

DOI: 10.11779/CJGE202004024

层状横观各向同性地基变形问题的一个近似解

朱桂春^{1, 2}, 史培新^{1*}, 王占生³

(1. 苏州大学轨道交通学院, 江苏 苏州 215000; 2. 扬州工业职业技术学院, 江苏 扬州 225000; 3. 苏州市轨道交通集团有限公司, 江苏 苏州 215000)

摘要: 从横观各向同性平面问题的基本弹性方程出发, 利用扩展的瑞利-里兹法, 将层状横观各向同性土体划分为多层有限区域及无限区域, 每层土体作为一个块体, 构造泛函, 依据最小势能原理, 对泛函进行变分求其驻值, 结合边界约束条件, 最终求得其近似解。求解过程采用高阶多项式及无穷坐标变换的方法实现了对无穷远处边界的高精度描述, 克服了传统有限元方法对无穷远处结构盲目截断的缺点, 同时又具有解析法精确求解的优点。根据公式, 编制了 Mathematica 计算程序, 得到了非对称荷载作用下层状横观各向同性地基变形的解答, 并分析了横观各向同性参数和层状性质对地基变形的敏感程度, 最后将其应用到某地连墙成槽施工引起的地层变形计算, 研究表明该计算程序可快速简便地求解地连墙成槽施工引起的地层变形, 具有较强的工程实用性。

关键词: 横观各向同性; 层状地基; 瑞利-里兹法; 近似解

中图分类号: TU433; TV642 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)04-0790-07

作者简介: 朱桂春(1987—), 男, 讲师, 博士研究生, 主要从事地下工程设计和施工研究工作。E-mail: zhugc@ypi.edu.cn。

Approximate solution for deformation problems of transversely isotropic multi-layered soils

ZHU Gui-chun^{1, 2}, SHI Pei-xin¹, WANG Zhan-sheng³

(1. School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215000, China; 2. Yangzhou Polytechnic Institute, Yangzhou 225000, China;
3. Suzhou Rail Transit Group, Suzhou 215000, China)

Abstract: This study starts with the fundamental elastic equations for transversely isotropic plane problems by dividing the soil strata into a multi-layered finite region and an infinite region using the extended Rayleigh-Ritz method. Each layer of soil mass is treated as a block, and a function is constructed. The stationary values of the function are sought via the variation method in accordance with the principle of minimum potential. Boundary conditions are considered to seek the approximate solution. The solving process adopts higher-order polynomials and the transformation of infinite coordinates, achieving high accurate description of infinity boundary and overcoming the weakness of blindly truncating the infinity structures by the traditional finite element methods. A Mathematical computation program is compiled based on the formula and the solution to the plane strain problems of layered foundation under asymmetric loading is obtained. The sensitivity of the transversely isotropic parameters and layered properties to the deformation of the multi-layered soils is analyzed. Finally, it is applied to the calculation of ground deformation caused by the construction of a diaphragm wall. The research shows that the proposed program can quickly and easily calculate the ground deformation during slurry trench excavation, and is of engineering significance.

Key words: transverse isotropy; layered foundation; Rayleigh-Ritz method; approximate solution

0 引言

天然土体很多是自然沉积形成的, 具有层状构造, 其平行于层理方向一般呈各向同性, 垂直于层理方向则因为沉积矿物成分及物理性质的差异而呈各向异性^[1]。在基础设计过程中, 如果将土体假设为均质各向同性介质, 则很可能会误估建筑物的沉降, 危害建筑物的安全^[2]。

对于条形荷载作用下横观各向同性地基的应变状态的求解, 可简化为平面应变问题。平面应变问题是

三维空间问题的一种特殊情况, 即假定 y 坐标轴方向无位移。研究层状横观各向同性地基平面应变问题具有一定的现实意义, 如在层状横观各向同性地基中开挖地连墙槽段, 槽壁受侧向水土压力与泥浆压力的共同作用, 可简化为受三角形水平分布荷载作用的平面

基金项目: 国家自然科学基金项目(51778386); 苏州市 2018 年度第十六批科技发展计划(民生科技)项目(SS201831)

