

DOI: 10.11779/CJGE202004022

# 上限法简化模型分析鱼雷锚水平承载力

瑜 璐, 杨 庆\*, 张金利, 杨 钢

(大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

**摘 要:** 鱼雷锚的承载力问题是工业界关注的首要问题。基于塑性极限分析理论上限法提出一种简化模型用于计算鱼雷锚水平承载力。通过有限元方法得到考虑锚翼长宽比( $L_f/D_w$ )和土体强度( $s_u$ )等因素的平均水平承载力系数 $N_{p,avg} = f(s_u, L_f/D_w)$ , 将其用于上限法简化模型。并采用有限元方法和 de'Sousa 研究结果验证上限法简化模型的合理性。研究进一步发现: ①旋转中心位置低于锚翼长时, 减小锚翼长度或宽度, 旋转中心位置靠向锚尖; ②鱼雷锚的锚翼长度大于 1/2 锚长时, 增加锚翼宽度比增加锚翼长度更能显著提高承载力, 该结论为优化锚型设计提供参考依据。

**关键词:** 鱼雷锚; 水平承载力; 上限法; 旋转中心; 极限分析

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2020)04-0773-09

**作者简介:** 瑜 璐(1983—), 女, 博士研究生, 主要从事深海锚固系统研究。E-mail: yulu@mail.dlut.edu.cn。

## Simplified model for upper bound method to analyze horizontal bearing capacity of torpedo anchors

YU Lu, YANG Qing, ZHANG Jin-li, YANG Gang

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

**Abstract:** The bearing capacity of torpedo anchors is the major concern for the marine industry. In this study, a simple model is proposed to calculate their horizontal bearing capacity based on the upper-bound limit analysis of plasticity. The horizontal bearing factor,  $N_{p,avg} = f(s_u, L_f/D_w)$ , is obtained considering the influences of aspect ratio of torpedo anchor fluke( $L_f/D_w$ ) and soil strength ( $s_u$ ) by using the finite element method (FEM), and it is applied in the simple model. The analytic results of the simple model are verified through the comparative study with FEM and de'Sousa results. It is found that: (1) When the rotation center position is lower than the fluke of torpedo anchors, the rotation center position is close to the anchor tip by reducing fluke width or fluke length. (2) When the fluke length is larger than 1/2 length of torpedo anchors, compared with that by increasing the fluke length, the bearing capacity is obviously improved by increasing the fluke width. It is helpful for the optimization design of torpedo anchor shape.

**Key words:** torpedo anchor; horizontal bearing capacity; upper bound method; rotation center; ultimate analysis

## 0 引 言

近年随着海洋工业从浅海向深海发展, 新型适用于深海系泊的鱼雷锚, 因其安装简单方便、成本低等诸多优势深受海洋工业界的青睐。自2000年鱼雷锚首次应用于深海浮式平台系泊系统, 到目前已有上千根鱼雷锚系泊采油平台和船支(主要应用于巴西坎普斯盆, 挪威西海岸附近, 墨西哥湾等海域)。鱼雷锚的承载力影响上部采油平台的生产能力, 因此鱼雷锚的承载力问题是其研究的首要问题。研究人员希望通过试验和数值方法构建具有广泛指导意义的承载力包络线( $V-H$ 曲线), 预测鱼雷锚的承载力。但因鱼雷锚是深埋锚, 锚尖埋深达1.5~2.5倍锚长(Lieng等<sup>[1]</sup>, De Araujo等<sup>[2]</sup>, Brandão等<sup>[3]</sup>), 试验方法很难获得相对于锚端的水平拉拔承载力, 因此更难获得承载力的 $V-H$

曲线。O'Beirne等<sup>[4]</sup>通过数值方法获得小比尺模型锚的水平承载力, 进一步构建承载力包络线( $V-H$ 曲线), 提出水平承载力是1.1倍的竖向承载力( $H_{max} = 1.1V_{max}$ )。但是该关系仅限于O'Beirne等研究的土体强度和锚型。Fu等<sup>[5]</sup>通过离心机试验和数值方法对比分析了3种锚型在高岭土中的承载力, 并构建了新型承载力包络线,  $\theta > 45^\circ$  时( $\theta$ 为锚链与锚端水平面夹角)倾斜拉拔的竖向分力等于竖向承载力( $V_i = V_{max}$ ),  $\theta < 25^\circ$  时倾斜拉拔的水平分力等于水平承载力( $H_i = H_{max}$ ),  $25^\circ < \theta < 45^\circ$  时承载力下限边界  $V_i/V_{max} =$

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFE0200100); 国家自然科学基金重点项目(51639002)

收稿日期: 2019-03-21

\*通信作者(E-mail: qyang@dlut.edu.cn)

$1.7-1.4H_i/H_{\max}$ 。Fu等水平承载力计算是基于Brom对桩的水平承载力研究,首先假设桩周围土体极限反力分布,再根据整体受力平衡来计算极限承载力<sup>[6]</sup>。但是因为鱼雷锚形状不规则锚周围土体反力分布很难准确假定。

到目前为止,水平承载力的研究主要集中于数值方法,解析方法研究相对较少。本文基于塑性极限分析上限法提出一种简化模型用于推导鱼雷锚水平承载力。将有限元方法构建的平均水平承载力系数  $N_{p,avg} = f(s_u, L_f/D_w)$  ( $L_f/D_w$  锚翼长宽比;  $s_u$  不排水抗剪强度) 用于简化模型,推导不同锚型和土体强度下鱼雷锚水平承载力的解析解,并与ABAQUS数值解以及前人研究结果比较分析,进一步验证简化模型合理性。

## 1 鱼雷锚的上限法简化模型

Murff 等<sup>[7]</sup>率先将塑性极限分析上限法用于三维桩水平承载力研究。根据桩的动荷载边界条件构建虚拟速度场,外力做功耗散功率等于桩周土体内能耗散功率,利用能量平衡原理计算载荷,不必解复杂的偏微分方程。虚拟速度场满足几何方程,体积不变和位移速度边界条件。因此更适合解决形状不规则的鱼雷锚的水平承载力问题。

### 1.1 模型假设条件

鱼雷锚锚链通常连接在锚端部,在水平荷载作用下围绕旋转中心发生旋转(图1)。假设土体为满足相关流动法则的理想刚塑性 Tresca 材料,锚端的旋转速度  $v_0$ ,锚侧速度分布随深度( $z$ )成线性变化  $v_{(i)} = (1-z/L_0)v_0$ , (其中  $L_0$  旋转中心与锚端距离)。

