

DOI: 10.11779/CJGE202004018

堆石料颗粒破碎特性及 Wan-Guo 硬化法则的修正

孙大伟^{1, 2}, 张亮^{1, 2}, 徐志华^{1, 2}, 张国栋^{1, 2}

(1. 防灾减灾湖北省重点实验室, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡库区地质灾害教育部重点实验室(三峡大学), 湖北 宜昌 443002)

摘要: 高应力下超高堆石坝坝料的颗粒破碎特性是当前研究的热点问题。取已建成的世界最高面板堆石坝——水布垭坝的筑坝堆石料为试验料, 进行了轴向应变达 25% 的三轴固结排水试验, 得到了 31 组试验的高质量试验数据。在此基础上, 统计分析得出临界状态剪应力 q 与平均主应力 p 呈幂函数关系、颗粒破碎率 B_r 与围压 σ_3 呈幂函数关系、临界状态应力比 M_r 与围压 σ_3 呈对数函数关系。试验揭示了在高—超高围压下堆石料发生了较显著颗粒破碎, 堆石料粒径变小、颗粒级配改变导致其剪应力—轴向应变试验曲线下弯。因此高围压下堆石料的临界状态判断标准应为“体应变不变”, 而不再是“剪应力不变”。最后引入破碎因子项, 修正了 Rowe 剪胀方程的 Wan-Guo 硬化法则。

关键词: 堆石坝; 本构模型; 三轴试验; 颗粒破碎; 状态相关

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2020)04-0745-06

作者简介: 孙大伟(1971—), 男, 博士, 副教授, 主要从事粗粒土工程试验、本构模型和数值计算方面的研究工作。

E-mail: dawei@126.com

Particle breakage characteristics of rockfill materials and correction of Wan-Guo hardening rule

SUN Da-wei^{1, 2}, ZHANG Liang^{1, 2}, XU Zhi-hua^{1, 2}, ZHANG Guo-dong^{1, 2}

(1. Hubei Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation, Yichang 443002, China; 2. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area (China Three Gorges University), Ministry of Education, Yichang 443002, China)

Abstract: The particle breakage problem of super-high rockfill dams is a hot issue in the current researches. For the rockfill materials of the world's highest concrete faced rockfill dam, Shuibuya Dam, the consolidated drained tri-axial tests with the maximum deformation of 25% are carried out, and 31 high-quality test curves are obtained. On this basis, the power function relationship between the critical shear stress and the mean stress is yielded, so is the relationship between the particle breakage ratio and the confining pressure. The logarithmic function relationship between the critical state stress ratio and the confining pressure is obtained. The test data reveal that obvious particle breakage of the rockfill materials happens under high or super high pressures. The particle size of many rockfill materials becomes smaller and its grading curve changes, which induces the shear stress and axial strain test curve to bend down. Therefore, the criterion for the critical state of rockfill materials under high confining pressures must be “strain unchanged volumetric” rather than “shear stress unchanged”. Finally, the Wan-Guo hardening rule of Rowe's stress dilatancy equation is modified by use of the breakage factor term.

Key words: rockfill dam; constitutive model; triaxial test; particle breakage; state-dependence

0 引言

为确保高堆石坝的安全并达到经济合理地建坝的目标, 通常需要预测堆石坝的应力变形性状, 针对性地采取工程设计和施工措施。因此, 研究堆石料的力学特性, 寻求能真实反映其应力变形特性的本构模型, 达到较真实地预测堆石坝尤其是高堆石坝的应力变形性状一直是岩土力学和水工结构工程科技人员研究解决的课题^[1]。

堆石料的应力应变关系受到堆石料母岩特性、颗粒级配、密实程度、应力状态、颗粒破碎、材料湿化

和劣化等等多因素的影响。虽然有试料的缩制和应力路径的限制, 在研究缩制方法、缩尺效应的影响、提高测试技术的基础上, 三轴压缩试验一直是测定堆石料力学特性和建立其本构模型的主要手段。

