

DOI: 10.11779/CJGE202011020

## 三维真土压力盒的设计与应力参数的计算

陈之祥<sup>1, 2</sup>, 邵龙潭<sup>1, 2</sup>, 李顺群<sup>\*3</sup>, 郭晓霞<sup>1, 2</sup>, 田筱剑<sup>1, 2</sup>

(1. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116085; 2. 大连理工大学工程力学系, 辽宁 大连 116085;  
3. 天津城建大学天津市软土特性与工程环境重点实验室, 天津 300384)

**摘要:** 应力状态是评价土体变形和强度的基础, 最大主应力及其方向是确定边坡、基坑等结构体滑裂面产生与发展过程的重要依据。为研究土体内部一点的真实三维应力状态, 基于正应力与应力状态之间的计算关系, 考虑测试过程中装置旋转引起的测试误差, 设计了一种能够测定土中 6 个方向正应力和 3 个绕轴角度的三维土压力测试装置, 即三维真土压力盒。该三维真土压力盒由 1 个高强度基座、6 个微型土压力盒、1 个孔压计和 1 个倾角传感器构成, 可用于测定待测点 6 个方向的总应力和有效应力, 进而确定该测点的三维总应力状态和有效应力状态。将研制的三维真土压力盒用于了某粉煤灰的一维加一卸载循环试验, 并将测试结果与 Boussinesq 解的计算值进行了比较。同时, 依据获取的三维应力状态计算了测点的主应力及其方向、毕肖普常数  $b$ 、应力罗德角  $\theta$ , 并对各加载过程中应力状态的竖向分量与竖向应变之间的关系进行了分析。结果表明: 测试装置埋设和测试过程的角度旋转误差, 会引起测试结果的误差, 且这种误差随测试数值的变大而变大; 一维加一卸载过程中土中的最大主应力方向与加载方向并不重合; 随着加卸载循环次数的增加, 各主应力大小及其方向逐渐稳定在一定范围, 土的应力 - 应变关系也逐渐趋于稳定; 采用三维真土压力盒的测试值确定的力学参数与土力学理论相符合, 该装置对于土的强度问题研究具有技术基础作用。

**关键词:** 应力状态; 土压力; 应力主轴; 方向余弦; 土压力盒

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)11-2138-08

**作者简介:** 陈之祥(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事土工测试技术和特殊土力学等方面的科研。E-mail: chen\_zhixiang@126.com。

## Design of three-dimensional true earth pressure sensor and calculation of stress parameters

CHEN Zhi-xiang<sup>1, 2</sup>, SHAO Long-tan<sup>1, 2</sup>, LI Shun-qun<sup>3</sup>, GUO Xiao-xia<sup>1, 2</sup>, TIAN Xiao-jian<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116085, China;

2. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116085, China; 3. Tianjin Key Laboratory of Soft Soil

Characteristics and Engineering Environment, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China)

**Abstract:** The stress state is the basis for evaluating the deformation and strength of soil. The maximum principal stress and its direction are the important basis for determining the generation and development process of sliding surface of slopes, foundation pits and other structures. To study the real three-dimensional stress state of a point in the soil, based on the calculation relationship between the normal stress and the stress state and considering the test errors caused by the rotation of the device in the test process, a test device named three-dimensional true earth pressure sensor is designed to measure the normal stress in 6 directions and 3 angles around the axis in soil. The three-dimensional true earth pressure sensor is composed of a high-strength polyhedron base, 6 micro earth pressure cells, a micro pore water pressure cell, and a micro inclination sensor. It can determine the total stress and effective stress in 6 directions, and calculate the total stress state and effective stress state of soil. The three-dimensional true earth pressure sensor is used in the one-dimensional loading-unloading cycle of a fly ash, and the test results are compared with the theoretical values calculated by the Boussinesq method. Meanwhile, the 3 principal stresses and their directions, the Bishop constant ( $b$ ), and the Lode's angle ( $\theta$ ) are calculated according to the obtained three-dimensional stress state, and the relationship between the vertical stress and the vertical strain in each loading process is analyzed. The results show that the rotation angles caused in the embedment and test processes will cause test errors, and these errors will increase with the increase of the test values. The direction of the maximum principal stress does not coincide

基金项目: 国家自然科学基金项目(41877251); 国家重点实验室自主研究课题经费资助项目(S18406); 天津市重点研发计划项目(19YFZCSF00820); 辽宁省自然科学基金项目(2019-ZD-0187)

收稿日期: 2019-12-31

\*通信作者(E-mail: lishunqun@yeah.net)

with the loading direction in the one-dimensional loading-unloading process. With the increase of loading-unloading cycle times, the value and direction of the principal stress will gradually stabilize in a range, and the stress-strain relationship of soil also tends to be gentle. The mechanical parameters determined by the three-dimensional true earth pressure sensor can be consistent with the theory of soil mechanics, and the proposed device has a technical basis for the study of soil strength.

