

DOI: 10.11779/CJGE202007002

考虑上拔荷载影响的水平受荷斜桩 $p-y$ 曲线

曹卫平^{1, 2}, 吴奇兴¹, 夏冰^{1, 3}, 张伟伟¹

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 陕西省岩土与地下空间工程重点实验室, 陕西 西安 710055;

3. 四川文理学院建筑工程学院, 四川 达州 635000)

摘要: 为揭示砂土中上拔荷载对水平受荷斜桩性状的影响规律, 开展了9根斜/直桩模型试验, 实测获得了上拔与水平荷载共同作用下的桩顶荷载位移曲线及桩身应变, 计算得到了桩侧土抗力 p 及相应的桩身横向位移 y , 建构了考虑上拔荷载影响的水平受荷斜桩双曲线型 $p-y$ 曲线, 给出了地基土初始反力模量及极限土抗力的确定方法。该 $p-y$ 曲线能反映水平与上拔荷载共同作用下斜桩与桩侧土之间复杂的挤压、剪切相互作用。基于文中建立的 $p-y$ 曲线, 编写程序分析了斜桩的承载变形性状及内力分布规律, 研究了桩顶上拔荷载大小、桩顶约束条件对水平受荷斜桩承载性状和内力分布的影响, 结果表明: ①不论桩顶自由还是固支, 上拔荷载增大时, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均减小, 而负斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均增大; ②相同的水平及上拔荷载作用下, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均小于负斜桩; ③相同的上拔荷载作用下, 水平受荷斜桩在桩顶固支条件下桩身横向位移、弯矩及剪力较小, 而桩顶自由条件下则较大。

关键词: 斜桩; 砂土; 水平荷载; 上拔荷载; $p-y$ 曲线; 极限土抗力

中图分类号: TU470 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2020)07-1189-10

作者简介: 曹卫平(1969—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程教学及研究工作。E-mail: caowp@xauat.edu.cn。

***p-y* curve of laterally loaded batter piles considering effect of uplift loads**

CAO Wei-ping^{1,2}, WU Qi-xing¹, XIA Bing^{1,3}, ZHANG Wei-wei¹

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China; 2. Shaanxi Key Lab of Geotechnical and Underground Space Engineering (XAUAT), Xi'an 710055, China; 3. School of Architectural Engineering, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou 635000, China)

Abstract: A series of model tests on a single pile are conducted under combined loading. Based on the load-displacement curves of pile head and strains of pile body obtained from model tests, the lateral soil resistance and the corresponding lateral displacement of pile body are calculated. A hyperbolic $p-y$ curve is established to study the influences of uplift loads on the behavior of laterally loaded batter piles, and the approaches to calculate the initial subgrade reaction coefficient and the limit soil resistance are presented. This $p-y$ curve can reflect the complex squeezing and shearing interaction between the batter piles and the surrounding soils under combined loading. Based on the established $p-y$ curve, the influences of pile-top restraint conditions and uplift loads on the load-deformation behavior and internal force distribution of laterally loaded batter piles are analyzed. The results of the analysis show that: (1) Whether the pile head is free or fixed, the lateral displacement, shear force and bending moment of the positive batter piles decrease with the increase of the uplift loads, while the opposite characteristics are observed for the negative batter piles. (2) Under the same load condition, the lateral displacement, bending moment and shear force of the positive batter piles are less than those of the negative inclined ones. (3) The lateral displacement, bending moment and shear force of the batter piles under the fixed pile head are less than those under the free one.

Key words: batter pile; sand; lateral load; uplift load; $p-y$ curve; ultimate soil resistance

0 引言

近年来, 斜桩广泛应用于桥梁、码头、高压输电线路塔架以及风电机组基础等水平荷载较大的工程中。在这些工程中, 斜桩除了承受水平荷载, 还受到竖向荷载的作用。如受风荷载作用, 高压输电线路塔

架基础斜桩在承受较大水平荷载的同时, 还受到竖向上拔荷载或下压荷载的作用。工程实践中设计斜桩时, 除了需要确定水平承载力外, 还需要了解桩身内力的

基金项目: 陕西省自然科学基础研究计划一般项目(2019JM-006)

收稿日期: 2019-08-24

分布规律，以便进行桩身截面设计。

国内外学者通过模型试验、现场试验对竖向及水平荷载共同作用下直桩的承载变形性状进行了一些研究^[1-5]，获得了一些规律性的认识，但这些试验工作绝大多数是针对直桩开展的，对斜桩的研究较少。横山幸满^[6]认为含斜桩结构物须采用 $p-y$ 曲线法进行分析计算。 $p-y$ 曲线法能考虑土体的非线性及大变形性状，是目前分析水平受荷桩的主流方法。采用 $p-y$ 曲线法的关键在于构造合理的 $p-y$ 曲线。Matlock 等^[7]开展软黏土中现场试验及室内模型试验，分别构建了静载、循环荷载作用下直桩的 $p-y$ 曲线。Reese 等^[8]基于砂土中现场试验结果，构建了直桩的 $p-y$ 曲线。Kim 等^[9]设计室内小比例尺模型试验，建立了砂土中水平静力荷载作用下直桩的 $p-y$ 曲线。朱斌等^[10-12]开展了模型试验、离心机试验及现场试验，分别得到了水平受荷直桩在饱和粉砂、干砂、饱和砂土及饱和黏土中的实测 $p-y$ 曲线，建立了直桩的双曲线型 $p-y$ 曲线。黄茂松等^[13]通过三维分析方法构建了软黏土中水平静载作用下直桩的 $p-y$ 曲线，结合 Masing 准则及土体不排水抗剪强度衰减关系，建立了水平循环荷载作用下直桩的 $p-y$ 曲线。Zhang 等^[14]基于库仑被动土压力理论得到桩侧极限土抗力和初始地基反力模量，对 Reese 等^[8]提出的砂土中直桩 $p-y$ 曲线进行修正，建立了斜桩 $p-y$ 曲线。杨征宇等^[15]基于 Meyerhof 等^[16]提出的桩侧土抗力分布形式，通过假定斜桩极限土抗力分布形式，建立了黏性土中斜桩 $p-y$ 曲线。凌道盛等^[17]假定斜桩桩侧破坏模式为三维楔体，得到了浅层土中不同倾角斜桩桩侧土体极限土抗力，通过对 Reese 等^[8]的直桩 $p-y$ 曲线修正建立了水平受荷斜桩的 $p-y$ 曲线。

上述研究所建立的斜桩 $p-y$ 曲线主要是通过修正直桩 $p-y$ 曲线得到的。在水平荷载作用下，正斜桩向斜下方挤压桩侧土使其变得密实，桩侧土的强度得到提高，而负斜桩向斜上方挤压桩侧土使其变得松散，土体的强度有所降低，直桩对桩侧土的挤压作用介于正斜桩与负斜桩之间。另外，水平荷载作用下，斜桩与桩侧土之间存在明显的剪切相互作用，而直桩与桩侧土之间几乎不存在摩阻力，桩土之间的剪切相互作用对桩侧土的强度有影响。因此通过对直桩 $p-y$ 曲线的修正获得的斜桩 $p-y$ 曲线并不能反映斜桩与桩侧土之间复杂的相互作用。

