

DOI: 10.11779/CJGE202005009

考虑土拱发挥过程的非饱和砂土盾构隧道极限支护力计算方法研究

崔蓬勃^{1,2}, 朱永全^{*1}, 刘勇¹, 王庆磊^{1,2}, 潘英东³

(1. 石家庄铁道大学土木工程学院, 河北 石家庄 0500431; 2. 江苏建筑职业技术学院, 江苏 徐州 221116; 3. 西南交通大学, 四川 成都 610031)

摘要: 因施工中受注浆及掘进参数影响, 地层损失引起的土拱效应逐渐发挥, 滑面上剪应力逐渐增大至抗剪强度, 同时应考虑表观黏聚力对剪应力的贡献作用, 而 Terzaghi 公式并不能体现这些因素。针对该问题, 基于主应力偏转理论, 推导了非饱和砂土不同位置的侧压力系数公式, 结合表观黏聚力公式和试验数据, 得到与基质吸力相关的分段形式的表观黏聚力表达式, 进而推导出不同土拱效应发挥程度下的松动土压力及盾构极限支护力的计算公式。算例结果表明同一埋深下, 不同饱和度土层中拱顶处松动土压力随土拱效应发挥而逐渐减小且均远小于自重应力。随着含水率的增大松动土压力存在一个阈值; 不同土拱效应发挥程度下, 埋深越大, 不同饱和度地层拱顶处松动土压力趋向不同的定值; 盾构极限支护力公式计算结果亦存在同样规律, 该结论将为非饱和砂土层盾构施工过程中土仓压力的合理设置提供理论指导, 保证施工安全。

关键词: 土拱效应; 基质吸力; 表观黏聚力; 抗剪强度; 松动土压力; 极限支护力

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2020)05 - 0873 - 09

作者简介: 崔蓬勃(1986—), 男, 博士研究生, 讲师, 主要从事隧道与地下工程方面教学和科研。E-mail: 281808723@qq.com。

Calculation of ultimate supporting forces of shield tunnels in unsaturated sandy soils considering soil arching effects

CUI Peng-bo^{1,2}, ZHU Yong-quan¹, LIU Yong¹, WANG Qing-lei^{1,2}, PAN Ying-dong³

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Rail University, Shijiazhuang 050043, China; 2. Jiangsu Vocational Institute of Architectural Technology, Xuzhou 221116, China; 3. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Due to the influences of grouting parameters and tunnelling parameters in the actual construction, the soil arching effects caused by the ground loss gradually increase, and the shear stress on the sliding surface increases to the shear strength gradually. The contribution of the apparent cohesion of unsaturated sandy soils to the shear stress should be also considered. However, the above factors are not considered in Terzaghi's formula. In order to solve the problem, based on the principal stress rotation theory, the expressions for the lateral pressure coefficient of unsaturated sandy soils at different positions are deduced. Based on the theoretical formula for the apparent cohesion and the experimental data, a piecewise function for the apparent cohesion related to the matric suction is obtained, and the formula for loosening soil pressure as well as the formula for ultimate supporting force is derived in consideration of different soil arching effects. The results of the example show that with the soil arching effects, at the same depth, the loosening soil pressure decreases gradually and it is always less than the self-weight stress. With the increase of water content, there is a threshold value for the loosing earth pressure. Under different soil arching effects, with the increase of the depth, the loose earth pressure at the arch crown of strata with different saturations will tend to different constant values. Meanwhile, the formula for the limit supporting forces of shield tunnels has the same law. This research results will provide theoretical guidance for controlling reasonable chamber pressure of shield tunnelling in the unsaturated sandy soils, and ensure the safety of construction.

Key words: soil arching effect; matric suction; apparent cohesion; shear strength; loosening earth pressure; limit support pressure

0 引言

近年来城市轨道交通发展日新月异, 在盾构掘进

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51778380); 江苏省住建系统科技项目(2017ZD045); 河北省交通工程结构力学行为演变与控制重点实验室开放课题项目(902508867H18002); 江苏建筑职业技术学院科技课题(JYA318-05)
收稿日期: 2019-04-22

*通信作者(E-mail: 2217766232@qq.com)

过程中, 由于支护力设置不当常会导致前方土体出现坍塌或隆起现象, 因此设定合理的支护力成为确保隧道开挖面稳定性的问题。针对开挖面稳定性问题, 国内外学者进行了诸多研究, 理论方法包括开挖面稳定系数法^[1], 塑性极限分析法^[2-4], 楔形体极限平衡分析法^[5-6]等; 试验研究方面, 汤旅军等^[7]通过砂土的离心模型试验证实, 砂土隧道开挖面破坏时前方为楔形体、上部为棱柱体。由于基于弹塑性理论的极限分析法计算过程较为繁琐, 很难应用于实际工程, 而楔形体计算模型计算假定明确, 概念清晰, 因此在砂土盾构隧道极限支护力计算中得到广泛应用。

利用楔形体模型计算开挖面极限支护力, 关键因素是确定作用在楔形体上表面的松动土压力。针对浅埋盾构隧道的松动土压力计算, 学者提出了多种方法。Terzaghi^[8]通过 Trapdoor 试验证实了土体中存在拱效应, 认为土拱效应源于土体的不均匀位移, 其假定滑面处土体松弛部分的剪应力已达抗剪强度, 即土拱效应完全发挥, 并假设侧压力系数 $K = 1.0$, 根据极限平衡理论推导出土压力理论公式即太沙基松动土压力公式。不可否认在浅埋暗挖法隧道施工中, 由于爆破、出渣、通风、立架、喷锚的时间间隔较长, 可认为开挖面上方的土拱效应完全发挥, 应用太沙基松动土压力公式较为适合。黎春林^[9]认为太沙基松动土压力直接用于盾构隧道中是偏不安全的, 因盾构隧道与矿山法隧道施工工艺不同, 在盾构隧道施工中, 因盾壳保护、管片支护和同步注浆等因素, 隧道拱顶位移将受到约束, 土拱效应不能充分发挥。太沙基松动土压力公式规定侧压力系数 $K = 1.0$, 未考虑边界土体在发生位移时的主应力偏转, 对于天然状态下的土体, 大、小主应力分别为竖直和平方向应力, 实际上随着隧道开挖引起土体持续变形, 主应力方向将逐渐发生偏转, 这将引起侧压力系数变化, 进而对隧道支护压力产生重要影响。陈若曦等^[10]基于主应力旋转理论建立了无黏性土侧向土压力系数表达式, 修正了 Terzaghi 松动土压力公式。Marston 等^[11]将土体侧压力系数 K 取为主动土压力系数, 得到与 Terzaghi 公式类似的松动土压力公式。Handy^[12]认为侧压力系数为与有效内摩擦角有关的定值。蔺港等^[13]基于土拱效应充分发挥, 同时考虑土体主应力旋转, 提出了基于基质吸力影响的侧压力系数和松动土压力公式。由于上述方法多为在土体干燥或饱和状态下考虑土拱效应建立的, 与实际盾构隧道施工中常见的低含水率即非饱和状态下的土体特性存在较大差异, 同时土拱效应的发挥过程是伴随盾构施工工序完成的, 土体侧压力系数并非定值, 实为与土体空间位置及施工工序相关的变化值。目前, 研究非饱和砂土地层中因施工因素引起土拱效