**Key words:** stress state; earth pressure; stress principal axis; direction cosine; earth pressure cell

## 0 引言

应力状态是评价土体强度和变形的重要基础, 是边坡、基坑等结构体监测的重要指标<sup>[1-3]</sup>。受土体碎散、多相、各向异性等性质影响, 土中的应力状态是与时间、应力历史和应力路径等因素相关的<sup>[4-6]</sup>。测试土体中的三维应力状态, 获取土中一点的最大主应力及其发展趋势, 对于研究和判别土的破坏过程具有重要的工程价值。

按照应力状态简化维度的不同, 应力状态可表示为一维、二维和三维的形式<sup>[7-8]</sup>。常见的一维应力测试装置有土压力盒、应力计等<sup>[9-10]</sup>, 二维形式的应力状态主要依据平面应变和测试材料的弹塑性参数间接计算<sup>[11]</sup>。实际上, 多相孔隙介质在加载过程中产生的滑移和硬化、软化特征都能表明, 土中的应力状态并不存在绝对的一维和二维形式<sup>[12-14]</sup>。

土体应力状态测试过程中, 待测方向应与拟测定方向相一致<sup>[15]</sup>, 即埋设和测试过程中传感器的测试方位应已知且不因加载而变化。对于三维应力状态测试而言<sup>[11, 16]</sup>, 即构建的待测体坐标系应与测试装置的坐标系完全重合。受土体碎散多相、各向异性影响, 加载过程中土的沉降或变形往往是非均匀的<sup>[1, 5, 12]</sup>。因而, 测试过程中不仅存在应力大小的变化, 还存在待测角度与实测角度的变化。因此, 欲获取土中一点真实的三维应力状态, 除了确定一点的 3 个正应力和 3 个剪应力外, 还应确定测试过程中待测点各测试方向的变化。

考虑埋设和测试过程中装置旋转引起的测试误差, 设计了一种能够测定土中 6 个方向正应力和 3 个绕轴角度的三维土压力测试装置, 即三维真土压力盒。将研制的三维真土压力盒用于了某粉煤灰的一维加-卸载试验, 并基于三维应力状态确定了测试点的应力主轴方向和大小。

## 1 三维应力状态测试原理与测试方法改进

### 1.1 三维应力状态测试原理

土中一点的应力状态可由过该点的微小立方体上的应力分量来表示<sup>[17]</sup>。考虑剪应力的对称性, 一点的应力状态可由 6 个独立的分量来表示<sup>[17-18]</sup>, 即  $\sigma_o = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}$ 。则过该点任一方

向的正应力  $\sigma$  可由  $\sigma_o$  表示出来, 即

$$\sigma = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl, \quad (1)$$

式中,  $\sigma$  为某方向正应力,  $l, m, n$  分别为正应力  $\sigma$  与坐标轴  $x, y, z$  夹角的余弦值。

若某坐标系如图 1 所示, 则过  $o$  点的任一正应力  $\sigma_{OA}$  的方向余弦  $\{l, m, n\}$  为

$$l = \cos \alpha = \sin \gamma \cdot \cos \varphi, \quad (2)$$

$$m = \cos \beta = \sin \gamma \cdot \sin \varphi, \quad (3)$$

$$n = \cos \gamma. \quad (4)$$

式中, 点  $B$  为点  $A$  在  $xoy$  平面上的投影,  $\varphi$  为点  $A$  在  $xoy$  平面上的投影  $oB$  与  $x$  轴的夹角,  $\alpha, \beta, \gamma$  分别为  $oA$  与  $x, y, z$  轴的夹角。

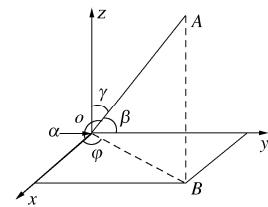


图 1 正应力的方向向量

Fig. 1 Direction vectors of normal stress

已知一点应力状态的前提下, 则过该点任意方向上的正应力均可通过式(1)得到。某 6 个不同方向上的正应力  $\sigma_i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 可由式(1)表示为关于  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$  的线性方程<sup>[15]</sup>, 即

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2l_1m_1 & 2m_1n_1 & 2n_1l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2m_2 & 2m_2n_2 & 2n_2l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3m_3 & 2m_3n_3 & 2n_3l_3 \\ l_4^2 & m_4^2 & n_4^2 & 2l_4m_4 & 2m_4n_4 & 2n_4l_4 \\ l_5^2 & m_5^2 & n_5^2 & 2l_5m_5 & 2m_5n_5 & 2n_5l_5 \\ l_6^2 & m_6^2 & n_6^2 & 2l_6m_6 & 2m_6n_6 & 2n_6l_6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

式(5)也可表示为

$$\{\sigma_i\} = \mathbf{T}\{\sigma_j\}. \quad (6)$$

式中  $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;  $\mathbf{T}$  为转换矩阵;  $j=x, y, z, xy, yz, zx$ 。若式(6)中方阵  $\mathbf{T}$  的逆矩阵  $\mathbf{T}^{-1}$  存在, 则一点的应力状态可由 6 个方向的正应力和逆矩阵  $\mathbf{T}^{-1}$  计算得到,

$$\{\sigma_j\} = \mathbf{T}^{-1}\{\sigma_i\}. \quad (7)$$

若使逆矩阵  $\mathbf{T}^{-1}$  存在, 则 6 个正应力  $\sigma_i$  不应平行

或重合。因此，在已知过一点 6 个方向独立的正应力前提下，该点的三维应力状态可由式（7）计算确定。

### 1.2 动态测试改进方法

受加载过程中非均匀沉降变形影响，待测装置会在待测点产生一定的角度变化（旋转），从而影响测试结果的真实性。

$o_0-x_0y_0z_0$  为不随测试过程变化的绝对坐标系（图 2）， $o\text{-}xyz$ 、 $o'\text{-}x'y'z'$  分别为三维土压力盒的初始坐标系和当前坐标系，其中绝对坐标系与初始坐标系的坐标方向平行。土压力测试过程中，若确保三维土压力盒的坐标系与初始坐标系相一致，通过式（7）确定的  $\sigma_j$  即为与真实的应力状态。若初始坐标系旋转至当前坐标系，则通过式（7）确定的  $\sigma_j$  便不是空间绝对坐标系下的真实应力状态。

