

DOI: 10.11779/CJGE202009016

堆石料变形参数的粒径尺寸相关性研究

邵晓泉, 迟世春*

(大连理工大学建设工程学部水利工程学院工程抗震研究所, 辽宁 大连 116024)

摘要: 堆石料变形参数的尺寸效应直接影响土石坝的变形预测, 关系土石坝防渗体的变形协调, 也是当前高土石坝的关键技术难题。基于前人的研究成果, 根据不同尺寸试样之间的应力应变转换关系, 推导了邓肯-张 E - B 模型各个参数与粒径的相关性。结果表明堆石料这类易破碎材料可以根据颗粒强度的粒径相关性和缩尺样的应力-应变曲线预测大尺寸试样的应力-应变关系。在邓肯-张模型中, 尺寸效应较为明显的参数有 φ_0 , K 和 K_b , 参数 R_f , n 和 m_b 是无粒径尺寸效应或尺寸效应不明显的参数。通过对不同尺寸试样的邓肯-张模型参数的试验结果, 进一步验证了该规律的合理性。

关键词: 尺寸效应; 颗粒破碎; 应力-应变曲线; 邓肯-张模型

中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)09-1715-08

作者简介: 邵晓泉(1990—), 女, 博士研究生, 主要从事土石坝数值模拟研究。E-mail: shaoxqhf@mail.dlut.edu.cn。

Particle size correlation of deformation parameters for rockfill materials

SHAO Xiao-quan, CHI Shi-chun

(Institute of Earthquake Engineering, School of Hydraulic Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The size effect on the deformation parameters directly affects the deformation prediction of earth-rockfill dams and the deformation coordination of their seepage body. It is a key technical problem for high earth-rockfill dams. Based on the existing researches, the stress-strain relationship considering the size effect is demonstrated, and the particle size correlations for parameters of the Duncan-Chang model are deduced. The results show that the stress-strain relationship of samples with larger particles for crushable rockfill materials can be predicted based on the size-related strength of single particle and stress-strain curves of samples with smaller particles. In the Duncan-Chang model, the parameters with obvious size effect are φ_0 , K and K_b . The remaining parameters, such as R_f , n and m_b , are invariant parameters or have no significant size effect. The rationality of this rule is further verified by comparing the predicted Duncan-Chang model parameters with the test results for samples with different particle sizes.

Key words: size effect; particle breakage; stress-strain curve; Duncan-Chang model

0 引言

堆石料作为一种筑坝材料广泛应用于土石坝工程中。用于筑坝的堆石料直径可达1 m, 远远超过室内试验的粒径范围。目前堆石料力学特性试验研究主要是针对缩尺后的材料进行的。研究表明堆石料受力易破碎且具有明显的尺寸效应^[1-4], 采用缩尺试验得到的本构参数不能准确计算大坝变形, 进而影响对土石坝工程的安全性评估^[5]。所以堆石料尺寸效应的研究受到国内外研究者的广泛关注^[6-8]。

堆石料的尺寸效应主要表现在两个方面: 一是级配缩尺方法导致的尺寸效应问题^[9-10]。不同的级配缩尺方法导致集合体结构和孔隙分布与原型试样产生差异, 相同孔隙率的集合体往往具有不同的相对密度^[11-12]。一

般认为相似级配可以保证集合体内颗粒的排列结构, 但是颗粒的形态、表面特征、强度及物质组成可能均与颗粒粒径有关, 增加了试样结构和变形的复杂性。另一方面是颗粒材料的尺寸效应问题, 主要表现在颗粒形状、颗粒强度及颗粒间的摩擦特性等方面, 这是目前研究的重点问题。研究者认为对单颗粒尺寸效应的研究可以从本质上探明尺寸效应机理, 同时建立宏观试样强度和变形规律与单颗粒之间的关系^[13]。目前主要采用相似级配法对不同最大粒径的堆石料进行三轴试验, 得出了强度和变形尺寸效应的一般规律^[14-15]。

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFB0201001)

收稿日期: 2019-10-28

*通信作者: (E-mail: schchi@dlut.edu.cn)

对于爆破堆石料, 颗粒粒径越大, 集合体剪切强度越低, 压缩变形越大。对于河床砂砾料, 颗粒粒径越大, 集合体剪切强度越高, 压缩变形越大。

Frossard 等^[16]认为尺寸效应的根本原因在于单颗粒强度的粒径相关性。通过假设颗粒形状和摩擦系数与粒径无关, 颗粒强度符合 Weibull 分布, 推导了不同尺寸试样剪切强度的演化规律与单颗粒强度尺寸效应之间的关系, 并通过一系列试验结果验证了该强度演化规律的合理性。Ovalle 等^[2]采用相似级配法对最大粒径为 40 和 160 mm 的两种堆石料进行三轴试验, 验证了 Frossard 提出的经验公式的有效性。Xiao 等^[3]通过对最大粒径为 5 和 10 mm 的堆石料进行真三轴试验, 验证了 Frossard 强度演化规律在复杂路径下的适用性。Nieto-Gamboa^[17], 探索了不同尺寸试样之间的应力-应变曲线转化关系。关于本构参数受尺寸效应的影响研究较少, 郑能惠等^[18]在一系列不同最大颗粒粒径的三轴试验基础上通过整理邓肯-张 *E*-*B* 模型参数变化与缩尺粒径比的关系推测了原型模型参数的值。如何快速确定尺寸效应对原型材料的强度和变形参数的影响规律是目前亟待解决的问题。