中国的堆石坝坝高已经达到 300 m 级, 实测结果表明高坝的变形随坝高显著增加, 工程界常用的邓肯 E-B 非线性弹性模型和南水双屈服面弹塑性模型预测

基金项目: 国家自然科学基金项目(51179097)

收稿日期: 2019-02-25

的高土石坝的变形往往偏小。为此,学者们提出了一些考虑高应力下堆石料颗粒破碎的弹塑性本构模型,以期望高堆石坝的数值分析结果更符合实际^[2-15]。蔡正银等^[16]指出了堆石料颗粒级配和破碎对其临界状态的影响。张丙印等^[17]提出将修正 Rowe 剪胀方程引入到南水模型中来改善南水模型在高应力水平和轴向应变较大时拟合 $\varepsilon_v - \varepsilon_i$ 的效果。Wan 等^[18-19]基于能量损耗原理修正了 Rowe 剪胀方程、成功拟合 Sacramento 河砂三轴压缩试验成果。

三轴压缩试验是研究堆石料应力变形特性以及构建颗粒破碎本构模型的基础。高质量的三轴试验数据得来不易。首先,为了达到临界状态,高围压下试样的轴向应变通常要超过规程规定的 15%,最好能做到 25%。其次,由于堆石料有尖锐棱角,试验中乳胶膜易被刺破,压力室的水进入试样会导致试验失败。因此,目前已取得的周围压力 3.5 MPa、轴向应变 25%、轴向应变速率小于 0.1%/min 的试验数据极少。颗粒破碎本构模型大多缺少高围压 2~3.5 MPa 且轴向应变 20%以上的试验数据支撑。

本文进行水布垭面板堆石坝的堆石料三轴压缩试验,取得了周围压力 0.2~3.5 MPa、轴向应变达到 25%、轴向应变速率<0.1%/min 的 31 组试验成果,研究了在不同围压条件下堆石料的颗粒破碎特性和剪胀特性,分析了堆石料达到临界状态的判断标准,进一步修正了 Rowe 剪胀方程,以期使考虑高应力下堆石料颗粒破碎的本构方程更适宜预测 300 m 级高堆石坝的应力变形性状。

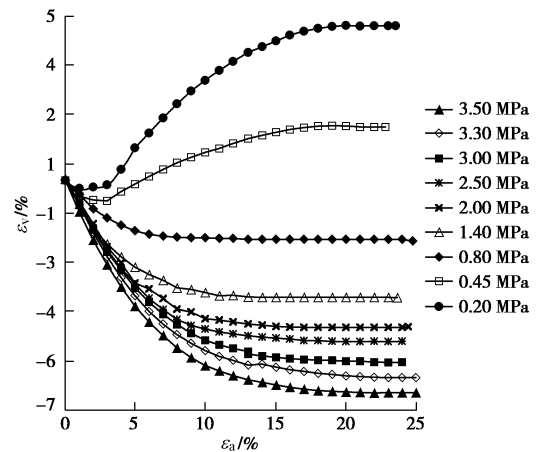
1 堆石料三轴压缩试验

试料为水布垭面板堆石坝料场采集的茅口组灰岩堆石料。其物理性质为:相对密度为 2.73,岩块密度为 2.69 g/cm³,饱和吸水率为 0.76%,饱和时极限抗压强度为 68.1 MPa,干态极限强度为 87.3 MPa,软化系数为 0.78。试料依照《土工试验规程》SL 237—1999 要求采用混合法制备,试样干密度 2.18, 2.20 g/cm³。

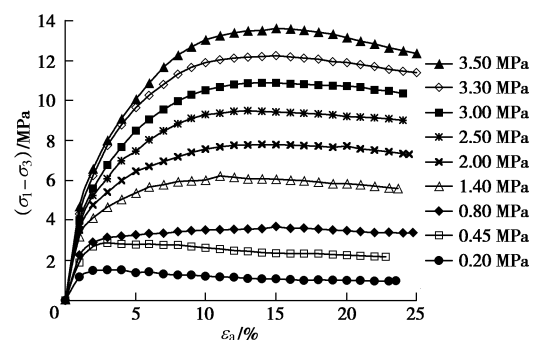
采用三峡大学 1500 kN 微机控制电液伺服静态大型三轴试验机,进行固结排水三轴压缩试验,该仪器最大围压为 4 MPa,轴应变量程 30%。试样直径 300 mm,高 600 mm。