Rajashree 等^[18]认为斜桩-土之间的相互作用不同于直桩-土之间的相互作用，建立了水平受荷斜桩的双曲线型 $p-y$ 曲线，但仅对桩侧土的极限抗力进行了修正，未考虑斜桩初始地基反力模量与直桩的差异。

曹卫平等^[19-20]通过模型试验实测了水平受荷斜桩桩侧土抗力 p 与水平位移 y ，研究了桩侧极限土抗力、地基初始反力模量与桩身倾角及深度的关系，并基于模型试验结果构建了斜桩的 $p-y$ 曲线。该 $p-y$ 曲线能够反映斜桩-土之间复杂的相互作用，但仅考虑了斜桩承受水平荷载的作用。

当斜桩除了承受水平荷载，还受到竖向荷载的作用，桩-土间的挤压和剪切相互作用更为复杂。袁廉华等^[21]基于斜桩桩前土体发生被动楔体破坏假设，修正了 Reese 等^[8]多段线型 $p-y$ 曲线中的初始地基反力模量及极限土抗力，构建了可考虑轴向荷载及倾斜角度影响的多段式 $p-y$ 曲线。该 $p-y$ 曲线虽考虑了桩顶竖向荷载的影响，但仍旧是通过修正直桩 $p-y$ 曲线得到的。

本文开展了上拔和水平荷载共同作用下的单一斜桩模型试验，基于实测结果研究了上拔荷载对斜桩桩侧土体初始地基反力模量及极限土抗力的影响，构建了可以考虑上拔荷载的水平受荷斜桩双曲线型 $p-y$ 曲线，结合抗拔桩的计算方法，编制程序分析了斜桩的承载变形性状，得到了一些规律性认识，这对于斜桩实际工程应用具有一定的参考意义。

1 试验概况

模型试验装置由模型槽、测量装置、加载装置 3 部分组成。如图 1 所示。模型槽长×宽×高为 1470 mm × 800 mm × 2900 mm，模型槽框架用角钢焊接，4 个侧面壁板采用钢化玻璃。加载装置主要由反力梁、滑轮和加载砝码组成。采用百分表测量桩顶位移，拉力计测量施加于桩顶的水平及竖向荷载，竖向加载装置沿反力梁可自由滑动。

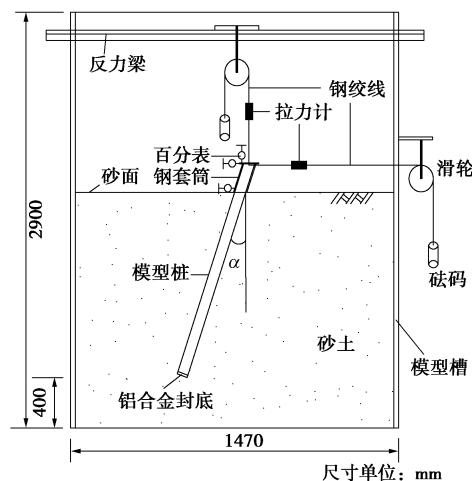


图 1 正斜桩模型试验布置示意图

Fig. 1 Sketch of model test arrangement

以哈密—郑州输电线路掏挖斜桩为原型，基于室内试验设备条件，确定几何相似比为 1:15。模型桩

用直径 40 mm 的 PVC 管制作而成, 内壁自上而下布置了 14 对应变片, 如图 2 所示。模型桩的制作方法笔者在文献[19]有详细介绍, 不再赘述。

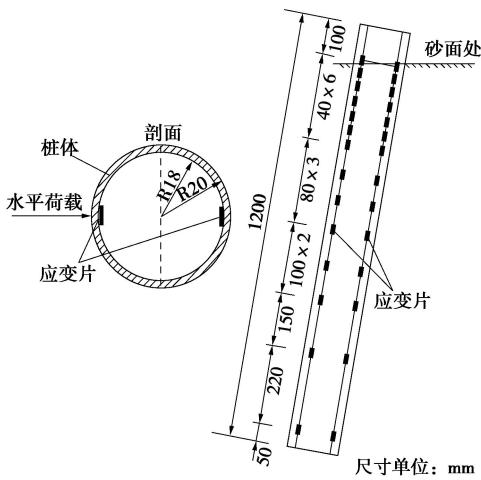


图 2 模型桩横、纵向剖面图

Fig. 2 Transverse and longitudinal profiles of model pile

试验用土为中粗干净河砂, 其界限粒径 d_{10} , d_{30} 及 d_{60} 分别为 0.146, 0.374, 0.923 mm, 平均粒径 d_{50} 为 0.652 mm, 其余部分参数见表 1。Oversen^[22]认为模型试验中模型桩桩径 D 与试验用土平均粒径 d_{50} 的比值大于 40 时可以忽略土颗粒大小的尺寸效应, 本次试验中 D/d_{50} 为 61.3, 大于 40, 因此可以不考虑砂土颗粒大小尺寸效应对试验结果的影响。考虑到边界效应产生的不利影响, 桩与桩之间、桩与模型槽内壁之间布置距离均不小于 5 倍桩径。安装完模型桩, 采用落雨法向模型槽内每隔 200 mm 深度分层填砂, 每次填砂完成后用抹光机振实, 振实时间为 4 min。

表 1 砂土参数

Table 1 Parameters of sandy soil

最小孔隙比	最大孔隙比	不均匀系数 C_u	曲率系数 C_c	相对密实度	最大干密度	内摩擦角
0.334	0.736	6.374	1.028	64	1.796	41.3

考虑到工程现场 15° 斜桩应用较多, 本文也选择 15° 斜桩进行模型试验, 试验方案见表 2 所示, 共开展了 1 根直桩、8 根斜桩的模型试验。

模型试验时, 对斜桩先施加上拔荷载至桩顶位移稳定后再施加水平荷载, 采用慢速维持荷载法分级施加水平荷载。水平荷载施加方式、荷载稳定标准及停止加载条件同文献[19]。

2 上拔和水平荷载共同作用下斜桩 $p-y$ 曲线的建立

2.1 试验数据处理

表 2 试验方案

Table 2 Test programs

桩身倾角 $\alpha/(^\circ)$	桩径 D/mm	桩长 L/mm	上拔荷载 N/N	长径比 L/D	桩类划分 (直桩为例)
0	40	1200	0		
± 15	40	1200	35		$T=0.028\text{m}$
± 15	40	1200	70	30	$L>4T$
± 15	40	1200	140		弹性长桩
± 15	40	1200	210		