应部分发挥状态下盾构极限支护力计算方法还鲜有报道。

因此本文以非饱和砂土盾构隧道极限支护力为研究对象, 首先总结非饱和砂土的抗剪强度规律及计算公式, 并以此为基础阐述非饱和砂土地层盾构隧道上覆土体主应力偏转过程, 然后通过分析土体应力状态得到水平微分土层平均竖向压力与侧向压力和层间平均剪切力的定量关系, 进而建立水平微分土层受力平衡方程以求解上覆土体竖向压力。并以开挖面前方滑移土体为研究对象, 通过楔形体计算模型建立极限平衡方程, 得到基于不同饱和度砂土在不同土拱效应发挥条件下的极限支护压力计算公式, 并与以往计算方法结果进行对比, 所得结论对类似工程有借鉴意义。

1 非饱和砂土抗剪强度计算方法讨论

在北方城市, 盾构施工中经常遇到无水或非饱和砂土地层, 由于非饱和土的基质吸力产生的抗剪强度即表观黏聚力, 对稳定隧道开挖面具有有利作用, 而一旦由于降雨入渗或开挖引起地层不均匀沉降导致管线漏水等因素使砂土含水率大幅增加, 由水土特征曲线可知, 基质吸力将随饱和度的提高而降低, 导致非饱和砂土的抗剪强度降低, 如施工中不能及时调整土仓压力, 可能会引发开挖面出现坍塌事故。

目前国内外学者提出的非饱和土抗剪强度的公式, 主要是通过将基质吸力的影响加入莫尔-库仑强度公式发展而来, 莫尔-库仑抗剪强度公式:

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi , \quad (1)$$

式中, τ_f 为抗剪强度, c 为黏聚力, σ 为正应力, φ 为内摩擦角。

Bishop 等^[14]提出的非饱和土抗剪强度公式为

$$\tau_f = c' + [\sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)] \tan \varphi' , \quad (2)$$

式中, c' 为有效黏聚力, u_a 为孔隙气压力, u_w 为孔隙水压力, χ 为与土的类别和饱和度相关的参数, φ' 为有效内摩擦角。

Bishop 将基质吸力对抗剪强度的影响视为一部分有效应力, 将土体中的有效应力进行叠加, 而 χ 值的物理意义不明确且难以求得, 因此该公式实际应用较为困难。Fredlund 等^[15]以非饱和土正应力与基质吸力作为变量提出了抗剪强度公式:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b , \quad (3)$$

式中, $\tan \varphi^b$ 为抗剪强度随吸力 $(u_a - u_w)$ 增加而增加的速率。

式(3)解释了非饱和土的强度的构成, 式中 $(u_a - u_w) \tan \varphi^b$ 项可理解为非饱和砂土的表观黏聚力。试验研究表明 φ^b 会随着吸力的增加而减少, 实际中 φ^b 需用非饱和土直剪仪或非饱和土三轴仪进行测定。

林鸿洲等^[16]通过进行非饱和土的压力板仪和直剪仪试验, 研究了击实土抗剪强度和饱和度的关系, 认为非饱和砂土的黏聚力随基质吸力先增大后减小, 在饱和度为40%~60%时最大, 内摩擦角则随饱和度增加稍有下降。董倩等^[17]通过对非饱和砂土直剪试验和微观土体颗粒结构分析进行研究, 证明粉质砂土的抗剪强度随基质吸力的变化存在一个阈值, 阈值由粉质砂土微观结构所决定。Fredlund等^[15]认为 ϕ^b 一般小于或等于 ϕ' , 并给出了非饱和土抗剪强度包面的直观模型, 认为破坏包面为一平面, 相应地 ϕ^b 为一恒定值。

文献[15, 16]结果表明, 基质吸力与非饱和土抗剪强度呈非线性相关, ϕ^b 与基质吸力间存在非线性关系。Fredlund等^[15]研究表明: 基质吸力小于进气值时, $\phi^b = \phi'$; 基质吸力大于残余基质吸力时, $\phi^b = 0$; 基质吸力在进气值和残余基质吸力之间时, ϕ^b 随基质吸力的增加而减小, 该阶段为过渡段, 为简化分析, 设 ϕ^b 在过渡区随基质吸力线性减小。 ϕ^b 值随基质吸力变化曲线见图1, 引用文献[15]的试验数据进行推导论证。

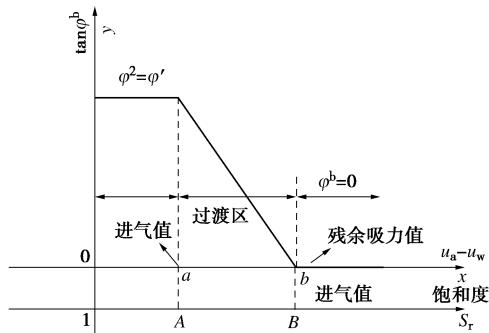


图1 ϕ^b 随砂土饱和度变化曲线

Fig. 1 Curve of ϕ^b with sand saturation

对于非饱和砂土的表观黏聚力可用公式 $c_b = (u_a - u_w) \tan \phi^b$ 来表示, 若x轴代表基质吸力($u_a - u_w$), 由图2可知 $\tan \phi^b$ 可以用分段函数表示为

$$\tan \phi^b = \begin{cases} \tan \phi' & (x \in [0, a]) \\ \frac{-\tan \phi'}{b-a}(x-b) & (x \in [a, b]) \\ 0 & (x \in [b, \infty]) \end{cases}, \quad (4)$$

式中, a 为进气值, b 为残余吸力值。

若以坐标轴y轴表示表观黏聚力 c_b , 同理可得

$$y = \tan \phi^b \cdot x = \begin{cases} \tan \phi' \cdot x & (x \in [0, a]) \\ \frac{-\tan \phi'}{b-a}(x^2 - b \cdot x) & (x \in [a, b]) \\ 0 & (x \in [b, \infty]) \end{cases}. \quad (5)$$