试验轴向应变速率取 0.083%/min (即轴向变形速率 0.5mm/min),周围压力 0.2, 0.45, 0.8, 1.4, 2.0, 2.5, 3.0, 3.3, 3.5 MPa。典型试验曲线见图 1。

依据图 1 所示试验结果,本文可将三轴试验的 0.8 MPa 以下围压称为低围压,0.8 MPa< σ_3 ≤3.0 MPa 围压称为高围压,3.0 MPa 以上围压称为超高围压。



(a) 体应变 - 轴应变曲线



(b) 剪应力 - 轴应变曲线

图 1 体应变、剪应力 - 轴应变曲线

Fig. 1 Relationship among volumetric strain shear stress and axial strain

2 堆石料的剪胀特性

2.1 临界状态线

根据 31 组大型三轴压缩试验数据,整理得到了临界状态剪应力 q 与平均主应力 p 的关系曲线,见图 2 所示。两者之间呈幂函数关系:

$$q = 1.9126 p^{0.9323}, \quad (1)$$

幂函数拟合方差为 0.9992。当 $p=0$, $q=0$, 拟合的幂曲线,像经典的剑桥模型^[20]中的临界状态线那样经过原点,随着围压 σ_3 增大,临界状态应力比 M_f 减小。围压 $\sigma_3=0.2$ MPa 时,临界状态应力比 $q/p = M_f = 1.967$;围压 $\sigma_3=3.5$ MPa 时,临界状态应力比 $M_f = 1.608$ 。

300 m 级高堆石坝自重应力很大,例如拟建的 315 m 的如美堆石坝,坝底处最大自重应力约为 6.9 MPa。大多数三轴试验最大的围压是 1.5~3.0 MPa,由于试验设备限制、本文三轴试验最大围压 σ_3 也仅 3.5 MPa。因此式 (1) 可用来预测围压超过 3.5 MPa 的临界状态应力比 M_f 。将公式 $q = 1.9126 p^{0.9323}$ 改写为 $q/p = M_f = 1.9126 / p^{0.0673}$ 。可以看出随着周围压力的增大,堆石料将发生更多的颗粒破碎,临界状态应力比 M_f

显著减小。

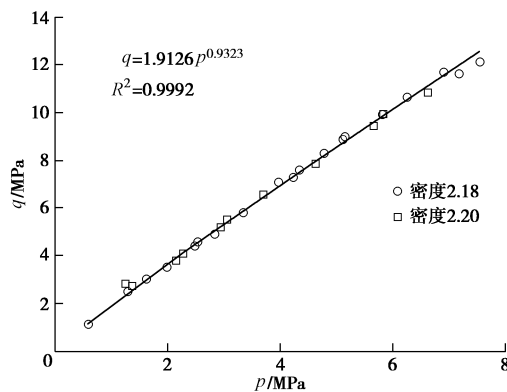


图2 剪应力 q 与平均主应力 p 幂函数关系

Fig. 2 Power relationship between shear stress and main stress

2.2 颗粒破碎率与围压关系

本文选用 Hardin 颗粒破碎率 B_r 作为颗粒破碎的度量指标, 研究颗粒破碎的影响需要先扣除制备试样造成的颗粒破碎, 扣除方法是在制样完成后卸样, 晾干后筛分得到由于制样引起的颗粒破碎。本次试验得到: 试样干密度 2.18 g/cm^3 (孔隙比 $e_0=0.234$) 的制样造成颗粒破碎率 B_r 为 1.95% 。可与文献[21]中的 $e_0=0.25$, $B_r=1.61\%$, 相互印证。