收稿日期: 2019-05-22

*通信作者 (E-mail: pxshi@suda.edu.cn)

应变问题来求解地层的变形情况。

目前对于层状结构变形的求解方法主要有^[3]、柔度矩阵法^[4-5]、传递矩阵法^[6-9]、精确的刚度矩阵法^[10-11]及解析层元法^[12]等。在现有的层状结构求解的方法中, 传递矩阵法存在计算时溢出的问题, 而刚度矩阵法中的矩阵元素表达式复杂, 不便于实际应用。

本文从横观各向同性平面问题的基本弹性方程出发, 利用扩展的瑞利-里兹法研究层状横观各向同性地基变形问题的近似解, 并编制了Mathematica计算程序, 通过求解总体刚度矩阵的线性方程组, 得到非对称荷载作用下层状横观各向同性地基变形问题的解答, 并对该解的准确性进行验证, 同时分析了横观各向同性各参数及层状性质对地基变形的敏感性。最后将其应用到某地连墙成槽施工引起的地层变形计算, 为类似工程的设计与施工提供参考。

1 层状横观各向同性地基近似解析解的推导

1.1 求解思路

已知横观各向同性体中参数 E_1, ν_1, G_1 为水平向的弹性模量, 泊松比及剪切模量; E_2, ν_2, G_2 为竖向的弹性模量, 泊松比及剪切模量; $G_1 = E_1 / 2(1+\nu_1)$, 而 E_2, G_2, ν_2 无内在关联。

瑞利-里兹法求解应变近似解析解的思路如下:

(1) 假定任一层状区域内任一点的水平位移 $u(x, z)$, 竖直位移 $v(x, z)$ 的表达式。

(2) 构造泛函

$$\pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} u^T L D L^T u d\Omega - \iint_{\Omega} u^T L p_v d\Omega - \iint_{\Omega} u^T p_s d\Omega, \quad (1)$$

式中, $\frac{1}{2} \iint_{\Omega} u^T L D L^T u d\Omega$ 为弹性体的应变能, $-\iint_{\Omega} u^T L p_v d\Omega - \iint_{\Omega} u^T p_s d\Omega$ 为外荷载的势能, u 为位移, L 为微分算子矩阵, D 为弹性矩阵, 表示应力应变关系, p_s 是作用在上面的分布面力矢量, p_v 是体积力矢量。

(3) 依据最小势能原理, 对泛函进行变分求其驻值, 同时考虑边界条件的约束, 求解待定参数。

对于地表以下受水平非对称荷载作用的层状横观各向同性土体, 结构复杂, 参数较多, 使用传统的瑞利-里兹法求解, 积分难度较大, 难以得出最终的结果, 所以为求解方便, 节省计算时间, 将层状横观各向同性土体划分为多层有限区域及无限区域, 有限区域及无限区域位移均采用多次多项式假定, 将每层土体作为一个块体, 利用扩展的瑞利-里兹法对其进行近似解析解的求解, 区域示意图如图1所示。

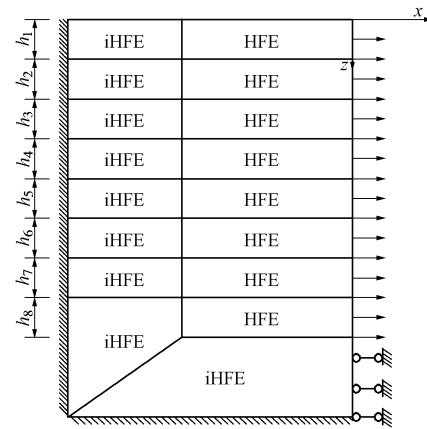


图1 横观各向同性地基分层示意图

Fig. 1 Schematic drawing of transversely isotropic strata

HFE 为有限区域, iHFE 为无限区域, 模型右侧边界一定深度内受荷载作用, 其余深度土层右侧边界受水平位移约束。左侧及下部边界为无穷远处。

二维位移函数

$$w = C_0 + C_1 \xi + C_2 \eta + C_3 \xi \eta, \quad (2)$$

经推导, 可等价于

$$w = N_1(\xi, \eta)w_1 + N_2(\xi, \eta)w_2 + N_3(\xi, \eta)w_3 + N_4(\xi, \eta)w_4, \quad (3)$$