表观黏聚力随基质吸力($u_a - u_w$)变化(即饱和度的变化)曲线如图2所示, 可以看出, 表观黏聚力 c_b 随基质吸力($u_a - u_w$)变化分为3阶段: ①第一阶段为线性增加部分, 即基质吸力在达到进气值前, 由于

$\phi^b = \phi'$ 随着基质吸力的线性增加, 表观黏聚力 c_b 亦呈线性增加; ②第二阶段为非线性阶段, 该阶段表观黏聚力与基质吸力关系呈二次抛物线关系, 表观黏聚力值对应文献[15]中主要过渡区与次要过渡区, 表观黏聚力呈现为先增加后减小的趋势, 在基质吸力达到残余吸力值时, 表观黏聚力降为0; ③第三阶段表观黏聚力为0, 这3个阶段基本上可以反映出文献[15, 16]试验中非饱和砂土表观黏聚力在一定含水率范围内存在一个阈值的结论。

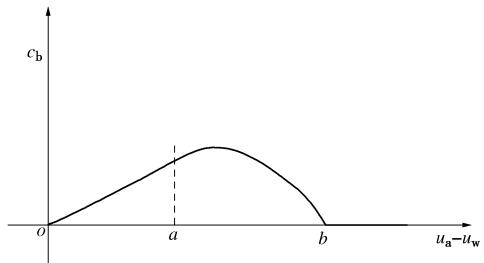


图2 表观黏聚力随基质吸力变化曲线

Fig. 2 Curve of apparent cohesion with matric suction

2 非饱和砂土松动土压力计算讨论

2.1 非饱和砂土侧压力系数的讨论

文献[17]通过砂土的Trapdoor试验, 监测了模型箱内不同位置应力变化, 得到不同位置处侧压力系数不同的结论, 侧压力系数随着滑板下移呈现出中线处大于1.0且向两侧递减的正态分布形式。图3为中线处土单元体应力状态随着拱顶下沉量增大的变化过程, 隧道开挖前, 地层中土体处于静止土压力 K_0 状态, 坚向应力 σ_v 为大主应力 σ_1 , 水平应力 σ_h 为小主应力 σ_3 , 根据弹性理论此时的侧压力系数 $K = v/(1-v)$, 对于砂土可用经验公式 $K = 1 - \sin \phi'$ 表达。隧道开挖后, 拱顶下沉量随地层损失而增大, 土拱效应逐渐发挥, 中线处土单元的平均竖向应力和水平应力均减小, 莫尔圆逐渐向左移动, 这一过程中竖向应力的减小幅度远超水平应力减小幅度, 从图3莫尔圆可以看出中线处土体主应力轴方向发生了旋转。当隧道拱顶下沉量达到一定值后, 中线处大小主应力会出现相等的情况, 即水平向正应力 σ_h 等于竖向应力 σ_v , 此时莫尔应力圆退化成一点, 此时达到太沙基松动土压力 K_1 状态, 侧压力系数 $K = 1.0$, 随着土拱效应的进一步发挥, 土单元体达到了极限平衡状态, 分析土体单元受力过程可知, 剪应力 τ 随隧道拱顶下沉量的增加从0逐渐增大到抗剪强度 τ_f , 此时为 K_h 状态, 因此可以用 O_1A 与x轴所成的角度 α 来反映土体剪应力的变化情况, 即 $\alpha \in [0, \phi']$ 。同时在莫尔圆上该点与小主应力点的连线与应力主轴成 θ 角度, 由以上分析可知, 土中应

力状态从静止土压力 K_0 状态到 K_1 状态，再到极限 K_h 状态， $\theta \in [45^\circ + \varphi'/2, 90^\circ]$ 。

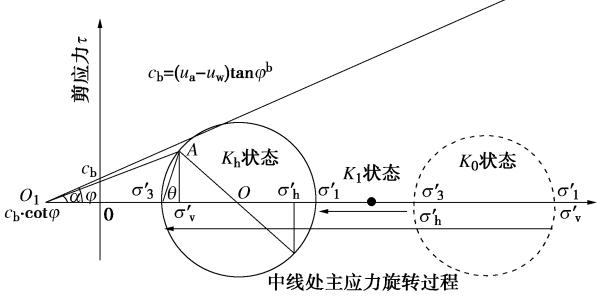


图 3 Trapdoor 试验中线处土应力状态变化示意图

Fig. 3 Schematic of change of soil stress state at midcourt line in Trapdoor tests

由应力圆的几何关系，可知中线处土单元体的竖直向应力、水平向应力和剪应力分别为

$$\sigma'_v = \sigma'_3 \sin^2 \theta + \sigma'_1 \cos^2 \theta , \quad (6)$$

$$\sigma'_h = \sigma'_1 \sin^2 \theta + \sigma'_3 \cos^2 \theta , \quad (7)$$

$$\tau = (\sigma'_1 - \sigma'_3) \cos \theta \sin \theta = [c_b \cdot \cot \varphi' + \sigma'_v] \tan \alpha \quad (\alpha \in (0, \varphi')) . \quad (8)$$

由于土中一点应力同时满足：

$$\sigma'_1 + \sigma'_3 = \sigma'_h + \sigma'_v . \quad (9)$$

随着土拱效应的发挥，中线处侧压力系数 K_z 可表示为

$$K_z = \frac{\sigma'_1}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_1 \sin^2 \theta + \sigma'_3 \cos^2 \theta}{\sigma'_3 \sin^2 \theta + \sigma'_1 \cos^2 \theta} . \quad (10)$$

对上述公式进行处理，分子分母同时除以 σ'_3 后可得

$$K_z = \frac{\left(K_p + \frac{2c_b \sqrt{K_p}}{\sigma'_3} \right) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \left(K_p + \frac{2c_b \sqrt{K_p}}{\sigma'_3} \right) \cos^2 \theta} . \quad (11)$$

由式 (9)，(10) 可知：

$$\sigma'_3 = \frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} - \frac{(c_b \cdot \cot \varphi' + \sigma'_v) \tan \alpha}{\sin 2\theta} . \quad (12)$$

$$\text{设 } \frac{2c_b}{\sigma'_3} = \frac{2c_b}{\frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} - \frac{(c_b \cdot \cot \varphi' + \sigma'_v) \tan \alpha}{\sin 2\theta}} = \eta , \quad (13)$$

$$\text{则 } K_z = \frac{(K_p + \eta \sqrt{K_p}) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta (K_p + \eta \sqrt{K_p})} . \quad (14)$$