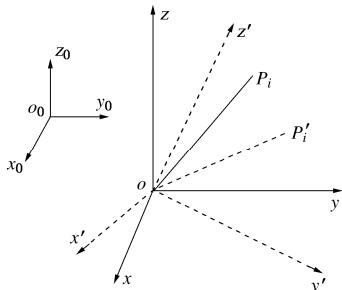


图 2 空间坐标系与测试坐标系

Fig. 2 Rectangular coordinate system and sensor coordinates

不难想象，尽管试验前后三维土压力盒的坐标系与空间绝对坐标系之间产生了角度差，但各个测试方向  $i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 之间的相对角度并未发生变化，测试误差仍是由三维土压力盒坐标系与空间绝对坐标系之间的旋转角度差引起的。将三维土压力盒由初始坐标系旋转至当前坐标系的过程分解为绕  $z$ ,  $y$ ,  $x$  轴的三个欧拉角，并分别记为  $\theta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ 。依据当前坐标系下的应力状态测试值，可通过  $\theta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  反推确定绝对坐标系下的真实应力状态。

为满足大量数据构造矩阵和矩阵求逆要求，采用方向向量旋转替代矩阵整体旋转的复杂性。将 6 个测试方向  $i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 分别用过原点  $o(0, 0, 0)$  的单位向量来表示，则绕  $z$ ,  $y$ ,  $x$  轴旋转后的测试方向  $i'$  ( $x'_i$ ,  $y'_i$ ,  $z'_i$ ) 可由下式表示出来<sup>[19]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi \cos \eta & \sin \xi \cos \eta & -\sin \eta \\ \cos \xi \sin \eta \sin \theta & \sin \xi \sin \eta \sin \theta + \cos \eta \sin \theta & \cos \eta \sin \theta \\ \sin \xi \cos \theta & \cos \xi \cos \theta & \cos \eta \cos \theta \\ \cos \xi \sin \eta \cos \theta + \sin \xi \sin \eta \cos \theta & \sin \xi \sin \eta \cos \theta - \cos \eta \cos \theta & \cos \eta \cos \theta \\ \sin \xi \sin \theta & \cos \xi \sin \theta & \cos \eta \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}. \quad (8)$$

进一步，旋转后测试方向  $i'$  在绝对坐标系下的方向余弦可通过下式计算出来：

$$l'_i = \frac{\vec{l}' \cdot \vec{E}_x}{|\vec{l}'| \cdot |\vec{E}_x|}, \quad (9)$$

$$m'_i = \frac{\vec{l}' \cdot \vec{E}_y}{|\vec{l}'| \cdot |\vec{E}_y|}, \quad (10)$$

$$n'_i = \frac{\vec{l}' \cdot \vec{E}_z}{|\vec{l}'| \cdot |\vec{E}_z|}. \quad (11)$$

将获取的  $i'$  ( $i'=a', b', c', d', e', f'$ ) 的方向余弦  $\{l'_i, m'_i, n'_i\}$  代入式（5）中的方阵并求逆，结合 6 个测试方向的正应力值  $\sigma$ ，即可计算一点的真实三维应力状态。

## 2 三维真土压力盒的研制

上述推导表明，欲获取一点的应力状态，需要确定 6 个方向相互独立的正应力。欲修正测试装置旋转对测试结果的影响，还应确定三维土压力盒绕  $x$ ,  $y$ ,  $z$  轴旋转的欧拉角。

以菱形十二面体式三维土压力盒为设计基础<sup>[16]</sup>，重新构建了模型，以缩小基座尺寸，并消减突出尖角可能引起的应力集中问题。所采用的基础模型如图 3

(a) 所示。在图 3 中， $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$  分别为正方体各个面的几何中点， $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ ,  $N_4$  分别为正方体边  $M_1M_5$ ,  $M_2M_6$ ,  $M_3M_7$ ,  $M_4M_8$  的中点， $T_1$ ,  $T_2$  分别为线段  $Q_1N_1$ ,  $Q_1N_2$  的中点，则形成了菱形  $Q_1T_1Q_2T_2$ 。重复上述步骤，即可以形成 12 个表面与  $Q_1T_1Q_2T_2$  等大的多面体（菱形十二面体<sup>[16]</sup>）。对该多面体的所有尖角和边线进行倒角，并切除底面的 4 个菱形面，在各个菱形面上开土压力盒槽和穿线孔，即形成了图 3 (b) 所示的基座结构。

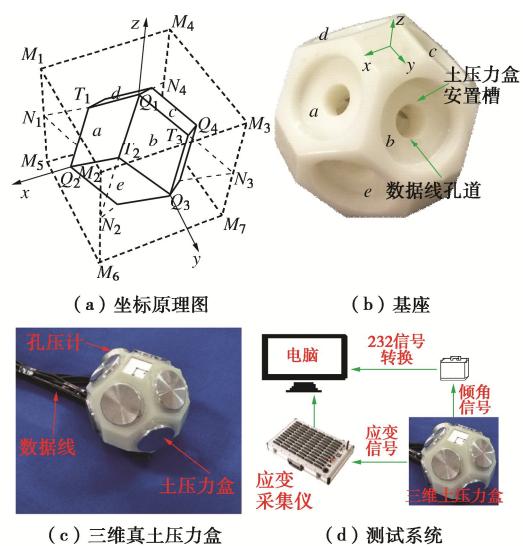


图 3 三维真土压力盒

Fig. 3 Three-dimensional true earth pressure sensor

表 1 三维真土压力盒测试方向余弦

Table 1 Direction vectors of three-dimensional true earth pressure sensor

方向 余弦	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
<i>l</i>	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
<i>m</i>	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
<i>n</i>	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0	0	0

