

DOI: 10.11779/CJGE202008006

# 平面 P 波入射下海底衬砌隧道地震响应解析分析

朱赛男<sup>1</sup>, 李伟华<sup>\*1</sup>, Vincent W Lee<sup>2</sup>, 赵成刚<sup>1</sup>

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044; 2. University of Southern California, Los Angeles, CA 90089-2531, USA)

**摘要:** 基于 Biot 流体饱和多孔介质和理想流体介质波动理论, 采用 Hankel 函数积分变换法 (HFITM), 在考虑水下饱和土的流固耦合及水 - 土 - 结构动力相互作用条件下, 给出海底衬砌隧道对平面 P 波散射问题的解析解。Hankel 函数积分变换法能够较好地处理半空间表面边界条件, 避免了传统研究中的“大圆弧假定”。在解析解的基础上, 计算分析了入射角度、入射频率、海水水深和隧道埋深等因素对场地位移和隧道应力的影响。结果表明: 入射角度、入射频率、海水水深和隧道埋深对场地位移和隧道应力影响明显; 入射角不同时, 场地水平位移和隧道动水压力随着入射角的增加而增加, 竖向位移和隧道总应力随着入射角的增加而减小; 入射频率不同时, 隧道应力随着频率的增加而明显减小; 海水水深不同时, 水深为 10 倍隧道半径时的场地位移和隧道应力最大; 隧道埋深不同时, 场地位移和隧道应力随着埋深的增加而减小。

**关键词:** 海底衬砌隧道; 平面 P 波; 散射问题; 地震响应; 解析解

中图分类号: TU435 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)08-1418-10

作者简介: 朱赛男(1990—), 女, 博士研究生, 主要从事岩土地震工程方面的研究工作。E-mail: 15115293@bjtu.edu.cn。

## Seismic response of undersea lining tunnels under incident plane P waves

ZHU Sai-nan<sup>1</sup>, LI Wei-hua<sup>1</sup>, Vincent W Lee<sup>2</sup>, ZHAO Cheng-gang<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. University of Southern California, Los Angeles, CA 90089-2531, USA)

**Abstract:** Based on the wave theory of fluid-saturated porous media by Biot and the ideal wave theory of fluid media, considering the conditions of fluid-solid coupling of undersea saturated soil and seawater-saturated soil-structure dynamic interaction, using the Hankel function integral transformation method (HFITM), an analytical solution is obtained for the scattering problem of incident P waves for an undersea lining tunnel. The Hankel function integral transformation method can better deal with the surface boundary conditions of half space, avoiding the "big arc assumption" in the traditional researches. Based on the analytical solution, the effects of incident angle and incident frequency of P waves, depth of seawater and buried depth of tunnel on site displacement and stress are calculated and analyzed. The results show that the incident angle of P waves, incident infrequency, depth of seawater and buried depth of tunnel have obvious influences on site displacement and tunnel stress. The horizontal displacement of the site and hydrodynamic pressure of the tunnel increase with the increment of incident angle, and the vertical displacement and total tunnel stress decrease with the increment of incident angle. The tunnel stress decreases significantly with the increase of the incident frequency. The site displacement and tunnel stress are the largest when the water depth is 10 times the tunnel radius. The site displacement and tunnel stress decrease with the increasing buried depth.

**Key words:** undersea lining tunnel; plane P wave; scattering problem; seismic response; analytical solution

## 0 引言

海底隧道是沿海经济区重要的交通枢纽, 一旦发生地震破坏, 将导致重大人员伤亡和财产损失, 影响经济发展和社会稳定, 从而引起国内外众多学者的关注。已有的地震记录表明, 由于海水层中 P 波的存在, 海水对海底竖向振动有很大影响, 导致海域工程场地表现出与陆地场地不同的地震响应特点。现有的海底隧道地震响应研究, 多采用模型试验或数值模拟方法。

朱镜清等<sup>[1-5]</sup>通过流体力学分析, 建立考虑土介质的非线性的海水-海底土层为模型, 得出深度 50 m 范围内海水可视为无黏性不可压缩的理想流体。借用有限元模型和时域解法, 给出考虑海水影响下岩-土叠合体系

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973”计划) 项目 (2015CB057800); 国家自然科学基金项目 (51378058)

收稿日期: 2019-10-12

\*通信作者 (E-mail: whli@bjtu.edu.cn)

的阻尼矩阵形成办法, 并将该方法延伸至海底淤泥对海洋工程地震作用的影响研究中。陈向红等<sup>[6]</sup>考虑流固耦合, 建立衬砌结构-土-海水相互作用联系模型, 分析不同地震激励和埋深条件下动水压力影响和隧道衬砌振动的响应规律。森茂田等<sup>[7]</sup>等建立海床-管线相互作用计算模型, 借助 ADINA 软件和循环扭剪试验来分析海底管线动力响应和管线周围土体孔隙水压变化规律。席仁强等<sup>[8]</sup>、程选生等<sup>[9]</sup>、刘继国等<sup>[10]</sup>、周鹏等<sup>[11]</sup>、巨建民等<sup>[12]</sup>分别建立相应的水-土-结构有限元模型, 并对地震作用下隧道结构的动力响应规律进行数值计算。值得说明的是, 在这些研究中, 动水压力多视为静水压力或忽略海水的影响。从地震动力反应角度来看, 显然是不尽合理的。郭崇峙<sup>[13]</sup>基于赵成刚等<sup>[14]</sup>建立的流体-饱和多孔介质-单相弹性介质 3 种介质耦联系统动力反应分析的显式有限元法, 建立基岩-地基土层-隧道结构-上覆水层体系模型, 首次在考虑动水压力及水下土体的流固动力耦合条件下, 研究了水下隧道关键点在不同水深和饱和土参数下的位移和应力的响应。但该研究模型相对简单, 且仅针对垂直入射不同水深和饱和土不同刚度两种变量进行研究。

相比于模型试验或数值模拟方法, 解析方法可以定性定量地分析问题的本质和物理机制, 给出对问题直观的理解和解释, 同时还可用来检验数值方法的精度和收敛性。但由于问题的复杂性, 目前水下隧道对地震波散射问题的解析解并不多见。在现阶段, 隧道地震响应解析分析中, 水平边界条件多采用“大圆弧假定”方法处理。所谓“大圆弧假定”, 是由 Lee<sup>[15]</sup>提出来的一个“以曲代直”的几何概念, 即用一个半径非常大的圆弧代替水平半空间表面。马宏伟等<sup>[16-18]</sup>利用波动解法和“大圆弧假定”, 推导得到平面 P(SV) 波入射时水下输水隧洞的地震响应解析解。该解将水下岩土体多视为单相弹性介质, 与实际水下岩土层性质不符。海底隧道多修建于水层下覆的土层中, 该土层一般认为是饱和土层, 其波动地震响应分析比单相介质更为复杂。丁曼曼<sup>[19]</sup>基于 Biot<sup>[20]</sup>两相多孔介质动力学理论, 利用“大圆弧假定”和函数展开法给出了平面 SV 波作用下水下饱和砂层中隧道结构地震响应的解析解。采用“大圆弧假定”代替水平半空间表面进行复杂场地地震响应分析时, 原在场地半空间表面所产生的散射波将由在大圆弧附近产生的散射波所代替, 近似方法产生的散射波导致计算结果产生误差, 从而放松了零应力边界条件, 不能充分满足复杂场地散射问题的边界条件。

为寻求一种既可以避免“大圆弧假定”, 又可以较

好地处理半空间边界条件, Lin 等<sup>[21]</sup>借助 Lamb<sup>[22]</sup>的线性积分方法, 将波场中散射波的势函数进行 Hankel 函数积分变换和 Fourier-Bessel 展开, 将柱坐标系下的表达转换到直角坐标系中, 可以方便处理半空间表面水平边界条件, 成功避免使用“大圆弧假定”方法。该方法称为 Hankel 函数积分变换法 (HFITM)。本文采用该方法, 在考虑水下饱和土的流固耦合及水-土-结构动力相互作用条件下, 给出海底衬砌隧道对平面 P 波散射问题的解析解。利用该解析解, 重点分析了入射角度、入射频率、海水水深和隧道埋深等因素在对场地位移及隧道应力的影响, 得到了一些结论。