式中, $N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$, $N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$, $N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$, $N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$ 。

1.2 有限部分推导

为了提高假定的多项式精度, 可增加待定系数的个数, 如:

$$w = C_0 + C_1 \xi + C_2 \eta + C_3 \xi \eta + C_4 \xi^2 + C_5 \eta^2 + C_6 \xi^3 + C_7 \xi^2 \eta + C_8 \xi \eta^2 + C_9 \eta^3 \dots + C_n \xi^n \eta^m, \quad (4)$$

可等价地假定为

$$w = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)w_i. \quad (5)$$

引入坐标变换, 建立 $(x-z)$ 与 $(\xi-\eta)$ 之间的一一对应的关系。有限区域的坐标变换如图2所示。

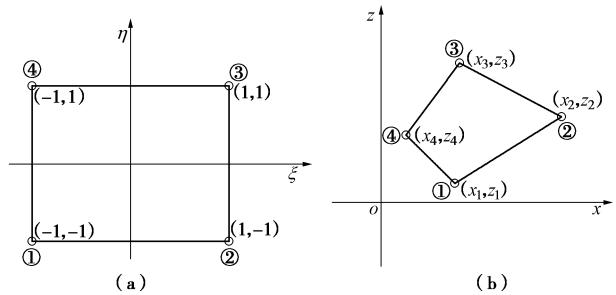


图2 有限区域坐标变换

Fig. 2 Coordinate transformation

满足两坐标系下的同号节点一一对应, 则有

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i; \quad z = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) z_i, \quad (6)$$

而对几何方程插值后得

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_u}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_v}{\partial z} \\ \frac{\partial N_u}{\partial z} & \frac{\partial N_v}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot [\delta_e] = B \cdot [\delta_e], \quad (7)$$

借助链式法则有

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial \xi} \cdot [x] & \frac{\partial [N]}{\partial \xi} \cdot [z] \\ \frac{\partial [N]}{\partial \eta} \cdot [x] & \frac{\partial [N]}{\partial \eta} \cdot [z] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

这样式 (7) 中 B 矩阵便可解出, 将应变 $[\varepsilon]$ 根据最小势能原理代回可得节点位移矩阵:

$$[\delta_e] = [u_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_6 \quad w_6]^T. \quad (10)$$

经过多次调试, 尽量平衡计算时间与计算精度, 本文中式 (4) 采用 8 次多项式假定。

1.3 无限部分推导

无限部分形函数与有限部分中一致, 节点编号也一致, 但其坐标变换有所不同, 如图 3 所示。

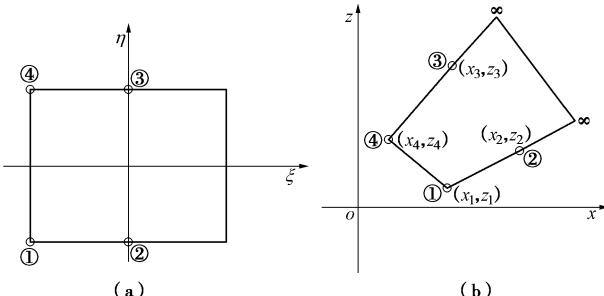


图 3 无限区域坐标变换

Fig. 3 Coordinate transformation

可见, ①, ②, ③, ④围成的区域是内映射的, 而其他区域是外映射的, 在坐标变换时, 仅需①, ②, ③, ④点的坐标, 无穷远处的坐标是不需要指定的。为建模方便, 可以形式上指定无穷远节点坐标, 方便查看, 但实际计算不会受影响。