从 31 组试验得到颗粒破碎率 B_r 与围压 σ_3 的关系见图 3 所示, 两者之间呈幂函数关系:

$$B_r = 0.0727 (\sigma_3 / p_a)^{0.6572} \quad (2)$$

幂曲线拟合的方差为 0.9363 。

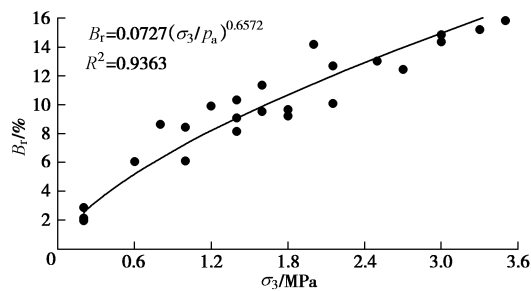


图3 围压与相对破碎率幂函数曲线

Fig. 3 Power relationship between confining pressure and relative breakage ratio

2.3 临界状态应力比与围压关系

依据 25 组干密度 2.18 g/cm^3 试验数据, 得到临界状态应力比 M_f 与围压 σ_3 的关系见图 4 所示, 两者之间呈对数函数关系:

$$M_f = -0.112 \ln \sigma_3 + 1.8003 \quad (3)$$

由图 4 可见, 随着围压 σ_3 的增大, 堆石料颗粒破碎加剧, 导致 M_f 减小。从图 4 中自然对数函数拟合曲线的弯曲程度逐渐减弱可以看出: 随着围压 σ_3 的增大、颗粒破碎引起的临界状态应力比减小的程度逐渐变小。

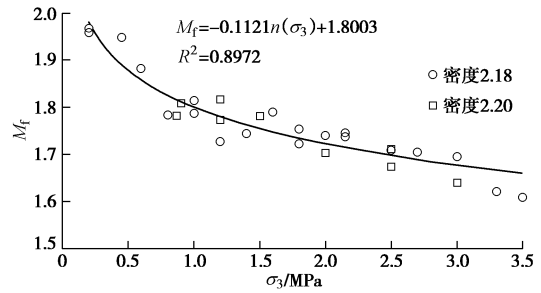


图4 临界状态应力比 M_f - σ_3 关系

Fig. 4 Relationship between confining pressure and stress ratio in critical state

由于目前没有围压超过 3.5 MPa 的三轴试验数据, 为此可用式 (3) 进行预测。结果为: 围压 3.5 MPa 时, $M_f=1.66$; 围压 7.0 MPa 时, $M_f=1.58$ 。这表明围压 $3.5 \sim 7.0 \text{ MPa}$ 区间颗粒破碎的影响程度逐渐减弱。

2.4 临界状态判断标准

在黏土的剑桥模型中, 临界状态的判断标准是“体应变不变”和“剪应力不变”。而堆石料因为密度与当前应力状态不像黏土那样存在一一对应关系, 并且剪切时堆石料发生一定程度的颗粒破碎, 因此本文试验得到的应力应变试验曲线 (见图 1) 与正常固结黏土的有所不同。

由图 1 可见, 低围压 ($\sigma_3 \leq 0.8 \text{ MPa}$) “体应变不变”和“剪应力不变”点基本对应于同一个轴应变 ε_a , 由图 3 可知 0.8 MPa 围压下堆石料的相对破碎率 $B_r=6.3\%$ 。

高围压 ($0.8 \text{ MPa} < \sigma_3 \leq 3.0 \text{ MPa}$) 下堆石料剪应力值达到峰值后有一定程度的降低, 表现为图 1 (b) 中曲线达到峰值后下弯, 其中 1.4 MPa 围压的曲线切线与水平线最大夹角约为 5° , 3.0 MPa 围压的曲线切线与水平线最大夹角约为 9° 。这与蔡正银等^[16]固结排水剪切试验得到的堆石料剪应力 - 轴向应变曲线也是向下微弯的现象相互印证。这种现象是由于试验中颗粒发生破碎导致强度降低引起的^[4]。由于基本不存在“剪应力不变”段, 所以“剪应力不变”的临界状态判断标准无法应用。但是, 图 1 (a) 中随着轴应变的增加, 体应变 ε_v 逐渐会达到一个定值, 因此, “体应变不变”的临界状态判断标准依然有效。