表 2 测试方向余弦的向量表示

Table 2 Vectorial representation of test directions

方向	起点 $O(x, y, z)$	终点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$	向量 $\vec{i} (x_i, y_i, z_i)$
<i>a</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_a(-1, 0, -1)$	$\vec{i} (-1, 0, -1)$
<i>b</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_b(0, -1, -1)$	$\vec{b} (0, -1, -1)$
<i>c</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_c(1, 0, -1)$	$\vec{c} (1, 0, -1)$
<i>d</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_d(0, 1, -1)$	$\vec{d} (0, 1, -1)$
<i>e</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_e(-1, -1, 0)$	$\vec{e} (-1, -1, 0)$
<i>f</i>	$O(0, 0, 0)$	$P_f(1, -1, 0)$	$\vec{f} (1, -1, 0)$

将 6 个微型土压力盒 (量程: 0~0.2 MPa)、1 个微型孔压计 (量程: 0~30 kPa)、1 个微型倾角传感器元件置于图 3 (b) 所示的基座安置槽内, 并对测试元件进行必要的防水处理, 即形成图 3 (c) 所示的三维真土压力盒。结合土压力盒配套采集设备和倾角采集程序, 即形成了三维真土压力盒试验系统 (图 3 (d))。

建立的三维真土压力盒埋设坐标系如图 3 (a) 所示, 依据式 (1) ~ (3) 计算 6 个测试方向的方向余弦, 结果如表 1 所示。若选取的 6 个测试方向 *i* 之间既不平行也不重合, 则旋转前后其逆矩阵都必然存在。选取表 1 中 6 个相互独立的测试方向 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, 并将其测试方向用表 2 所示的向量表示出来。

在获取三维土压力盒绕 *z*, *y*, *x* 轴的 3 个欧拉角  $\theta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  后, 结合式 (8) ~ (11) 即可确定旋转之后 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* 的方向余弦。将该 6 组方向余弦代入式 (5) 构造方阵  $T$  并求逆矩阵  $T^{-1}$ 。则通过 6 个方向的测试压力和逆矩阵  $T^{-1}$ , 即可确定测试装置旋转后的应力状态。

### 3 一维循环加-卸载模型试验

试验土料取自珲春市鸭绿江畔的某粉煤灰坝上, 该粉煤灰粒度较粗且颗粒比重极小, 现场取样密度在为 0.81~1.11 g/cm<sup>3</sup>, 含水率为 29%~40%。其基本物理参数:  $d_s=1.934$ ,  $C_c=1.124$ ,  $C_u=2.436$ ,  $\rho_{d\text{-max}}=1.02$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho_{d\text{-max}}=0.65$  g/cm<sup>3</sup>。颗粒级配如图 4 所示。

#### 3.1 加-卸载模型试验

所采用的模型桶内直径为 280 mm, 高度为 380

mm, 如图 5 所示。采用分层密实的方法将初始干密度为 0.70 g/cm<sup>3</sup> 的粉煤灰夯筑于模型桶中, 填土过程中, 以模型桶加载方向为 Z 轴, 以水平面为 *xoy* 平面, 将三维真土压力盒埋设于模型桶中心。填筑完成后将固结桶底部的排水管与外部水头相连接, 提升水头高度以实现粉煤灰的饱和。粉煤灰饱和完成后, 采用数显千斤顶分级加载和循环加载, 加载过程如表 3 所示。

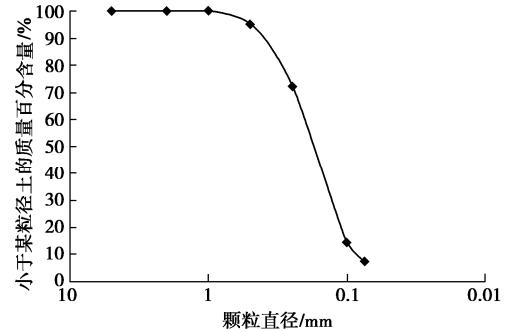


图 4 粉煤灰的颗粒级配

Fig. 4 Grain-size distribution curve of fly ash

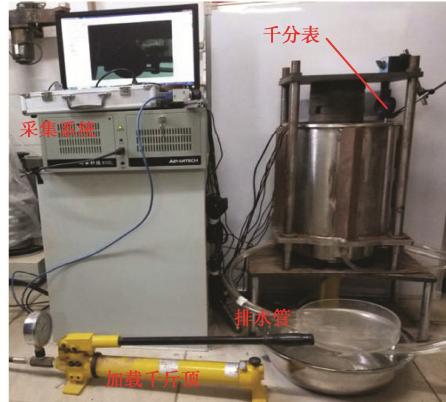


图 5 加-卸载模型试验装置

Fig. 5 Loading-unloading model test device

表 3 分级加载和加载量

Table 3 Staged loading and loading capacity

序号	千斤顶数显荷载/MPa	模型桶均布荷载/kPa	持续时间/min	加卸载循环次数
1	5	91.10	5	1
2	10	182.20	5	
3	15	273.20	5	
4	0	0	15	
5	5	91.10	5	2
6	10	182.20	5	
7	15	273.20	5	
8	0	0	15	
9	5	91.10	5	3
10	10	182.20	5	
11	15	273.20	5	
12	0	0	15	
13	5	91.10	5	4
14	10	182.2	5	
15	15	273.2	5	
16	0	0	15	

采用应变采集仪记录加载过程中三维真土压力盒的 6 个应力读数和 1 个孔压读数, 计算机读取并记录 3 个倾角读数, 结果如图 6 所示。采用相机记录加载

过程中千分表的读数, 进一步可计算固结过程中桶内粉煤灰的竖向应变, 结果如图 7 所示。

### 3.2 试验结果与分析

由图 6 可知, 加一卸载过程中土中各向的正应力并不相等, 且测试角度关于 Z 轴轴对称的正应力  $a, b, c, d$  的数值也不相同。这种结果产生的原因归咎于: ①加载点非绝对中心引起的误差; ②装置测试角度与加载角度之间的相对差; ③土体传递荷载的各向异性。结合图 6(b)可以证实, 除了埋设过程中存在初始误差, 测试过程中也存在装置的旋转, 装置测试角度与加载角度之间的相对差, 是引起测试正应力  $a, b, c, d$  的数值不相同的重要方面。