### 1.2 锚侧土体内部耗散功率( $\dot{E}_S$ )

$$\begin{aligned} \dot{E}_S &= \dot{E}_{inter} + \dot{E}_{shear} + \dot{E}_{fric} = F_H v_0 \\ &= v_0 D_0 \int_0^L \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) (N_{p,avg} s_u + \gamma' z) dz \quad (1) \end{aligned}$$

式中  $\dot{E}_{inter}$  土体内塑性变形耗散功率(软化,硬化<sup>[8-10]</sup>,剪胀,剪缩等);  $\dot{E}_{shear}$  速度不连续面剪切功率;  $\dot{E}_{fric}$  界面摩擦所消耗功率;  $F_H$  水平外荷载;  $v_0$  锚端速度;  $N_{p,avg}$  平均水平承载力系数;  $\gamma'$  土浮重度;  $s_u$  不排水抗剪强度;  $L_0$  旋转中心距离锚顶部的距离;  $L$  锚的长度;  $D_0$  锚的有效直径,当无锚翼时  $D_0 = D$  ( $D$  为锚杆直径); 当有锚翼时  $D_0 = D_w = D + 2W_f(\beta = 0)$  或  $D_0 = D + 2W_f \sin \beta(\beta \neq 0)$  ( $W_f$  为锚翼宽度,  $\beta$  为拉拔力施加方向与锚翼夹角,如图2所示)。为减小鱼雷锚安装过程中锚翼端部的贯入阻力,通常将锚翼底部和顶部设计成斜面,因此锚翼底部和顶部的有效直径  $D_{w(i)} = D + 2W_f \sin \beta h_{(i)} / L_{fi}$ ,  $h_{(i)}$  为锚翼中某点  $i$  高度距离锚翼顶部或底部的距离,  $L_{fi}$  是锚翼上斜面的竖

向投影高度  $L_{fi}$  或者锚翼下斜面的竖向投影高度  $L_{f3}$ 。

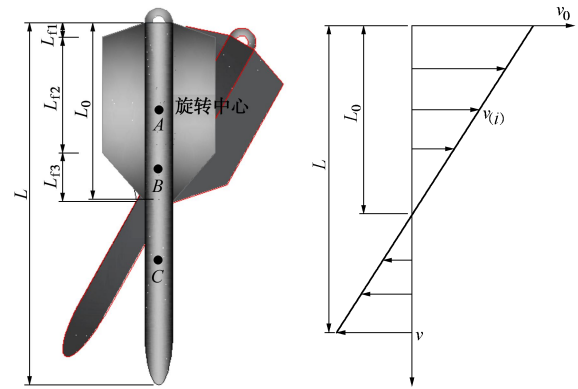


图1 鱼雷锚水平荷载受力图

Fig. 1 Horizontal loads on a torpedo anchor

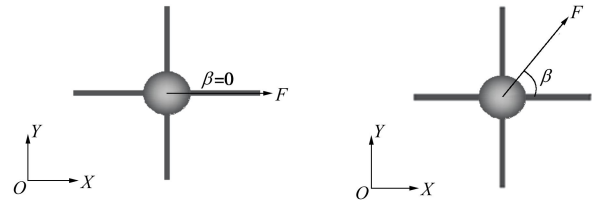


图2 鱼雷锚水平荷载加载方向示意图

Fig. 2 Horizontal loading diagram of a torpedo anchor

锚的单位面积水平向承载力计算公式  $p_{max} = N_p s_u + \gamma' z$  ( $N_p$  水平承载力系数)。根据 Randolph 等<sup>[11]</sup>对桩的水平承载力的研究,深埋桩土体围绕桩发生平面流动,近似为平面应变状态,土重对桩水平承载力影响较小,可忽略土重影响。因此对于深埋鱼雷锚可忽略土重的影响,可简化为

$$\dot{E}_S = F_H v_0 = v_0 D_0 \int_0^L \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) N_{p,avg} s_u dz \quad (2)$$

鱼雷锚旋转中心位置存在3种情况,如图1,可能位于锚翼中部A点 ( $L_{f1} < L_0 < (L_f - L_{f3})$ ); 旋转中心位于锚翼下斜面B点 ( $(L_f - L_{f3}) < L_0 < L_f$ ); 旋转中心低于锚翼C点 ( $L_0 > L_f$ )。

(1) 当旋转中心位于A点时 ( $L_{f1} < L_0 < (L_f - L_{f3})$ )

$$\begin{aligned} \dot{E}_S &= v_0 D_{w(i)} \int_0^{L_{f1}} \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) N_{p,avg} s_u dz + \\ &v_0 D_w \int_{L_{f1}}^{L_0} \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) N_{p,avg} s_u dz + \\ &v_0 D_w \int_{L_0}^{L_f - L_{f3}} \left( \frac{z}{L_0} - 1 \right) N_{p,avg} s_u dz + \\ &v_0 D_{w(i)} \int_{L_f - L_{f3}}^{L_f} \left( \frac{z}{L_0} - 1 \right) N_{p,avg} s_u dz + \\ &v_0 D \int_{L_f}^L \left( \frac{z}{L_0} - 1 \right) N_{p,avg} s_u dz \quad (3) \end{aligned}$$

(2) 当旋转中心位于  $B$  点时 ( $(L_f - L_{f3}) < L_0 < L_f$ )

$$\begin{aligned} \dot{E}_S = & v_0 D_{w(i)} \int_0^{L_{f1}} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D_w \int_{L_{f1}}^{L_f - L_{f3}} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D_{w(i)} \int_{L_f - L_{f3}}^{L_0} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D_{w(i)} \int_{L_0}^{L_f} \left(\frac{z}{L_0} - 1\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D \int_{L_f}^L \left(\frac{z}{L_0} - 1\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz \quad (4) \end{aligned}$$

(3) 当旋转中心位于  $C$  点时 ( $L_0 > L_f$ )

$$\begin{aligned} \dot{E}_S = & v_0 D_{w(i)} \int_0^{L_{f1}} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D_w \int_{L_{f1}}^{L_f - L_{f3}} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D_{w(i)} \int_{L_f - L_{f3}}^{L_f} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D \int_{L_f}^{L_0} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz + \\ & v_0 D \int_{L_0}^L \left(\frac{z}{L_0} - 1\right) N_{p, \text{avg}} s_u dz \quad (5) \end{aligned}$$