由图 3 可知, 1.8 MPa 围压下堆石料的相对破碎率 $B_r=10.7\%$, 2.5 MPa 围压下堆石料的相对破碎率 $B_r=13.3\%$, 3.0 MPa 围压下堆石料的相对破碎率 $B_r=15.0\%$ 。说明高压下堆石料发生了较多的颗粒破碎, 此时应力状态判断标准不宜采用“剪应力不变”。

超高围压 ($\sigma_3 > 3.0 \text{ MPa}$) 下, 图 1 (b) 中剪应力曲线达到峰值后下弯明显, 其中围压 3.3 MPa 的曲

线切线与水平线最大夹角约为 10° ，围压 3.5 MPa 的曲线切线与水平线最大夹角约为 15° ，不存在“剪应力不变”段。但是，图 1 (a) 中曲线的体应变 ε_v 会达到一个定值，因此，“体应变不变”的临界状态判断标准依然有效。由图 3 (a) 中曲线，可知 3.3 MPa 围压下堆石料相对破碎率 $B_r=15.9\%$ ，3.5 MPa 围压下堆石料的相对破碎率 $B_r=16.6\%$ ，堆石料颗粒破碎剧烈，此时临界状态判别标准更不宜采用“剪应力不变”。

堆石料试验前、后颗粒级配曲线见图 5，可以看出：围压越大、试验后弓弦形颗粒级配曲线的弯曲程度越小，与原颗粒级配曲线相差越大、颗粒破碎越显著。

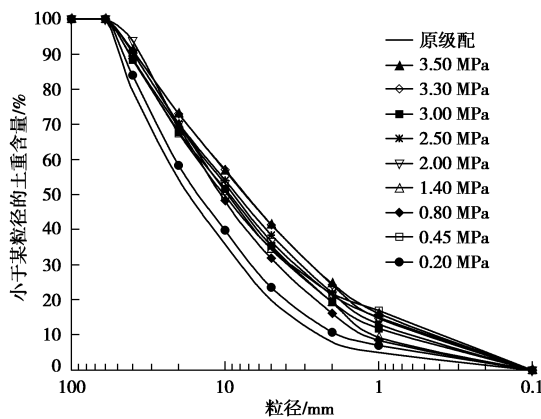


图 5 试验前后级配曲线

Fig. 5 Grading curves before and after tests

综上所述，三轴试验过程中随着轴向应变 ε_a 的增大，堆石料逐渐发生颗粒破碎，颗粒破碎程度与围压密切相关导致图 1 (b) 中高围压下剪应力 q 有一定程度的下弯，超高围压下剪应力 q 下弯明显。因此，对于高-超高围压下发生大量颗粒破碎的堆石料，“体应变不变”仍是判断临界状态的标准，但不宜采用“剪应力不变”标准。低围压下堆石料的临界状态判定仍可同时考虑“剪应力不变”标准。

2.5 Wan-Guo 硬化法则的修正

罗维 (Rowe) 令等效摩擦角 $\bar{\varphi}_f$ 等于 φ_{cv} 。罗维剪胀方程用下式表示：

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}}, \quad (4)$$

式中， $\varphi_m = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$ ， φ_{cv} 为体积不变时摩擦角， φ_m 为库仑摩擦角。当 ψ_m 值小于零时，动摩擦角 $\varphi_m < \varphi_{cv}$ ，代表体积压缩；当 ψ_m 值大于零时，动摩擦角 $\varphi_m > \varphi_{cv}$ ，代表体积膨胀。

$\bar{\varphi}_f$ 不是一个常量，为此，Wan 等^[18-19]依据 Sacramento 河砂三轴试验结果提出了砂的修正罗维方程：

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - (e/e_{cr})^\alpha \sin \varphi_{cv}}{1 - (e/e_{cr})^\alpha \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}}. \quad (5)$$

在修正罗维方程基础上，Wan 等^[18-19]提出了含有塑性剪应变 ε_s^p 和孔隙比 e 的动摩擦角 φ_m 的简单表达式：

$$\sin \varphi_m = \frac{\varepsilon_s^p}{a + \varepsilon_s^p} \left(\frac{e}{e_{cr}} \right)^{-\beta} \sin \varphi_{cv}, \quad (6)$$