由于目前土石坝堆石料计算主要采用邓肯-张 *E*-*B* 模型, 在前人研究成果的基础上, 研究了缩尺试样和原型试样之间的应力-应变关系, 在此基础上推导了不同尺寸试样之间 *E*-*B* 模型参数的变化规律。

1 尺寸效应分析

1.1 单颗粒强度尺寸效应

Weibull 统计分析广泛应用于描述颗粒强度分布规律^[19]。针对 Weibull 分布在描述强度尺寸效应不适用的情况^[20-22], Ovalle 等^[2]提出了适用于非均质各向异性材料的改进 Weibull 分布:

$$P_s(\sigma_t, d) = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^{n_d} \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_0} \right)^m \right], \quad (1)$$

式中, $\sigma_t = F_f / d^2$ 为抗拉强度^[23]。在单颗粒强度试验中, F_f 和 d 分别为颗粒破坏时对应的力和颗粒直径。 σ_0 为参考直径 d_0 残存概率为 0.37 时对应的抗拉强度。 m 为 Weibull 模量, 其值越大, 颗粒强度分布越集中。 n_d 为几何相似性参数, 可根据单颗粒强度试验结果确定。

对于给定的残存概率, 抗拉强度和破坏力 F_f 与颗粒直径 d 之间满足如下关系式:

$$\sigma_t \propto d^{-n_d/m}, \quad F_f \propto d^{2-n_d/m} \quad (2)$$

n_d/m 决定了颗粒强度尺寸效应强弱程度, $n_d/m=0$ 说明颗粒强度是粒径无关的量。根据单颗粒强度试验结果, 该值主要分布在 0.2~0.8 之间^[2-3, 20-21]。

1.2 不同尺寸试样应力和应变张量关系

Frossard 等^[16]在一定的假设条件下通过推导不同尺寸试样在破碎率相同时的内部应力之间的关系得到了不同尺寸集合体抗剪强度的演化公式。主要假设条件为: ①不同粒径颗粒具有相同的矿物成分; ②颗粒接触处的摩擦角与颗粒粒径无关; ③ I 型张拉破坏为颗粒破碎的主要模式; ④颗粒的强度分布符合 Weibull 分布; ⑤不同尺寸的试样之间具有几何相似性。

三维状态下, 颗粒集合体的等效应力和应变张量可按如下公式计算^[24-26]:

$$\sigma = \frac{1}{V_\sigma} \sum_{c \in V_\sigma} f_{(c/p)} \otimes I_{(c/p)}, \quad (3a)$$

$$\epsilon = \frac{1}{V_e} \sum_{e \in V_e} \Delta u^e \otimes d^e, \quad (3b)$$

式中, V_σ 为应力计算区域的总体积, $f_{(c/p)}$ 为计算区域内任意接触点 c 处颗粒 p 受到的外力, $I_{(c/p)}$ 为接触点指向颗粒 p 中心的支向量。 V_e 为计算应变的区域对应的体积, Δu^e 为构成边 e 的两个颗粒 p 和 q 中心的相对位移, $\Delta u^{e(p,q)} = u^p - u^q$, d^e 为边 e 对应的面积补偿向量, $d^{e(p,q)} = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{T_e} (\mathbf{b}^{qt} - \mathbf{b}^{pt})$ 。 T_e 为与颗粒 p 和 q 共边的所有四面体。

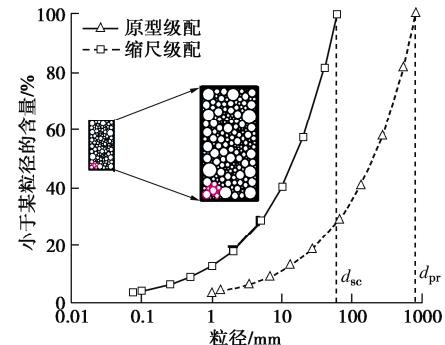


图 1 缩尺试样与原型试样的相似关系

Fig. 1 Scaled and prototype materials with similar geometry and gradation

下标 sc 表示缩尺试样, pr 表示原型试样。假设原型和缩尺试样具有相似的几何特征和级配, 如图 1 所示, 原型材料和缩尺料具有相似的颗粒形状和相同的矿物成分, 通过相同的制样方法达到近似相同的孔隙分布和接触状态。特征尺寸分别为 d_{pr} 和 d_{sc} , 要使这两个集合体内颗粒具有相同的破碎状态, 集合体内部的接触力 f_{pr} 和 f_{sc} 需满足:

$$f_{pr} = f_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{2-n_d/m}. \quad (4)$$

根据相似关系, 缩尺和原型试样内相应的颗粒 p 对应的支向量、体积、补偿向量等均满足如下关系:

$$l_{pr(c/p)} = l_{sc(c/p)} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^3, \quad (5a)$$

$$V_{pr} = V_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^3, \quad (5b)$$

$$d_{pr}^e = d_{sc}^e \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^2. \quad (5c)$$

若原型试样和缩尺试样的破碎状态相同, 则内部颗粒的相对位移也满足相似比例关系^[17]。

$$\Delta u_{pr}^e = \Delta u_{sc}^e \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^3. \quad (6)$$

将式(4)、(5)和(6)代入式(3)中, 缩尺试样和原型试样的宏观应力张量和应变张量满足如下关系式:

$$\begin{aligned} \sigma_{pr} &= \frac{1}{V_{\sigma pr}} \sum f_{pr(c/p)} \otimes l_{pr(c/p)} \\ &= \frac{1}{V_{\sigma sc}} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^3 \sum \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{2-n_d/m} f_{sc(c/p)} \otimes \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^2 l_{sc(c/p)} \\ &= \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{-n_d/m} \frac{1}{V_{\sigma sc}} \sum f_{sc(c/p)} \otimes l_{sc(c/p)} \\ &= \sigma_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{-n_d/m}, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\epsilon_{pr} = \epsilon_{sc}. \quad (7b)$$