### 1.3 锚端部土体内部耗散功率 ( $\dot{E}_T$ )

当桩发生旋转, 旋转中心到桩底的距离小于旋转中心到桩底部边缘的距离因此桩底部形成一个球形破坏面。

简化球形破坏面耗散功率公式为<sup>[12]</sup>

$$\dot{E}_T = (\pi/4) v_0 s_u D_0^2 \quad (6)$$

鱼雷锚锚尖是圆锥或椭圆形, 在旋转时就不会在锚尖形成球形破坏面。反而因为鱼雷锚是深埋锚, 锚杆顶部会出现球形破坏面。

鱼雷锚水平荷载作用下周围土体内部总损耗率:

$$\dot{E} = \dot{E}_S + \dot{E}_T \quad (7)$$

### 1.4 旋转中心的计算

鱼雷锚在水平荷载下发生旋转, 旋转中心的位置将影响水平承载力的大小。通过优化旋转中心的位置得到上限法的最小水平承载力。根据数学求函数极值的方法, 解公式 (8) 得到最优旋转中心位置。研究人员<sup>[13]</sup>通过刚性桩的横向拉拔试验研究发现, 刚性桩绕旋转中心转动, 失稳后旋转中心在桩上的位置基本不变。本文假设鱼雷锚在水平荷载作用力下失稳后旋转中心位置也是不变化。

$$F_H' = \frac{d(\dot{E}_S/v_0)}{dL_0} = 0 \quad (8)$$

### 1.5 水平承载力系数 $N_{p, \text{avg}}$

鱼雷锚无锚翼部分近似于桩, Randolph 通过上下限方法研究桩在完全摩擦时水平承载力系数为 11.94。锚翼部分近似于 DEPLA (动力深埋平板锚 dynamically embedded plate anchors) 锚。O'loughlin 等<sup>[14]</sup>通过离心机试验研究 DEPLA 锚的承载力系数 14.2~15.8, 并指出 DEPLA 锚的破坏面沿着交叉锚翼向外扩展的正交破坏面, 因此其承载力系数大于 Martin 等<sup>[15]</sup>给出深埋极薄圆型平板锚承载力系数精确解 13.11, 以及 Wang 等<sup>[16]</sup>给出平板锚厚度是宽度的 1/20 时, 平板锚的承载力系数 14.33。鱼雷锚水平荷载的运动趋势与 DEPLA 锚略有不同, DEPLA 锚在拉拔荷载下发生平动, 鱼雷锚水平荷载下发生旋转, 因此鱼雷锚的水平承载力系数应低于 DEPLA 锚的承载力系数而高于桩的水平承载力系数。

鱼雷锚包括有锚翼和无锚翼部分, 锚翼的长宽影响水平承载力系数, 因此鱼雷锚很难获得单位面积水平承载力系数。本文通过有限元结果反推全锚的平均水平承载力系数, 考虑土体强度和  $L_f/D_w$  对  $N_{p, \text{avg}} = f(s_u, L_f/D_w)$  函数影响, 其推导流程如下图 3。

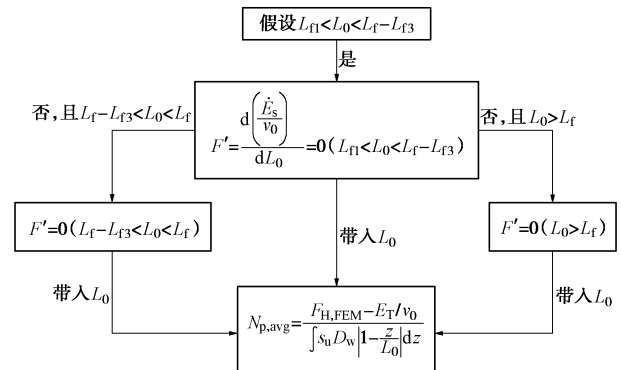


图3 水平承载力系数计算流程图

Fig. 3 Flow chart for calculating horizontal capacity factor

## 2 鱼雷锚水平承载力模型

### 2.1 鱼雷锚模型

众所周知鱼雷锚锚翼的长度 ( $L_f$ ) 和宽度 ( $W_f$ ) 对水平承载力影响很大。存在锚翼长度与有效直径比 ( $L_f/D_w$ ) 相同但锚翼侧面积 ( $A_f$ ) 不同和锚翼的  $A_f$  相同但  $L_f/D_w$  不同。如表 1, W-0 和 N-4 鱼雷锚的  $L_f/D_w$  基本相同, 但是  $A_f$  相差 4.3 倍。W-1 和 N-1 鱼雷锚的  $A_f$  相同, 但是  $L_f/D_w$  却不同。因此针对此情况, 本文设计了两类锚型: W 型-鱼雷锚: 保持锚翼长度不变, 改变锚翼宽度, 达到不同的  $L_f/D_w$ 。N 型-鱼雷锚:

表 1 鱼雷锚尺寸表

Table 1 Sizes of torpedo anchor

锚型	符号	锚长	锚直径	锚尖长	锚翼厚	锚翼宽	锚翼长				长径比	面积
		$L/m$	$D/m$	$L_t/m$	$t/m$	$W_f/m$	$L_{f1}/m$	$L_{f2}/m$	$L_{f3}/m$	$L_{f4}/m$	$L_f/D_w$	$A_f/m^2$
W 型-鱼雷锚	W-0	12	0.96	1.82	0.1	1.91	5.92	0.48	3.84	1.6	1.24	74.57
	W-1	12	0.96	1.82	0.1	1.44	5.92	0.48	3.84	1.6	1.54	56.22
	W-2	12	0.96	1.82	0.1	0.83	5.92	0.48	3.84	1.6	2.26	32.40
	W-3	12	0.96	1.82	0.1	0.45	5.92	0.48	3.84	1.6	3.18	17.57
	W-4	12	0.96	1.82	0.1	0.39	5.92	0.48	3.84	1.6	3.40	15.23
N 型-鱼雷锚	N-0	12	0.96	1.82	0.1	0.90	9.39	0.48	7.31	1.6	3.40	60.12
	N-1	12	0.96	1.82	0.1	0.90	8.85	0.48	6.77	1.6	3.21	56.23
	N-2	12	0.96	1.82	0.1	0.90	6.15	0.48	4.97	1.6	2.23	36.79
	N-3	12	0.96	1.82	0.1	0.90	4.35	0.48	4.07	1.6	1.58	23.83
	N-4	12	0.96	1.82	0.1	0.90	3.45	0.48	3.17	1.6	1.25	17.35
验证锚型	T-0	12	0.96	1.82	0.1	1.16	5.92	0.48	3.84	1.6	1.81	45.29
	T-1	12	0.96	1.82	0.1	0.65	5.92	0.48	3.84	1.6	2.63	25.38
	T-2	12	0.96	1.82	0.1	0.90	7.05	0.48	0.68	1.6	2.55	43.27
	T-3	12	0.96	1.82	0.1	0.90	5.25	0.48	2.27	1.6	1.90	30.31