式中， ε_s^p 为塑性剪应变， e_{cr} 是临界状态孔隙比， φ_{cv} 是体积保持恒定不变时的临界状态摩擦角， φ_m 为库仑摩擦角， a 和 β 是硬化参数。

式 (6) 为双曲线形式，当砂受到剪切、孔隙比趋近临界状态孔隙比 $e \rightarrow e_{cr}$ 时，塑性剪应变 ε_s^p 达到最大值，动摩擦角 φ_m 最大程度的接近临界状态摩擦角 φ_{cv} 。随着 ε_s^p 的变化，根据剪胀方程，孔隙比 e 也发生变化。

由于 Wan 等修正罗维方程未考虑砂的颗粒破碎影响，近年来堆石料力学特性的研究和本文试验研究结果都表明堆石料存在不可忽视的颗粒破碎，因此罗维 (Rowe) 剪胀方程应该进一步修正。

本文引入含颗粒破碎率 B_r 和围压 σ_3 的影响因子 Y ，对公式 (6) 修正。

$$\sin \varphi_m = \frac{Y \varepsilon_s^p}{a + \varepsilon_s^p} \left(\frac{e}{e_{cr}} \right)^{-\beta} \sin \varphi_{cv}, \quad (7)$$

$$Y = 10.25 B_r e^{\chi \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)}, \quad (8)$$

将式 (2) $B_r = 0.0727 (\sigma_3 / p_a)^{0.6572}$ 代入式 (8) 有

$$Y = 10.25 (0.0727 (\sigma_3 / p_a)^{0.6572}) e^{\chi \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)}. \quad (9)$$

基于常规三轴试验曲线，峰值应力条件下取 $\sin \varphi_{cv} = \sin \varphi_f$ ，式 (7) 变形为

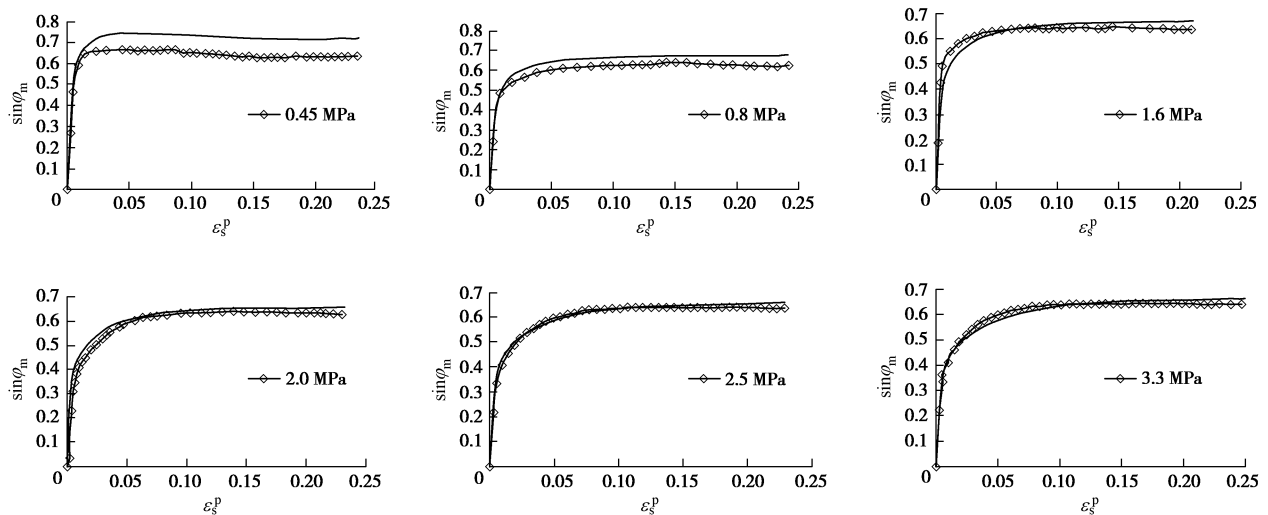
$$\sin \varphi_m = \frac{Y \varepsilon_s^p}{a + \varepsilon_s^p} \left(\frac{e}{e_{cr}} \right)^{-\beta} \sin \varphi_f. \quad (10)$$