若缩尺试样和原型试样严格满足前面的假设条件, 则可以认为不同尺寸试样在同样的破碎状态下, 其广义应力和广义应变均满足式(7)。

1.3 不同尺寸试样之间的应力 - 应变曲线转换

已知颗粒强度分布相关的参数 n_d/m 和缩尺试样的应力 - 应变关系, 对于具有相似级配的大尺寸试样, 其应力 - 应变关系可以通过式(7)计算得到^[17]。以三轴试验为例, 假设已知最大颗粒直径为60 mm围压为1000 kPa下缩尺试样的应力 - 应变关系曲线, 且颗粒强度的相关系数 $n_d/m=0.3$, 推导原型试样最大粒径为600 mm下的应力 - 应变关系。这里 $d_{sc}=60$ mm, $d_{pr}=600$ mm, $(d_{pr}/d_{sc})^{-n_d/m}=0.501$ 。当缩尺试样围压为1000 kPa时, 对应的原型试样围压为501 kPa。在任一轴向应变值下, 相应的偏应力乘以系数0.501, 体积应变则保持不变, 如图2所示, 换算后得到原型试样在围压为501 kPa下的应力应变曲线。

2 不同尺寸试样应力 - 应变关系验证

参数 n_d/m 可以根据不同粒径单颗粒强度试验确定。无单颗粒强度试验结果时可以通过两组不同尺寸三轴试验的颗粒破碎率或破坏时的大小主应力比与围

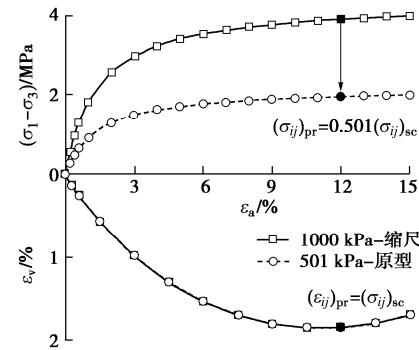


图2 缩尺试样与原型试样应力 - 应变曲线的转换关系

Fig. 2 Interpretation of stress-strain relationships between scaled and prototype samples

压的相似关系确定。此外亦可以根据研究材料的岩性、来源等类比已有的单颗粒试验结果估算 n_d/m 的值。颗粒破碎率和大小主应力比的演化可以用如下关系式描述:

$$B_m = a_1 \left(\left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m} \sigma_3 \right)^{a_2}, \quad (8a)$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_f = a_1 \left(\left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m} \sigma_3 \right)^{a_2}, \quad (8b)$$

式中, B_m 为 Marsal 颗粒破碎率, $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ 为破坏时的主应力比, a_1 和 a_2 常数, 可以根据围压和相关参数之间的关系拟合确定。

孔宪京等^[14]采用大连理工大学工程抗震研究所研制的超大型三轴仪对某堆石坝的爆破堆石料进行了不同尺寸试样的三轴排水试验。两种尺寸试样级配满足相似性, 英安岩堆石料颗粒的最大粒径分别为 60 和 200 mm。试验结果表明试样的强度和变形均表现出明显的尺寸相关性。根据式(8a)拟合不同尺寸试样不同围压下的颗粒破碎率演化规律。拟合结果如图3(a)所示, 可以估算尺寸效应参数 $n_d/m=0.23$ 。

将最大粒径为60 mm围压为400, 1000, 1500和2000 kPa的应力 - 应变曲线按图2中的方法可以得到最大粒径200 mm围压为379, 758, 1137和1516 kPa下的应力 - 应变曲线, 如图3(b)所示。为了进一步得到与缩尺试样相同围压下的应力 - 应变曲线, 根据 Nieto-Gamboa 提出的插值方法^[17], 采用式(9)对应力和体变值进行计算。

$$S(\sigma_c) = \frac{(\sigma_c - \sigma_b)}{(\sigma_a - \sigma_b)} (S(\sigma_a) - S(\sigma_b)) + S(\sigma_b), \quad (9)$$

式中, $S(\sigma_c)$ 为围压为 σ_c 任一轴向应变下对应的偏应力或体积应变值。 $S(\sigma_a)$ 和 $S(\sigma_b)$ 分别为已知围压 σ_a 和 σ_b 在任一轴向应变下对应的偏应力或体积应变。

如图3(c)所示, 当 $\sigma_c=1000$ kPa 时, 可根据围压 $\sigma_a=758$ kPa 和 $\sigma_b=1137$ kPa 对应的偏应力和体变值按

式(9)计算相应的偏应力和体积应变。类似地, $\sigma_c=2000$ kPa围压下的应力-应变曲线可根据 $\sigma_a=1137$ 和 $\sigma_b=1516$ kPa 的数据点计算得到。将通过插值计算围压为 400, 1000, 1500 和 2000 kPa 下对应的应力-应变曲线与室内超大三轴试验结果对比, 如图 3 (d) 所示。预测的应力-应变曲线与室内试验曲线相差不大, 说明该方法可较好地预测大尺寸英安岩堆石料的变形特征。