注：面积（ $A_f$ ）是锚翼侧面积之和。  
保持锚翼宽度不变，改变锚翼长度，从而实现  $L_f/D_w$  的变化。见图 4 和图 5。

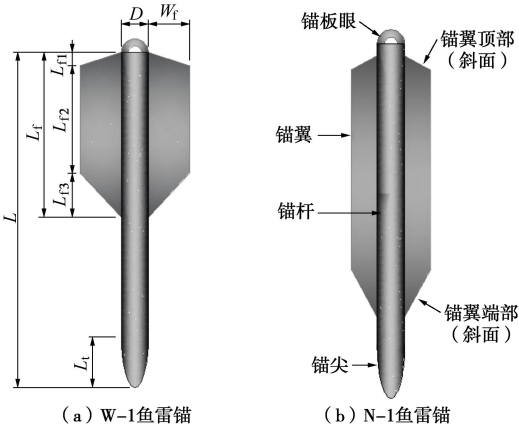


图 4 鱼雷锚锚型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of torpedo anchors

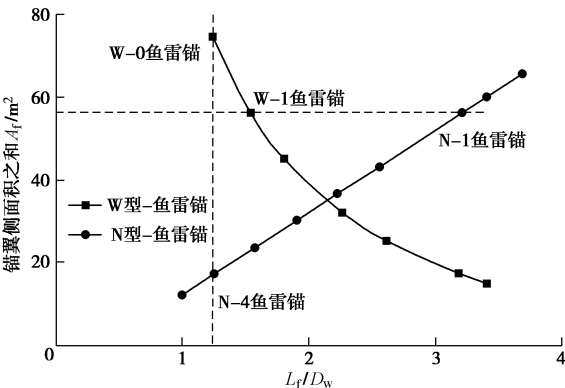


图 5 锚翼部分侧面与  $L_f/D_w$  关系曲线

Fig. 5 Relationship between fluke area of torpedo anchor and  $L_f/D_w$

2.2 土体参数

所有锚型预埋在同样深度，锚尖埋深为  $1.5L$ ，锚顶部埋深  $0.5L$ 。土体被考虑为各向同性的纯黏土，满足 Tresca 屈服准则，浮重度为  $6\text{ kN/m}^3$ 。基于 ABAQUS

软件建立鱼雷锚预埋于土中 3D 数值模型（图 6），土体模型尺寸长和宽为  $20.83D$ ，深为  $27.08D$ ，弹性模量为  $500s_u$ ，泊松比为  $0.49$ 。采用 C3D8R 八面体单元对模型进行剖分，通过网格密度对承载力影响验证，确定网格加密区网单元尺寸为  $D/9.6$ ，土体总网格数量在  $140000\sim230000$ 。锚-土界面采用完全摩擦。

- (1) 均匀土体，土体强度  $s_u=10\text{ kPa}$ ;
- (2) 正常固结土，土体强度  $s_u=kz\text{ kPa}$  ( $k=0.1, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ )，土体强度分布如图 7 所示。