由于常规三轴试验曲线的峰值应力条件下有 $d(\sin \varphi_m)/d\varepsilon_s^p = 0$ ，从而得到

$$a = \frac{\beta(1+e_0)(\varepsilon_s^p)^2 \sin \psi_{\max}}{e_f - \beta(1+e_0) \varepsilon_s^p \sin \psi_{\max}}, \quad (11)$$

式中， $(\cdot)_f$ 中的下标 f 代表峰值状态， e_0 是初始孔隙比， $\sin \psi_{\max} = d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_s^p$ 。

塑性体应变、剪应变、峰值摩擦角都可试验测得，联立解式 (10) 和 (11) 就可以得到硬化参数 a 和 β 。图 6 是按式 (10) 得出的 $\sin \varphi_m - \varepsilon_s^p$ 关系曲线，其中菱形代表试验数据点，连续实线为公式 (10) 拟合曲线。可以看出除低围压时稍有不足外，拟合效果好，说明本文建立的考虑高应力下颗粒破碎的修正罗维剪胀方程的硬化准则是合适的。

图6 不同围压下拟合的 $\sin \varphi_m - \varepsilon_s^p$ 关系曲线Fig. 6 Relationship between $\sin \varphi_m$ and ε_s^p under different values of confining pressure

3 结 论

(1) 提出了“体应变不变”是判断高一超高围压下堆石料临界状态的标准。由于剪应力达到峰值后随着颗粒破碎发展而减小, 导致剪应力曲线下弯, 几乎找不到“剪应力不变”段。因此“剪应力不变”标准不再适用于高一超高围压下发生大量颗粒破碎的堆石料。

(2) 试验成果验证了堆石料临界状态剪应力 q 与平均主应力 p 为幂函数关系, 而不是线性关系。

(3) 临界状态下, 堆石料颗粒破碎率 B_f 与围压 σ_3 呈幂函数关系。

(4) 堆石料临界状态剪应力 M_f 与围压 σ_3 间的关系呈对数函数关系。围压 3.0 MPa 以上颗粒破碎引起的临界状态应力比 M_f 值的程度逐渐减弱。利用该公式可以预测围压 3.5 MPa 以上的临界状态应力比 M_f 。

(5) 引入颗粒破碎因子, 修正了罗维 (Rowe) 剪胀方程 Wan-Guo 硬化法则, 高一超高围压下试验数据拟合好, 为构建考虑高应力下颗粒破碎的堆石料状态相关本构模型提供了支持。

参考文献:

- [1] 郇能惠. 高混凝土面板堆石坝新技术[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007. (LI Neng-hui. New Technique of High Concrete Faced Rockfill Dam[M]. Beijing: China Water Power Press, 2007. (in Chinese))
- [2] 孙海忠, 黄茂松. 考虑颗粒破碎的粗粒土临界状态弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(8): 1284 - 1290. (SUN Hai-zhong, HUANG Mao-song. Critical state elasto-plastic model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Chinese Journal of

Geotechnical Engineering, 2010, **32**(8): 1284 - 1290. (in Chinese))

- [3] HU W, YIN Z Y, DANO C, et al. A constitutive model for granular materials considering grain breakage[J]. Science China, 2011, **54**(8): 2188 - 2196.
- [4] 姚仰平, 黄冠, 王乃东, 等. 堆石料的应力-应变特性及其三维破碎本构模型[J]. 工业建筑, 2011, **41**(9): 12 - 18. (YAO Yang-ing, HUANG Guan, WANG Nai-dong, et al. Stress-strain characteristic and three-dimensional constitutive model of rockfill considering crushing[J]. Industrial Construction, 2011, **41**(9): 12 - 18. (in Chinese))
- [5] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(10): 1489 - 1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(10): 1489 - 1495. (in Chinese))
- [6] 刘恩龙, 陈生水, 李国英, 等. 堆石料的临界状态与考虑颗粒破碎的本构模型[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊 2): 148 - 154. (LIU En-long, CHEN Sheng-shui, LI Guo-ying, et al. Critical state of rockfill materials and a constitutive model considering grain crushing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S2): 148 - 154. (in Chinese))
- [7] 米占宽, 李国英, 陈生水. 基于破碎能耗的粗颗粒料本构模型[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(10): 1801 - 1811. (MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Sheng-shui. Constitutive model for coarse granular materials based on breakage energy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(10): 1801 - 1811. (in Chinese))
- [8] LIU H, ZOU D. Associated generalized plasticity framework