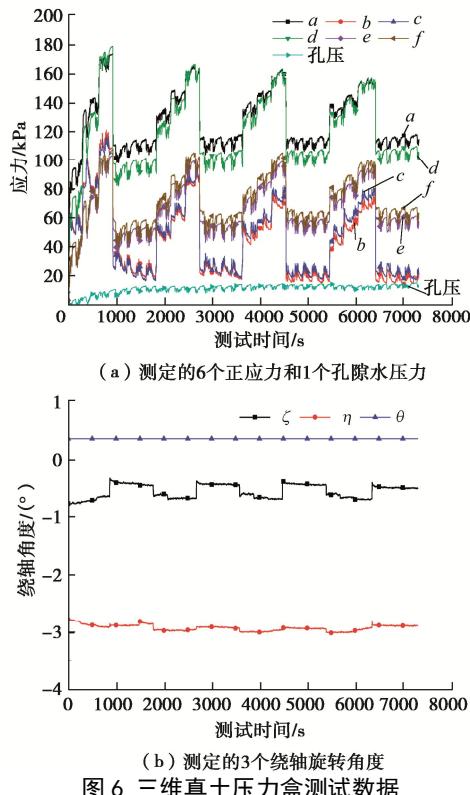


Fig. 6 Test values of three-dimensional stress state

由图 7 可知, 分级加载过程中, 粉煤灰的竖向应变随着压力的增大而增大, 且随着 3 个加载等级 (5, 10, 15 MPa) 的转变呈现“台阶式”上升。对比 4 个加载循环可看出, 不同加载循环下竖向应变的发展范围较为一致。同一加载过程中, 随着加载时间的持续, 同一加载力下土中的应变增量并不明显, 可见试验粉煤灰的短期可压缩性较小。

依据获取的 6 个应力读数, 结合式 (7) 即可确定加载过程中粉煤灰内部的三维应力状态演变。将获取的 6 个应力读数均减去各向等值的孔隙水压力读数, 并将其代入式 (7) 即可确定加载过程中的三维有效应力状态演变。将获取的三个绕轴角度代入式 (8), 结合式 (9) ~ (11) 确定方向余弦, 并代入式 (5) ~

(7), 即可确定考虑倾角影响的三维应力状态和三维有效应力状态, 如图 8 所示。同样的, 将确定的各三维应力状态和三维有效应力状态进行交叉对比, 并将测试过程中误差的平均值和标准差进行了分析, 结果如图 8 所示。

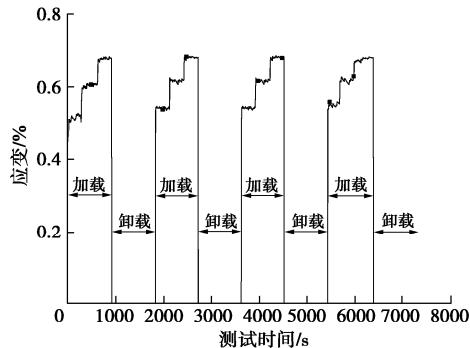


图 7 试验过程中的竖向应变

Fig. 7 Vertical strain during test process

由图 8(a) 可知, 加一卸载过程中竖向力  $\sigma_z$  最大, 水平方向的应力  $\sigma_x, \sigma_y$  大小相当但并不一致; 加载引起的  $xy$  水平面上的剪应力  $\sigma_{xy}$  数值较小,  $\sigma_{yz}, \sigma_{zx}$  数值大小相近。随着加载次数的增加, 加一卸载后  $\sigma_z$  与  $\sigma_x, \sigma_y$  数值逐渐接近, 第 3 次和第 4 次加载后的竖向力大小和变化趋势较为接近, 第 4 次卸载后,  $\sigma_z$  与  $\sigma_x, \sigma_y$  的数值范围基本一致。可以推测, 随着加载次数的增多, 土体的承载结构会趋于稳定, 其力学响应也逐渐稳定。考虑孔隙水压强对测试结果的影响, 也能够得到上述规律 (图 8(b))。由图 8(c) 可知, 孔隙水压力并不引起土中剪应力的变化, 且 3 个正应力受孔隙水压力影响的差值是一致的, 且该差值的大小与测定的孔隙水压力大小一致。由图 8(d) ~ (h) 可知, 装置放置角度与埋设扰动引起的初始误差, 以及测试过程中土体非均匀变形引起的测试角度误差, 都会引起测试结果的误差, 且这种误差随测试数值的变大而逐渐变大。结合图 6 可知, 装置埋设和测试角度对测试结果的影响与转角大小和转动方向存在相关性, 即转动角度较大的方向, 其测试误差也就越大。图 8(i) 给出了孔隙水压力和转角对测试结果的影响, 结合图 8(a) 可看出, 该误差与测试值的大小存在相关性, 即正应力数值越大其误差也越大, 剪应力的绝对值越大其误差也越大。可见, 三维应力状态测试中有必要考虑埋设和测试过程中待测方向的变动, 以提升三维应力状态测试精度。

由于加一卸载试验中采用的千斤顶并非液压伺服, 卸载过程中会因底部顶撑力的松弛导致千分表探头与加载板的脱离而瞬间归 0。因此, 卸载过程中的竖向力与竖向变形的关系无法获取。此处将 4 个加载