## 1 模型与基本方程

分析模型如图 1 所示。海水层视为理想流体介质, 水深  $h_w$ 。饱和土层为流体饱和多孔介质, 衬砌隧道则埋置在饱和土层中。隧道埋深  $h$ , 隧道外半径  $a$ , 内半径  $b$ 。隧道内外径、水土交界面和海水层表面分别采用柱坐标系  $(r_1, \theta_1)$ 、直角坐标系  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ 。

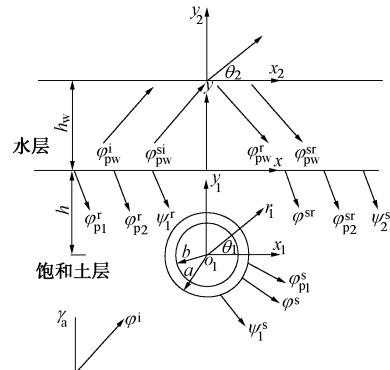


图 1 分析模型

Fig. 1 Analysis model

两个直角坐标系和柱坐标系的关系如下:

$$\left. \begin{array}{l} x = x_1 = x_2, \\ y_1 = y + h, \\ y = y_2 + h_w, \\ \theta_1 = \arctan(y_1/x_1). \end{array} \right\} \quad (1)$$

理想流体介质的动力方程为

$$\rho_w \frac{\partial^2 u_w}{\partial t^2} = K_f \nabla \cdot \nabla u_w, \quad (2)$$

式中,  $\rho_w$  为流体密度,  $K_f$  为流体的体积模量,  $u_w$  为流体的运动位移。

Deresiewicz<sup>[23]</sup>在 Biot<sup>[20]</sup>提出的流体饱和多孔介质波动理论的基础上, 考虑孔隙流体仅能膨胀变形, 得到无耗散情况下流体饱和土多孔介质波动方程表达式:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_{\text{sat}} + 2\mu)\nabla^2\varphi + Q\nabla^2\Phi &= \left( \rho_{11}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \right), \\ \nabla Q\nabla^2\varphi + R\nabla^2\Phi &= \left( \rho_{12}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu\nabla^2\psi &= \left( \rho_{11}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \right), \\ 0 &= \left( \rho_{12}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \right) \circ. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\varphi$  和  $\Phi$  分别为土骨架和孔隙流体的 P 波势函数;  $\psi$  和  $\Psi$  分别为土骨架和孔隙流体的 SV 波势函数;  $\rho_1 = (1-n)\rho_s + \gamma(1-n)\rho_f$ ,  $\rho_2 = -\gamma(1-n)\rho_f$ ,  $\rho_{22} = n\rho_f + \gamma(1-n)\rho_f$ ,  $n$  为土孔隙率,  $\rho_s$  为土骨架密度,  $\rho_f$  为流体密度,  $\gamma$  为土骨架和流体相互作用系数, 其取值受土骨架颗粒形状影响, 当颗粒形状为球形时,  $\gamma = 0.5$ ;  $\lambda_{\text{sat}}$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\mu$  为饱和土介质的弹性常数, 可以由饱和土的泊松比  $\nu$ 、孔隙率  $n$ 、土骨架体积模量  $K_g$ 、流体体积模量  $K_f$ 、临界孔隙率  $n_{cr}$  和干土骨架的临界体积模量  $K_{cr}$  表示, 具体计算方法详见文献[24]。

## 2 边界条件

海底衬砌隧道场地模型中存在 4 个边界, 即海水自由表面、水土交界面、隧道衬砌外表面与饱和土层交界面、隧道衬砌内表面。假设水土交界以及隧道衬砌外表面与饱和土层交界面是连续界面且不透水, 饱和土层 - 水层透水。下列边界条件中,  $\sigma_{ik}^j$ ,  $u_{ik}^j$  ( $U_{ik}^j$ ) 分别为不同坐标系下的应力和位移。其中,  $u_{ik}^j$  和  $U_{ik}^j$  分别为饱和土土骨架部分和流体部分的位移。应力和位移的下角标  $i$ ,  $k$  代表不同坐标系, 如柱坐标系 ( $r_i$ ,  $\theta_i$ )、直角坐标系 ( $x_2$ ,  $y_2$ ) 和直角坐标系 ( $x$ ,  $y$ )。若  $i=k$ , 可记为  $i$  或  $k$ 。上角标  $j$  代表不同介质, 如 s 代表饱和土介质的土骨架、f 代表饱和土介质的流体, w 代表海水层、1 代表隧道衬砌层。边界条件可表示如下:

(1) 海水自由表面边界 ( $y_2 = 0$ )

$$\sigma_{y_2}^w = 0 \quad ; \quad (5)$$

(2) 水土交界面边界 ( $y=0$ ,  $y_2=-h_w$ )

$$\left. \begin{aligned} (1-n)u_y^s + nu_y^f &= u_{y_2}^w, \\ \sigma_{xy}^s &= 0, \\ \sigma_y^s + \sigma_y^f &= -\sigma_{y_2}^w, \\ \sigma_y^f &= -n\sigma_{y_2}^w; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(3) 隧道衬砌内表面边界 ( $r_i=b$ )

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_i\theta_i}^1 &= 0, \\ \sigma_{r_i}^1 &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(4) 隧道衬砌外表面 - 饱和土层交界面边界 ( $r_i=a$ )

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_i\theta_i}^s &= \sigma_{r_i\theta_i}^1, \\ \sigma_{r_i}^s &= \sigma_{r_i}^1, \\ u_{r_i}^s &= u_{r_i}^1, \\ u_{\theta_i}^s &= u_{\theta_i}^1, \\ u_r^s &= U_r^f. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

## 3 波场分析

场地中的波场可看成是自由波场和散射波场两部分的叠加。

### 3.1 自由波场

设有幅值为 1, 频率为  $\omega$  的平面  $P_1$  波以角度  $\gamma_{a1}$  入射从隧道左下方入射到海底隧道场地中。直角坐标系 ( $x, y$ ) 下入射波势函数可表示为

$$\varphi^i = e^{ik_{a1}(x \sin \gamma_{a1} + y \cos \gamma_{a1})}, \quad (9)$$

式中,  $k_{a1} = \omega/c_{a1}$  为入射  $P_1$  波波数,  $c_{a1}$  为  $P_1$  波波速, 其计算方法见文献[24]。

如果海底不存在隧道, 入射 P 波在水土交界面会出现反射  $P_1$  波、 $P_2$  波和 SV 波, 在水层产生透射波和反射波 P 波。

#### (1) 饱和土层

反射  $P_1$  波、 $P_2$  波和 SV 波势函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{p1}^r &= A_1 e^{ik_{a1}(x \sin \gamma_{a1} - y \cos \gamma_{a1})}, \\ \varphi_{p2}^r &= B_1 e^{ik_{a2}(x \sin \gamma_{a2} - y \cos \gamma_{a2})}, \\ \psi^r &= C_1 e^{ik_{\beta}(x \sin \gamma_{\beta} - y \cos \gamma_{\beta})}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

方便起见, 将式(9), (10) 转换为柱坐标 ( $r_i$ ,  $\theta_i$ ) 表示:

$$\left. \begin{aligned} \varphi^i &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^i J_n(k_{a1} r_i) e^{int\theta_i}, \\ \varphi_{p1}^r &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^r J_n(k_{a1} r_i) e^{int\theta_i}, \\ \varphi_{p2}^r &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n^r J_n(k_{a2} r_i) e^{int\theta_i}, \\ \psi^r &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^r J_n(k_{\beta} r_i) e^{int\theta_i}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中,  $a_n^i = e^{-ik_{a1} h \cos \gamma_{a1}} e^{in\gamma_{a1}}$ ,  $a_n^r = (-1)^n A_1 e^{ik_{a1} h \cos \gamma_{a1}} e^{-in\gamma_{a1}}$ ,  $b_n^r = (-1)^n B_1 e^{ik_{a2} h \cos \gamma_{a2}} e^{-in\gamma_{a2}}$ ,  $c_n^r = (-1)^n C_1 e^{ik_{\beta} h \cos \gamma_{\beta}} e^{-in\gamma_{\beta}}$ 。