从式 (14) 可以看出，中线处侧压力系数 K_z 是与重度 γ 、埋深 z 、被动土压力系数 K_p 、主应力偏转角 θ 、剪应力增加角度 α 、表观黏聚力 c_b 和有效内摩擦角 φ' 相关的隐性表达式，式 (14) 中的参数 η 为本文假定的与饱和度相关的参数，与式 (2) 中的参数定

义不同。

同理，可以分析出滑动面处的侧压力系数 K_b 的表达式，文献[17]试验结果表明在滑动面处侧压力系数 K_b 小于 1，即在滑动面处的主应力偏转角度有限，分析滑动面处一点 A 的受力，可知 $\sigma'_v > \sigma'_h$ ，图 4 为滑动面处点 A 的应力莫尔圆，当主应力旋转后大主应力作用面与竖直面呈 θ 角时，对于非饱和砂土而言，由于存在表观黏聚力 c_b ，可采用坐标平移法求解，即将纵坐标向左移动 $c_b \cdot \cot \varphi'$ 个单位，剪切应力可表达为

$$\tau = (\sigma''_h - \sigma''_3) \tan \theta = \sigma''_h \cdot \tan \alpha , \quad (15)$$

$$\sigma''_h = c_b \cdot \cot \varphi' + \sigma'_h , \quad (16)$$

$$\sigma''_3 = c_b \cdot \cot \varphi' + \sigma'_3 . \quad (17)$$

滑动面处的水平正应力与主应力关系为

$$\sigma''_h = \sigma'_1 \cdot (\cos^2 \theta + K_a \cdot \sin^2 \theta) . \quad (18)$$

将式 (18) 代入剪应力表达式得

$$\tau = \frac{\sigma'_1 (1 - K_a) \sin 2\theta}{2} . \quad (19)$$

式中 τ 为滑动面处一点的剪应力； σ'_h ， σ'_v 分别为原坐标系滑动面水平向、竖向正应力； K_a 为朗肯主动土压力系数， $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi'/2)$ ； φ' 为土体有效内摩擦角； c_b 为表观黏聚力； σ''_h ， σ''_1 及 σ''_3 分别为在新坐标轴下土体一点的水平正应力及大、小主应力。 θ 为大主应力作用面与水平应力作用面的夹角，为一变量，代表土拱效应的发挥程度。由莫尔圆可知， θ 的范围应满足 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 。即当 $\theta = 90^\circ$ 时，主应力未发生旋转，即没有产生土拱效应，当 $\theta = \theta' = 45^\circ + \varphi'/2$ 时，表示此时土拱效应已经充分发挥，达到极限状态。下面求解平均松动土压力 σ''_v ，假定隧道顶部土拱曲线为圆弧形，平均松动土压力 σ''_v 为土拱曲线上总的竖向力与宽度之比，可用下式求解：

$$\sigma''_v = \frac{2}{B} \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 \psi + K_a \cos^2 \psi) \cdot \sigma'_1 R \sin^2 \psi d\psi = \sigma'_1 \left[1 + \frac{\cos^2 \theta}{3} (K_a - 1) \right] , \quad (20)$$

$$\text{可得 } \sigma''_1 = \frac{3\sigma''_v}{[3 + \cos^2 \theta (K_a - 1)]} , \quad (21)$$

式中， ψ 为土拱曲线任意一点处的大主应力转角。

将上式带入剪应力公式可得

$$\tau = (\sigma''_h - \sigma''_3) \tan \theta = \sigma''_h \cdot \tan \alpha = K_b \cdot \sigma''_v \cdot \tan \alpha , \quad (22)$$

$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{\sigma''_h - \sigma''_3}{K_b \cdot \sigma''_v} \tan \theta = \frac{(1 - K_a) \tan \theta}{K_b (\tan^2 \theta + K_a)} , \quad (23)$$

$$K_b = \frac{(1 - K_a) \tan \theta}{\tan \alpha (\tan^2 \theta + K_a)} . \quad (24)$$

剪应力可表达为

$$\tau = \frac{(1 - K_a) \tan \theta}{(\tan^2 \theta + K_a)} (\sigma'_v + c_b \cdot \cot \varphi') \quad (\theta \in [45^\circ + \varphi'/2, 90^\circ]) . \quad (25)$$

由式(25)可知非饱和砂土滑动面处的剪应力是随土拱效应逐渐发挥而不断增大到抗剪强度的, 滑面处的 K_b 与砂土有效摩擦角及土拱发挥程度有关, 从式中可以看出 K_a , θ , α 是影响侧压力系数的关键参数。

由式(14), (24)可知, 随着Trapdoor位移增大, 滑动区域内土体主应力方向发生偏转, 且中线处和滑动面处的土体侧压力系数表达式不同, 数值上呈现出从中线处向两侧减小的趋势。

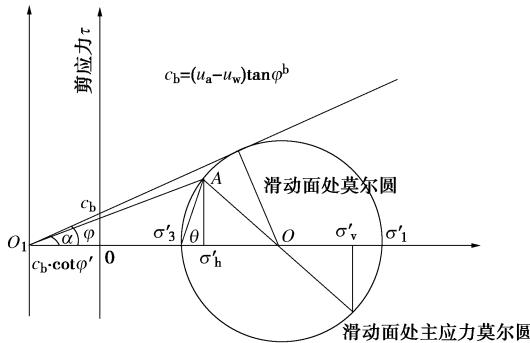


图4 Trapdoor试验滑动面处应力状态变化示意图

Fig. 4 Schematic of change of soil stress state on sliding surface of Trapdoor tests

2.2 非饱和砂土松动土压力计算公式推导

Terzaghi假定 $K=1.0$, 文献[10]认为黏性土侧压力系数为与黏聚力、摩擦角、埋深、重度等有关的隐性表达式, 文献[12]则认为无黏性土侧压力系数为与内摩擦角有关的定值。实际上当隧道开挖时, 土体侧压力系数为与盾构掘进参数相关的变量, 其数值与土拱的发挥程度相关。假设分析模型见图5, 假定: ①隧道开挖导致拱顶下沉时, 其上面积1234所围成的土体也随之整体下移, 而其余土体不动; ②滑动面14, 23为竖直滑动面, 滑动面两侧土体可认为相对不动; ③随着拱顶下沉量增大, 滑动面14, 23上的剪应力由0增大到抗剪强度 τ_f , 滑动面上摩擦力亦逐渐增大, 土拱效应亦逐渐发挥, 最终达到Mohr-Coulomb极限平衡状态(图5)。由水平微分土条竖向受力平衡可得

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} + \frac{2\tau}{B} = \gamma \quad , \quad (26)$$