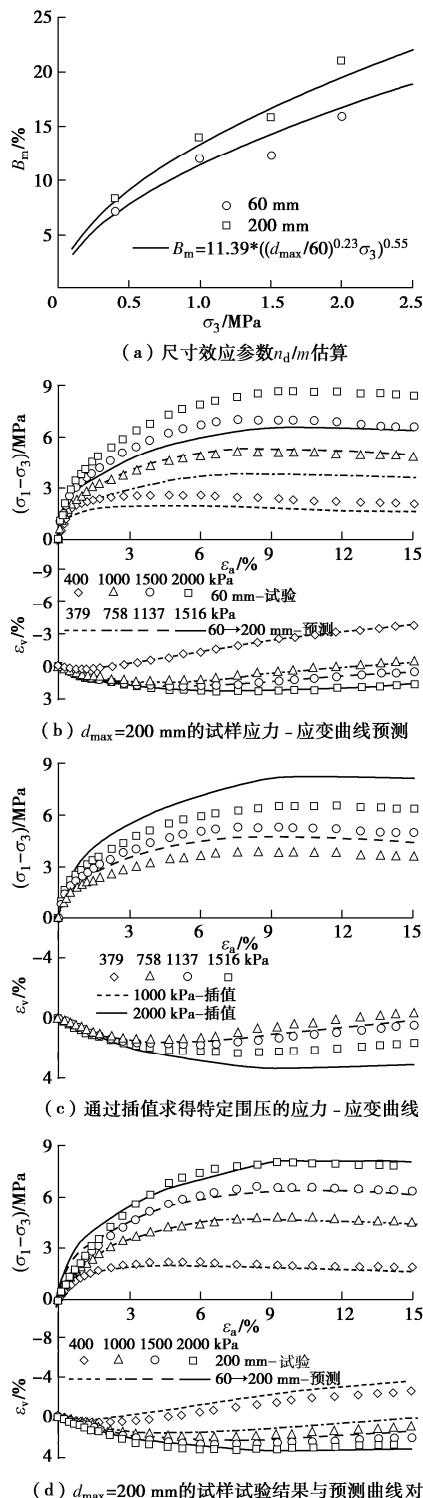


图 3 大尺寸英安岩堆石料应力-应变曲线计算过程

Fig. 3 Calculated process of stress-strain curves for dacite rockfill materials with larger particle size

Marachi 等^[8]对用于 Pyramid Dam 的泥岩堆石料进行了一系列三轴试验。泥岩颗粒形状不规则, 相对密度为 2.62。已知最大颗粒粒径为 51 mm 和 152 mm 试样的应力-应变曲线和加载完成后的颗粒破碎率。首先根据不同尺寸试样的颗粒破碎率估算尺寸效应相关参数 $n_d/m=0.35$, 如图 4 (a) 所示。然后通过最大颗粒粒径为 51 mm 的应力-应变曲线推算最大颗粒粒径为 152 mm 试样的应力-应变曲线, 并与试验结果对比, 如图 4 (b) 所示。

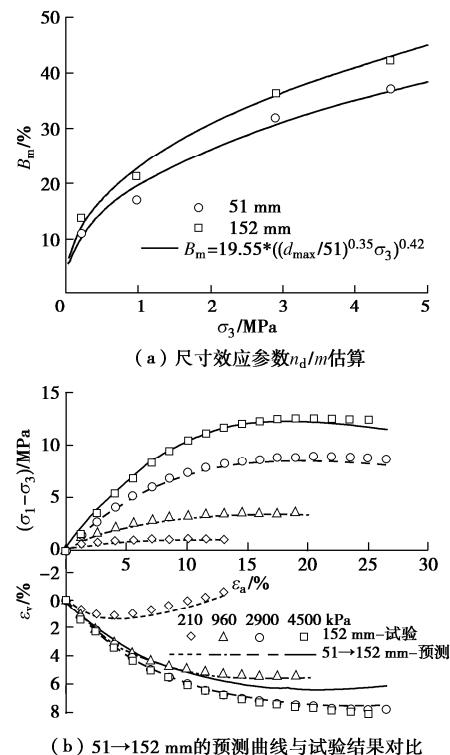


图 4 Pyramid Dam 的泥岩堆石料的预测曲线与试验曲线

Fig. 4 Comparison of stress-strain curves between predictions and experimental results of quarried sedimentary argillite obtained from Pyramid Dam site

Varadarajan 等^[15]对 Purulia Dam 的石英片岩堆石料采用相似级配对最大粒径为 25, 50 和 80 mm 材料进行三轴排水试验。由于没有相应的单颗粒强度试验, 这里通过最大颗粒粒径为 25 mm 和 50 mm 下破坏主应力比变化规律, 按式 8 (b) 估算尺寸效应参数 $n_d/m=0.6$, 如图 5 (a) 所示。在 n_d/m 和最大颗粒粒径为 25 mm 和 50 mm 试样的应力-应变曲线的基础上预测最大颗粒粒径为 80 mm 的试样应力-应变曲线, 结果如图 5 (b), (c) 所示。

Lee^[27]对石灰岩颗粒材料进行平板单颗粒试验, 得到平均破碎力与颗粒直径的关系 $F_f = 4.51d^{1.65}$, 即 $n_d/m=0.35$ 。根据 n_d/m 的值和最大颗粒粒径为 0.3 mm 的石灰岩三轴试验曲线, 预测最大颗粒粒径为 2.5 mm

