值, 从而求得的平均值偏大, 变异系数偏大。

3.2 肖维纳特准则的应用

肖维纳特处理结果: 异常值为 3.89, 平均值为 3.31, 标准偏差为 0.13, 肖维纳特范围 3.10~3.52, 变异系数为 3.9%。可以剔除剔除异常值, 降低变异系数, 但是其置信水平没有保证。

3.3 格拉布斯准则的应用

将数据从小到大排列为 3.12, 3.25, 3.33, 3.40, 3.46, 3.89 求得平均值为 3.41, 标准偏差为 0.26, 按下式计算统计量:

$$g_{(6)} = \frac{x_6 - \bar{x}}{s} = \frac{3.89 - 3.41}{0.26} = 1.85 . \quad (12)$$

选定显著水平 $\alpha=0.01$, 由此为根据查的 $g_0(\alpha, n)=1.94$, 所以无特异值, 变异系数为 $C_v=7.6\%$ 。

这种方法不能剔除异常值, 从而求得的平均值偏大, 变异系数偏大。

3.4 狄克逊准则的应用

将数据从小到大排列为 3.12, 3.25, 3.33, 3.40, 3.46, 3.89, 求得平均值为 3.41, 标准偏差为 0.26, 按下式计算统计量:

$$f_{0(1)} = \frac{x_2 - x_1}{x_6 - x_1} = 0.169 , \quad (13)$$

$$f_{0(6)} = \frac{x_6 - x_5}{x_6 - x_1} = 0.558 . \quad (14)$$

经查表可知 $f(0.01, 6)=0.698$, 所以无异常值, 变异系数 $C_v=7.6\%$ 。这种方法不能剔除异常值, 从而求得的平均值偏大, 变异系数偏大。

3.5 t 分布置信区间分析法的应用

(1) 根据已知的数据可以求得, 平均值为 3.41, 标准偏差 0.26。根据置信 99% 可以确定 $t_{0.995}/\sqrt{n}=1.646$, 从而其范围 2.98~3.84, 可以将 3.89 排除。

(2) 经第二次计算

平均值为 3.31, 标准偏差 0.13, 根据置信 99% 可以确定 $t_{0.995}/\sqrt{n}=2.059$, 从而其范围 3.04~3.58, 无特异值, 变异系数为 3.9%。

分布处理结果：异常值为 3.89，平均值为 3.31，标准偏差为 0.13， t 分布范围 3.04~3.58，变异系数为 3.9%。此方法选取置信水平为 99%，能够剔除较大的偏差值，降低平均值和变异系数，还有明确的保证区间。

通过对以上几种方法的运用，可以清晰的看出由于 3.89 这个特异值带来的影响，使平均值增大，变异系数增大，这正是造成试验结果失真的一个重要原因之一。而 3S 准则、格拉布斯准则、狄克逊准则都不能有效判别出来，肖维纳特准则和 t 分布置信区间却可以。但是由于肖维纳特准则以 $1/(2n)$ 为概率设定判别范围，无法确定准确的置信度，而 t 分布置信区间分析法既能达到肖维纳特准则的判别效果，又能有准确的置信度。

4 结 论

(1) 从统计学角度论述了大样本与小样本数据处理的差异，以此引出面向小样本数据处理的 t 分布置信区间分析。

(2) 将 t 分布准则创新性的应用于无侧限抗压强度数据的异常值处理，建立变异系数和置信区间的评价体系，充分验证 t 分布处理的优越性，为岩土工程领域大量存在的小样本数据处理提供了新准则和有意思路。

参考文献：

- [1] 张天军, 韩江水, 屈钧利. 实验力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008. (ZHANG Tian-jun, HAN Jiang-shui, QU Jun-li. Experimental Mechanics[M]. Xi'an: Northwest Industry Press, 2008. (in Chinese))
- [2] 公路工程无机结合料稳定材料试验规程: JTGE51—2009[S]. 2009. (Test Specification for Inorganic Binder Stabilized Materials in Highway Engineering: JTGE51—2009[S]. 2009. (in Chinese))
- [3] 乔志琴, 张万祥. 《公路工程试验检测》[M]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2017. (QIAO Zhi-qin, ZHANG Wan-xiang. Highway Engineering Test and Detection[M]. Beijing: Renmin JiaotongTong Publishing House Co., Ltd. 2017. (in Chinese))
- [4] 李宗强, 李居铜, 张爱勤, 等. 《土木工程试验方法与数据处理》[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2014. (LI Zong-qiang, LI Ju-tong, ZHANG Ai-qin, et al. Test Methods and Data of Civil Engineering[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2014. (in Chinese))
- [5] 胡靖杰. t 分布函数及其应用[J]. 统计与管理, 2017(4): 46 - 47. (HU Jing-jie. T distribution function and its application[J]. Accounting and Management, 2017(4): 46 - 47. (in Chinese))

(编校: 胡海霞)