饱和土层自由场  $P_1$  波和  $P_2$  波的总波场可表示为

$$\varphi_s^{\text{ft}} = \varphi^i + \varphi_{p1}^r + \varphi_{p2}^r \quad (\text{固相}), \quad (12a)$$

$$\Phi_s^{\text{ft}} = \xi_1(\varphi^i + \varphi_{p1}^r) + \xi_2 \varphi_{p2}^r \quad (\text{液相}). \quad (12b)$$

饱和土层自由场 SV 波总波场表示为

$$\varphi_s^{\text{ft}} = \psi^r \quad (\text{固相}) , \quad (13\text{a})$$

$$\varphi_s^{\text{ft}} = \xi_3 \psi^r \quad (\text{液相}) . \quad (13\text{b})$$

式中  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  和  $\xi_3$  分别是饱和土中流体部分的液相参与系数, 其计算方法见文献[24]。

## (2) 海水层

透射和反射的 P 波势函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\text{pw}}^{\text{t}} &= D_1 e^{ik_{\text{pw}}(x_2 \sin \gamma_{\text{pw}} + y_2 \cos \gamma_{\text{pw}})} \\ \varphi_{\text{pw}}^{\text{r}} &= D_2 e^{ik_{\text{pw}}(x_2 \sin \gamma_{\text{pw}} - y_2 \cos \gamma_{\text{pw}})} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

海水层自由场的总波场可表示为

$$\varphi_w^{\text{ft}} = \varphi_{\text{pw}}^{\text{t}} + \varphi_{\text{pw}}^{\text{r}} , \quad (15)$$

式中,  $k_{\alpha 1}$ ,  $k_{\alpha 2}$ ,  $k_\beta$  和  $k_{\text{pw}}$  分别为饱和土层 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、SV 波和海水层 P 波的波数。 $\gamma_{\alpha 1}$ ,  $\gamma_{\alpha 2}$ ,  $\gamma_\beta$  和  $\gamma_{\text{pw}}$  分别为饱和土层 P<sub>1</sub> 波入射角和反射角、P<sub>2</sub> 波反射角、SV 波反射角及海水层 P 波的透射角和反射角。根据 Snell 定律有  $k_{\alpha 1} \sin \gamma_{\alpha 1} = k_{\alpha 2} \sin \gamma_{\alpha 2} = k_\beta \sin \gamma_\beta = k_{\text{pw}} \sin \gamma_{\text{pw}}$ 。 $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  和  $D_2$  分别是饱和土层 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、SV 波反射系数和海水层透射 P 波、反射 P 波波幅系数, 其计算方法见本文第 4 节。

## 3.2 散射波场分析

场地的波场分为三部分, 包括海水层散射波场、饱和土层散射波场及隧道衬砌散射波场。

### (1) 饱和土层中散射波场分析

由于饱和土层中隧道的存在, 入射 P<sub>1</sub> 波会在隧道附近和水土交界面处分别产生散射波 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波、SV 波, 交界面散射波也会在海水层产生散射波 P 波。

隧道附近产生的散射 P<sub>1</sub> 波、P<sub>2</sub> 波和 SV 波的势函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{p_1}^s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{1,n} H_n^{(1)}(k_{\alpha 1} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \varphi_{p_2}^s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_{1,n} H_n^{(1)}(k_{\alpha 2} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \psi^s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_{1,n} H_n^{(1)}(k_\beta r_1)] e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

考虑到饱和土层的边界条件是分别在柱坐标和直角坐标两种坐标系下建立的, 为方便处理, 需要将用柱坐标表示的散射波势函数转换到直角坐标系下, 这里采用 Hankel 函数积分变换法 (HFITM) [21]。

$$H_n^{(1)}(kr) e^{in\theta_1} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \left( \frac{i^{-n}}{i\pi v_a} \right) \left( \frac{k - v_a}{k_a} \right)^n e^{ikx_1 - v_a |y_1|} \right] dk , \quad (17)$$

式中,  $v_a = \sqrt{k^2 - k_a^2}$ 。

利用式 (17), 把饱和土层中散射波的势函数从柱坐标系 ( $r_1$ ,  $\theta_1$ ) 转化到直角坐标系 ( $x_1$ ,  $y_1$ ) 中。根据

直角坐标系 ( $x_1$ ,  $y_1$ ) 和直角坐标系 ( $x$ ,  $y$ ) 的关系, 散射波的势函数可以进一步转换为在坐标系 ( $x$ ,  $y$ ) 中的形式, 整理后可得

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{p_1}^s &= \int_{-\infty}^{\infty} a_1(k) e^{ikx - v_{\alpha 1} y} dk \\ \varphi_{p_2}^s &= \int_{-\infty}^{\infty} b_1(k) e^{ikx - v_{\alpha 2} y} dk \\ \psi^s &= \int_{-\infty}^{\infty} c_1(k) e^{ikx - v_\beta y} dk \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

对比式 (16), (18), 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1(k) \\ b_1(k) \\ c_1(k) \end{array} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i^{-n}}{i\pi} [\ell(h)] \left\{ \begin{array}{l} A_{1,n} \\ B_{1,n} \\ C_{1,n} \end{array} \right\} , \quad (19)$$

$$\text{式中, } \ell(h) = \begin{bmatrix} \xi_{\alpha 1, n}(h)/v_{\alpha 1} & & \\ & \xi_{\alpha 2, n}(h)/v_{\alpha 2} & \\ & & \xi_{\beta, n}(h)/v_\beta \end{bmatrix},$$

$$\xi_{\alpha 1, n}(h) = \left( \frac{k - v_{\alpha 1}}{k_{\alpha 1}} \right)^n e^{-v_{\alpha 1} h}, \quad \xi_{\alpha 2, n}(h) = \left( \frac{k - v_{\alpha 2}}{k_{\alpha 2}} \right)^n e^{-v_{\alpha 2} h},$$

$$\xi_{\beta, n}(h) = \left( \frac{k - v_\beta}{k_\beta} \right)^n e^{-v_\beta h}, \quad v_{\alpha 1} = \sqrt{k^2 - k_{\alpha 1}^2}, \quad v_{\alpha 2} = \sqrt{k^2 - k_{\alpha 2}^2}, \quad v_\beta = \sqrt{k^2 - k_\beta^2}.$$

参照直角坐标系 ( $x$ ,  $y$ ) 下的隧道附近散射波势函数表达式, 可得同坐标系下的水土交界面产生的散射波的势函数, 其表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{p_1}^{\text{sr}} &= \int_{-\infty}^{\infty} a_2(k) e^{ikx + v_{\alpha 1} y} dk \\ \varphi_{p_2}^{\text{sr}} &= \int_{-\infty}^{\infty} b_2(k) e^{ikx + v_{\alpha 2} y} dk \\ \psi^{\text{sr}} &= \int_{-\infty}^{\infty} c_2(k) e^{ikx + v_\beta y} dk \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

利用公式<sup>[25]</sup>

$$e^{ikr \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr) e^{in\theta} , \quad (21)$$

式 (20) 散射波势函数的表达式可以转换到柱坐标系 ( $r_1$ ,  $\theta_1$ ) 下:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{p_1}^{\text{sr}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{2,n} J_n(k_{\alpha 1} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \varphi_{p_2}^{\text{sr}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_{2,n} J_n(k_{\alpha 2} r_1)] e^{in\theta_1} \\ \psi^{\text{sr}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_{2,n} J_n(k_\beta r_1)] e^{in\theta_1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

对比式 (20), (22) 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{2,n} \\ B_{2,n} \\ C_{2,n} \end{array} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} i^n [\lambda(h)] \left\{ \begin{array}{l} a_2(k) \\ b_2(k) \\ c_2(k) \end{array} \right\} dk , \quad (23)$$

式中,

$$[\tilde{\lambda}(h)] = \begin{bmatrix} \zeta_{\alpha 1,n}(h) \\ & \zeta_{\alpha 2,n}(h) \\ & & \zeta_{\beta,n}(h) \end{bmatrix}.$$

饱和土层 P<sub>1</sub> 波和 P<sub>2</sub> 波散射总波场可表示为

$$\varphi_s^{\text{st}} = \varphi_{p1}^s + \varphi_{p2}^s + \varphi_{p1}^{\text{sr}} + \varphi_{p2}^{\text{sr}} \quad (\text{固相}) , \quad (24a)$$

$$\Phi_s^{\text{st}} = \xi_1(\varphi_{p1}^s + \varphi_{p1}^{\text{sr}}) + \xi_2(\varphi_{p2}^s + \varphi_{p2}^{\text{sr}}) \quad (\text{液相}) . \quad (24b)$$