的应力-应变曲线, 预测结果如图 6 所示。

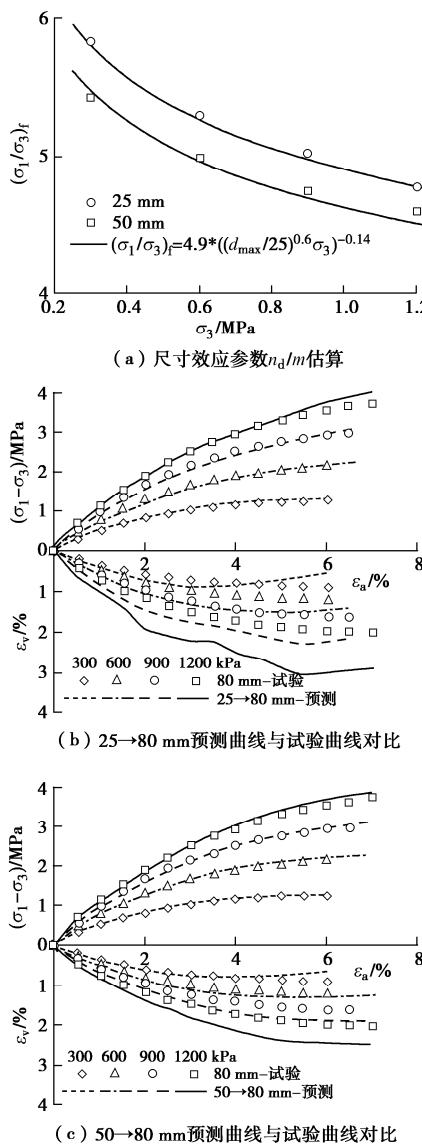


图 5 Purulia Dam 堆石料预测曲线与试验结果对比

Fig. 5 Comparison of stress-strain curves between predictions and experimental results of quarried rockfill materials obtained from Purulia Dam site

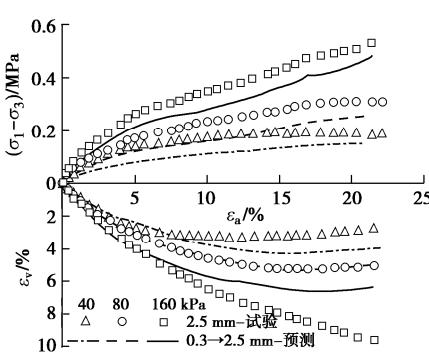


图 6 石灰岩试样的预测曲线与试验结果对比

Fig. 6 Comparison of stress-strain curves between predictions and experimental results of limestone granular materials

值得注意的是线性插值式(9)在预测指定围压应力-应变关系曲线时由于不同围压之间的强度和变形并非线性关系, 内推或外推会产生一定的误差, 特别是当预测围压与已知围压相差越大, 误差也会越显著。

3 邓肯-张参数的尺寸效应规律

不同尺寸试样在相同围压下其应力-应变关系发生改变, 相应导致其本构模型参数发生变化。反演法是目前常用的一种方法, 通过对已建工程现场监测结果拟合确定本构模型参数, 然后对比室内试验参数, 为同类型工程提供参数选取依据。但是反演法由于参数多, 具有一定的不确定性。邓肯-张 *E-B* 模型广泛应用于土石坝分析中, 其本构参数可以通过传统三轴试验快速获取。所以研究 *E-B* 模型参数受尺寸效应的影响显得尤为重要。

3.1 初始模量与破坏比

对缩尺试样, 任意围压 σ_3 下偏应力与轴变的关系可以采用双曲线关系拟合。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{sc} = \varepsilon_{1_sc} / (a_{sc} + b_{sc} \varepsilon_{1_sc}) \quad (10)$$

根据式(7)的缩放关系, 缩尺试样与原型试样破碎率一样时, 试样内部应变一样, 应力满足 $\sigma_{pr} = \sigma_{sc} (d_{pr} / d_{sc})^{-n_d/m}$ 。原型试样在围压为 $\sigma_3 (d_{pr} / d_{sc})^{-n_d/m}$ 对应的应力-应变关系式可以写为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{pr} = \frac{\varepsilon_{pr_1}}{a_{pr} + b_{pr} \varepsilon_{pr_1}} = (\sigma_1 - \sigma_3)_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{-n_d/m}, \quad (11a)$$

$$\frac{\varepsilon_{pr_1}}{a_{pr} + b_{pr} \varepsilon_{pr_1}} = \frac{\varepsilon_{sc_1}}{a_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m} + b_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m} \varepsilon_{sc_1}}. \quad (11b)$$

对比式(11b)等式的左右两端, 要想该式子在任意应变下均成立, 缩尺和原型试样相应的系数 a 和 b 满足: $a_{pr} = a_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m}$ 和 $b_{pr} = b_{sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{n_d/m}$ 。

对缩尺试样, 初始模量 E_{i_sc} 和双曲线极限偏差应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult_sc}$:

$$E_{i_sc} = \frac{1}{a_{sc}}, \quad (12a)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult_sc} = \frac{1}{b_{sc}}. \quad (12b)$$

根据原型试样和缩尺试样系数之间的关系, 原型试样的初始模量和极限偏差应力与缩尺试样之间的关系为

$$E_{i_pr} = E_{i_sc} \left(\frac{d_{pr}}{d_{sc}} \right)^{-n_d/m}, \quad (13a)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{ult_pr}} = \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-n_d/m} (\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{ult_sc}} \quad (13b)$$

类似地, 原型试样和缩尺试样的破坏比 R_f 具有相同的值。

$$R_{f_pr} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f_{\text{pr}}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{ult_pr}}} = R_{f_sc} \quad (14)$$