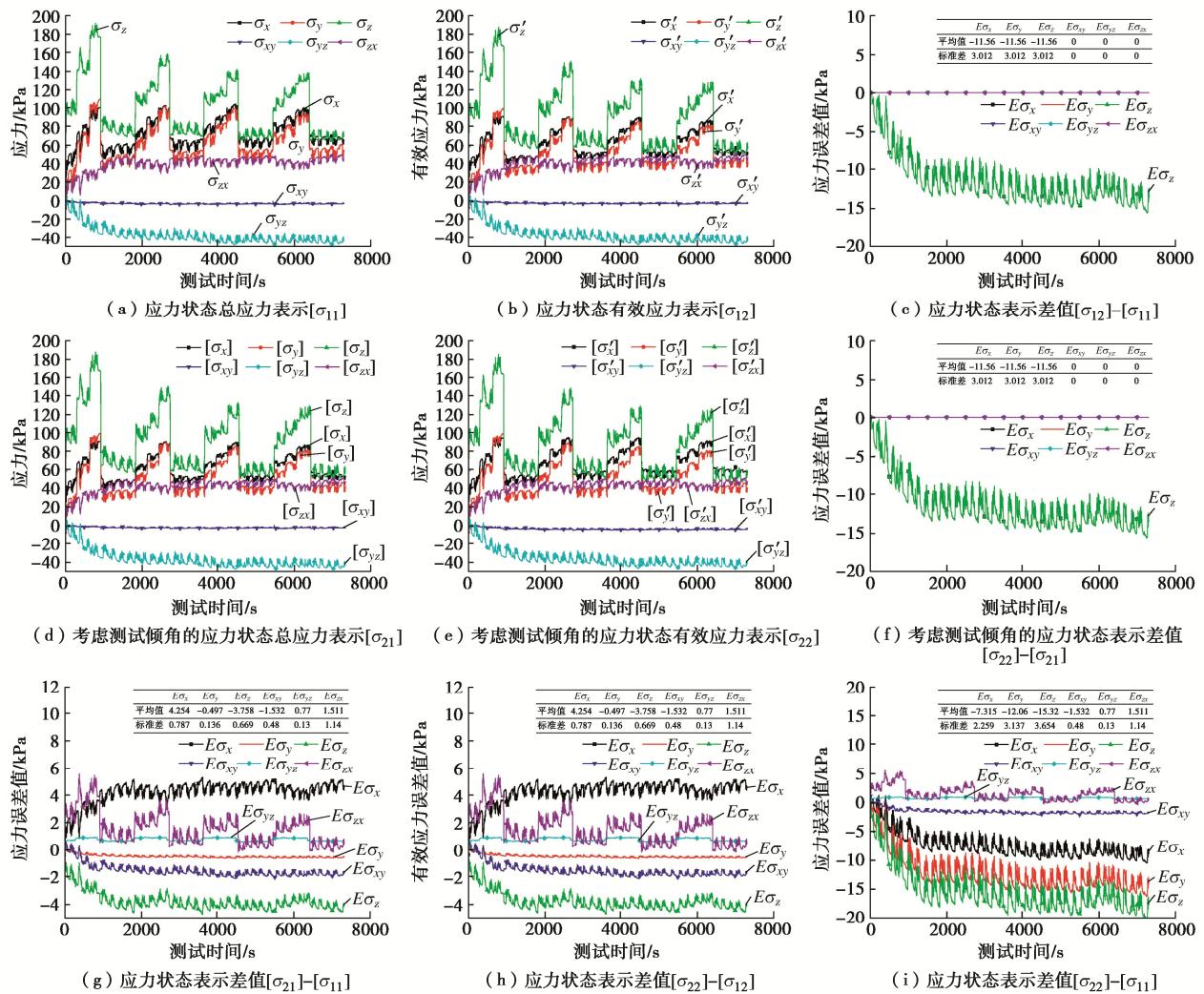


图 8 三维土压力状态与相对误差

Fig. 8 Three-dimensional stress state of soil and relative errors

循环中竖向应力  $\sigma_z$  与应变的关系进行整理, 结果如图 9 所示。从图 9 可知, 加载初期随着荷载的增加, 竖向应变迅速增大并随加载力的维持而维持在一定数量级; 随着第 2 级加载、第 3 级荷载的施加, 竖向应变进一步增加。通过对比各加载次数下的应变与应力关系可看出, 第 2 级加载下粉煤灰的应变增量较第 1 级加载变小, 第 3 级加载下粉煤灰的应变增量也较第 2 级加载下小, 这种规律随着加载次数的增加而逐渐明显。同时也可看出, 随着加载次数的增加, 竖向应力与竖向应变的关系逐渐平缓。

### 3.3 土压力测试值与理论计算值对比

依据布辛奈斯克问题的解答<sup>[17-18]</sup>, 圆形荷载作用下土中某深度处的竖向力  $\sigma'_z$  可通过附加应力计算确定, 侧向力 ( $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$ ) 可通过侧压力系数与竖向力乘积计算。利用规范法测定的该粉煤灰料的侧压力系数  $K_0$  为 0.615, 依据试验条件查表确定的附加应力系数  $\alpha$  为 0.501。将土中竖向力  $\sigma'_z$  与侧向力 ( $\sigma'_x = \sigma'_y = K_0\sigma_z$ ) 的理论值与实测值进行对比, 结果如图 10 所示。

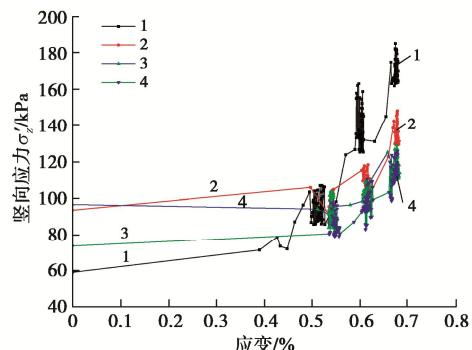


图 9 不同加载次数下竖向应力与应变之间的关系

Fig. 9 Relationship between vertical stress and vertical strain under different loading times