2 验 证

为验证近似解析解计算结果的准确性, 本文采用 MIDAS/GTS 中自带的正交各向异性-横观各向同性模型进行验证。

本文对水平向均布荷载作用下 3 层横观各向同性地基进行求解, 模型如图 4 所示。

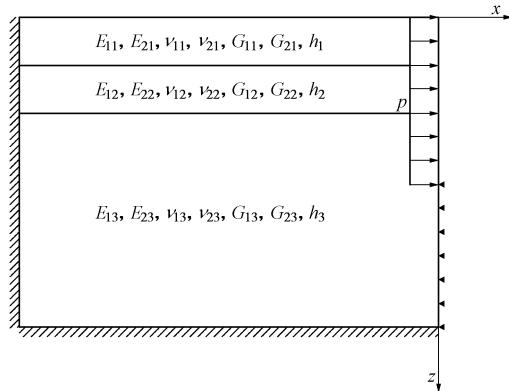


图 4 计算模型图

Fig. 4 Computational model

MIADAS 有限元地基模型的范围设置为 136 m × 136 m, 左侧与底部边界受法向位移约束, 右侧边界上部受 x 向均布荷载 p 作用, $p=10$ kPa, 作用深度 $D=8$ m, 右侧边界下部受法向位移约束; 而近似解计算模型右侧边界约束条件同有限元模型, 左侧及底部边界为无限边界, 为方便与有限元算法计算结果比对, 近似解计算程序模型范围为 136 m × 12 m, 有限及无限区域的划分如图 1 所示, 其中有限区域范围为 100 m × 8 m, 有限元模型各层地基弹性参数如表 1 所示。

表 1 各地层参数表

Table 1 Soil parameters

地层 编号	E_1 /MPa	E_2 /MPa	G_2 /MPa	v_1	v_2	h/m
①	20	10	8.00	0.3	0.25	3
②	22	11	8.46	0.4	0.30	3
③	30	15	12.00	0.3	0.25	130

将求解结果与 MIDAS/GTS 计算的结果进行比对, 如图 5, 6 所示, 各点吻合度较高, 说明本计算程序求解层状横观各向同性地基变形具有较高的准确性和计算精度。