初始模量与围压相关, 缩尺试样和原型试样对应的初始模量可以写成围压相关的量:

$$E_{i_sc} = K_{\text{sc}} p_a \left(\frac{\sigma_{3_sc}}{p_a} \right)^{n_{sc}} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} E_{i_pr} &= K_{\text{pr}} p_a \left(\frac{\sigma_{3_pr}}{p_a} \right)^{n_{pr}} \\ &= K_{\text{pr}} p_a \left(\frac{\sigma_{3_sc} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-n_d/m}}{p_a} \right)^{n_{pr}} \\ &= K_{\text{sc}} p_a \left(\frac{\sigma_{3_sc}}{p_a} \right)^{n_{sc}} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-n_d/m} \quad (15b) \end{aligned}$$

式中, p_a 为大气压力。对比 15 (b) 可知 $n_{sc} = n_{pr}$, 参数 K 满足如下关系式:

$$K_{\text{pr}} = K_{\text{sc}} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{(n_{sc}-1)n_d/m} \quad (16)$$

3.2 体积模量

体积模量 B 是应力和体变的函数, 根据图 2 可知缩尺试样中 70% 极限偏应力对应的轴变和体变与原型试样中 70% 极限偏应力对应的轴变和体变相同。这样缩尺试样和原型试样的体积模量之间的关系可表述为

$$\begin{aligned} B_{\text{pr}} &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{70\% \text{ pr}}}{(\varepsilon_v)_{70\% \text{ pr}}} \\ &= K_{b_pr} p_a \left(\frac{\sigma_{3_pr}}{p_a} \right)^{m_{b_pr}} \\ &= K_{b_pr} p_a \left(\frac{\sigma_{3_sc}}{p_a} \right)^{m_{b_pr}} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-m_{b_pr} n_d/m} \\ &= K_{b_sc} p_a \left(\frac{\sigma_{3_sc}}{p_a} \right)^{m_{b_sc}} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-n_d/m} \\ &= B_{\text{sc}} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-n_d/m} \quad (17) \end{aligned}$$

对比可得缩尺试样与原型试样之间的参数满足如下关系: $K_{b_pr} = K_{b_sc} (d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{(m_{b_sc}-1)n_d/m}$, $m_{b_sc} = m_{b_pr}$ 。

3.3 抗剪强度参数

任一围压下, 摩擦角可以写为

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 + \sigma_3)_f} = \frac{\tau_f}{\tau_f + 2\sigma_3} \quad (18)$$

对公式 (18) 整理可得 $\sin \varphi = 1/(1 + 2\sigma_3 / \tau_f)$ 。同一围压下, 缩尺试样的剪切强度大于原型试样的, 相应的缩尺试样摩擦角也大于原型试样的。缩尺试样与原型试样破碎率一样时, 试样内部应力满足 $\sigma_{\text{pr}} = \sigma_{\text{sc}} (d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m}$ 。整理原型和缩尺样之间的摩擦角关系, 有

$$\frac{\sin \varphi_{\text{sc}}}{\sin \varphi_{\text{pr}}} = \frac{1 + \frac{2\sigma_{3_pr}}{\tau_{f_pr}}}{1 + \frac{2\sigma_{3_sc}}{\tau_{f_sc}}} = 1 \quad (19)$$

式 (19) 表明缩尺围压为 σ_3 内摩擦角与原型试样围压为 $\sigma_3 (d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m}$ 时的内摩擦角相同。缩尺和原型试样的摩擦角均可写成围压的函数:

$$\varphi_{\text{sc}} = \varphi_{0_sc} - \Delta \varphi_{\text{sc}} \lg(\sigma_3 / p_a) \quad (20a)$$

$$\varphi_{\text{pr}} = \varphi_{0_pr} - \Delta \varphi_{\text{pr}} \lg \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \left(\frac{d_{\text{pr}}}{d_{\text{sc}}} \right)^{-\frac{n_d}{m}} \right) \quad (20b)$$

要保证 $\varphi_{\text{sc}} \geq \varphi_{\text{pr}}$ 在任意围压下均成立, 根据 (20a) 和 (20b) 可知, 当缩尺试样和原型试样围压均为 p_a 时, $\varphi = \varphi_0$, 则有 $\varphi_{0_sc} \geq \varphi_{0_pr}$ 。当缩尺试样围压为 p_a 且原型围压为 $p_a (d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m}$ 时, $\varphi_{0_sc} = \varphi_{0_pr} - \Delta \varphi_{\text{pr}} \lg((d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m})$, 整理可以得到 $\Delta \varphi_{\text{pr}} = (\varphi_{0_pr} - \varphi_{0_sc}) / \lg((d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m})$ 。同理当缩尺围压为 $p_a (d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m}$ 且原型试样围压为 p_a 时, $\Delta \varphi_{\text{sc}} = (\varphi_{0_pr} - \varphi_{0_sc}) / \lg((d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m})$ 。即缩尺试样和原型试样的强度参数之间满足 $\varphi_{0_sc} \geq \varphi_{0_pr}$, $\Delta \varphi_{\text{pr}} = \Delta \varphi_{\text{sc}} = (\varphi_{0_pr} - \varphi_{0_sc}) / \lg((d_{\text{pr}} / d_{\text{sc}})^{-n_d/m})$ 。

4 已有试验 $E-B$ 模型参数规律

由第 3 节中的公式和小尺寸三轴试验的 $E-B$ 模型参数可以预测大尺寸三轴试验的模型参数。表 1 汇总了不同材料的 $E-B$ 模型参数值及相应的预测值。对同种材料, 预测的 φ_0 值随粒径的增加而减小, 与试验得到的 φ_0 值变化规律相同, 但降低的幅度没有试验结果增加的大。预测的 $\Delta \varphi$ 值保持不变, 试验得到的 $\Delta \varphi$ 的没有明显的粒径相关性。试验和预测得到的 K 和 K_b 均随着最大颗粒粒径的增加而减小。试验得到的指数 n 值、 m_b 值和破坏应力比 R_f 随粒径的变化规律并不显著, 可以认为是与粒径无关或受粒径影响较小的量。孔宪京等^[14]提出体积模量指数 m_b 是与粒径无关的量。汇总可知 R_f 、 n 和 m_b 是尺寸效应无关或尺寸效应不明显的量, φ_0 、 K 和 K_b 是尺寸效应相关的量。该规律可以为考虑尺寸效应参数的变化规律提供参考, 降低了反演参数的个数。