式中, τ 为随隧道拱顶下沉量变化的滑动面处剪应力, 而非抗剪强度, B 为滑动土层宽度, 即土拱跨度,

$$B = 2R \cdot \cot\left(\frac{45^\circ + \frac{\varphi'}{2}}{2}\right) \quad . \quad (27)$$

由前文叙述可知剪应力公式可表示为

$$\tau = (\sigma''_1 - \sigma''_3) \cos\theta \sin\theta = (1 - K_a) \sigma''_1 \frac{\sin 2\theta}{2} \quad . \quad (28)$$

综合式(21)可得剪应力公式为

$$\tau = \frac{3(1 - K_a) \cdot (\sigma''_v + c_b \cdot \cot\varphi') \cdot \sin 2\theta}{[3 + \cos^2\theta(K_a - 1)]} \cdot \frac{1}{2} \quad . \quad (29)$$

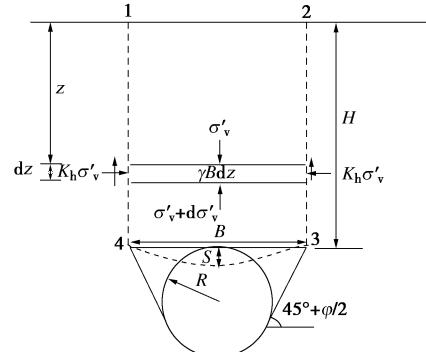


图5 非饱和砂土松动区土体平衡示意图

Fig. 5 Diagram of soil balance in loose zone of unsaturated sand

设 $M = \frac{3(1 - K_a) \cdot \sin 2\theta}{2 \cdot [3 + \cos^2\theta(K_a - 1)]}$, 则可得

$$\tau = (\sigma''_v + c_b \cdot \cot\varphi') \cdot M \quad . \quad (30)$$

代入非饱和砂土的表观黏聚力 c_b 公式, 剪应力可表示为

$$\tau = [(u_a - u_w) \tan\varphi^b \cdot \cot\varphi' + \sigma''_v] \cdot M \quad (\theta \in (45^\circ + \varphi'/2, 90^\circ)) \quad . \quad (31)$$

设 $B_1 = R \cdot \cot\left(\frac{45^\circ + \frac{\varphi'}{2}}{2}\right)$, 将式(31)剪应力表达式

代入式(26)可得

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} + \frac{(\sigma''_v + c_b \cdot \cot\varphi') \cdot M}{B_1} = \gamma \quad . \quad (32)$$

对此微分方程分离变量可得

$$d\sigma'_v = \left(\gamma - \frac{[(u_a - u_w) \tan\varphi^b \cdot \cot\varphi' + \sigma''_v]M}{B_1} \right) dz \quad . \quad (33)$$

式(33)为线性齐次方程, 设

$$\gamma - \frac{[(u_a - u_w) \tan\varphi^b \cdot \cot\varphi']M}{B_1} = A, \frac{M}{B_1} = B \quad ,$$

可得

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = A - B\sigma' \quad . \quad (34)$$

解该微分方程过程如下: $\frac{d\sigma'_v}{\sigma'} = -B \cdot dz$, 对该方程两端同时进行积分可得

$$\ln\sigma'_v = -Bz + C \quad , \quad (35)$$

可得 $\sigma'_v = e^{-(Bz+C)} = C_1 e^{-Bz} \quad . \quad (36)$

设 $\sigma'_v = ue^{-Bz}$, 可得 $\frac{d\sigma'_v}{dz} = u'e^{-Bz} + u'e^{-Bz}(-B)$, 将此式

代入到式(34)可得 $u'e^{-Bz} + u'e^{-Bz}(-B) = A - B\sigma'_v$, 由此可得 $u'e^{-Bz} = A$ 。

积分可得

$$u = \frac{A}{B} e^{-Bz} + C \quad . \quad (37)$$

因此

$$\sigma'_v = \frac{A}{B} + C \cdot e^{-Bz} = \frac{\gamma B_1 - [(u_a - u_w) \tan \varphi^b \cdot \cot \varphi' \cdot M]}{M} + C \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} \quad (38)$$

若地表作用有均布荷载 q , 引入边界条件 $\sigma_v^{z=0} = q$, 可得

$$C = \left[q - \frac{\gamma B_1 - [(u_a - u_w) \tan \varphi^b \cdot \cot \varphi' \cdot M]}{M} \right] \quad (39)$$

将式(39)代入式(38)可得

$$\sigma'_v = \frac{\gamma B_1 - [(u_a - u_w) \tan \varphi^b \cdot \cot \varphi' \cdot M]}{M} \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} \quad (40)$$

引入表观黏聚力式(5)可得

$$\begin{aligned} \sigma'_v &= \begin{cases} \left(\frac{\gamma B_1 - (x \cdot M)}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [0, a]) \\ \left(\frac{\gamma B_1 - \left(\frac{bx - x^2}{b-a} \right) \cdot M}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [a, b]) \\ \left(\frac{\gamma B_1}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [b, \infty]) \end{cases} \\ M &= \frac{3(1-K_a) \cdot \sin 2\theta}{2 \cdot [3 + \cos^2 \theta (K_a - 1)]} \quad \left(\theta \in \left[45^\circ + \frac{\varphi'}{2}, 90^\circ \right] \right) \end{aligned} \quad (41)$$

式(41)即为非饱和砂土在考虑土拱效应不同程度发挥条件下的松动土压力计算公式。对比太沙基松动土压力公式 $\sigma_v = \left(\frac{\gamma B_1 - c}{K \tan \varphi} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{K \cdot \tan \varphi}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{K \cdot \tan \varphi}{B_1} z}$,

可知土体物理力学性质确定时太沙基松动土压力为定值, 而本文推导的松动土压力是随着土拱效应发挥而变化的。当土拱效应未发挥时, 即 $\theta = 90^\circ$ 时, $M = 0$, 可求极限得 $\sigma'_v = \gamma z$, 土压力为原始地应力; 当土拱效应完全发挥时, $\theta = 45^\circ + \varphi'/2$, 此时

$$M = \frac{3(1-K_a) \cdot \cos \varphi'}{2 \cdot \left[3 + \cos^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2} \right) (K_a - 1) \right]},$$

上式变为

$$\sigma'_v = \left[\frac{\gamma B_1 - [(u_a - u_w) \tan \varphi^b \cdot \cot \varphi' \cdot M]}{M} \right] \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z}.$$