注: $T = \sqrt[3]{EI/(mb)}$ 为桩的相对刚度特征值, 参考规范^[23]。

模型试验得到的实测数据是上拔和水平荷载共同作用下的斜桩桩顶(砂面处)位移及桩身应变。根据弹性地基梁理论, 可通过桩身同一截面处两个对称布置的应变片实测得到的应变计算该截面弯矩, 具体计算过程参考文献[19]。上拔和水平荷载共同作用下的斜桩桩顶荷载位移曲线如图 3 所示。可以看出, 上拔和水平荷载共同作用下正负斜桩桩顶位移曲线变化趋势基本一致, 相同水平荷载作用下, 上拔荷载增大时, 负斜桩桩顶位移增大, 而正斜桩桩顶位移减小; 还可以看出, 相同上拔荷载和水平荷载共同作用时, 正斜桩桩顶位移总是小于负斜桩。

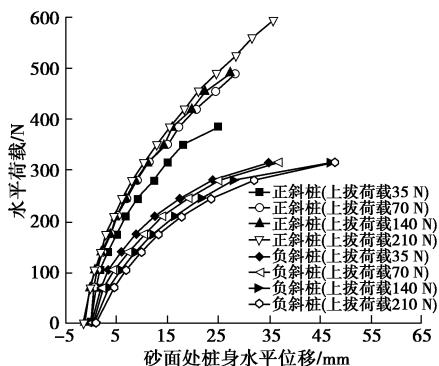


图 3 斜桩荷载 - 位移曲线

Fig. 3 Load-displacement curves of batter piles

根据实测数据求得斜桩桩侧土抗力、桩身横向位移的详细过程在文献[19]中已有详细介绍, 本文不再赘述, 仅以桩身 $2D$ 深度为例给出了上拔和水平荷载共同作用下斜桩的桩侧土抗力 p 及相应的桩身横向位移 y , 见图 4。图 4 也给出了桩侧土抗力 p 、桩身横向位移 y 的双曲线拟合, 拟合效果较好。

2.2 上拔和水平荷载共同作用下斜桩的 $p-y$ 曲线

图 4 中的双曲线型 $p-y$ 曲线可表达为

$$p(z, y) = \frac{y}{\frac{1}{k_{\text{ini}, b}(z)} + \frac{y}{p_{\text{ub}}(z)}} \quad (1)$$

式中 $p(z, y)$ 为桩侧土抗力; y 为桩身横向位移; $k_{\text{ini}, b}$, p_{ub} 分别为上拔和水平荷载共同作用下的斜桩

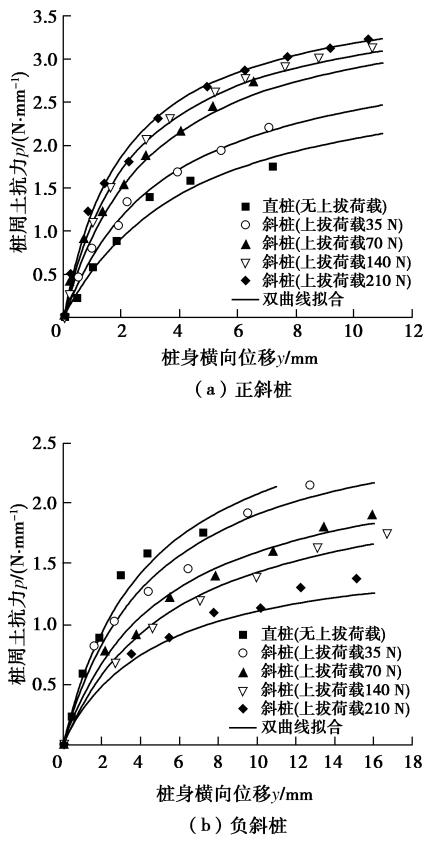


图4 斜桩2D深度处的桩侧土抗力及横向位移

Fig. 4 p - y curves of batter piles at two pile diameter depth 的初始地基反力模量及桩侧极限土抗力(对于直桩, 这两个参数表示为 k_{ini} , p_u)。下面给出 $k_{ini,b}$, p_{ub} 这两个基本参数的确定方法。

(1) 初始地基反力模量 $k_{ini,b}$ 的确定

根据本文模型试验结果得到的 $k_{ini,b}$ 随深度变化的散点及拟合曲线如图 5 所示。Terzaghi^[24]假定直桩在砂土中水平方向的初始地基反力模量沿深度线性增大, 即 $k_{ini} = \eta_h z$, η_h 为比例系数。Reese^[8, 25]建议中密砂 η_h 取值范围为 $5425\sim16300\text{ kN/m}^3$ 。由图 5 可以看出, 无上拔荷载作用的直桩 k_{ini} 沿深度呈线性变化, 根据上述太沙基给出的公式计算得到本文直桩的 η_h 值为 8445 kN/m^3 。

对于斜桩, 其初始地基反力模量 $k_{ini,b}$ 目前是通过修正直桩初始地基反力模量 k_{ini} 确定的。Zhang 等^[14]建议斜桩初始地基反力模量的修正系数 ψ 取 p_{ub}/p_u , p_{ub} , p_u 分别为斜、直桩水平极限土抗力值。凌道盛等^[17]根据桩侧三维楔形土体平衡理论得到了斜桩桩侧土极限抗力, 基于与 Zhang^[14]相同的思路通过参数 χ ($\chi=p_{ub}/p_u$) 修正直桩初始模量来得到斜桩初始地基反力模量。式(1)中, $k_{ini,b}$, p_{ub} 是两个独立的参数, 通过 p_{ub} , p_u 之间的比例关系来表达 $k_{ini,b}$ 与 k_{ini} 之间的关系缺乏充分的理论依据。

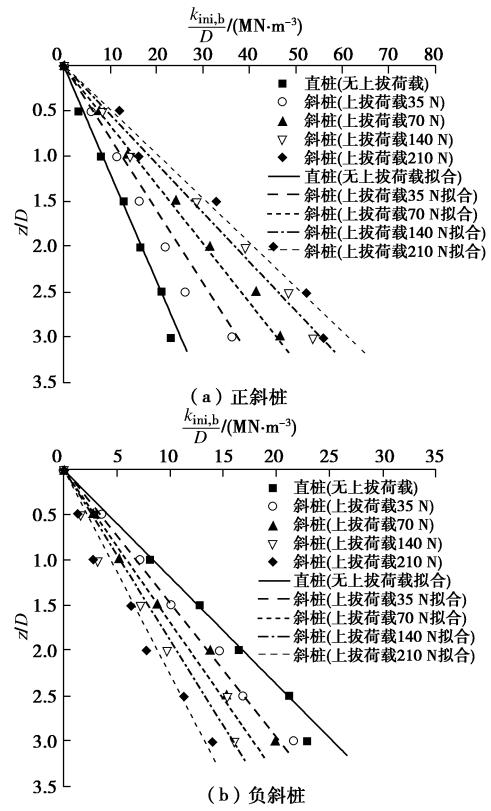


图5 上拔荷载作用下斜桩初始地基反力模量沿深度分布

Fig. 5 Distribution of subgrade modulus along pile depth under uplift loads

曹卫平等^[20]通过斜桩模型试验实测结果并借鉴太沙基理论^[24], 引入表征桩身倾角影响的系数 ψ , 得到了斜桩初始地基反力模量计算公式, 即

$$k'_{ini,b} = \psi \cdot \eta_h \cdot z, \quad (2)$$

式中, $\psi = \eta_b / \eta_h$, η_b , η_h 分别为水平荷载作用下斜桩、直桩初始地基反力模量关于深度的比例系数, $k'_{ini,b}$ 为仅承受水平荷载时斜桩初始地基反力模量。曹卫平等^[20]建议 $+15^\circ$, -15° 斜桩的 ψ 值可分别取 1.41, 0.46。