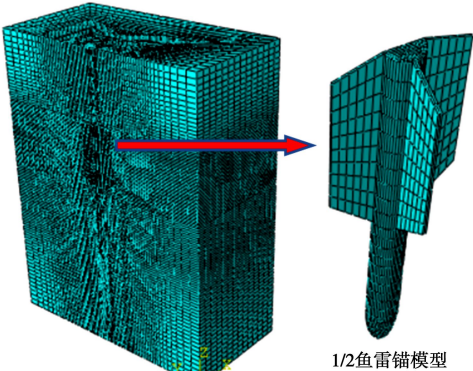


图 6 1/2 有限元模型

Fig. 6 1/2 model of finite element model

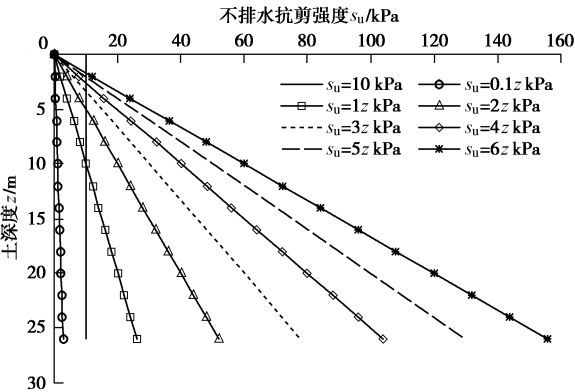


图 7 土体强度曲线

Fig. 7 Curves of soil strength

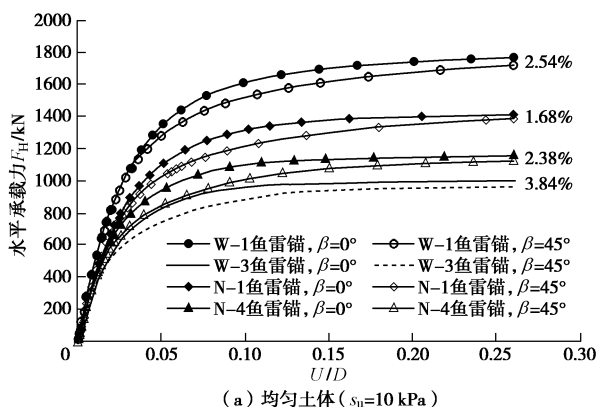
### 3 结果分析

#### 3.1 模型验证

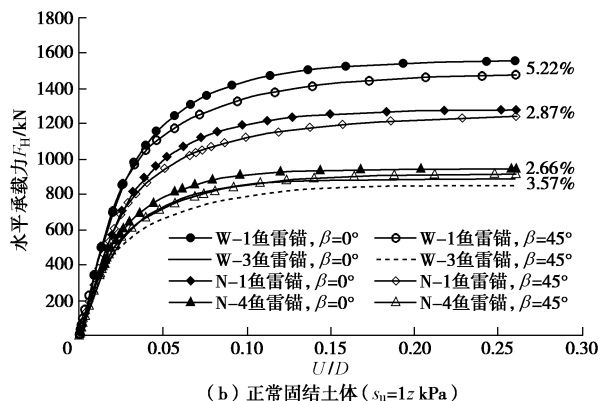
在水平面上, 圆桩是完全对称将不受拉拔方向的影响。而鱼雷锚因带有锚翼不是完全对称结构, 拉拔力施加方向与锚翼夹角 ( $\beta$ ), 将导致有锚翼部分有效直径不同。如图 2, 当  $\beta=0^\circ$  时, 有效直径最大  $D_w=D+2W_f$ , 当  $\beta=45^\circ$  时, 有效直径最小  $D_w=D+2W_f \sin 45^\circ$ 。De Sousa 等<sup>[17]</sup>指出  $\beta=0^\circ$  与  $\beta=45^\circ$  的水平承载力差值是 2.61%。图 8 (a), (b) 所示也进一步证明, 在均匀土体和正常固结土中锚翼拉拔夹角对水平承载力略有影响。拉拔夹角  $\beta=45^\circ$  和  $\beta=0^\circ$  的 W 型-鱼雷锚或 N 型-鱼雷锚的水平承载力差值 1.5%~5.5%。本次研究针对鱼雷锚有效直径等于最大有效直径, 即  $\beta=0^\circ$  的工况。

图 8 (a), (b) W-1 鱼雷锚和 N-1 鱼雷锚侧面积相等, W-1 鱼雷锚的水平承载力大于 N-1 鱼雷锚的水平承载力, 可知侧面积相等时, 锚翼宽度越宽水平承载力越大; W-3 鱼雷锚和 N-4 鱼雷锚的  $L_f/D_w$  分别是 3.18 和 1.25 且 W-3 鱼雷锚的侧面积  $A_f=17.57$  略大于 N-4 鱼雷锚的侧面积  $A_f=17.04$ , 但是 N-4 鱼雷锚的水平承载力大于 W-3 鱼雷锚的水平承载力。因为 N-4 鱼雷锚的等效直径  $D_w$  ( $\beta=0^\circ$  时  $D_w=2.76$ ;  $\beta=45^\circ$  时  $D_w=2.23$ ) 大于 W-3 鱼雷锚的  $D_w$  ( $\beta=0^\circ$  时  $D_w=1.86$ ;  $\beta=45^\circ$  时  $D_w=1.6$ )。由此可见, 将锚翼宽度增加一倍, 即使锚翼面积减少 3%, 也可以获得较高的水平承载力。

图 9 (a), (b) 为均匀土体中鱼雷锚在水平荷载作用下的位移云图和应力云图。由图 9 (a) 可知, 鱼雷锚在水平荷载作用下围绕旋转中心 (位移为 0) 发生旋转, 锚体位移随着深度基本呈线性变化, 由此可见前文假设锚侧速度分布随深度成线性变化是合理的。



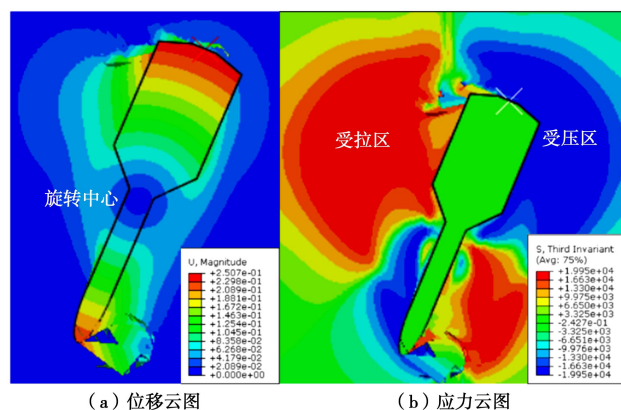
(a) 均匀土体 ( $s_u=10$  kPa)



(b) 正常固结土体 ( $s_u=12$  kPa)

图 8  $\beta=45^\circ$  和  $\beta=0^\circ$  鱼雷锚水平承载力

Fig. 8 Horizontal loads on torpedo anchors under  $\beta=45^\circ$  and  $\beta=0^\circ$



(a) 位移云图

(b) 应力云图

图 9 均匀土体的应力云图和位移云图

Fig. 9 Stress patterns and displacements of uniform soils

#### 3.2 $L_f/D_w$ 对承载力系数影响

如图 10 (a), 在均匀土中 ( $s_u=10$  kPa), W 型-鱼雷锚保持锚翼长度不变, 增加或减少锚翼宽度, 水平承载力系数  $N_{p,avg}^{k=0}$  随着  $L_f/D_w$  增加没有明显变化, 则水平承载力系数取均值  $N_{p,avg}^{k=0}=12.97$ 。N 型-鱼雷锚保持锚翼宽度不变, 改变锚翼长度,  $N_{p,avg}^{k=0}$  随着  $L_f/D_w$  增加逐渐减小, 水平承载力系数与  $L_f/D_w$  关系见下式:

$$N_{p,avg}^{k=0} = 14.2 - 2.16e^{\frac{-(L_f/D_w - 4.73)^2}{8}} \quad (9)$$

为使水平承载力系数  $N_{p,avg}^{k=0}$  与  $L_f/D_w$  关系在工程实践中具有广泛通用性, 并避免过高预测水平承载力, 取两水平承载力系数的最小值:

$$N_{p,avg}^{k=0} = \min \begin{cases} 12.97 \\ 14.2 - 2.16e^{\frac{-(L_f/D_w - 4.73)^2}{8}} \end{cases} \quad (10)$$

表 2 比较了在均匀土体 ( $s_u=10$  kPa) 中 N-0~N-4 鱼雷锚和 W-0~W-4 型鱼雷锚的数值解和简化模型解析解。当 N 型-鱼雷锚  $L_f/D_w$  较小时和 W 型-鱼雷锚  $L_f/D_w$  较大时, 计算的水平承载力偏保守, 解析解比



数值解低 5.7%左右。

在正常固结土 ( $s_u = 1z \text{ kPa}$ ) 中, 如图 10 (a), W 型-鱼雷锚与 N 型-鱼雷锚的水平承载力系数  $N_{p,avg}$  基本吻合并且随着  $L_f/D_w$  增加略有降低。土体强度  $s_u = 1z \text{ kPa}$  时, 水平承载力系数  $N_{p,avg}^{k=1}$  为

$$N_{p,avg}^{k=1} = 10 + \frac{0.6}{1 + 10^{\left(-6.4 + 2\frac{L_f}{D_w}\right)}} \quad (11)$$

表 2 中, 比较在正常固结土 ( $s_u = 1z \text{ kPa}$ ) 中 N 型-鱼雷锚和 W 型-鱼雷锚的数值解和简化模型解析解, 两者差值均小于 2.3%。