饱和土层 SV 波散射波总波场可表示为

$$\psi_s^{\text{st}} = \psi^s + \psi^{\text{sr}} \quad (\text{固相}) , \quad (25a)$$

$$\Psi_s^{\text{st}} = \xi_3(\psi^s + \psi^{\text{sr}}) \quad (\text{液相}) . \quad (25b)$$

## (2) 海水层散射波场分析

对比饱和土层中的散射波在直角坐标系(x, y)中的表达式，海水层的散射波场可写成

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\text{pw}}^{\text{si}} &= \int_{-\infty}^{\infty} d_1(k) e^{ikx + v_{\text{pw}}y} dk , \\ \varphi_{\text{pw}}^{\text{sr}} &= \int_{-\infty}^{\infty} d_2(k) e^{ikx - v_{\text{pw}}y} dk . \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中， $v_{\text{pw}} = \sqrt{k^2 - k_{\text{pw}}^2}$ 。

利用公式  $e^{ikr \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr) e^{in\theta}$ ，得

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\text{pw}}^{\text{si}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{1,n} J_n(k_{\text{pw}} r_2) e^{in\theta_2} , \\ \varphi_{\text{pw}}^{\text{sr}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{2,n} J_n(k_{\text{pw}} r_2) e^{in\theta_2} . \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

对比式(26), (27) 可得

$$\left. \begin{aligned} D_{1,n} &= \int_{-\infty}^{\infty} i^n \left( \frac{k - v_{\text{pw}}}{k_{\text{pw}}} \right)^n e^{v_{\text{pw}} h_w} d_1(k) dk , \\ D_{2,n} &= \int_{-\infty}^{\infty} i^n \left( \frac{k + v_{\text{pw}}}{k_{\text{pw}}} \right)^n e^{-v_{\text{pw}} h_w} d_2(k) dk . \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中， $\xi_{\text{pw},n}(h_w) = \left( \frac{k + v_{\text{pw}}}{k_{\text{pw}}} \right)^n e^{-v_{\text{pw}} h_w}$ 。

综合式(23), (28) 可得

$$\begin{bmatrix} A_{2,n} \\ B_{2,n} \\ C_{2,n} \\ D_{2,n} \end{bmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} i^n \Re(h, h_w) \begin{bmatrix} a_2(k) \\ b_2(k) \\ c_2(k) \\ d_2(k) \end{bmatrix} dk , \quad (29)$$

式中， $\Re(h, h_w) = \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}(h) \\ \xi_{\text{pw},n}(h_w) \end{bmatrix}_{4 \times 4}$ 。

海水层散射总波场可表示为

$$\varphi_{\text{pw}}^{\text{st}} = \varphi_{\text{pw}}^{\text{si}} + \varphi_{\text{pw}}^{\text{sr}} . \quad (30)$$

## (3) 隧道衬砌中散射波场分析

隧道衬砌半径的范围为  $b \leq r \leq a$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $r = a$  是隧道衬砌外圆弧表面与半空间饱和土层交界,  $r = b$  是隧道衬砌内圆弧表面。由于隧道衬砌的存在,

外衬砌  $r = a$  处产生会聚型散射 P 波  $\varphi_1^t$  和 SV 波  $\psi_1^t$ , 内衬砌  $r = b$  处产生发散型散射 P 波  $\varphi_2^t$  和 SV 波  $\psi_2^t$ , 这些波的势函数可分别表示如下:

$r = a$  处会聚型散射波,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1^t &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{1,n} H_n^{(1)}(k_{al} r_1) e^{in\theta_1} , \\ \psi_1^t &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{1,n} H_n^{(1)}(k_{bl} r_1) e^{in\theta_1} . \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$r = b$  处发散型散射波,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2^t &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{2,n} H_n^{(2)}(k_{al} r_1) e^{in\theta_1} , \\ \psi_2^t &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{2,n} H_n^{(2)}(k_{bl} r_1) e^{in\theta_1} . \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

隧道衬砌 P 波和 SV 波的总散射波可表示为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1^t &= \varphi_1^t + \varphi_2^t , \\ \psi_1^t &= \psi_1^t + \psi_2^t . \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中， $L_{1,n}$  和  $K_{1,n}$  分别为衬砌外表面会聚型散射波幅系数， $L_{2,n}$  和  $K_{2,n}$  分别为衬砌内表面发散型散射波的波幅系数。 $k_{al}$  和  $k_{bl}$  分别为衬砌内散射 P 波和 SV 波的波数。

## 4 问题的解

将式(12), (13), (15) 代入边界条件式(5), (6), 可得如下自由场波幅系数矩阵关系式, 从而求得自由场情况下 P 波和 SV 的波幅系数:

$$CX = D \quad (34)$$

其中， $C = [c_{ij}]_{5 \times 4}$ ,  $D = [d_{ij}]_{5 \times 1}$ , 矩阵  $C$ ,  $D$  的元素详见附录 A,  $X = (A_1 \ B_1 \ C_1 \ D_1 \ D_2)^T$ 。

在处理水土交界面边界条件时, 自由场波函数自动满足水土交界面处的边界条件, 计算过程中仅需将散射波场势函数代入。因此, 将直角坐标系下的饱和土散射总波场式(24), (25) 代入边界条件式(5), (6), 可得到如下矩阵关系式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [F_{1t}][Y_1(k)] dk + \int_{-\infty}^{\infty} [F_{2t}][Y_2(k)] dk = 0 . \quad (35)$$

式中， $F_{1t} = [F_{1t,ij}]_{4 \times 3}$ ,  $Y_1(k) = [Y_1]_{3 \times 1}$ ,  $F_{2t} = [F_{2t,ij}]_{4 \times 4}$ ,  $Y_2(k) = [Y_2]_{4 \times 1}$ , 矩阵元素详见附录 B。

在处理隧道衬砌外径-饱和土层交界面边界时, 需要将式(12), (13), (15) 及柱坐标系下的饱和土散射总波场式(24), (25) 代入边界条件式(8), 可得到如下矩阵关系式:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} [E_{1t}][H_1(n)] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [E_{2t}][H_2(n)] = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} [E_{2t}][H_f(n)] , \quad (36)$$

其中， $E_{1t} = [E_{1t,ij}]_{5 \times 4}$ ,  $H_1 = [H_1]_{4 \times 1}$ ,  $E_{2t} = [E_{2t,ij}]_{5 \times 4}$ ,

$H_2 = [H_2]_{4 \times 1}$ ,  $H_f = [H_f]_{4 \times 1}$  矩阵元素详见附录 C。

将式(33)代入边界条件式(7), 得到隧道衬砌中散射波势函数的矩阵关系式:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} [G_{1t}][L_1(n)] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [G_{3t}][L_2(n)] = 0 \quad . \quad (37)$$

式中,  $G_{1t} = [G_{1t,ij}]_{2 \times 2}$  和  $G_{3t} = [G_{3t,ij}]_{2 \times 2}$  的矩阵元素详见附录 D,  $L_1 = (L_{1,n} \ K_{1,n})^T$ ,  $L_2 = (L_{2,n} \ K_{2,n})^T$ 。

为方便求解, 需要对式(35)进行以下变形:

$$[Y_2(k)] = -[F_{2t}]^{-1}[F_{1t}][Y_1(k)] = \frac{[P_k]}{R_k}[Y_1(k)] \quad . \quad (38)$$

借助式(38), 将式(36)中的  $[H_2(n)]$  改写为

$$\begin{bmatrix} A_{2,n} \\ B_{2,n} \\ C_{2,n} \\ D_{2,n} \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i^{n-m}}{i\pi R(k)} \Re(h, h_w) \ell(h) P_k \begin{bmatrix} A_{1,m} \\ B_{1,m} \\ C_{1,m} \end{bmatrix} \quad (39)$$

将式(39)代入式(36), (37)可求得系数  $A_{1,n}$ ,  $B_{1,n}$ ,  $C_{1,n}$ ,  $D_{1,n}$ ,  $L_{1,n}$ ,  $K_{1,n}$ , 再将结果分别代入式(37)和式(39), 求得系数  $A_{2,n}$ ,  $B_{2,n}$ ,  $C_{2,n}$ ,  $D_{2,n}$ ,  $L_{2,n}$ ,  $K_{2,n}$ , 从而确定整个波场。