曹卫平等^[20]上述基于模型试验的修正方法考虑了斜桩与桩侧土之间复杂的剪切、挤压相互作用, 但也只是针对斜桩仅承受水平荷载的情况。由图 5 可以看出, 桩顶上拔荷载对水平受荷斜桩的 $k_{ini,b}$ 有较大的影响。随上拔荷载的增大, 正斜桩的 $k_{ini,b}$ 值增大, 而负斜桩 $k_{ini,b}$ 减小, 但不论正斜桩还是负斜桩, 其 $k_{ini,b}$ 沿深度均呈线性变化。本文基于图 5 所示的模型试验结果, 在式(2)的基础上引入参数 ζ 反映上拔荷载的影响, 建立了考虑上拔荷载时水平受荷斜桩初始地基反力模量的计算公式, 即

$$k_{ini,b} = \zeta \cdot \psi \cdot \eta_h \cdot z, \quad (3)$$

式中, $\zeta = \eta_p / \eta_h$, η_p 为考虑上拔荷载影响的水平受荷斜桩初始地基反力模量关于深度的比例系数。

图6为根据本文模型试验结果得到的 ζ 与 Q_p/Q_{ub} 的关系, Q_p , Q_{ub} 分别为上拔荷载值和仅承受水平荷载时斜桩水平极限承载力。从图6可以看出, 对于正斜桩, ζ 随上拔荷载的增大线性增大, 而负斜桩的 ζ 随上拔荷载的增大而线性减小。为明确上拔荷载大小对水平受荷斜桩初始地基反力模量的影响, 这里以式(4), (5)表示正、负斜桩的 ζ 随上拔荷载的变化关系, 即

$$\zeta = 1 + 1.18719 \frac{Q_p}{Q_{ub}} , \quad (4)$$

$$\zeta = 1 - 0.55013 \frac{Q_p}{Q_{ub}} . \quad (5)$$

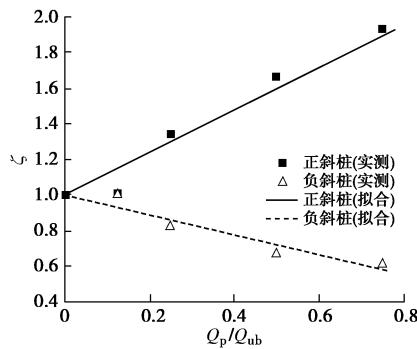


图6 ζ 随上拔荷载的变化

Fig. 6 Variation of ζ with uplift loads

(2) 桩侧极限土抗力 p_{ub} 的确定

桩侧极限土抗力与土体的应力状态密切相关, 斜桩对桩侧土的挤压、剪切作用会使得土体的应力状态发生变化, 因此斜桩极限土抗力 p_{ub} 的确定比较复杂。凌道盛等^[17]假定斜桩桩侧破坏模式为三维楔体, 得到了浅层土中极限土抗力, 但未考虑竖向荷载的影响。袁廉华等^[21]在凌道盛等^[17]研究的基础上, 考虑桩-土界面摩擦及轴向荷载的影响, 通过理论推导得到了斜桩桩侧极限土抗力, 这显然是一个有意义的尝试, 但该理论推导未能考虑桩侧土受到斜桩挤压引起应力状态变化对极限土抗力的影响。

通过模型试验实测得到了有上拔荷载作用时, 水平受荷斜桩桩侧土的 p_{ub} 变化的散点及拟合曲线, 如图7所示。可以看出, 桩侧极限土抗力 p_{ub} 均随深度线性变化。上拔荷载越大, 正斜桩桩侧极限土抗力越大, 而负斜桩桩侧极限土抗力越小, 无上拔荷载作用的直桩桩侧极限土抗力位于两者之间。

考虑到水平受荷斜桩挤压桩侧土体使其破坏与挡土墙挤压墙后土体使其达到极限状态存在相似之处, Zhang等^[14]基于挡土墙库仑被动土压力理论, 取墙背倾斜与墙背直立时被动土压力系数之比, 作为修正系数对 Reese等^[8]建议的直桩桩侧极限土抗力进行修正。

库仑土压力理论基于平面应变假设, 而水平受荷斜桩桩侧土破坏时具有明显的三维特征, 因而 Zhang等^[14]的这种修正方法具有开创意义, 但只是一种近似, 也没有考虑桩顶上拔荷载的影响。曹卫平等^[20]在 Zhang等^[14]研究成果的基础上, 基于模型试验实测结果及库仑被动土压力理论, 考虑到水平受荷斜桩挤压桩侧土的三维破坏模式与挡土墙的墙后土体平面破坏模式的区别, 引入修正系数 λ 对桩侧极限土抗力进行修正, 得到了水平受荷斜桩桩侧极限土抗力计算公式, 即

$$p'_{ub} = \lambda \cdot \cos \delta \cdot K_p \cdot \gamma \cdot z \cdot D , \quad (6)$$

式中, K_p 为库仑被动土压力系数, γ 为土体的有效重度, D 为桩径, δ 为墙背与土体界面摩擦角。曹卫平等^[20]根据试验结果通过引入系数 λ 对水平受荷斜桩桩侧极限土抗力进行修正的方法能反映斜桩与土体之间复杂的相互作用, 但该修正系数 λ 未考虑竖向荷载对斜桩桩侧极限土抗力的影响。

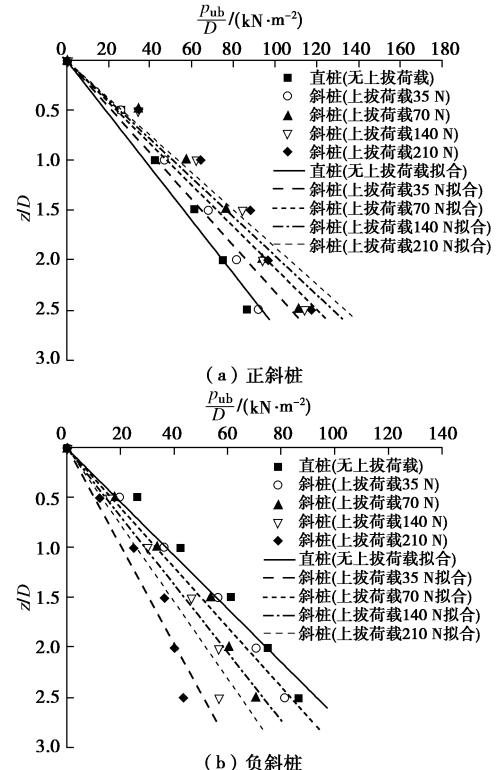


图7 上拔荷载对斜桩 p_{ub} 的影响

Fig. 7 Influences of uplift loads on p_{ub} of batter piles

本文基于模型试验实测结果及曹卫平等^[20]对于水平受荷斜桩桩侧极限土抗力的研究, 引入考虑上拔荷载影响的水平受荷斜桩极限土抗力的修正系数 ϕ , 建立了斜桩桩侧极限土抗力的计算公式:

$$p_{ub} = \phi \cdot \lambda \cdot \cos \delta \cdot K_p \cdot \gamma \cdot z \cdot D . \quad (7)$$