该式与太沙基松动土压力公式形式类似, 不同的是考虑了基质吸力 $(u_a - u_w)$ 对表观黏聚力 c_b 的贡献, 而 θ 与盾构施工因素相关, 如掘进过程中的地层损失、注浆效果、管片刚度等因素均与土拱效应的发挥相关^[9], 同时在基质吸力超过一定值后松动土压力退化成与文献[9]提出的类似公式, 只是其中参数 M 不同。

2.3 地层损失率与土拱效应发挥关系

非饱和砂土松动土压力式(41)中 M 是重要参数, 土拱效应发挥与之相关, M 越大土拱效应发挥则越充分, 随着埋深增加, 土中竖向应力减少越快, 水平向应力相对增加。 θ 取决于盾构开挖过程中的地层损失

率, 即拱顶下沉 S 的大小, 见图 6, 可得

$$L^2 = (L^2 - S^2) + B_1^2 \quad (42)$$

整理后得

$$\tan \theta = \left(\frac{L-S}{B_1} \right) = \frac{B_1}{2S} - \frac{S}{2B_1} \quad .$$

由式(27)可知土拱效应发挥角度与拱顶下沉量呈递减关系, 拱顶下沉量越大, 则主应力旋转角度越大, 土拱效应发挥越充分。

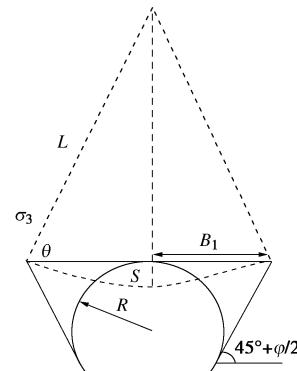


图 6 $\tan \theta$ 计算示意图

Fig. 6 Calculation of $\tan \theta$

3 非饱和砂土盾构松动土压力计算算例

算例: 某盾构隧道穿越非饱和砂土地层, 直径 6.2 m, 埋深 25 m, 利用文献[16]的试验数据, 取基质吸力进气值为 8.8 kPa, 残余吸力值为 60 kPa, 假设 $(u_a - u_w) < 8.8$ kPa 时, $\varphi^b = \varphi'$; $(u_a - u_w) > 60$ kPa 时, $\varphi^b = 0$; 基质吸力处于过渡区时, $0 < \varphi^b < \varphi'$ 呈线性减小。砂土干重度 $\gamma = 18$ kN/m³, 设土的有效内摩擦角 $\varphi' = 38^\circ$, 可得对应的主动土压力系数 $K_a = 0.24$, 设对应的饱和度变化区间为 0~1, 假设地面无超载即 $q = 0$ kPa, 引入非饱和松动土压力计算公式, 即可得

$$\begin{aligned} \sigma'_v &= \begin{cases} \left(\frac{\gamma B_1 - (x \cdot M)}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [0, 8800]) \\ \left(\frac{\gamma B_1 - (x^2 - bx) \cdot M}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [8800, 60000]) \\ \left(\frac{\gamma B_1}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [60000, \infty]) \end{cases} \\ M &= \frac{3(1-K_a) \cdot \sin 2\theta}{2 \cdot [3 + \cos^2 \theta (K_a - 1)]} \quad (\theta \in [45^\circ + \frac{\varphi'}{2}, 90^\circ]) \end{aligned} \quad (43)$$

计算中土拱效应发挥角 θ 取 $[45^\circ + \varphi'/2, 90^\circ]$, 对应土拱效应从 0 到完全发挥, 在不同饱和度及拱位移下, 松动土压力与原始地应力之比见图 7, 土压力值见图 8。可知随土拱效应的逐步发挥, 不同饱和度下松动土压力均迅速减小, 且减小趋势呈非线性变化, 松动土压力减小速率变缓。同时饱和度不同时,

随着土拱效应的逐步发挥, 松动土压力减小的趋势一致, 但随饱和度的提高土压力减小量值幅度不同, 这与不同饱和度下土的天然重度不同有关, 同时体现出表观黏聚力随土体饱和度变化而变化的规律。

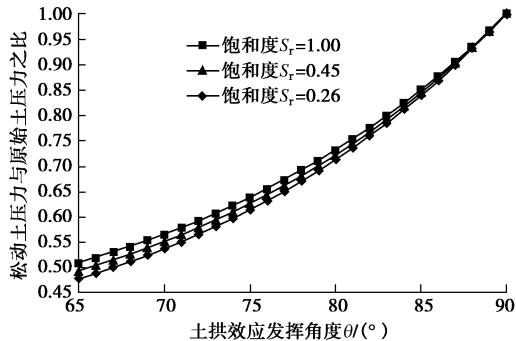


图 7 不同饱和度及拱效应下松动土压力与地应力关系图

Fig. 7 Relation between loose earth pressure and ground stress under different saturations and arch effects

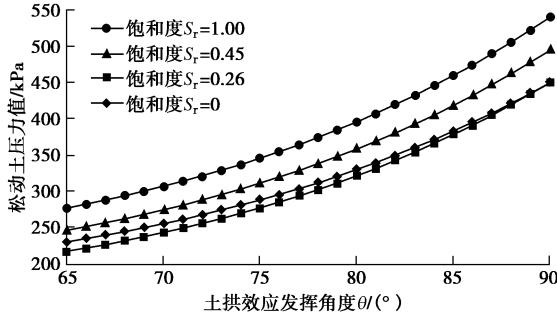


图 8 不同饱和度及土拱效应发挥程度下松动土压力曲线

Fig. 8 Curves of soil pressure under different degrees of saturation and soil arch effects

随着隧道埋深增加, 作用在拱顶处的松动土压力值随着饱和度不同及土拱效应发挥程度不同也不同, 由图 9, 10 可看出, 考虑表观黏聚力在不同饱和度及土拱效应发挥程度下, 松动土压力值均大于太沙基松动土压力公式计算值, 在达到表观黏聚力阈值的含水率条件下, 松动土压力计算值接近黎春林公式计算值, 且两公式计算差值随着拱效应发挥程度增加而增加, 不同饱和度及土拱发挥程度下的松动土压力在埋深增大时均趋向稳定值。