值得注意的是, 在波场系数求解过程中, 项数的选取是由边界条件(半空间边界条件和隧道衬砌内表面边界条件)的计算精度决定的。本文中, 为满足精度要求, 按照应力边界条件的计算精度达到  $10^{-7}$  确定计算项数。

## 5 位移与应力计算

定义无量纲频率  $\eta$  为

$$\eta = \frac{2a}{\lambda_p} = \frac{k_p a}{\pi} \quad , \quad (40)$$

式中,  $\lambda_p$  为土中 SV 波的波长。为了便于分析, 将水土交界面位移分量和隧道衬砌外表面应力分量进行无量纲化。 $\beta_x = |u_x|/|u_0|$  和  $\beta_y = |u_y|/|u_0|$  分别为场地水平位移放大系数和竖向位移放大系数。 $\beta_{cc}^f = |\sigma_{cc}^f|/|\sigma_0|$  和  $\beta_{cc} = |\sigma_{cc}|/|\sigma_0|$  分别为隧道动水压力放大系数和总应力放大系数。 $u_x$  和  $u_y$  分别为场地水平位移和竖向位移, 两者统称为场地位移。 $\sigma_{cc}^f$  和  $\sigma_{cc}$  分别为隧道动水压力和总应力, 两者统称为场地应力。其中,  $u_0 = k_{al}$ ,  $\sigma_0 = [\lambda_{sat} + 2\mu + (Q + R)\xi_l + Q]k_{al}^2$ 。

## 6 验证分析

为验证本文解, 取水层参数分别为  $h_w = 0.001a$  和  $h_w = 0.01a$ , 计算模型将近似退化为饱和土层衬砌隧道模型。模型参数如下:  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $K_f = 2000 \text{ MPa}$ , 饱和土参数为  $\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ ,  $n = 0.3$ ,  $\nu = 0.25$ ,  $n_{cr} = 0.36$ ,  $K_{cr} = 200 \text{ MPa}$ ,  $K_g = 36 \text{ GPa}$ , SV 波波速为  $1354.56 \text{ m/s}$ 。隧道衬砌厚度为  $0.15a$ , 衬砌的拉梅常数  $\lambda_l = \mu_l = 2480 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu_l = 0.25$ 。由于篇幅限制, 在以下分析中, 除入射角和入射频率影响部分外, 仅研究频率  $\eta = 0.25$  的  $P_1$  波垂直入射 ( $\gamma_{al} = 0^\circ$ ) 的情况。

隧道衬砌内表面半径  $b = 2.75 \text{ m}$ , 外表面半径  $a = 3.1 \text{ m}$ , 埋深  $h = 3a$ 。隧道衬砌选 C50 混凝土, 泊松比  $\nu_l = 0.2$ , 弹性模量  $E = 34500 \text{ MPa}$ , 密度  $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ 。

图 2 给出了 P 波以频率  $\eta = 0.25$ , 入射角  $\gamma_{al} = 30^\circ$  入射下, 将本文解近似退化成两种不同的饱和土层衬砌隧道模型时水土交界面处位移分布。图 2 中 HFITM-1 和 HFITM-2 分别对应水层参数  $h_w = 0.001a$  和  $h_w = 0.01a$ 。从图中可以看出, 水层参数  $h_w = 0.001a$  对应的近似退化后的饱和土衬砌隧道模型的位移分布较  $h_w = 0.01a$  更接近文献[26]结果, 尤其是隧道左侧, 但整体的位移分布仍有一点差别。这主要是因为退化场地的水层虽然很薄, 但仍然存在。水层中的 P 波作用会对水土交界面处的位移有一定影响。这也从侧面反映出水层的存在对场地位移影响很大。

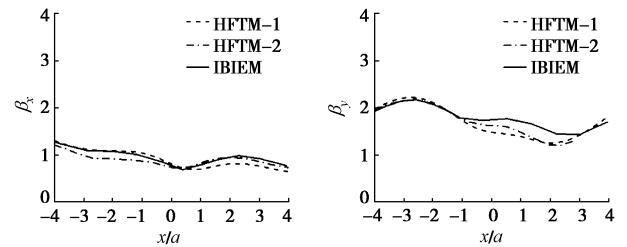


图 2 退化饱和土衬砌隧道模型

Fig. 2 Degradation to model for saturated soil lining tunnel

## 7 算例分析

计算分析中, 取海水层参数为  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $K_f = 2000 \text{ MPa}$ , 饱和土参数为  $\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ ,  $n = 0.3$ ,  $\nu = 0.25$ ,  $n_{cr} = 0.36$ ,  $K_{cr} = 200 \text{ MPa}$ ,  $K_g = 36 \text{ GPa}$ , SV 波波速为  $1354.56 \text{ m/s}$ 。隧道衬砌厚度为  $0.15a$ , 衬砌的拉梅常数  $\lambda_l = \mu_l = 2480 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu_l = 0.25$ 。由于篇幅限制, 在以下分析中, 除入射角和入射频率影响部分外, 仅研究频率  $\eta = 0.25$  的  $P_1$  波垂直入射 ( $\gamma_{al} = 0^\circ$ ) 的情况。

### 7.1 入射角和入射频率的影响

取隧道埋深  $h = 2a$ , 水深为  $h_w = 2a$ , 入射角分别为  $\gamma_{al} = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ 。

图 3 给出了不同入射角下水土交界面处水平位移、竖向位移随  $x/a$  的变化曲线, 以及隧道衬砌外表面动水压力、总应力沿洞周的分布图。从图 3 可以看出, 入射角对场地位移和应力影响明显。随着入射角度的增加, 场地水平位移增加, 竖向位移减小, 这和文献[12]的结论一致。隧道总应力随着入射角的增加而增加。随着入射角的增加, 隧道的动水压力明显减小, 其峰值出现在隧道拱顶处。这是由于入射波斜入射时, 入射波能量分散给自由场部分的饱和土层中的

波包括了  $P_1$  波、 $P_2$  波和  $SV$  波。而垂直入射时, 自由场部分的饱和土层中只有  $P_1$  波。饱和土层中的  $P_1$  波和  $P_2$  波是构成隧道动水压力的主要部分。

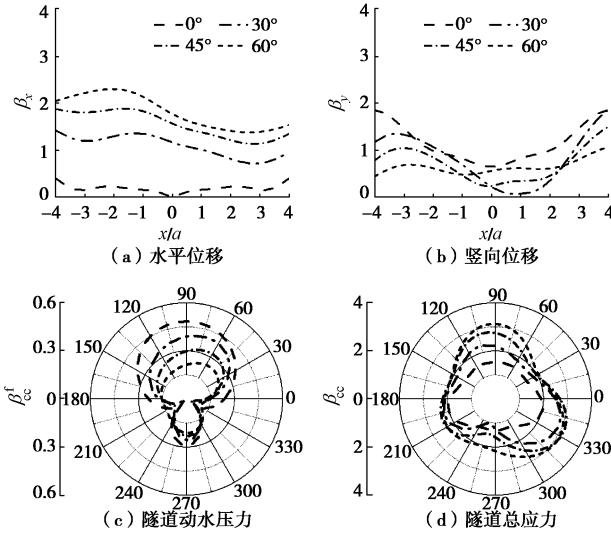


图 3 不同入射角下的场地位移和隧道应力

Fig. 3 Site displacements and tunnel stresses under different incident angles

取隧道埋深  $h = 2a$ , 水深为  $h_w = 2a$ , 入射角  $\gamma_{al} = 0^\circ$ , 入射波频率  $\eta = 0.25, 1, 2$ 。

图 4 给出了不同频率情况下水土交界面处水平位移、竖向位移随  $x/a$  的变化曲线, 以及隧道衬砌外表面动水压力、总应力沿洞周的分布图。从图 4 可以看出, 频率的变化对场地位移和隧道应力影响明显。随着频率的增加, 场地位移曲线和隧道应力曲线变得越来越复杂。隧道应力也随着频率的增加明显减小。频率较低时的场地位移较小。这是由于频率较小时, 隧道衬砌外表面半径比入射波波长小, 此时的入射波对场地位移影响也较小。