由图 10 (b) 可知, 对于 N 型-鱼雷锚, 当旋转中心位置低于锚翼长时 ( $L_0 > L_f$ ), 随着  $L_f/D_w$  增加, 旋转中心靠近锚顶。当旋转中心位置高于锚翼长时 ( $L_0 < L_f$ ), 随着  $L_f/D_w$  增加, 旋转中心向锚尖靠近。也就是锚翼宽度不变, 锚翼越短和越长旋转中心都向锚尖靠近。对于 W 型-鱼雷锚, 无论旋转中心位置高于锚翼长还是低于锚翼长, 都随着  $L_f/D_w$  增加, 旋转中心越靠近锚尖。即锚翼长度不变, 减小锚翼宽度, 旋转中心向锚尖方向移动。

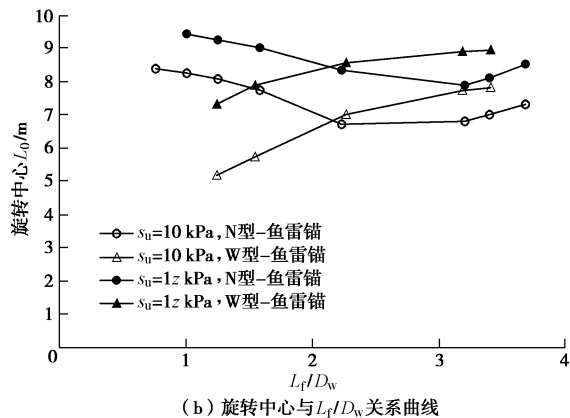
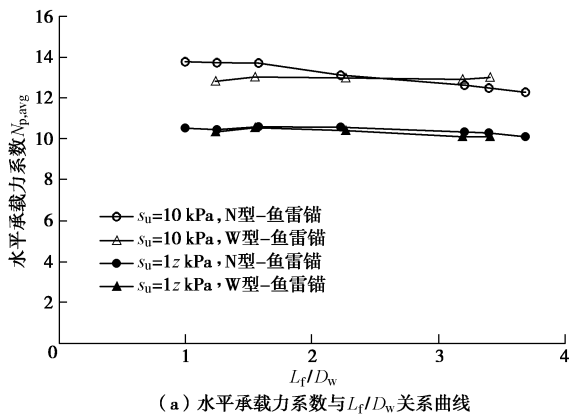


图 10 水平承载力系数或旋转中心与  $L_f/D_w$  关系曲线  
Fig. 10 Relationship between horizontal capacity factor or rotation center and  $L_f/D_w$

表 2 鱼雷锚水平承载力数值解与解析解对比

Table 2 Comparison of horizontal capacity between FEM results and analytical solutions

锚型	$s_u=10 \text{ kPa}$			$s_u=1z \text{ kPa}$		
	数值解 /kN	解析解 /kN	差值 /%	数值解 /kN	解析解 /kN	差值 /%
W-0	2032.70	2054.42	-1.07	1806.92	1847.86	2.27
W-1	1766.03	1755.14	-0.62	1556.13	1563.07	0.45
W-2	1311.34	1309.16	-0.17	1154.11	1172.85	1.62
W-3	1000.55	975.32	-2.52	882.76	900.09	1.96
W-4	958.70	917.55	-4.29	843.42	847.72	0.51
N-0	1420.92	1416.60	-0.30	1283.30	1265.55	-1.38
N-1	1410.73	1404.80	-0.42	1278.23	1269.89	-0.65
N-2	1395.33	1377.29	-1.29	1232.93	1235.57	0.21
N-3	1285.38	1215.69	-5.42	1069.06	1068.05	-0.09
N-4	1153.28	1087.87	-5.67	940.64	950.43	1.04

3.3 土体强度对承载力系数影响

图 11 所示 N-1 鱼雷锚的水平承载力与土体强度关系曲线。N-1 鱼雷锚的水平承载力随着拉拔位移( $U$ )增加逐渐增大, 当  $U/D=0.2$  时水平承载力基本达到稳定, 并且水平承载力随着土体强度增加而增大。图 12 所示, 当土体强度梯度  $0.01 < k < 0.1$  时, 水平承载力系数随着  $k$  值增大急剧增加; 当土体强度梯度  $0.1 < k < 1$  时, 随着  $k$  值增长水平承载力系数的增长逐渐缓慢; 当土体强度梯度  $k > 1$  时, 随着  $k$  值增长水平承载力系数反而逐渐减小。下式表达鱼雷锚水平承载力系数与土体强度关系。值得注意, N-1 鱼雷锚的旋转中心位置没有随着土体强度梯度的增加发生变化。

$$N_{p,avg}^{k=i} = \begin{cases} \frac{N_{p,avg}^{k=1} k^{1.5}}{0.00052 + k^{1.5}} & (0.01 < k \leq 1) \\ N_{p,avg}^{k=1} - 1.6e^{\frac{-(k-6)^2}{3.38}} & (k > 1) \end{cases} \quad (12)$$

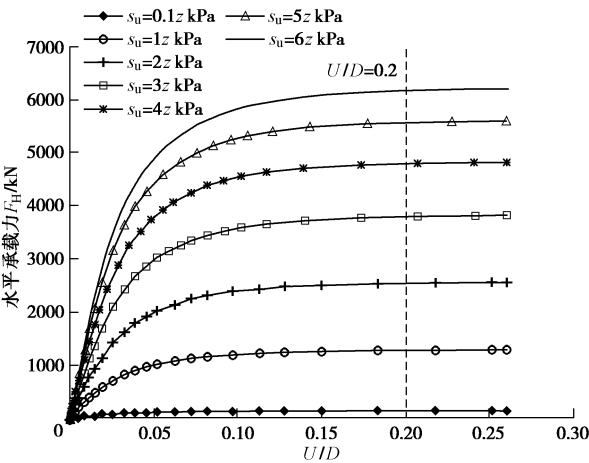


图 11 水平承载力与  $U/D$  关系曲线  
Fig. 11 Relationship between horizontal capacity and  $U/D$

表 3 验证锚水平承载力的数值解与简化模型解析解比较

Table 3 Comparison of horizontal capacity between FEM results and analytical solutions of simplified models of torpedo anchors