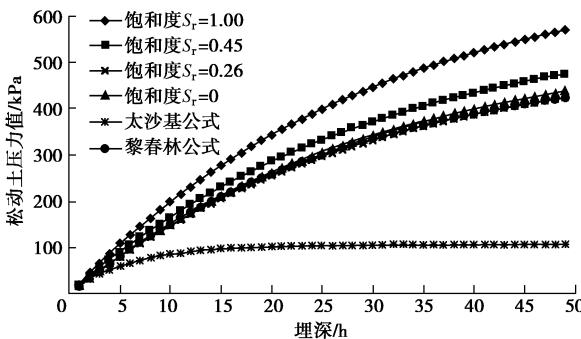


图 9 土拱效应 50% 发挥条件下松动土压力曲线

Fig. 9 Curves of loose soil pressure under soil arching effects of 50%

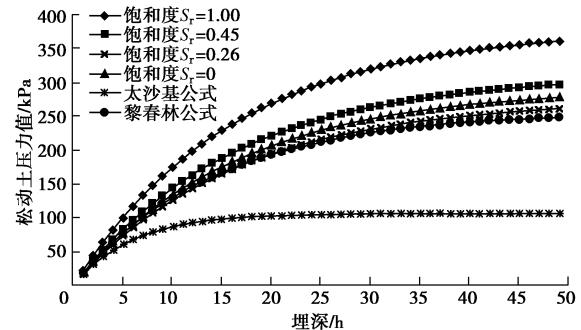


图 10 土拱效应 100% 发挥条件下松动土压力曲线

Fig. 10 Curves of loose soil pressure under soil arching effect of 100%

4 非饱和砂土开挖面极限支护力公式

楔形体计算模型失稳破坏模式由开挖面前方楔形体及其上部棱柱体组成, 如图 11 所示。由受力平衡可知作用于楔形体上的力包括:

(1) P_v 为隧道开挖面前方拱顶竖向松动作用力, $P_v = \sigma'_v BL$, 式中, σ'_v 为隧道松动土压应力, 可由式(41)求得, L 为楔形体顶纵向长度, B 为考虑盾构与方形开挖面面积相等后的等效宽度, 可求得 $B = \frac{\sqrt{\pi}}{2} D$, D 为盾构隧道直径。

(2) P 为开挖面支护作用力。

(3) 楔形体自重 G , $G = \frac{B^3 \gamma}{2 \tan \beta}$, 式中, γ 为砂土重度, β 为滑动块主动破坏时的倾角, $\beta = 45^\circ + \varphi'/2^{[18]}$, φ' 为有效内摩擦角。

(4) 开挖面前楔形体倾向滑动面上的摩阻力 T 和法向作用力 N , $T = \frac{B^2 c_b}{\sin \beta} + N \cdot \tan \varphi'$, 式中, c_b 为非饱和土的表观黏聚力。

(5) 开挖面前楔形体侧向滑动面上的摩阻力 T' 及法向作用力 N' , $T' = \frac{B^2}{2 \tan \beta} (c_b + K \cdot \sigma'_z \cdot \tan \varphi)$, 式中, K 为土体侧压力系数^[19], 考虑土拱效应的发挥过程, K 可用式 (24) 表达, σ'_z 为滑动块竖向平均应力, 可表示为 $\sigma'_z = \frac{2\sigma'_v}{3} + \frac{B\gamma}{3}$ ^[20]。

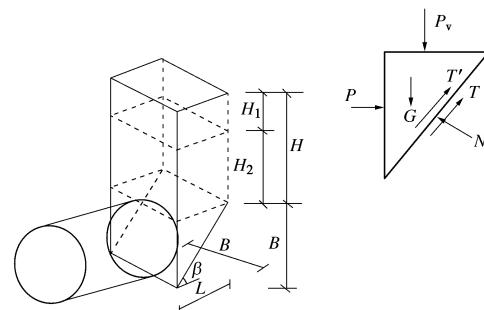


图 11 楔形体模型计算模型图

Fig. 11 Computational model for wedge

通过对开挖面前楔形体滑块的受力平衡来确定最小支护压力。由楔形体水平向和竖向受力平衡可得

$$\left. \begin{aligned} P + T \cos \beta + 2T' \cos \beta &= N \sin \beta, \\ P_v + G &= T \sin \beta + 2T' \sin \beta + N \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

变化可得

$$P = m(P_v + G) - \left[\frac{c_b B^2}{\sin \beta} + 2T' \right] \cdot [m \cdot \sin \beta + \cos \beta], \quad (45)$$

式中, $m = \frac{\sin \beta - \tan \varphi \cos \beta}{\cos \beta + \tan \varphi \sin \beta}$, 将松动土压力 $P_v = \sigma'_v$

$BL, c_b = (u_a - u_w) \tan \varphi^b, L = B/\tan \beta$ 及松动土压应力 σ'_v 的表达式代入式(45)可得

$$P = m \left(\frac{\sigma'_v \cdot B^2}{\tan \beta} + G \right) - \left[\frac{c_b B^2}{\sin \beta} + \frac{B^2}{\tan \beta} (c_b + K \cdot \sigma'_v \tan \varphi') \right] \cdot (m \cdot \sin \beta + \cos \beta). \quad (46)$$

将表观黏聚力 c_b 表达式(5)和松动土压力式(41)代入式(46)可得在考虑土拱发挥效应下的非饱和砂土的盾构开挖面极限支护力公式:

$$\left. \begin{aligned} P &= P = m \left(\frac{\sigma'_v \cdot B^2}{\tan \beta} + G \right) - \left[\frac{c_b B^2}{\sin \beta} + \frac{B^2}{\tan \beta} (c_b + K \cdot \sigma' \tan \varphi') \right] \cdot \\ &\quad (m \cdot \sin \beta + \cos \beta), \\ \sigma'_v &= \begin{cases} \left(\frac{\gamma B_1 - (x \cdot M)}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [0, a]) \\ \left(\frac{\gamma B_1 - \left(\frac{bx - x^2}{b-a} \right) \cdot M}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [a, b]) \\ \left(\frac{\gamma B_1}{M} \right) \cdot (1 - e^{-\frac{M}{B_1} z}) + q \cdot e^{-\frac{M}{B_1} z} & (x \in [b, \infty]) \end{cases}, \\ M &= \frac{3(1 - K_a) \cdot \sin 2\theta}{2 \cdot [3 + \cos^2 \theta (K_a - 1)]} \quad \left(\theta \in \left[45^\circ + \frac{\varphi'}{2}, 90^\circ \right] \right) \\ c_b &= \begin{cases} \tan \varphi' \cdot x & (x \in [0, a]) \\ \frac{-\tan \varphi'}{b-a} (x^2 - b \cdot x) & (x \in [a, b]) \\ 0 & (x \in [b, \infty]) \end{cases}. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

从式(47)可知, 开挖面极限支护力 P 是与非饱和土体的有效内摩擦角、基质吸力、土体的重度、隧道的截面尺寸、与拱顶下沉量相关的土拱效应发挥程度的系数 θ 、楔形体土体自重 G 、楔形体破裂角 β , 楔形体所处的地层的土压力系数 K 相关的表达式。