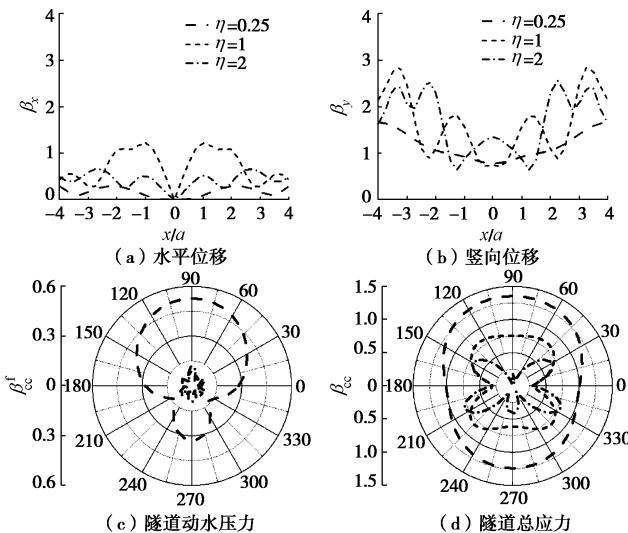


图 4 不同频率下的场地位移和隧道应力

Fig. 4 Site displacements and tunnel stresses under different incident frequencies

## 7.2 水深的影响

取隧道埋深  $h = 2a$ , 水深分别为  $h_w = 3a, 10a, 20a, 40a$ 。

图 5 给出了不同水深情况下水土交界面处水平位移、竖向位移随  $x/a$  的变化曲线, 以及隧道衬砌外表面动水压力、总应力沿洞周的分布图。从图 5 可以看出, 水深的变化对场地位移和隧道应力影响明显。整体来说,  $h_w = 10a$  时, 场地位移和隧道应力最大。水深较浅 ( $h_w = 3a$ ) 时, 场地位移曲线和隧道应力曲线平缓, 且隧道正上方 ( $-1 \leq x/a \leq 1$ ) 的场地位移最小。水深对隧道拱顶处动水压力的影响明显大于拱底, 这是因为隧道拱顶位置处的动水压力同时受到散射波场和自由波场的影响, 而隧道拱底主要受散射波场的影响。

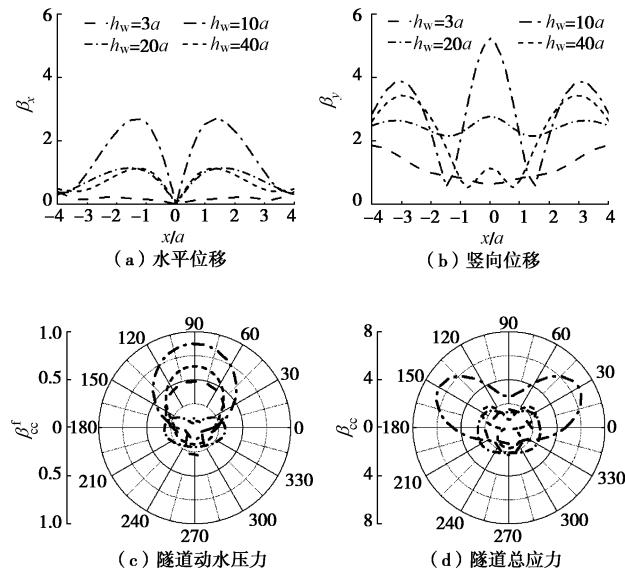


图 5 不同水深的场地位移和隧道应力

Fig. 5 Site displacements and tunnel stresses under different depths of seawater

## 7.3 隧道埋深的影响

隧道上方水深  $h_w = 5a$ , 隧道埋深分别为  $h = 3a, 5a, 8a$ 。

图 6 给出不同隧道埋深情况下水土交界面处水平位移、竖向位移随  $x/a$  的变化曲线, 以及隧道衬砌外表面动水压力、总应力沿洞周的分布图。从图 6 可以看出, 隧道埋深对场地位移和隧道应力的影响明显。场地位移曲线和隧道应力曲线随着埋深的增加而变得平缓, 水土交界面处水平位移、隧道应力随着埋深的增加而减小。其中, 场地位移在  $h = 8a$  时接近海下自由场位移。隧道埋深对隧道正上方 ( $-1 \leq x/a \leq 1$ ) 土体的竖向位移影响比两侧土体更为明显。 $h = 3a$  时的场地位移明显大于海下自由场位移, 说明浅埋海底隧道对场地的位移有放大作用。

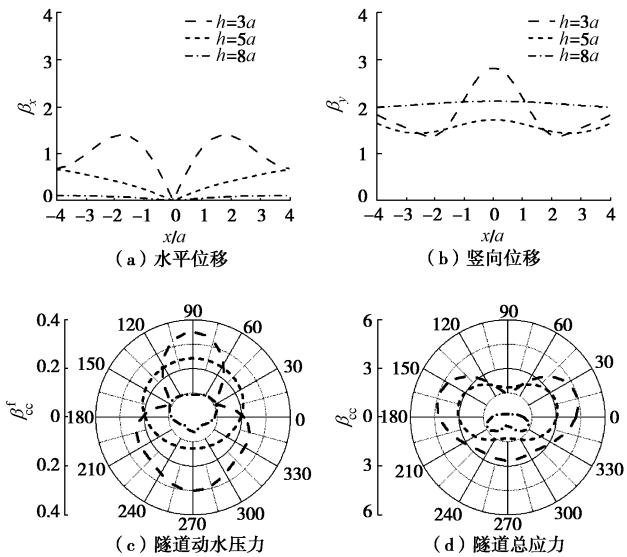


图 6 不同隧道埋深的场地位移和隧道应力

Fig. 6 Site displacements and tunnel stresses under different buried depths of tunnel

## 8 结 论

本文基于 Biot 流体饱和多孔介质和理想流体介质动力方程, 采用 Hankel 函数积分变换法 (HFITM), 避免了传统研究中的“大圆弧假定”, 给出海底衬砌隧道场地对平面 P 波散射问题的解析解, 分析了入射角度、入射频率、海水水深和隧道埋深等因素对场地位移和隧道应力的影响。通过分析计算结果, 得到以下 5 点结论。

(1) 入射角度、入射频率、海水水深和隧道埋深对水土交界面位移和隧道应力影响明显。

(2) 随着入射角的增加, 水土交界面水平位移和隧道动水压力增加, 坚向位移和隧道总应力减小; 随着入射频率的增加, 隧道应力随之明显减小。

(3) 水深对隧道拱顶处动水压力影响明显。 $h_w = 10a$  时, 水土交界面位移和隧道应力最大。

(4) 水土交界面位移曲线和隧道应力曲线随着埋深的增加而变得平缓。随着隧道埋深的增加, 水土交界面处水平位移、隧道动水压力和隧道总应力减小。

影响海底隧道地震响应的因素还有很多。如: 水下饱和土层参数和隧道衬砌参数等。但因论文篇幅有限, 这些因素的影响将另文介绍。此外, 本文在分析入射频率、水深、隧道埋深对场地位移和应力的影响时, 因篇幅限制也只给出了 P 波垂直入射的情况, 所得结论具有一定的局限性。