土体强度	$s_u=10\text{ kPa}$			$s_u=50\text{ kPa}$			$s_u=1z\text{ kPa}$			$s_u=5z\text{ kPa}$		
名称	数值解	解析解	差值	数值解	解析解	差值	数值解	解析解	差值	数值解	解析解	差值
单位	/kN	/kN	/%	/kN	/kN	/%	/kN	/kN	/%	/kN	/kN	/%
T-1	1563.49	1575.16	0.75	7817.46	7769.07	-0.62	1381.69	1387.07	0.39	6178.64	6142.38	-0.59
T-2	1168.06	1178.48	0.89	5840.32	5800.86	-0.68	1025.47	1052.09	2.59	4673.03	4652.62	-0.44
T-3	1401.44	1414.52	0.93	7007.22	6973.86	-0.48	1270.51	1277.19	0.52	5576.40	5651.63	1.35
T-4	1350.36	1327.22	-1.71	6751.79	6541.69	-3.11	1150.69	1164.11	1.17	5303.29	5152.94	-2.83

表 4 De Sousa 等<sup>[17]</sup>的结果与简化模型解析解比较

Table 4 Comparison between de'sousa FEM results and analytical solutions of simplified model

名称	锚直径	锚翼宽	锚翼长	$L_f/D_w$	旋转中心	数值解	解析解	差值
单位	/m	/m	/m		/m	/MN	/MN	/%
$s_u=3z\text{ kPa}$	1.1	0.15	11.1	7.93	12.76	6.7	6.86	2.39
	1.1	0.45	11.1	5.55	11.96	8.91	8.95	0.45
	1.1	0.9	11.1	3.83	10.61	11.72	11.84	1.02
$s_u=1.5z\text{ kPa}$	1.1	0.9	11.1	3.83	10.61	5.9	5.94	0.68
$s_u=6z\text{ kPa}$	1.1	0.9	11.1	3.83	10.61	20.98	19.88	5.24

综上所述, 得到水平承载力系数与土体强度和  $L_f/D_w$  的关系式如下:

$$N_{p,avg} = \begin{cases} \text{Min} \begin{cases} 12.97 \\ 14.2 - 2.16e^{\frac{-(L_f/D_w - 4.73)^2}{8}} \end{cases} & (k=0) \\ \left[ 10 + \frac{0.6}{1 + 10^{\left( \frac{-6.4 + 2L_f/D_w}{D_w} \right)}} \right] k^{1.5} & (0.01 < k \leq 1) \\ \left[ 10 + \frac{0.6}{1 + 10^{\left( \frac{-6.4 + 2L_f/D_w}{D_w} \right)}} \right] - 1.6e^{\frac{-(k-6)^2}{3.38}} & (k > 1) \end{cases} \quad (13)$$

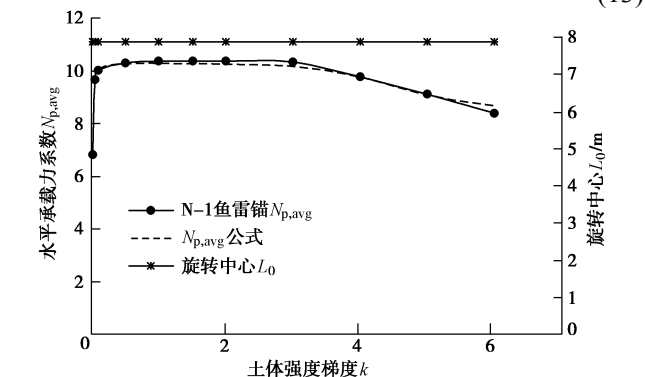


图 12 水平承载力系数和旋转中心与土强度梯度关系

Fig. 12 Relationship between soil strength gradient and horizontal capacity factor or rotation center

3.4 算例验证水平承载力简化模型

将上文中 T-1~T-4 型鱼雷锚用于验证推导的水平承载力系数  $N_{p,avg}$  的可行性。分别将 T-1~T-4 鱼雷锚

在均匀土体 ( $s_u = 10\text{ kPa}, 50\text{ kPa}$ ) 和正常固结土体 ( $s_u = 1z\text{ kPa}, 5z\text{ kPa}$  中的数值解和简化模型解析解进行比较, 结果如表 3 所示, T-1~T-4 数值结果和简化模型的解析解差值均小于 3.2%, 由此可见  $N_{p,avg}$  用于水平承载力计算是可行的。

De Souse 等<sup>[17]</sup>应用数值方法研究了锚翼宽度, 土体强度等因素对鱼雷锚承载力的影响。为了进一步论证本文研究的水平承载力系数和上限法简化模型预测鱼雷锚水平承载力的合理性。用上限法简化模型计算 De'Sousa 的工况水平承载, 并与 De Sousa 的结果进行对比, 如表 4 所示, 当  $L_f/D_w$  从 3.83 增长到 7.93 时 De Sousa 的结果与简化模型解析解的差值小于 2.4%。鱼雷锚的  $L_f/D_w=3.83$ , 土体强度梯度  $k$  从 1.5 增长到 6 时, De'Sousa 的结果与简化模型解析解的差值随着  $k$  值增加从 0.68%增加到 5.24%。由此可见, 该简化锚型预测较低土体强度梯度  $k$  时差值更小, 而海洋土体强度梯度范围常在  $k=0.5\sim 2$  之间, 很少出现土体强度梯度  $k>3$  的工况。

通过上述比较分析, 上限法简化模型对水平承载力预测是合理的。将该简化模型预测的水平承载力 ( $H_{max}$ ) 与 API 公式预测的竖向承载力 ( $V_{max}$ ) 带入

$$\text{前人研究的 V-H 包络线} \left( \frac{F_i \cos \theta}{H_{max}} \right)^m + \left( \frac{F_i \sin \theta}{V_{max}} \right)^n = 1 \quad (\theta$$

是锚链与锚端水平面夹角,  $m, n$  是系数), 可预测任意倾角  $\theta$  的倾斜承载力  $F_i$ 。鱼雷锚现场安装过程中根据贯入深度和土体强度就可预测倾斜极限承载力。再依据 API 基础设计提供的竖向和水平向承载力安全系

数 2.0 和 1.5, 可得到任意  $\theta$  角的设计承载力<sup>[18]</sup>。上述方法节省了有限元计算的时间和经济成本, 适用于工程实践。

### 3.5 锚型优化

由图 13 可见, 当 N-型鱼雷锚的锚翼侧面积 ( $A_f$ ) 小于  $37 \text{ m}^2$  即锚翼长度小于  $1/2$  锚长时, 锚的水平承载力随着锚翼长度增加快速增大。当锚翼侧面积 ( $A_f$ ) 大于  $37 \text{ m}^2$  即锚翼长度大于  $1/2$  锚长时, 增大锚翼长度将不能显著提高锚的水平承载力。而 W-型鱼雷锚的水平承载力一直随着锚翼侧面积增大成线性增大。即锚翼长度不变, 增加锚翼宽度可以有效提高水平承载力。该结论为锚型优化提供参考依据。