根据袁廉华等^[26]的研究, 中密砂土中桩体表面光滑且较大轴力作用的水平受荷斜桩桩土界面摩擦角 δ 取 14° 。图8为根据模型试验结果得到的水平受荷斜

桩在不同上拔荷载作用下的影响系数 ϕ 。显然, 上拔荷载越大, 正斜桩的 ϕ 越大, 而负斜桩的 ϕ 越小, 正、负斜桩对应的 ϕ 随深度基本线性变化。

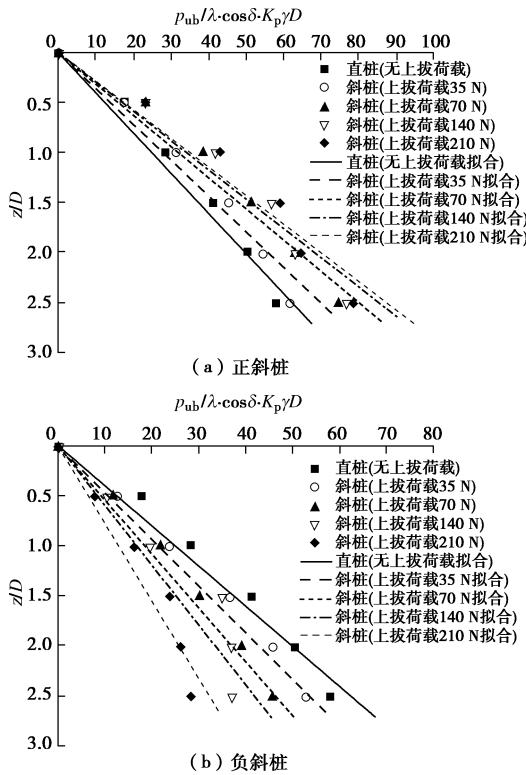


图 8 上拔荷载对 ϕ 的影响

Fig. 8 Influences of uplift loads on ϕ

图 9 为考虑上拔荷载作用时水平受荷斜桩的影响系数 ϕ 与 Q_p/Q_{ub} 的关系。由图 9 可知, 随上拔荷载增加, 正斜桩 ϕ 线性增大, 负斜桩 ϕ 线性减小。正、负斜桩 ϕ 随上拔荷载的变化关系分别为

$$\phi = 1 + 0.5795 \frac{Q_p}{Q_{ub}} , \quad (8)$$

$$\phi = 1 - 0.2185 \frac{Q_p}{Q_{ub}} . \quad (9)$$

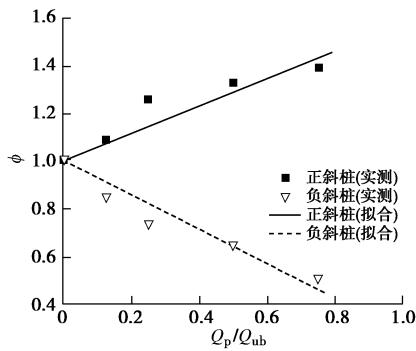


图 9 ϕ 随上拔荷载的变化

Fig. 9 Variation of ϕ with uplift loads

2.3 上拔和水平荷载共同作用下的斜桩计算模型及计算方法

(1) 控制方程的建立

计算模型如图 10 所示, 由桩身 z 深度处单元的受力平衡条件可得斜桩桩身挠曲微分方程, 即

$$E_p I \frac{d^4 y}{dz^4} + N(z) \frac{d^2 y}{dz^2} - \pi D \tau(z) + p(z, y) = 0 . \quad (10)$$

式中, $E_p I$ 为桩身截面抗弯刚度, $N(z)$ 为桩身横截面轴力, $\tau(z)$ 为桩侧平均摩阻力。

由 z 坐标方向力的平衡条件和桩身弹性本构关系可得

$$E_p A_p \frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} + \pi D \tau(z) = 0 , \quad (11)$$

式中, E_p 为桩身弹性模量, A_p 为桩身截面积, $w_p(z)$ 为 z 轴方向桩身位移。需要指出的是, 式 (11) 适用于抗压桩和抗拔桩。将式 (11) 代入式 (10), 可得

$$E_p I \frac{d^4 y}{dz^4} + N(z) \frac{d^2 y}{dz^2} + E_p A_p \frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} + p(z, y) = 0 . \quad (12)$$

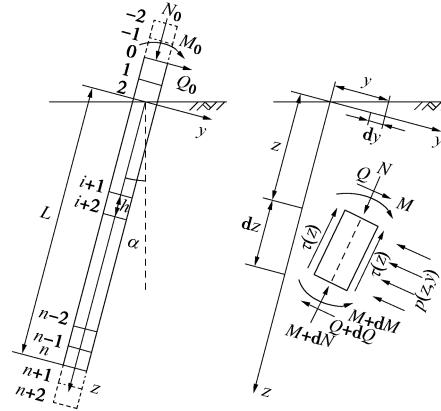


图 10 计算模型

Fig. 10 Analysis model

方程 (10) 可通过差分法求解, 求解时须确定桩侧土抗力、侧摩阻力和端阻力。桩侧土抗力按式 (7) 采用。对于抗拔桩, 桩端作用力按零考虑。

桩侧摩阻力采用双曲线型的 $\tau - z$ 关系曲线^[27], 如式 (13) 所示, 即

$$\tau(z) = \frac{\Delta}{\frac{1}{k_{si}} + R_f \frac{\Delta}{\tau_f}} . \quad (13)$$

式中 Δ 为 z 坐标轴方向桩土相对位移, $\Delta = w_p - w_s$, w_s 为土体位移; τ_f 为抗剪强度, R_f 为破坏比, $R_f = \tau_f / \tau_{ult}$, τ_{ult} 为桩 - 土界面的极限侧摩阻力, 可取 $R_f = 1$; k_{si} 为桩 - 土界面初始剪切刚度, 可按文献[27]中的经验公式 $k_{si} = 2\pi G_i l [r_0 \ln(r_m/r_0)]$ 计算, G_i 为土体剪切模量, $G_i = E_i / [2(1+\nu)]$, E_i , ν 分别为土体压缩模量及泊松比, l 为桩身分段长度; r_0 , r_m 分别为桩半径和桩的影响半径, $r_m = 2\rho(1-\nu)L$, $\rho = G_{L/2}/G_L$, $G_{L/2}$ 和 G_L 分别表示桩中点处和桩端处土体剪切模量。