表1 不同尺寸试样的邓肯-张 *E-B* 模型参数汇总Table 1 Parameters of Duncan-chang's *E-B* models for samples with different sizes

来 源		d_{\max}/mm	$\varphi_0/(\text{°})$	$\Delta\varphi/(\text{°})$	K	n	R_f	K_b	m_b
英安岩堆石料 ^[14]	试验	60	54.3	8.5	1200	0.45	0.80	900	0.06
	试验	200	52.2	7.6	980	0.41	0.74	650	0.01
	预测	60→200	53.3	8.5	1030	0.45	0.80	693	0.06
Pyramid dam 泥岩 ^[8]	试验	51	49.8	8.40	404	0.44	0.66	65.7	0.58
	试验	152	49.0	8.44	314	0.48	0.66	56.3	0.59
	预测	51→152	48.4	8.40	325	0.44	0.66	55.9	0.58
Purulia Dam 石英 片岩 ^[15]	试验	25	48.3	6.86	613	0.45	0.64	792	0.003
	试验	50	46.3	5.89	487	0.51	0.66	574	0.06
	试验	80	45.0	5.93	443	0.51	0.70	422	0.13
	预测	25→80	46.3	6.86	417	0.45	0.64	395	0.003
	预测	50→80	45.62	5.89	424	0.51	0.66	440	0.06
石灰岩 ^[27]	试验	0.3	44.68	7.63	112	0.13	0.77	36.8	0.19
	试验	2.5	40.65	10.46	47.6	0.14	0.63	17.45	0.02
	预测	0.3→2.5	42.22	7.63	59	0.13	0.77	20.17	0.19
Parbati Dam ^[15]	试验	20	48.4	5.99	509	0.78	0.67	457	0.60
	试验	40	46.86	4.90	401	0.83	0.67	365	0.6
	试验	80	46.67	5.36	330	0.85	0.66	336	0.56
Kol Dam ^[15]	试验	25	50.39	7.67	687	0.51	0.76	640	0.21
	试验	50	49.87	7.78	603	0.55	0.76	486	0.28
	试验	80	49.27	8.82	546	0.55	0.71	399	0.30
砂岩过渡料 ^[28]	试验	60	46.2	5.6	850	0.35	0.82	400	0.13
	试验	100	43.6	2.9	780	0.25	0.80	140	0.48

5 结 论

基于前人的试验成果, 推导并验证了考虑尺寸效应的应力-应变张量关系的合理性, 进一步总结了尺寸效应对邓肯-张 *E-B* 模型各个参数的影响规律。主要有如下结论:

(1) 大尺寸试样的应力-应变曲线可以根据尺寸效应系数 n_d/m 和缩尺试样应力-应变曲线插值得到, 通过与试验曲线对比验证了该方法的合理性。

(2) 根据推导可知邓肯-张 *E-B* 模型参数中参数 φ_0 , K 和 K_b 具有显著的尺寸效应, R_f , n 和 m_b 是尺寸效应无关或尺寸效应不显著的量。 n 和 m_b 与尺寸效应无关说明压硬性没有尺寸效应。

本文提出的方法可以为原型试样的邓肯-张参数变化规律提供参考, 降低反演参数的个数。在没有足够大尺寸试验的条件下可以根据单颗粒强度尺寸效应和一组室内缩尺试验曲线大致估算原型试样的应力-应变关系, 由缩尺试验推求原型试样的粒径比宜限制在 15 以内。考虑到该方法是在一定的假设基础上推导的, 关于颗粒形状和接触特性的尺寸效应并未涉及, 仅适用于爆破堆石料这类易破碎材料的尺寸效应变化规律, 而对砂砾料这类不易破碎的材料需要考虑颗粒形状和接触特性的粒径相关性。

参考文献:

[1] HONKANADAVAR N P, KUMAR N, RATNAM M. Modeling the behaviour of alluvial and blasted quarried

rockfill materials[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2014, 32(4): 1001-1015.

- [2] OVALLE C, FROSSARD E, DANO C, et al. The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data[J]. Acta Mechanica, 2014, 225(8): 2199-2216.
- [3] XIAO Y, LIU H L, CHEN Y M, et al. Particle size effects in granular soils under true triaxial conditions[J]. Géotechnique, 2014, 64(8): 667-672.
- [4] 马刚, 周伟, 常晓林, 等. 堆石体三轴剪切试验的三维细观数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(5): 746-753. (MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. 3D mesoscopic numerical simulation of triaxial shear tests for rockfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(5): 746-753. (in Chinese))
- [5] 汪小刚. 高土石坝几个问题探讨[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(2): 203-222. (WANG Xiao-gang. Discussion on some problems observed in high earth-rockfill dams[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 203-222. (in Chinese))
- [6] ZHOU W, YANG L, MA G, et al. DEM analysis of the size effects on the behavior of crushable granular materials[J]. Granular Matter, 2016, 18(3): 1-11.
- [7] 朱晟, 梁现培, 冯树荣. 基于现场大型承载试验的原级配筑坝堆石料力学参数反演研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 1138-1143. (ZHU Sheng, LIANG Xian-pei, FENG Shu-rong. Back analysis of mechanical parameters of