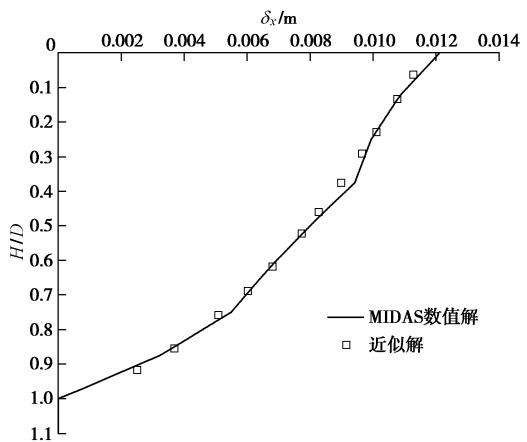


图 5 层状地基验证例水平位移比对

Fig. 5 Comparison of horizontal displacement

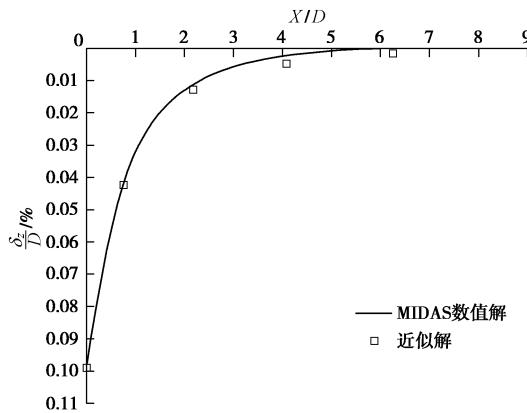


图 6 层状地基验证例竖向位移比对

Fig. 6 Comparison of vertical displacements

3 参数敏感性分析

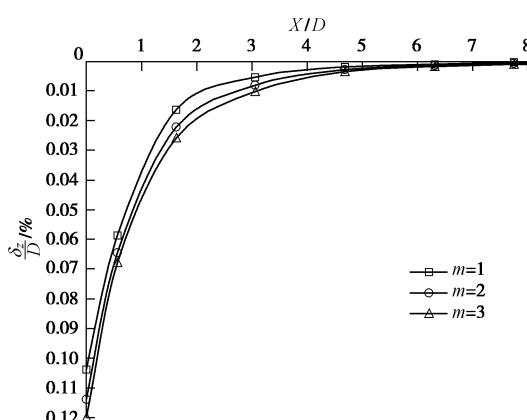
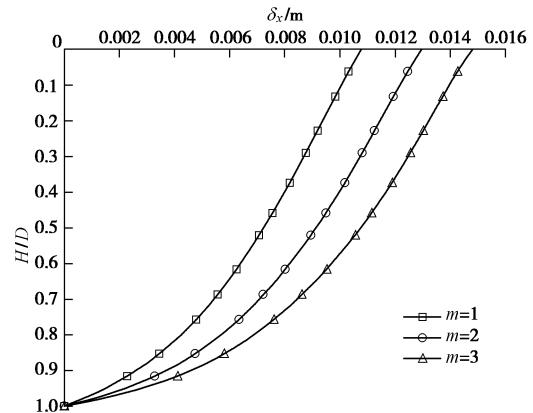
由上述分析可知, 层状横观各向同性地基的性质主要与 $n = E_1 / E_2$, $m = G_1 / G_2$, $t = \nu_1 / \nu_2$ 等横观各向同性参数以及地基层状结构等因素相关。现采用单一变量法分析在水平均布荷载作用下各因素对横观各向同性地基变形的影响。

3.1 横观各向同性参数的影响

本算例模型尺寸及边界条件同前节, 设置算例条件为: $E_1=20$ MPa, $\nu_1=0.25$, $G_1=8$ MPa, $E_2=10$ MPa, $\nu_2=0.3$ 。分别取 $m=1, 2, 3$ 即 $G_2=8, 4, 2.6$ MPa。计算结果见图 7, 8。

m 越小, 则表示土体竖直方向刚度越大, 从图 7 中可以看出土体的竖向位移随着 m 的增加而逐渐增加, 从图 8 中看出, 随着 m 的增加, 最大水平位移也逐渐增加。

此外, 经过比对可知, 土体表面沉降随着 n 和 t 的增大而逐渐增大, 但是随着 n 和 t 的增大, 沉降量受其影响会逐渐减弱, 从计算结果来看水平位移随着 t 的增加而增加, 但若只改变 n , 对土体的水平变形无太大影响。

图 7 参数 m 对竖向位移的影响Fig. 7 Influences of m on vertical displacement图 8 参数 m 对水平位移的影响Fig. 8 Influences of m on horizontal displacement

3.2 层状地基的影响

综上可知, 对于地层变形敏感度较高的参数为 E_1 , E_2 , 所以本算例考虑层状横观各向同性地基在水平荷载作用下每层弹性参数不同对地层变形的影响, 主要控制变量为各层 E_1 , E_2 。

本算例模型尺寸及边界条件依然如前节, 土体分为 5 层, 假定各层下列参数均相同: $G_2=3$ MPa, $\nu_1=0.25$, $\nu_2=0.3$, 横观各向同性参数 $n=2$, 有限区域各层地基 E_1 , E_2 及深度 h 如表 2 所示。各工况地层分布如表 3 所示。

表 2 各地层参数表

Table 2 Soil parameters

土层编号	E_1 /MPa	E_2 /MPa	h /m
①	2	1	2
②	6	3	2
③	16	8	2
④	25	12.5	2
⑤	30	15	4

表 3 各工况地层分布表

Table 3 List of soil strata

工况一	工况二	工况三	工况四	工况五
①	①	①	①	①
②	②	②	②	①
③	③	③	②	①
④	④	③	②	①
⑤	④	③	②	①

计算结果如图 9, 10 所示。从图中可以看出深层地基的非均质属性对于土体的水平及竖向变形的影响较小, 上层土的弹性模量对地基水平位移及竖向位移的影响要大于下层土。此算例说明, 在计算中考虑土的分层特性十分有必要。