由图 10 可知, 小荷载作用下测试值与计算值之间的误差相对较大, 随着加载次数的增加, 测试值与计算值间的误差变小。土体卸载阶段的测试土压力并不为 0, 这也说明了土体并非理论假设的理想弹性材料。同时, 地基附加应力计算的半无限空间假设与模型桶侧限条件不同, 因而测定的  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  较理论值大。从测试与计算值均随着加载力变大而变大, 以及两者之间的

数值大小相当基本可以表明本研究装置是可行的。

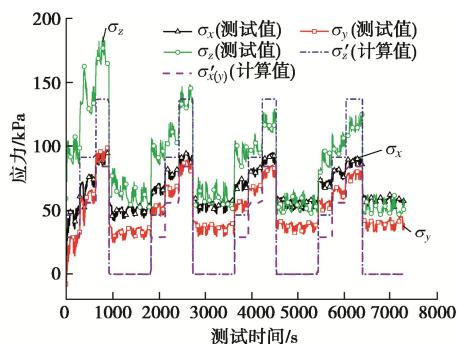


图 10 土压力的理论值与测试值对比

Fig. 10 Theoretical and test values of earth pressure

#### 4 主应力和应力指标的确定

三维应力状态包含的 6 个应力分量会随着坐标系的旋转而发生改变。找寻不随坐标系变化的主平面及其主应力，有利于将三维应力测试结果与本构研究对接。首先，依据图 8 中确定的应力状态，计算应力张量不变量  $I_1, I_2, I_3$ ，并将  $I_1, I_2, I_3$  带入应力状态特征方程<sup>[17]</sup>，即可获取  $\sigma$  的 3 个根，按大小排序记为  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 。依据  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  结合  $\ell^2+m^2+n^2=1$ ，即可分别获取 3 个主应力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  的方向，结果如图 11 所示。在此基础上，即可获取毕肖普常数  $b$  与应力罗德角  $\theta$ ，如图 12 所示。

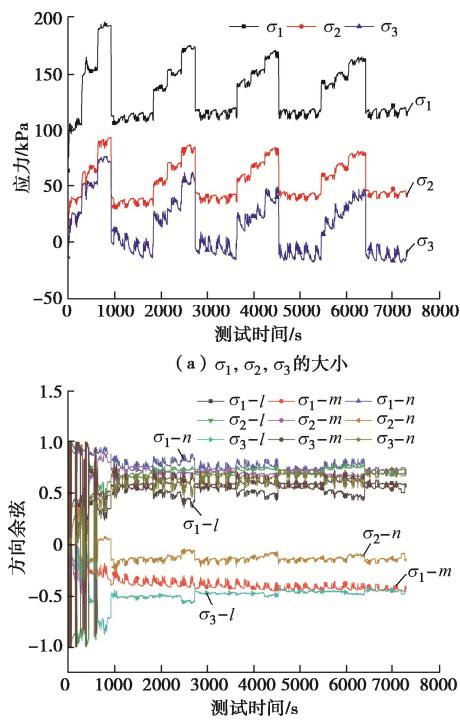


图 11  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  大小与方向

Fig. 11 Values and directions of  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

由图 11 可知，3 个主应力的变化与加载过程相关，加载过程中能够明显看到“台阶式”增长的发展规律。同时，可以发现存在最小主应力为负值的情况，即加

载过程中代表区域内可能同时存在拉（反向压）压共同作用。最大主应力  $\sigma_1$  并不与垂直加载方向重合，而是与加载方向存在一个动态的夹角。尽管加—卸载转换阶段存在方向余弦的波动，但随着加载过程和加载循环次数的增加，各主应力的方向余弦总体趋于稳定。

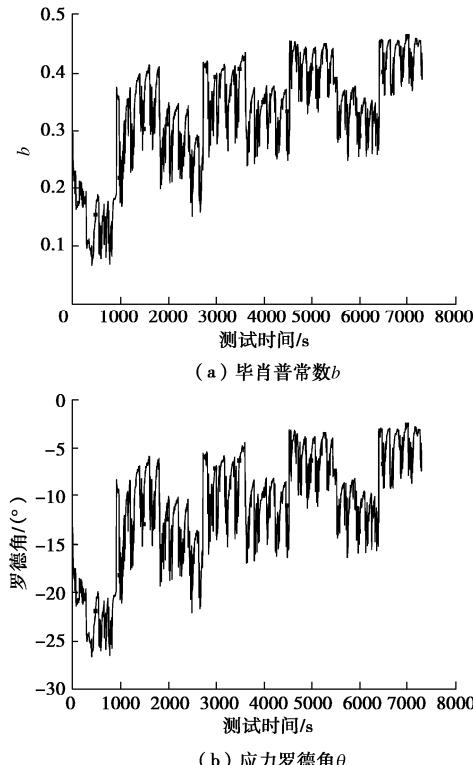


图 12 毕肖普常数  $b$  与应力罗德角  $\theta$

Fig. 12 Bishop constant ( $b$ ) and Lode's angle ( $\theta$ )

毕肖普常数的是反映中主应力与大/小主应力关系，从图 12 可看出，一维加—卸载过程中的中主应力与小主应力  $\sigma_3$  更为接近。应力罗德角数值处于  $0^\circ \sim -30^\circ$ ，与现有的本构理论相符合<sup>[17]</sup>，属于压缩试验范畴。