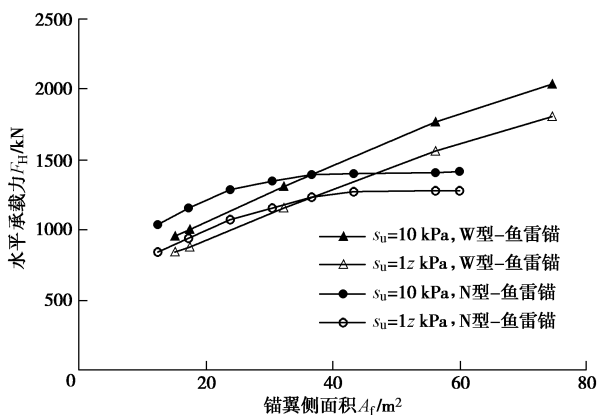


图 13 鱼雷锚水平承载力与锚翼侧面积关系

Fig. 13 Relationship between lateral area of fluke of torpedo anchor and horizontal capacity

## 4 结 论

本文基于塑性极限分析上限法建立鱼雷锚水平承载力解析解的简化模型。用于海洋工业界预测鱼雷锚水平承载力。

(1) 拉拔角度对水平承载力略有影响, 锚翼面积相等时锚翼越宽水平承载力越大。

(2) 均匀土体, 鱼雷锚锚翼宽度不变改变锚翼长度, 水平承载力系随着  $L_f / D_w$  增加而减小。鱼雷锚锚翼长度不变, 改变锚翼宽度, 水平承载力系数随着  $L_f / D_w$  增加没有明显变化,  $N_{p,avg}^{k=0} = 12.97$ 。

(3) 正常固结土, 水平承载力系数随  $L_f / D_w$  增大略有降低。随着土体强度梯度  $k$  增加, 水平承载力系数先增大后减小, 但是旋转中心位置不随  $k$  值变化。

(4) 当锚翼宽度不变旋转中心小于锚翼长度时, 锚翼越长旋转中心都越靠近锚尖。当旋转中心小于锚翼长度时, 锚翼越短旋转中心都越靠近锚尖。锚翼长度不变, 减小锚翼宽度旋转中心靠近锚尖。

(5) 鱼雷锚的锚翼长度大于  $1/2$  锚长时, 增加锚翼宽度比增加锚翼长度更能明显提高承载力。

### 参考文献:

- [1] LIENG J T, TJELTA T I, SKAUGSET K. Installation of two prototype deep penetrating anchors at the Gjøa Field in the North Sea[C]// Proceedings of the Offshore Technology Conference, 2010, Houston.
- [2] DE ARAUJO J B, MACHADO R D, DE MEDEIROS JUNIOR C J. High holding power torpedo pile – results for the first long term application[C]// Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2004, New York.
- [3] BRANDÃO F E N, HENRIQUES C C D, DE ARAUJO J B, et al. Albacora Leste field development – FPSO P-50 mooring system concept and installation[C]// Proceedings of the 38th Offshore Technology Conference, 2006, Houston.
- [4] O' BEIRNE C, O'LOUGHLIN C D, WANG D, et al. Capacity of dynamically installed anchors as assessed through field testing and three-dimensional large-deformation finite element analyses[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, 52(5): 548 – 562.
- [5] FU Y, ZHANG X, LI Y, et al. Holding capacity of dynamically installed anchors in normally consolidated clay under inclined loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, 54(9): 1257 – 1271.
- [6] BROMS B B. Lateral resistance of piles in cohesive soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1964, 90(2): 27 – 64.
- [7] MURFF J D, HAMILTON J M. P-ultimate for undrained analysis of laterally loaded piles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 119(1): 91 – 107.
- [8] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: Three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique, 2009, 59(5): 451 – 469.
- [9] YAO Y P, ZHOU A N. Non-isothermal unified hardening model: a thermo-elasto-plastic model for clays[J]. Géotechnique, 2013, 63(15): 1328 – 1345.
- [10] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(2): 210 – 222.
- [11] RANDOLPH M F, HOULSBY G T. The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil[J].



- Géotechnique, 1984, **34**(4): 613 – 623.
- [12] AUBENY C P, MOON S K, MURFF J D. Lateral undrained resistance of suction caisson anchors[J]. Int J Offshore Polar Engineering, 2001, **11**(2): 95 – 103.
- [13] 崔新壮, 丁桦, 金青, 等. 刚性桩横向承载力的三维极限分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(3): 641 – 646. (CUI Xin-jian, DING Hua, JIN Qing, et al. Three-dimensional limit analysis of lateral bearing capacity of rigid piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(3): 641 – 646. (in Chinese))
- [14] O'LOUGHLIN C D, BLAKE A P, RICHARDSON M D. Installation and capacity of dynamically embedded plate anchors as assessed through centrifuge tests[J]. Ocean Engineering, 2014, **88**(4): 204 – 213.
- [15] MARTIN C M, RANDOLPH M F. Application of the lower bound and the upper bound theorems of plasticity to collapse of circular foundations[C]// Proceedings of the 10th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, 2001, Tucson: 1417 – 1428.
- [16] WANG D, YUXIA HU, RANDOLPH, et al. Three-dimensional large deformation finite-element analysis of plate anchors in uniform clay[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(2): 355 – 365.
- [17] DE SOUSA, J R M, DE AGUIAR C S, ELLWANGER G B, et al. Undrained load capacity of torpedo anchors embedded in cohesive soils[J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2011, **133**(2): 1 – 12.
- [18] American Petroleum Institute. Geotechnical and Foundation Design Consideration[M]. 1st ed. Washington D C: API Recommended Practice 2 GEO, 2011.

## 《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于 1979 年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊, 并在建筑类核心期刊中位于前列; 本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊)及“中国科技论文与引文数据库”收录; 本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录; 本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录; 本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据

库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址 ([www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)) 全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊, A4 开, 双栏排版, 192 页, 每月中旬出版, 每期定价 40 元, 全年定价 480 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000 – 4548, 国内统一刊号 CN 32 – 1124/TU, 国内发行代号 28 – 62, 国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: 南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部; 邮编: 210024; 联系电话: 025-85829534, 85829543, 85829553, 85829556; 传真: 025-85829555; E-mail: [ge@nhri.cn](mailto:ge@nhri.cn)。

《岩土工程学报》编辑部