4 工程实例应用

如上所述, 地连墙成槽开挖引起的地层变形问题

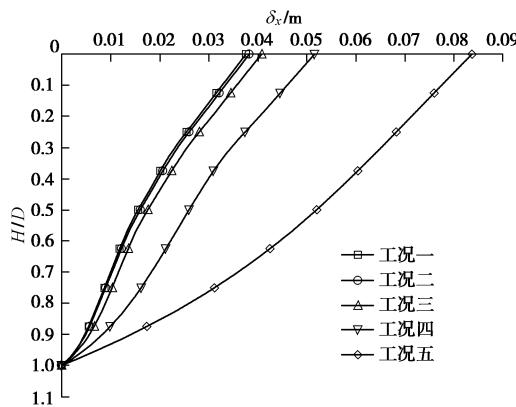


图 9 各工况水平位移

Fig. 9 Horizontal displacements of various cases

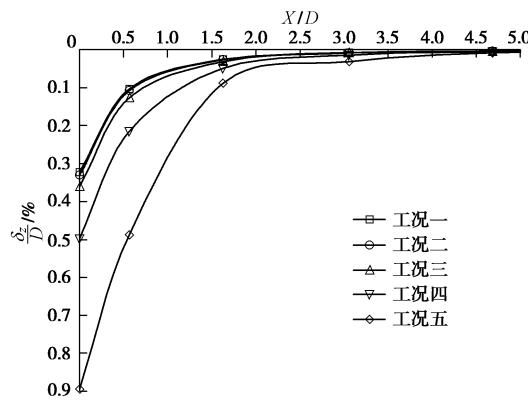


图 10 各工况竖向位移

Fig. 10 Vertical displacements of various cases

可以视为平面应变问题。以苏州某地连墙为例, 应用本计算程序计算泥浆护壁条件下地连墙成槽引起的地层变形, 并与现场实测变形数据进行比对, 以验证本计算程序的实用性。

根据工程勘察报告, 将成槽开挖段地层划分为 8 层, 各层层高及弹性参数见表 4, 取横观各向同性参数 $t=1$ 。为简化计算, 假定各层土重度相同 $\gamma_{\text{sat}}=17 \text{ kN/m}^3$, 静止土压力系数 $K_0=0.35$, 泥浆重度 $\gamma_s=12 \text{ kN/m}^3$, 地下水重度 $\gamma_w=10 \text{ kN/m}^3$, 地连墙开挖深度为 $z=45 \text{ m}$ 。

假定泥浆液面及地下水位线与地表平齐, 在泥浆护壁地连墙成槽过程中, 泥浆压力从地表随深度 z 呈三角形分布。 p 为泥浆压力与侧向静止土压力的差值, x 向为正值, 下式所示:

$$p = K_0(\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)z + (\gamma_w - \gamma_s)z \quad (11)$$

计算模型简图如图 11 所示, 计算结果如图 12, 13 所示。

从图 12, 13 中可以看出近似解析解计算出来的结果与实测的水平位移趋势相近, 除土体表面 2 m 深度内的比对误差略大, 约为 23%。其余深度计算值与实测数据误差均控制在 11% 内, Mohamed 等^[13]结合

Clough 等^[14]的现场实测及室内试验结果, 分别给出了地连墙成槽开挖过程中最大竖向沉降及槽壁水平位移的建议曲线, 文献[13]建议地连墙成槽长度大于 4.8 m, 深度大于 30 m 的正常工程应使用中限, 文献[13]同时给出了水平位移值的两条边界曲线, 认为正常工程中沟槽附近得测的位移值通常在下限和上限的边界之间, 与本算例计算结果基本吻合, 近似解析解的计算结果具有一定的可靠性。

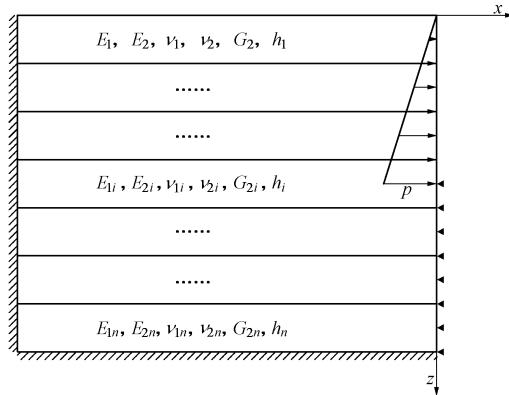


图 11 计算模型图

Fig. 11 Computational model

表 4 各地层参数表

Table 4 Soil parameters

地层 编号	E_1/MPa	E_2/MPa	G_2/MPa	v_1 (v_2)	h/m
①	0.30	0.15	0.03	0.3	2.90
②	4.00	2.00	0.40	0.3	4.77
③	10.00	5.00	1.00	0.3	2.66
④	30.00	15.00	3.00	0.3	9.00
⑤	45.00	22.50	4.50	0.3	6.13
⑥	48.00	24.00	4.80	0.3	19.99
⑦	49.62	24.81	4.96	0.3	9.71
⑧	50.00	25.00	5.00	0.3	19.34