## 参考文献:

[1] 朱镜清, 周建. 海底隧道体系地震反应分析方法[J]. 地

- 震工程与工程振动, 1992, 12(2): 90 - 98. (ZHU Jing-qing, ZHOU Jian. A seismic analysis method of undersea tunnels[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1992, 12(2): 90 - 98. (in Chinese))
- [2] 朱镜清, 李金成. 海水对海底地震动的影响问题[C]// 中国地震学会第四次学术大会论文摘要集, 1992, 北京. (ZHU Jing-qing, LI Jin-cheng. Problem of effects of seawater on undersea ground seismic motion[C]// Proc of China Seismological Society of the 4th Academic Conference, 1992, Beijing. (in Chinese))
- [3] 朱镜清, 周建. 海底地震动估计的一个流体力学基础[J]. 地震工程与工程振动, 1991, 11(3): 87 - 93. (ZHU Jing-qing, ZHOU Jian. A fluid mechanics basis for estimating undersea ground motion[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1991, 11(3): 87 - 93. (in Chinese))
- [4] 朱镜清, 周建, 朱达力. 海底淤泥层对海洋工程地震作用环境的影响问题[J]. 地震工程与工程振动, 1999, 19(3): 1 - 6. (ZHU Jing-qing, ZHOU Jian, ZHU Da-li. Problem of effects of seafloor silt on earthquake action environment of ocean engineering[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1999, 19(3): 1 - 6. (in Chinese))
- [5] 朱镜清. 地震作用下海水与海床土的耦合运动[J]. 地震工程与工程振动, 1988, 8(2): 37 - 43. (ZHU Jing-qing. Coupled motion between sea water and sea bed-soil under earthquake action[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1988, 8(2): 37 - 43. (in Chinese))
- [6] 陈向红, 张鸿儒. 暗挖海底隧道地震动水压力响应分析[J]. 北京交通大学学报, 2012, 36(1): 36 - 40. (CHEN Xiang-hong, ZHANG Hong-ru. Analysis of effect of hydrodynamic pressure on undersea tunnels constructed by excavation method[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2012, 36(1): 36 - 40. (in Chinese))
- [7] 栾茂田, 张小玲, 张其一. 地震荷载作用下海底管线周围砂质海床的稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(6): 1155 - 1161. (LUAN Mao-tian, ZHANG Xiao-ling, ZHANG Qi yi. Stability analysis of sandy seabed around submarine pipelines under seismic load[J]. Chines Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(6): 1155 - 1161. (in Chinese))
- [8] 席仁强, 陈国兴, 王志华. 覆水场地地震反应分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2009, 29(6): 610 - 617. (XI Ren-qiang, CHEN Guo-xing, WANG Zhi-hua. Seismic response of underwater site[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2009, 29(6): 610 - 617. (in Chinese))

- [9] 程选生, 王建华, 杜修力. 渗流作用下海底隧道的流-固耦合地震响应分析[J]. 现代隧道技术, 2013, **50**(6): 44 - 51. (CHENG Xuan-sheng, WANG Jian-hua, DU Xiu-li. Fluid-solid coupling based seismic response analysis of seabed tunnels during seepage[J]. Modern Tunnelling Technology, 2013, **50**(6): 44 - 51. (in Chinese))
- [10] 刘继国, 程勇, 郭小红. 海底盾构隧道地震响应影响因素分析[J]. 中外公路, 2011, **31**(4): 200 - 203. (LIU Ji-guo, CHENG Yong, GUO Xiao-hong. Analysis of factors affecting seismic response of seabed shield tunnel[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2011, **31**(4): 200 - 203. (in Chinese))
- [11] 周鹏, 崔杰, 李亚东, 等. 地震 P 波斜入射下入射角度对海底沉管隧道结构动力响应的影响[J]. 世界地震工程, 2016(3): 78 - 85. (ZHOU Peng, CUI Jie, LI Ya-dong, et al. Effect of oblique incident angle of P-wave on submarine immersed tunnels[J]. Word Earthquake Engineering, 2016(3): 78 - 85. (in Chinese))
- [12] 巨建民, 李会鹏. P 波斜入射下海底沉管隧道地震响应分析[J]. 大连交通大学学报, 2018, **39**(6): 115 - 119. (JU Jian-min, LI Hui-peng. Seismic response analysis of submarine immersed tunnel to P-wave of oblique incidence[J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2018, **39**(6): 115 - 119. (in Chinese))
- [13] 郭崇峙. 水下隧道地基地震变形特征与结构地震响应分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2013. (GUO Chong-zhi. Analytical Solution and Numeric Analysis of Seismic Response of the Stratum and Tunnel Under Water[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013. (in Chinese))
- [14] 赵成刚, 王进廷, 史培新, 等. 流体饱和两相多孔介质动力反应分析的显式有限元法[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(2): 178 - 182. (ZHAO Cheng-gang, WANG Jin-ting, SHI Pei-xin, et al. Dynamic analysis of fluid-saturated porous media by using explicit finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(2): 178 - 182. (in Chinese))
- [15] LEE V W. On deformations near circular underground cavity subjected to incident plane SH waves[C]// Proceedings of the Application of Computer Methods in Engineering Conference, 1997, Los Angeles: 951 - 962.
- [16] 马宏伟, 陈文化. 大型引水隧道在平面地震波入射下动力响应的解析解[J]. 地震工程与工程振动, 2011, **31**(6): 1 - 10. (MA Hong-wei, CHEN Wen-hua. Analytic solution for seismic responses of large-span diversion tunnel induced by plane seismic waves[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2011, **31**(6): 1 - 10. (in Chinese))
- [17] 马宏伟, 陈文化, 宗琦, 等. P 波入射引起的水下输水隧洞地震响应研究[J]. 世界地震工程, 2016(4): 196 - 204. (MA Hong-wei, CHEN Wen-hua, ZONG Qi, et al. Study on seismic response of underwater convey tunnel induced by plane P waves[J]. Word Earthquake Engineering, 2016(4): 196 - 204. (in Chinese))
- [18] 马宏伟, 陈文化, 宗琦. SV 波引起的水下输水隧洞平面地震响应研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2016(5): 82 - 88. (MA Hong-wei, CHEN Wen-hua, ZONG Qi. Transverse response of underwater convey tunnel to incident SV waves[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016(5): 82 - 88. (in Chinese))
- [19] 丁曼曼. 水下盾构隧道饱和砂层地震响应的平面解析分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2009. (DING Man-man. Plane Analysis of Seismic Response of the Underwater Saturated Sandy Subsoil with Shield Tunnel[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013. (in Chinese))
- [20] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I low-frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 168.
- [21] LIN C H, LEE V W, TODOROVSKA M I, et al. Zero-stress, cylindrical wave functions around a circular underground tunnel in a flat, elastic half-space: incident P-waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, **30**(10): 879 - 894.
- [22] LAMB H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1904, **203**: 1 - 42.
- [23] DERESIEWICZ H. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid: I reflection of plane waves at a free plane boundary (non-dissipative case)[J]. Bull Seismol Soc Am, 1960, **50**(4): 599 - 607.
- [24] LIN C H, LEE V W, TRIFUNAC M D. The reflection of plane waves in a poroelastic half-space saturated with inviscid fluid[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2005, **25**(3): 205 - 223.
- [25] 叶其孝, 沈永欢. 实用数学手册[M]: 北京: 科学出版社, 2006. (YE Qi-xiao, SHEN Yong-huan. Practical Math Manual[M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))
- [26] LIU Z, JU X, WU C, et al. Scattering of plane P waves and dynamic stress concentration by a lined tunnel in a fluid-saturated poroelastic half-space[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2017, **67**: 71 - 84.

## 附录 A:

矩阵  $\mathbf{C}$  各元素  $c_{ij}$  如下所示:  $c_{14} = c_{15} = 1$ ,  $c_{21} = [(1-n) + n\xi_1]ik_{\alpha_1} \cos \gamma_{\alpha_1}$ ,  $c_{22} = [(1-n) + n\xi_2]ik_{\alpha_2} \cos \gamma_{\alpha_2}$ ,  $c_{23} = [(1-n) + n\xi_3]ik_{\beta} \sin \gamma_{\beta}$ ,  $c_{24} = ik_{pw} \cos \gamma_{pw} e^{-ik_{pw}h_w \cos \gamma_{pw}}$ ,  $c_{25} = -ik_{pw} \cos \gamma_{pw} e^{ik_{pw}h_w \cos \gamma_{pw}}$ ,  $c_{31} = [\lambda_{sat} + (1+\xi_1)Q + \xi_1 R + 2\mu \cos^2 \gamma_{\alpha_1}]k_{\alpha_1}^2$ ,  $c_{32} = [\lambda_{sat} + (1+\xi_2)Q + \xi_2 R + 2\mu \cos^2 \gamma_{\alpha_2}]k_{\alpha_2}^2$ ,  $c_{33} = \mu k_{\beta}^2 \sin 2\gamma_{\beta}$ ,  $c_{34} = -K_f k_{pw}^2 e^{-ik_{pw}h_w \cos \gamma_{pw}}$ ,  $c_{35} = -K_f k_{pw}^2 e^{ik_{pw}h_w \cos \gamma_{pw}}$ ,  $c_{41} = (Q + \xi_1 R)k_{\alpha_1}^2$ ,  $c_{42} = (Q + \xi_2 R)k_{\alpha_2}^2$ ,  $c_{44} = nc_{34}$ ,  $c_{45} = nc_{35}$ ,  $c_{51} = k_{\alpha_1}^2 \sin 2\gamma_{\alpha_1}$ ,  $c_{52} = k_{\alpha_2}^2 \sin 2\gamma_{\alpha_2}$ ,  $c_{53} = -k_{\beta}^2 \cos 2\gamma_{\beta}$ 。矩阵  $\mathbf{D}$  各元素  $d_{ij}$  为:  $d_{21} = c_{21}$ ,  $d_{31} = -c_{31}$ ,  $d_{41} = -c_{41}$ ,  $d_{51} = c_{51}$ 。