- naturally graded rockfill materials based on large-scale loading plate tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(7): 1138 – 1143. (in Chinese))
- [8] MARACHI N D, CHAN C K, SEED H B, et al. Strength and Deformation Characteristics of Rocfill Materials[R]. Berkeley: Department of Civil Engineering/Geotechnical Engineering, University of California, 1969.
- [9] 傅 华, 韩华强, 凌 华. 堆石料级配缩尺方法对其室内试验结果的影响[J]. *岩土力学*, 2012, **33**(9): 2645 – 2649. (FU Hua, HAN Hua-qiang, LING Hua. Effect of grading scale method on results of laboratory tests on rockfill materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, **33**(9): 2645 – 2649. (in Chinese))
- [10] 武利强, 朱 晟, 章晓桦, 等. 粗粒料试验缩尺效应的分析研究[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(8): 2187 – 2197. (WU Li-qiang, ZHU Sheng, ZHANG Xiao-hua, et al. Analysis of scale effect of coarse-grained materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(8): 2187 – 2197. (in Chinese))
- [11] 朱 晟, 王 京, 钟春欣, 等. 堆石料干密度缩尺效应与制样标准研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, **38**(5): 1073 – 1080. (ZHU Sheng, WANG Jing, ZHONG Chun-xin, et al. Experimental study on scale effect of the dry density of rockfill material[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2019, **38**(5): 1073 – 1080. (in Chinese))
- [12] 马 刚, 周 伟, 常晓林, 等. 堆石料缩尺效应的细观机制研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, **31**(12): 2473 – 2482. (MA Gang, ZHOU Wei, CHANG Xiao-lin, et al. Mesoscopic mechanism study of scale effects of rockfill[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, **31**(12): 2473 – 2482. (in Chinese))
- [13] 孔宪京, 刘京茂, 邹德高. 堆石料尺寸效应研究面临的问题及多尺度三轴试验平台[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(11): 1941 – 1947. (KONG Xian-jing, LIU Jing-mao, ZOU De-gao. Scale effect of rockfill and multiple-scale triaxial test platform[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(11): 1941 – 1947. (in Chinese))
- [14] 孔宪京, 宁凡伟, 刘京茂, 等. 基于超大型三轴仪的堆石料缩尺效应研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(2): 255 – 261. (KONG Xian-jing, NING Fan-Wei, LIU Jing-mao, et al. Scale effect of rockfill materials using super large triaxial tests[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(2): 255 – 261. (in Chinese))
- [15] VARADARAJAN A, SHARMA K G, ABBAS S M, et al. The role of nature of particles on the behaviour of rockfill materials[J]. *Soils and foundations*, 2006, **46**(5): 569 – 584.
- [16] FROSSARD E, HU W, DANO C, et al. Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects[J]. *Géotechnique*, 2012, **62**(5): 415 – 427.
- [17] NIETO-GAMBOA C. Mechanical Behavior of Rockfill Materials-Application to Concrete Face Rockfill Dams[D]. Paris: Ecole Centrale Paris, 2011.
- [18] 郎能惠, 朱 铁, 米占宽. 小浪底坝过渡料的强度与变形特性及缩尺效应[J]. *水电能源科学*, 2001, **19**(2): 39 – 42. (LI Neng-hui, ZHU Tie, MI Zhan-kuan. Strength and deformation properties of transition zone material of xiaolangdi dam and scale effect[J]. *International Journal Hydroelectric Energy*, 2001, **19**(2): 39 – 42. (in Chinese))
- [19] McDOWELL G R, AMON A. The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles[J]. *Soils and Foundations*, 2000, **40**(5): 133 – 141.
- [20] LIM W L, McDOWELL G R, COLLOP A C. The application of Weibull statistics to the strength of railway ballast[J]. *Granular Matter*, 2004, **6**(4): 229 – 237.
- [21] NAKATA Y, HYDE A F L, HYODO M, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. *Géotechnique*, 1999, **49**(5): 567 – 583.
- [22] 周海娟, 马 刚, 袁 蔚, 等. 堆石颗粒压缩破碎强度的尺寸效应[J]. *岩土力学*, 2017, **38**(8): 2425 – 2433. (ZHOU Hai-juan, MA Gang, YUAN Wei, et al. Size effect on the crushing strengths of rock particles[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, **38**(8): 2425 – 2433. (in Chinese))
- [23] JAEGER J C. Failure of rocks under tensile conditions[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1967, **4**(2): 219 – 227.
- [24] BAGI K. Analysis of microstructural strain tensors for granular assemblies[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**(10): 3166 – 3184.
- [25] DURÁN O, KRUYT N P, LUDING S. Analysis of three-dimensional micro-mechanical strain formulations for granular materials: evaluation of accuracy[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, **47**(2): 251 – 260.
- [26] BAGI K. Stress and strain in granular assemblies[J]. *Mechanics of Materials*, 1996, **22**(3): 165 – 177.
- [27] LEE D M. The Angles of Friction of Granular Fills[D]. Cambridge: University of Cambridge, 1992.
- [28] 李 翊, 何昌荣, 王 琛, 等. 粗粒料大型三轴试验的尺寸效应研究[J]. *岩土力学*, 2008, **29**(增刊 1): 563 – 566. (LI Chong, HE Chang-rong, WANG Chen, et al. Study of scale effect of large-scale triaxial test of coarse-grained materials[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(S1): 563 – 566. (in Chinese))