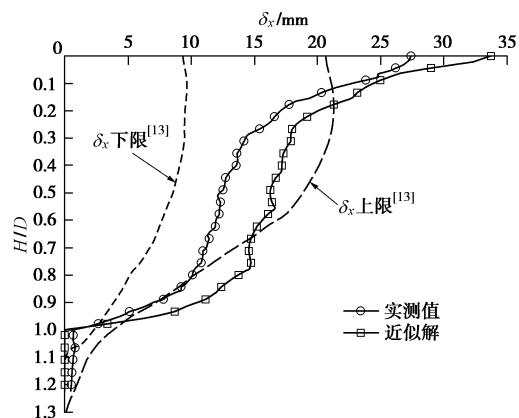


图 12 地层水平变形比对

Fig. 12 Comparison of horizontal displacements

在本算例中近似解析解的计算结果略微偏大, 分析其原因, 主要是土体材料本构极为复杂, 往往呈弹塑性, 而且横观各向同性土体弹性参数大多由系数计

算而得, 与实际情况存在差异性。但从工程应用来看近似解析解更为安全, 本计算程序可在相关工况下, 快速简便地计算地连墙开挖引起的土体位移, 为类似工程的设计与施工提供参考。

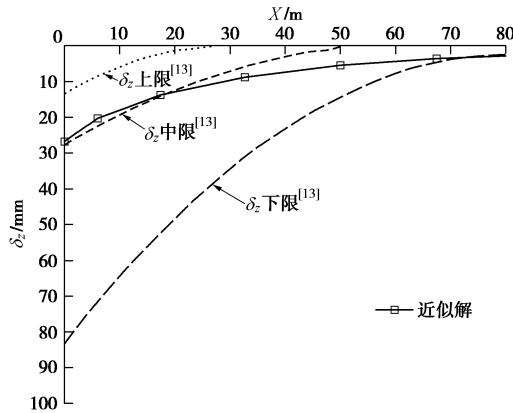


图 13 地层竖向变形比对

Fig. 13 Comparison of vertical displacements

5 结 论

从横观各向同性平面问题的基本弹性方程出发, 利用扩展的瑞利-里兹法研究层状横观各向同性地基应变问题的近似解析解, 采用高阶多项式及无穷坐标变换的方法实现了对无穷远处边界的高精度描述, 克服了传统有限元方法对无穷远处结构盲目截断的缺点, 同时又具有解析法精确求解的优点, 并编制了Mathematica计算程序, 程序计算结果具有较高的准确性和计算精度。从前文分析可知:

(1) 横观各向同性参数和层状结构对地基变形有着较大的影响, 其中水平向与竖向弹性模量的比值对于竖向位移, 水平向与竖向剪切模量的比值对于水平位移以及层状特性敏感性较高。

(2) 将地连墙成槽开挖简化为三角形荷载作用下的平面应变问题, 程序计算结果与实测数据变形趋势一致, 具有一定的可行性, 本计算程序可在相关工况下, 快速简便地计算地连墙开挖引起的土体位移, 为类似工程的设计与施工提供参考。

由于层状横观各向同性地基比均质各向同性地基更接近土体真实的材料特性, 所以在工程实际应用中考虑土的横观各向同性性质与分层特性是十分有必要的。

参考文献:

- [1] 王炳军, 肖洪天, 党彦, 等. 横观各向同性地基各向异性对应力场影响研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2015, 47(6): 40–48. (WANG Bing-jun, XIAO Hong-tian, DANG Yan, et al. Influence of the anisotropy of a transversely

isotropic foundation on additional stress fields[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2015, 47(6): 40–48. (in Chinese))