土体压缩模量 E_i 按式 $E_i = Kp_a (K_0 \sigma'_z / p_a)^n$ 计算。

其中, 模量数 K 、模量指数 n 按文献[28]确定, p_a 为标准大气压, σ'_z 为土体有效自重应力, K_0 为静止土压力系数, $K_0 = 1 - \sin \varphi$, 其中 φ 为土体内摩擦角。

为考虑水平荷载引起的土抗力对桩侧极限摩阻力的贡献, 桩-土界面的极限侧摩阻力 τ_{ult} 为

$$\tau_{ult} = \left[K_0 \gamma' z + \frac{p(z)}{\pi D} \right] \tan \delta + c' \quad (14)$$

式中 $p(z)$ 为桩侧土抗力; γ' 为土体有效重度; c' 为有效黏聚力; δ 为桩土界面摩擦角, $\tan \delta = 0.7 \tan \varphi$ 。

(2) 控制方程的求解

控制方程(12)为耦合方程, 求解困难。先将桩沿长度方向分为 n 段, 如图 10 所示, 每段长度为 $h=L/n$ 。式(10), (11)在每段端点 i 处的五点差分格式分别为

$$y_{i-2} + \left(h^2 \frac{N_i}{E_p I} + \frac{\tau_i \pi D}{2h} - 4 \right) y_{i-1} + \left(h^4 \frac{E_{si}}{E_p I} - 2h^2 \frac{N_i}{E_p I} + 6 \right) y_i + \left(h^2 \frac{N_i}{E_p I} - \frac{\tau_i \pi D}{2h} - 4 \right) y_{i+1} + y_{i+2} = 0 \quad (15)$$

$$w_p^{i+1} - w_p^i + w_p^{i-1} = h^2 \left(-\frac{\pi D}{E_p A_p} \right) \tau_i \quad (16)$$

式中, E_{si} 为地基反力模量, N_i 为第 i 节点处轴力, τ_i 为第 i 节点处桩身平均摩阻力。

由式(15)构成的耦合方程组的求解过程如下:

- ①输入桩土参数和初始条件, 将式(14)中 $p(z)$ 赋为 0;
- ②由修正变形协调法^[29], 计算抗拔桩的桩身节点 i 与 $i+1$ 间桩段的平均摩阻力 τ_i 和桩身节点 i 轴力 N_i ;
- ③将 τ_i 和 N_i 代入由式(15)形成的方程组, 求解水平受荷桩的桩身挠度 y_i 和桩侧土抗力 p_i , 其中涉及到的迭代方法和边界条件参考文献[19], 不再赘述;
- ④重复步骤②、③, 直至后一次与前一次的计算结果之差满足精度要求时终止迭代。得到桩身位移 y 后, 可通过梁理论计算桩身任意横截面的内力。

2.4 算例验证

工程中斜桩受组合荷载作用较为常见, 但实测数据缺乏, 且实际场地条件复杂, 目前尚未见得符合本文模型试验条件的斜桩现场试验报道。因此, 这里以 Dhusudan 等^[30]开展的组合荷载作用直桩的室内模型试验为例进行验证。模型桩桩长 965.2 mm, 自由段长 50 mm, 外径为 25.4 mm, 内径为 19 mm。地基土为干砂, 内摩擦角为 38°, 相对密实度为 70%, 干密度为 1.478 g/cm³, 桩土界面摩擦角为 28°。模型桩试桩的抗拔承载力 P_u 为 790.0 N, 水平加载之前施加的上拔荷载分别为 $0.0P_u$, $0.4P_u$, $0.6P_u$, $0.8P_u$ 。采用 $p-y$ 曲线法计算中涉及的主要参数如表 3 所示。

表 3 $p-y$ 曲线中参数

Table 3 Parameters of $p-y$ curve

上拔荷载	ζ	ψ	ϕ	λ
$0.0P_u$	1.00		1.00	
$0.4P_u$	1.13	1	1.07	14
$0.6P_u$	1.19		1.11	
$0.8P_u$	1.25		1.17	

基于本文构建的 $p-y$ 曲线计算结果及室内模型试验实测结果如图 11 所示。可以看出本文方法计算结果与试验结果吻合较好, 能反映上拔荷载作用下水平受荷桩性状。

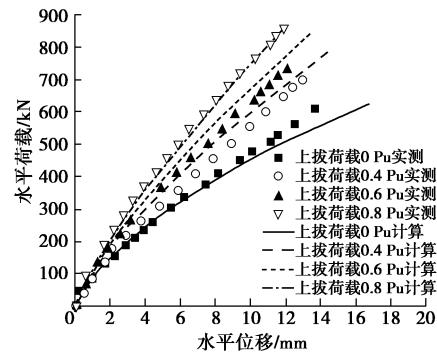


图 11 文中方法计算结果与模型试验结果对比

Fig. 11 Comparison between calculated and model test results

3 参数分析

本节主要分析上拔荷载作用下桩顶约束条件对水平受荷单桩承载性状的影响。以王国粹等^[31]研究的海上风电场中地基土层参数及桩体参数作为基本参数, 基于本文建立的 $p-y$ 曲线计算桩身响应。文献[31]中桩长 60 m, 自由段长 20.75 m, 桩径 6 m, 上半段桩壁厚 70 mm, 下半段桩壁厚 55 mm, 斜桩倾角为 15°, 各层土参数如表 4 所示。取粉砂层土体参数作为本次计算的地基条件, 桩长、桩外径和桩身倾角与文献[31]相同, 壁厚取 70 mm, 桩-土界面摩擦角取 13°。文献[31]所给单桩水平承载力 Q_u 为 4600 kN, 本次施加水平荷载为 1000 kN, 施加的上拔荷载分别为 $0.13Q_u$ 和 $0.26Q_u$ 。

表 4 土层参数

Table 4 Parameters of soil

土层名称	层厚 /m	天然密度 /($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	压缩模量 /MPa	不排水抗剪强度 /MPa	内摩擦角 /°	地基反力模量 η_h /($\text{MN}\cdot\text{m}^{-3}$)
淤泥质粉质黏土	3.2	1.62	2.0~2.5	5	—	3.6~5.4
粉质砂土	7.6	1.90	3.0~3.5	35	—	10.8~13.2
粉砂	31.1	2.05	8.5~9.5	—	30	26.4~28.8

不同桩顶约束条件下, 上拔荷载对水平受荷斜桩桩身响应的影响如图 12 所示。可以看出, 不论桩顶自

由还是固支, 上拔荷载增大时, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均减小, 而负斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均增大。如当桩顶固支时, 上拔荷载从 $0.13Q_u$ 增大到 $0.26Q_u$ 时, 砂面处正斜桩的桩身横向位移从 1.04 mm 减小到 0.84 mm , 减小了 18.8% ; 而负斜桩的桩身横向位移从 2.38 mm 增大到 2.79 mm , 增加了 17.3% 。当桩顶自由时, 上拔荷载从 $0.13Q_u$ 增大到 $0.26Q_u$ 时, 砂面处正斜桩的桩身横向位移从 2.23 mm 减小到 1.81 mm , 减小了 18.9% ; 而负斜桩的桩身横向位移从 5.21 mm 增大到 6.11 mm , 增加了 17.4% 。