#### 5 结 论

基于三维应力状态测试原理和向量空间转换方法，结合 3D 打印技术制作了考虑装置旋转误差影响的三维真土压力盒，并将之用于了某粉煤灰的一维加—卸载模型试验。

(1) 测试装置埋设和测试过程的角度扰动，会引起测试结果的误差，且这种误差随测试数值的变大而逐渐变大。考虑倾角对测试结果的影响，能够显著改善埋设和测试过程中坐标系旋转引起的误差。

(2) 一维侧限加—卸载作用下分层密实土仍存在一定程度的各向异性特征，同一水平面上的各向应力并不完全一致。最大主应力并不与加载方向重合，随着加载过程的递进，各主应力方向逐渐稳定在一定范围。

(3) 应力状态具有随时间和测点不均匀变形而动态变化的显著特征。采用三维真土压力盒的测试结果

确定的力学参数能够与现有的本构理论相对接, 对于本构模型的深层次研究具有基础作用。

## 参考文献:

- [1] PYTKA J. Effects of repeated rolling of agricultural tractors on soil stress and deformation state in sand and loess[J]. *Soil & Tillage Research*, 2005, **82**(1): 77 - 88.
- [2] COLLINS I F. The nature of stress and velocity characteristics for critical stress states[J]. *Géotechnique*, 1990, **40**(1): 125 - 129.
- [3] FORTUNA S. Validation of Lade's failure criteria at overconsolidated general stress states[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2011, **137**(1): 105 - 108.
- [4] SHAO L, GUO X, LIU S, et al. Effective Stress and Equilibrium Equation for Soil Mechanics[M]. Taylor & Francis: CRC Press, 2017.
- [5] 钱建固, 黄茂松. 复杂应力状态下岩土体的非共轴塑性流动理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(6): 1259 - 1264. (QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Non-coaxial plasticflow theory in multi-dimensional stress space[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, **25**(6): 1259 - 1264. (in Chinese))
- [6] 路德春, 姚仰平, 周安楠. 土体平面应变条件下的主应力关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(11): 2320 - 2326. (LU De-chun, YAO Yang-ping, ZHOU An-nan. Relationship between principal stresses of soil mass under plane strain condition[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, **25**(11): 2320 - 2326. (in Chinese))
- [7] 张宏, 李顺群, 张少峰, 等. 三维应力计的工作原理及误差分析[J]. 土木建筑与环境工程, 2015, **37**(5): 54 - 59. (ZHANG Hong, LI Shun-qun, ZHANG Shao-feng, et al. Principle and errors analtsis of the three-dimensional stress apparatuses[J]. *Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering*, 2015, **37**(5): 54 - 59. (in Chinese))
- [8] 李跃军. 关于应力张量分量和应力物理分量间的转换问题[J]. 力学与实践, 1998, **20**(1): 20 - 22. (LI Yue-jun. On the transformation between stress tensor component and stress physical component[J]. *Mechanics and Engineering*, 1998, **20**(1): 20 - 22. (in Chinese))
- [9] 陈春红, 刘素锦, 王钊. 土压力盒的标定[J]. 中国农村水利水电, 2007(2): 29 - 33. (CHEN Chun-hong, LIU Su-jin, WANG Zhao. Calibration of earth pressure cell[J]. *China Rural water and Hydropower*, 2007(2): 29 - 33. (in Chinese))
- [10] WANG S H, ZUO D W, WANG M, et al. Modified layer removal method for measurement of residual stress distribution in thick pre-stretched aluminum plate[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2004, **21**(4): 286 - 290.
- [11] 李顺群, 夏锦红, 王杏杏. 一种三维土压力盒的工作原理及其应用[J]. 岩土力学, 2016, **37**(增刊 2): 337 - 342, 348. (LI Shun-qun, XIA Jin-hong, WANG Xing-xing. Principle and its application of a three-dimensional earth pressure cell[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(S2): 337 - 342, 348. (in Chinese))
- [12] LU D C, DU X L, ZHOU A N, et al. The principal stresses of soil mass in the direction of plane strain[J]. *Advanced Materials Research*, 2011: 2657 - 2665.
- [13] 孔宪京, 宁凡伟, 刘京茂, 等. 基于超大型三轴仪的堆石料缩尺效应研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(2): 255 - 261. (KONG Xian-jing, NING Fan-wei, LIU Jing-mao, et al. Scale effect of rockfill materials using super-large triaxial tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(2): 255 - 261. (in Chinese))
- [14] 蔡正银, 吴诗阳, 武颖利, 等. 高地震烈度区深厚覆盖砂层液化研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(3): 405 - 412. (CAI Zheng-yin, WU Shi-yang, WU Ying-li, et al. Liquefaction of deep overburden layers in zones with high earthquake intensity[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(3): 405 - 412. (in Chinese))
- [15] 刘开源, 许成顺, 贾科敏, 等. 薄膜压力传感器(FSR)曲面土压力测量研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(3): 584 - 591. (LIU Kai-yuan, XU Cheng-shun, JIA Ke-min, et al. Measurement of earth pressures on curved surface of thin film pressure sensor[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(3): 584 - 591. (in Chinese))
- [16] 李顺群, 陈之祥, 桂超, 夏锦红, 张少峰. 一类三维土压力盒的设计及试验验证[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(1): 11 - 19. (LI Shun-qun, CHEN Zhi-xiang, GUI Chao, et al. Design and experimental verification of a kind of three-dimensional earth pressure cells[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2018, **31**(1): 11 - 19. (in Chinese))
- [17] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016. (LI Guang-xin. Advanced Soil Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016. (in Chinese))
- [18] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983. (HUANG Wen-xi. Engineering Properties of Soil[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1983. (in Chinese))
- [19] 钟万勰. 应用力学的辛数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. (ZHONG Wan-xie. Symplectic Method in Applied Mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))