- [2] 艾智勇, 仓乃瑞, 成怡冲. 解析层元法求解层状横观各向同性地基轴对称问题[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(5): 863–867. (AI Zhi-yong, CANG Nai-rui, CHENG Yi-chong. Analytical layer-element method for axisymmetric problem of transversely isotropic multi-layered soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(5): 863–867. (in Chinese))
- [3] 李沛豪, 朱向荣. 横观各向同性弹性半空间非轴对称问题解析解[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(3): 331–334. (LI Pei-hao, ZHU Xiang-rong. Analytic solution of non-axisymmetric problems in transversely isotropic elastic half Space[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(3): 331–334. (in Chinese))
- [4] 王林生. 用柔度矩阵递推法计算横观各向同性成层地基[J]. 河海大学学报, 1989, 17(2): 104–110. (WANG Lin-sheng. Flexibility matrix recursion method to solve transversely isotropic multilayered soil[J]. Journal of Hohai University, 1989, 17(2): 104–110. (in Chinese))
- [5] HAN Ze-jun, LIN Gao, LI Jian-bo. Dynamic impedance functions for arbitrary-shaped rigid foundation embedded in anisotropic multilayered soil[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2015, 141(11): 04015045.
- [6] 艾智勇, 吴超. 三维直角坐标系下分层地基的传递矩阵解[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, 30(2): 43–46. (AI Zhi-yong, WU Chao. Transfer matrix solutions of multi-layered soils in rectangular coordinate system[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, 30(2): 43–46. (in Chinese))
- [7] AI Z Y, YUE Z Q, THAM L G, et al. Extended sneddon and muki solutions for multilayered elastic materials[J]. International Journal of Engineering Science, 2002, 40(13): 1453–1483.
- [8] 栗振锋, 胡长顺. 横观各向同性轴对称层状弹性体系半空间问题的求解[J]. 西安公路交通大学学报, 2000, 20(4): 8–10. (LI Zhen-feng, HU Chang-shun. The solution of axis y metrical problems in transversely isotropic multilayered elastic half space[J]. Journal of Xi'an Highway University, 2000, 20(4): 8–10. (in Chinese))
- [9] 陈光敬, 赵锡宏, 于立. 传递矩阵法求解层横观各向同性弹性体轴对称问题[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(5): 105–108. (CHEN Guang-jing, ZHAO Xi-hong, YU Li.

- Transferring matrix method to solve axisymmetric problem of layered cross-anisotropic elastic body[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(5): 105 - 108. (in Chinese))
- [10] 巴振宁, 张艳菊, 梁建文. 横观各向同性层状半空间中凹陷地形对平面 SH 波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 2015, 2(1): 9 - 21. (BA Zhen-ning, ZHANG Yan-ju, LIANG Jian-wen. Scattering of SH wave by a canyon in transversely isotropic layered half-space[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2015, 2(1): 9 - 21. (in Chinese))
- [11] 钟 阳, 耿立涛. 多层弹性平面问题解的精确刚度矩阵法[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2829 - 2832. (ZHONG Yang, GENG Li-tao. Explicit solution of multiplayer elastic plane by exact stiffness matrix method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(10): 2829 - 2832. (in Chinese))
- [12] 艾智勇, 曾文泽. 解析层元法求解层状地基非轴对称荷载问题[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(7): 1078 - 1081. (AI Zhi-yong, ZENG Wen-ze. Analytic layer-element method for non-axisymmetric loading problem for multi-layered soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(7): 1078 - 1081. (in Chinese))
- [13] MOHAMED A Z. Effect of Diaphragm Wall Construction on Adjacent Deep Foundation[D]. Freiberg: Technische University at Bergakademie Freiberg, 2017.
- [14] CLOUGH G W, O'ROURKE T D. Construction induced movements of insitu walls[C]// Proceedings of the ASCE Conference on Design and Performance of Earth Retaining Structures, 1990, New York: 439 - 470.

本期广告索引

- 封 2 北京筑信达工程咨询有限公司
封 3 北京理正软件股份有限公司
封 4 南瑞集团水利水电技术分公司