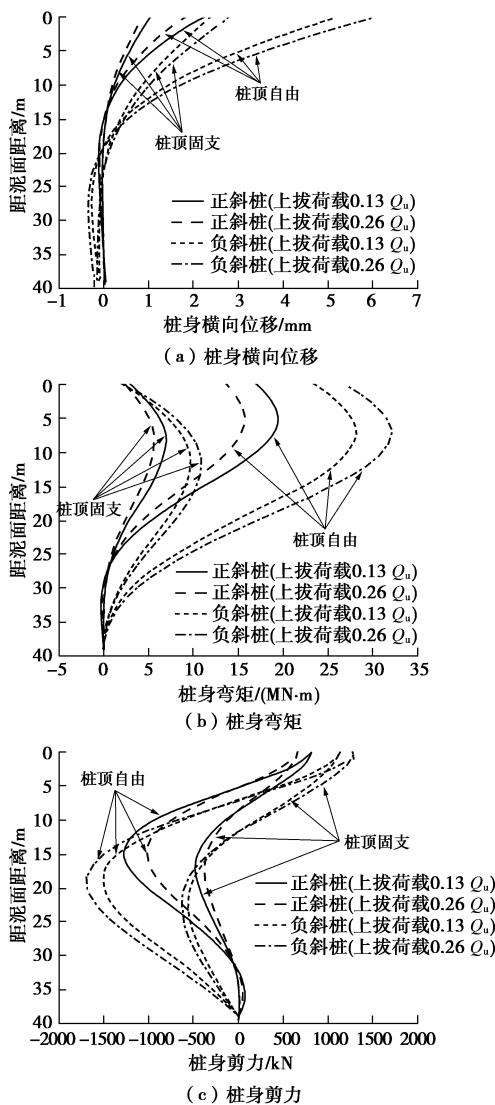


图 12 上拔荷载对水平受荷斜桩桩身响应的影响

Fig. 12 Influences of uplift loads on response of laterally loaded batter piles

相同的水平及上拔荷载作用下, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均小于负斜桩。如桩顶固支时, $0.13Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移为 1.04 mm , 是负斜桩桩身横向位移 2.38 mm 的 43.6% ; $0.26Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身

横向位移为 0.84 mm , 是负斜桩桩身横向位移 2.79 mm 的 30.2% 。桩顶自由时, $0.13Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移为 2.23 mm , 是负斜桩桩身横向位移 5.21 mm 的 42.8% ; $0.26Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移为 1.81 mm , 是负斜桩桩身横向位移 6.11 mm 的 29.6% 。

桩顶固支时, 上拔荷载对斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力的影响小于桩顶自由。如桩顶作用 $0.13Q_u$ 上拔荷载, 正斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移为 1.04 mm , 是桩顶自由时砂面处桩身横向位移 2.23 mm 的 46.5% ; 负斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移为 2.38 mm , 是桩顶自由时砂面处桩身横向位移 5.21 mm 的 45.7% 。桩顶作用 $0.26Q_u$ 上拔荷载, 正斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移为 0.84 mm , 是桩顶自由时砂面处桩身横向位移 1.81 mm 的 46.5% ; 负斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移为 2.79 mm , 是桩顶自由时砂面处桩身横向位移 6.11 mm 的 45.7% 。

4 结 论

在砂土中开展了上拔与水平荷载共同作用下斜桩的模型试验, 分析了上拔荷载对斜桩桩侧土体的初始地基反力模量和水平极限土抗力的影响, 构建了考虑上拔荷载影响的水平受荷斜桩的双曲线型 $p-y$ 曲线, 编制程序计算斜桩的承载变形, 可以得到以下 4 点结论。

(1) 基于室内模型试验结果构建了水平受荷斜桩的双曲线型 $p-y$ 曲线, 该 $p-y$ 曲线考虑了桩顶上拔荷载的影响, 能够反映斜桩 - 土间复杂相互作用。

(2) 不论桩顶自由还是固支, 上拔荷载增大时, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均减小, 而负斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均增大。如上拔荷载从 $0.13Q_u$ 增大到 $0.26Q_u$ 时, 当桩顶固支时, 砂面处正斜桩的桩身横向位移减小了 18.8% , 负斜桩的桩身横向位移增加了 17.3% ; 当桩顶自由时, 砂面处正斜桩的桩身横向位移减小了 18.9% , 负斜桩的桩身横向位移增加了 17.4% 。

(3) 相同的水平及上拔荷载作用下, 正斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力均小于负斜桩。如桩顶固支时, $0.13Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移是负斜桩桩身横向位移的 43.6% , $0.26Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移是负斜桩桩身横向位移的 30.2% ; 桩顶自由时, $0.13Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移是负斜桩桩身横向位移的 42.8% , $0.26Q_u$ 上拔荷载作用下, 砂面处正斜桩桩身横向位移是负斜桩桩身横向位移的 29.6% 。

(4) 不论正斜桩还是负斜桩, 桩顶固支时, 上拔荷载对斜桩桩身横向位移、弯矩及剪力的影响小于桩顶自由。如桩顶作用 $0.13Q_u$ 上拔荷载, 正斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移是桩顶自由时的 46.5%, 负斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移是桩顶自由时的 45.7%; 桩顶作用 $0.26Q_u$ 上拔荷载, 正斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移是桩顶自由时的 46.5%, 负斜桩桩顶固支时砂面处桩身横向位移是桩顶自由时的 45.7%。

需要说明的是, 实际工程中部分斜桩以桩群或叉桩的形式出现, 当斜桩与相邻基桩间距较大时, 桩之间的相互作用可忽略不计, 本文基于斜桩模型试验结果构建的单一斜桩 $p-y$ 曲线可适用, 当斜桩与相邻基桩间距较小时, 需考虑桩之间的相互影响, 则需要对本文建立的单一斜桩 $p-y$ 曲线进行修正, 这需要开展进一步的研究。

参考文献:

- [1] 赵春风, 刘丰铭, 邱志雄, 等. 砂土中竖向和水平荷载共同作用下的单桩承载特性研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(1): 183–190. (ZHAO Chun-feng, LIU Feng-ming, QIU Zhi-xiong, et al. Study on bearing behavior of a single pile under combined vertical and lateral loads in sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(1): 183–190. (in Chinese))
- [2] 赵春风, 王卫中, 赵程, 等. 组合荷载下單桩承载特性现场试验[J]. 中国公路学报, 2013, **26**(6): 59–64. (ZHAO Chun-feng, WANG Wei-zhong, ZHAO Cheng, et al. Field test study on bearing capacity of single pile under combined loads[J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, **6**(6): 59–64. (in Chinese))
- [3] LU W, ZHANG G. Influence mechanism of vertical-horizontal combined loads on the response of a single pile in sand[J]. Soils and Foundations, 2018, **58**(5): 1228–1239.
- [4] LEE J, PREZZI M, SALGADO R. Experimental investigation of the combined load response of model piles driven in sand[J]. Geotechnical Testing Journal, 2010, **34**(6): 653–667.
- [5] DAS B M, SEELEY G R, RAGHU D. Uplift capacity of model piles under oblique loads[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1976, **102**(9): 1009–1013.
- [6] 横山幸满. 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴庆荪, 译. 北京: 中国铁道出版社, 1984. (YOKOHAMA Y. Calculation Methods and Example for Pile Structure[M]. TANG Ye-qing, WU Qing-sun, trans. Beijing: China Communications Press, 1984. (in Chinese))
- [7] MATLOCK H. Correlation for design of laterally loaded piles in soft clay[C]// Proceeding of the Second Annual Offshore Technology Conference, 1970, Texas: 577–594.
- [8] REESE L C, COX W R, KOOP F D. Analysis of laterally loaded piles in sand[C]// Proceedings of the Sixth Annual Offshore Technology Conference, 1974, Texas: 473–483.
- [9] KIM B T, KIM N K, LEE W J, et al. Experimental load-transfer curves of laterally loaded piles in Nak-Dong River sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(4): 416–425.
- [10] 朱斌, 杨永垚, 余振刚, 等. 海洋高桩基础水平单调及循环加载现场试验[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(6): 1028–1037. (ZHU Bin, YANG Yong-gui, YU Zhen-gang, et al. Field tests on lateral monotonic and cyclic loadings of offshore elevated piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(6): 1028–1037. (in Chinese))
- [11] 朱斌, 朱瑞燕, 罗军, 等. 海洋高桩基础水平大变位性状模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(4): 521–530. (ZHU Bin, ZHU Rui-yan, LUO Jun, et al. Model tests on characteristics of ocean and offshore elevated piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(4): 521–530. (in Chinese))
- [12] ZHU B, LI T, XIONG G, et al. Centrifuge model tests on laterally loaded piles in sand[J]. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 2016, **16**(4): 1–13.
- [13] 黄茂松, 马昊, 李森, 等. 软黏土中水平受荷桩的静力和循环 $p-y$ 曲线[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(增刊 2): 9–13. (HUANG Mao-song, MA Hao, LI Sen, et al. Static and cyclic $p-y$ curves for laterally loaded piles in soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(S2): 9–13. (in Chinese))
- [14] ZHANG L M, MACAY M C, LAI P W. Centrifuge modeling of lateral loaded single battered piles in sands[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, **36**(6): 1074–1084.
- [15] 杨征宇, 杨剑, 王天慧, 等. 输电塔基础斜桩非线性 $p-y$ 曲线[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2010, **38**(1): 104–108. (YANG Zheng-yu, YANG Jian, WANG Tian-hui, et al. Nonlinear $p-y$ curve for batter piles in foundation of transmission towers[J]. Journal of Hohai University(Natural Science), 2010, **38**(1): 104–108. (in Chinese))
- [16] MEYERHOF G G, YALCIN A S. Behavior of flexible batter

- piles under inclined loads in layered soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, **30**: 247 - 256.
- [17] 凌道盛, 任 涛, 王云岗. 砂土地基斜桩水平承载特性 $p-y$ 曲线法 [J]. 岩土力学, 2013, **34**(1): 155 - 162. (LING Dao-sheng, REN Tao, WANG Yun-gang. A $p-y$ curve method for horizontal bearing characteristics of single batter pile in sands[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(1): 155 - 162. (in Chinese))
- [18] RAJASHREE S S, SITHARAM T G. Nonlinear finite-element modeling of batter piles under lateral load[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(7): 604 - 612.
- [19] 曹卫平, 夏 冰, 赵 敏, 等. 砂土中水平受荷斜桩的 $p-y$ 曲线及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(3): 743 - 753. (CAO Wei-ping, XIA Bing, ZHAO Min, et al. $P-y$ curves of laterally loaded single battered piles in sand and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(3): 743 - 753. (in Chinese))
- [20] 曹卫平, 夏 冰, 葛 欣. 水平受荷斜桩双曲线型 $p-y$ 曲线的构建及其应用[J]. 浙江大学学报(工学版), 2019, **53**(10): 1946 - 1954. (CAO Wei-ping, XIA Bing, GE Xin. Formation and application of hyperbolic $p-y$ curves for horizontally loaded single batter piles[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2019, **53**(10): 1946 - 1954. (in Chinese))
- [21] 袁廉华, 陈仁朋, 孔令刚, 等. 轴向荷载对斜桩水平承载特性影响试验及理论研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(7): 1958 - 1964. (YUAN Lian-hua, CHEN Ren-peng, KONG Ling-gang, et al. Test and theoretical research on influence of axial load on lateral bearing capacity of batter piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(7): 1958 - 1964. (in Chinese))
- [22] OVESEN N K. The scaling law relationship[C]// Proceedings of the 7th European Conference on Mechanics and Foundation Engineering, 1979, Brighton: 319 - 323.
- [23] 港口工程桩基规范: JTS 167—4—2012[S]. 2012. (Code for Pile Foundation of Harbor Engineering: JTS 167—4—2012[S]. 2012. (in Chinese))
- [24] TERZAGHI K. Evalution of coefficient of subgrade reaction[J]. Géotechnique, 1955, **5**(4): 297 - 362.
- [25] REESE L C. Discussion on soil modulus for laterally loaded piles[J]. Trans, ASCE, 1958, **123**: 1071 - 1074.
- [26] 袁廉华. 水平受荷斜桩基础性状模型试验及分析研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2012. (YUAN Lian-hua. Model Tests and Analytical Research on Batter Pile Foundation under Lateral Loading[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012. (in Chinese))
- [27] 曹卫平. 桩土界面荷载传递双曲线模型的改进及其应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(1): 144 - 151. (CAO Wei-Ping. An improved load transfers hyperbolic model for pile-soil interface and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(1): 144 - 151. (in Chinese))
- [28] WONG K S, TEH C I. Negative skin friction on piles in layered soil deposits[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **121**(6): 457 - 465.
- [29] 孙晓立, 杨 敏. 使用修正变形协调法分析抗拔桩非线性变形[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(6): 1270 - 1277. (SUN Xiao-li, YANG Min. Analysis of nonlinear deformation of uplift piles by modified method of deformation compatibility[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(6): 1270 - 1277. (in Chinese))
- [30] DHUSUDAN R K, AYOTHIRAMAN R. Experimental studies on behavior of single pile under combined uplift and lateral loading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(7): 1 - 10.
- [31] 王国粹, 王 伟, 王云岗. 3.6 MW 海上风机单桩基础设计与分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(增刊 2): 95 - 101. (WANG Guo-cui, WANG Wei, WANG Yun-gang. Design and analysis of monopile foundation for 3.6 MW offshore wind turbine[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(S2): 95 - 101. (in Chinese))