5 结 论

(1) 表观黏聚力随基质吸力的变化分为: ①第一阶段为表观黏聚力随基质吸力线性变化部分, 为线性增加部分; ②第二阶段为非线性阶段, 表观黏聚力与基质吸力关系呈二次抛物线关系, 呈现为先增加后减小的趋势; ③第三阶段表观黏聚力为 0。非饱和砂土的表观黏聚力在一定含水率范围内存在一个阈值。

(2) 随着 Trapdoor 位移增大, 土拱效应逐步发

挥, 滑动区域内土体主应力方向发生偏转, 且中线处和滑动面处的土体侧压力系数表达式不同, 其值不是定值, 且呈现出从中线处向两侧减小的趋势。中线处侧压力系数 K_z 是与 $\gamma, z, K_p, \theta, \alpha, c_b, \varphi'$ 相关的隐性表达式, 滑动面处剪应力随土拱效应发挥逐渐增大到抗剪强度, 滑面处的 K_b 与 K_a, θ, α 相关。

(3) 考虑土拱效应不同程度发挥条件下的非饱和砂土松动土压力计算公式, 土拱效应未发挥时, 公式转化为原始地应力公式; 土拱效应完全发挥时, 转化为与太沙基松动土压力公式形式类似的公式, 该式考虑了基质吸力对表观黏聚力 c_b 的贡献, 当基质吸力超过一定值后松动土压力退为黎春林的土压力公式。

(4) 非饱和土层中隧道支护上所受土压力远小于上覆自重, 且减小的程度与土拱效应的发挥有关系; 同时对应表观黏聚力曲线, 不同含水率下隧道支护所受松动土压力不同, 松动土压力在基质吸力达到进气值时存在一个最小值。

参 考 文 献:

- [1] BROMS B B, BENNERMARK H. Stability of clay at vertical openings[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1967, **96**(1): 71 - 94.
- [2] LECA E, DORMIEUX L. Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material[J]. Géotechnique, 1990, **40**(4): 581 - 606.
- [3] LEE IM, NAM SW. The study of seepage forces acting on the tunnel lining and tunnel face in shallow tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, **16**(1): 31 - 40.
- [4] 吕玺琳, 王浩然, 黄茂松. 盾构隧道开挖面稳定极限理论研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(1): 57 - 62. (LÜ Xi-lin, WANG Hao-ran, HANG Mao-song. Limit theoretical study on face stability of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(1): 57 - 62. (in Chinese))
- [5] ANAGNOSTOU G, KOVARI K. The face stability of slurry -shield-driven tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 1994, **9**(2): 165 - 174.
- [6] 吕玺琳, 李冯缔, 黄茂松, 等. 三维盾构隧道开挖面极限支护压力数值及理论解[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2012, **40**(10): 1469 - 1473. (LÜ Xi-lin, LI Feng-di, HUANG Mao-song, et al. Three-dimensional numerical and analytical solutions of limit support pressure at shield tunnel face[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2012, **40**(10): 1469 - 1473. (in Chinese))
- [7] 汤旅军, 陈仁朋, 尹鑫晟, 等. 密实砂土地层盾构隧道开挖

- 面失稳离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1830 - 1838. (TANG Lü-jun, CHEN Ren-peng, YIN Xin-sheng, et al. Centrifugal model tests on face stability of shield tunnels in dense sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(10): 1830 - 1838. (in Chinese))
- [8] TERZAGHI K. Theoretical Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, 1943: 37 - 42.
- [9] 黎春林. 盾构隧道施工松动土压力计算方法研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(9): 1714 - 1720. (LI Chun-lin. Method for calculating loosening earth pressure during construction of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(9): 1714 - 1720. (in Chinese))
- [10] 陈若曦, 朱斌, 陈云敏, 等. 基于主应力轴旋转理论的修正 Terzaghi 松动土压力[J]. 岩土力学, 2010, **31**(5): 1402 - 1406. (CHEN Ruo-xi, ZHU Bin, CHEN Yun-min, et al. Modified Terzaghi loozening earth pressure based on theory of main stress axes rotation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(5): 1402 - 1406. (in Chinese))
- [11] MARSTON A, ANDERSON A O. The theory of loads on pipes in ditches and tests of cement and clay drain tile and sewer pipe[R]. Ames: Iowa Engineering Experiment Station, Iowa State Collage, 1913.
- [12] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(3): 302 - 318.
- [13] 蔺港, 孔令刚, 詹良通, 等. 基于太沙基土拱效应考虑基质吸力影响的松动土压力计算模型[J]. 岩土力学, 2015, **36**(7): 2095 - 2104. (LIN Gang, KONG Ling-gang, ZHAN Liang-tong, et al. An analytical model for loosening earth pressure considering matric suction based on Terzaghi soil arch effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(7): 2095 - 2104. (in Chinese))
- [14] BISHOP A W, ALPAN I, BLIGHT G E, et al. Factors controlling the shear strength of partly saturated cohesive soils[C]// ASCE Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, Boulder: 503 - 532.
- [15] FREDLUND D G, MORGENSEN N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, **15**: 313 - 321.
- [16] 林鸿州, 李广信, 于玉贞, 等. 基质吸力对非饱和土抗剪强度的影响[J]. 岩土力学, 2007, **28**(9): 1931 - 1936. (LIN Hong-zhou, LI Guang-xin, YU Yu-zhen, et al. Influence of matric suction on shear strength behavior of unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(9): 1931 - 1936. (in Chinese))
- [17] 董倩, 侯龙, 赵宝云. 基质吸力对非饱和粉质砂土抗剪强度的影响[J]. 中南大学学报, 2012, **43**(10): 4017 - 4021. (DONG Qian, HOU Long, ZHAO Bao-yun. Influence of matric suction on shear strength of unsaturated silty sand[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, **43**(10): 4017 - 4021. (in Chinese))
- [18] 加瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的研究[D]. 南京: 河海大学, 2007. (JIA Rui. Study on Relaxation Effect of Vertical Soil Pressure for Shield Tunnel[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese))
- [19] 秦建设. 盾构施工开挖面变形与破坏机理研究[D]. 南京: 河海大学, 2005. (QIN Jian-she. Study on Face deformation and Collapse of Earth Pressure Shield Tunnel[D]. Nanjing: Hohai University, 2005. (in Chinese))
- [20] LEE I M, LEE J S, NAM S W. Effect of seepage force on tunnel face stability reinforced with multistep pipegrouting[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2004, **19**(6): 551 - 565.
- [21] ANAGNOSTOU G, KOVARI K. The face stability of slurry-shield-driven tunnels[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1994, **9**(2): 165 - 174.