## 附录 B:

矩阵  $\mathbf{F}_{1t}$  各元素  $F_{1t,ij}$  如下所示:  $F_{1t,11} = -[(1-n) + n\xi_1]v_{\alpha_1}$ ,  $F_{1t,12} = -[(1-n) + n\xi_2]v_{\alpha_2}$ ,  $F_{1t,13} = -[(1-n) + n\xi_3]ik$ ,  $F_{1t,21} = -[\lambda_{sat} + (1+\xi_1)Q + \xi_1 R + 2\mu \cos^2 \gamma_{\alpha_1}] \cdot k_{\alpha_1}^2 + 2\mu v_{\alpha_1}^2$ ,  $F_{1t,22} = -[\lambda_{sat} + (1+\xi_2)Q + \xi_2 R + 2\mu \cos^2 \gamma_{\alpha_2}] \cdot k_{\alpha_2}^2 + 2\mu v_{\alpha_2}^2$ ,  $F_{1t,23} = 2\mu ikv_{\beta}$ ,  $F_{1t,31} = (Q + \xi_1 R)k_{\alpha_1}^2$ ,  $F_{1t,32} = (Q + \xi_2 R)k_{\alpha_2}^2$ ,  $F_{1t,41} = -2ikv_{\alpha_1}$ ,  $F_{1t,42} = -2ikv_{\alpha_2}$ ,  $F_{1t,43} = k^2 + v_{\beta}^2$ ,  $Y_1 = [a_1(k) \ b_1(k) \ c_1(k)]^T$ 。

矩阵  $\mathbf{F}_{2t}$  各元素  $F_{2t,ij}$  如下所示:  $F_{2t,11} = -F_{1t,11}$ ,  $F_{2t,12} = -F_{1t,12}$ ,  $F_{2t,13} = F_{1t,13}$ ,  $F_{2t,14} = v_{pw}(1 + e^{-2v_{pw}h_w})$ ,  $F_{2t,21} = F_{1t,21}$ ,  $F_{2t,22} = F_{1t,22}$ ,  $F_{2t,23} = -F_{1t,23}$ ,  $F_{2t,24} = K_f k_{pw}^2 (1 - e^{-2v_{pw}h_w})$ ,  $F_{2t,31} = F_{1t,31}$ ,  $F_{2t,32} = F_{1t,32}$ ,  $F_{2t,34} = -nF_{2t,24}$ ,  $F_{2t,41} = -F_{1t,41}$ ,  $F_{2t,42} = -F_{1t,42}$ ,  $F_{2t,43} = F_{1t,43}$ ,  $Y_2 = [a_2(k) \ b_2(k) \ c_2(k) \ d_2(k)]^T$ 。

## 附录 C:

为书写方便, 记  $t_1 = k_{\alpha_1}r_1$ ,  $t_2 = k_{\alpha_2}r_1$ ,  $t_3 = k_{\beta}r_1$ 。 $c_n^{(k)}$  表示 Hankel 函数或 Bessel 函数。 $k=1$  时,  $c_n^{(1)} = H_n^{(1)}$ ;  $k=2$  时,  $c_n^{(2)} = J_n$ ;  $k=3$  时,  $c_n^{(3)} = H_n^{(2)}$ 。

矩阵  $\mathbf{E}_{1t}$  和  $\mathbf{E}_{2t}$  各元素  $E_{1t,ij}$  和  $E_{2t,ij}$  如下所示:

$$\begin{aligned} E_{kt,11} &= [-(\lambda_{sat} + (1+\xi_1)Q + \xi_1 R)t_1^2 + 2\mu(n^2 + n - t_1^2)c_n^{(k)}(t_1) \\ &\quad - 2\mu t_1 c_{n-1}^{(k)}(t_1)], \quad E_{kt,12} = [-(\lambda_{sat} + (1+\xi_2)Q + \xi_2 R)t_2^2 + 2\mu(n^2 + n - t_2^2)c_n^{(k)}(t_2) - 2\mu t_2 c_{n-1}^{(k)}(t_2)], \quad E_{kt,13} = 2\mu int_3 c_{n-1}^{(k)}(t_3) + 2\mu(-in^2 - in)c_n^{(k)}(t_3), \quad E_{kt,21} = 2\mu(-in^2 - in)c_n^{(k)}(t_1) + 2in\mu t_1 c_{n-1}^{(k)}(t_1), \quad E_{kt,22} = 2\mu(-in^2 - in)c_n^{(k)}(t_2) + 2\mu t_2 c_{n-1}^{(k)}(t_2), \quad E_{kt,23} = \mu(-2n^2 - 2n + t_3^2)c_n^{(k)}(t_3) + 2in\mu t_3 c_{n-1}^{(k)}(t_3), \quad E_{kt,31} = t_1 c_{n-1}^{(k)}(t_1) - nc_n^{(k)}(t_1), \quad E_{kt,32} = t_2 c_{n-1}^{(k)}(t_2) - nc_n^{(k)}(t_2), \quad E_{kt,33} = inc_n^{(k)}(t_3), \quad E_{kt,41} = inc_n^{(k)}(t_1), \quad E_{kt,42} = inc_n^{(k)}(t_2), \quad E_{kt,43} = -t_3 c_{n-1}^{(k)}(t_3) + nc_n^{(k)}(t_3), \quad E_{kt,51} = (1-\xi_1)[t_1 c_{n-1}^{(k)}(t_1) - nc_n^{(k)}(t_1)], \quad E_{kt,52} = (1-\xi_2)[t_2 c_{n-1}^{(k)}(t_2) - nc_n^{(k)}(t_2)], \quad E_{kt,53} = (1-\xi_3)inc_n^{(k)}(t_3), \quad E_{1t,54} = (-1)^n, \quad E_{2t,54} = 1, \quad H_1 = (A_{1,n} \ B_{1,n} \ C_{1,n} \ D_{1,n})^T, \quad H_2 = (A_{2,n} \ B_{2,n} \ C_{2,n} \ D_{2,n})^T, \quad H_f = (a_n \ b_n \ c_n \ 0)^T, \quad a_n = a_n^i + a_n^r, \quad b_n = b_n^r, \quad c_n = c_n^r. \end{aligned}$$

## 附录 D:

为书写方便, 记  $t_4 = k_{\alpha_1}r_1$ ,  $t_5 = k_{\beta}r_1$ 。

$G_{1t}$  和  $G_{3t}$  矩阵各元素  $G_{1t,ij}$  和  $G_{3t,ij}$  如下所示:

$$\begin{aligned} G_{kt,11} &= \lambda_1 [(2n^2 + 2n - 3t_4^2)c_n^{(k)}(t_4) - 2t_4 c_{n-1}^{(k)}(t_4)], \quad G_{kt,12} = \lambda_1 [(-2in^2 - 2in)c_n^{(k)}(t_5) + 2t_5 inc_{n-1}^{(k)}(t_5)], \quad G_{kt,21} = \lambda_1 [(-2in^2 - 2in)c_n^{(k)}(t_4) + 2t_4 inc_{n-1}^{(k)}(t_4)], \quad G_{kt,22} = -\lambda_1 [(2n^2 + 2n - 3t_5^2) \cdot c_n^{(k)}(t_5) - 2t_5 c_{n-1}^{(k)}(t_5)], \quad G_{kt,31} = t_4 c_{n-1}^{(k)}(t_4) - nc_n^{(k)}(t_4), \quad G_{kt,32} = inc_n^{(k)}(t_5), \quad G_{kt,41} = inc_n^{(k)}(t_4), \quad G_{kt,42} = -t_5 c_{n-1}^{(k)}(t_5) + nc_n^{(k)}(t_5). \end{aligned}$$

注: 为书写方便, 本文附录所有零项均已忽略。