- for modeling gravelly soils considering particle breakage[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, **139**(5): 606 - 615.
- [9] 朱 晟, 魏匡民, 林道通. 筑坝土石料的统一广义塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(8): 1394 - 1399. (ZHU Sheng, WEI Kuang-min, LIN Dao-tong. Generalized plasticity model for soil and coarse-grained dam materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(8): 1394 - 1399. (in Chinese))
- [10] 王占军, 陈生水, 傅中志. 堆石料的剪胀特性与广义塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2015, **36**(7): 1931 - 1938. (WANG Zhan-jun, CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi. Dilatancy behaviors and generalized plasticity constitutive model of rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(7): 1931 - 1938. (in Chinese))
- [11] 魏匡民, 陈生水, 李国英, 等. 基于状态参数的筑坝粗粒土本构模型[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(4): 654 - 661. (WEI Kuang-min, CHEN Sheng-shui, LI Guo-ying, et al. Constitutive model for coarse-grained dam materials considering state parameter[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(4): 654 - 661. (in Chinese))
- [12] 殷志祥, 高 哲, 张建成, 等. 考虑颗粒破碎引起级配演变的道砟界面本构模型[J]. 岩土力学, 2017, **38**(9): 2669 - 2675. (YIN Zhi-xiang, GAO Zhe, ZHANG Jian-cheng, et al. Boundary surface model for railway ballast considering gradation evolution caused by particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(9): 2669 - 2675. (in Chinese))
- [13] 卞士海, 李国英, 魏匡民, 等. 堆石料广义塑性模型研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(6): 996 - 1003. (BIAN Shi-hai, LI Guo-ying, WEI Kuang-min, et al. Generalized plasticity model for rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(6): 996 - 1003. (in Chinese))
- [14] 方火浪, 蔡云惠, 王文杰. 堆石料状态相关三维多重机制界面模型[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(12): 2164 - 2171. (FANG Huo-lang, CAI Yun-hui, WANG Wen-jie. State-dependent 3D multi-mechanism bounding surface model for rockfills[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(12): 2164 - 2171. (in Chinese))
- [15] 张凌凯, 王 睿, 张建民, 等. 考虑颗粒破碎效应的堆石料静动力本构模型[J]. 岩土力学, 2019, **40**(7): 2547 - 2554, 2562. (ZHANG Ling-kai, WANG Rui, ZHANG Jian-min, et al. A static and dynamic constitutive model of rockfill material considering particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(7): 2547 - 2554, 2562. (in Chinese))
- [16] 蔡正银, 李小梅, 韩 林, 等. 考虑级配和颗粒破碎影响的堆石料临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (CAI Zheng-yin, LI Xiao-mei, HAN Lin, et al. Critical state of rockfill materials considering particle gradation and breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (in Chinese))
- [17] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(10): 1443 - 1448. (ZHANG Bing-yin, JIA Yan-an, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(10): 1443 - 1448. (in Chinese))
- [18] WAN R G, GUO. A pressure and density dependence dilatancy model for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1999, **39**(6): 1 - 11.
- [19] WAN R G, GUO. A simple constitutive model for granular soils: modified stress-dilatancy approach[J]. Computers and Geotechnics, 1998, **22**(2): 109 - 133.
- [20] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 69 - 82. (LI Guang-xin. Advanced Soil Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese))
- [21] 孔宪京, 宁凡伟, 刘京茂, 等. 应力路径和干湿状态对堆石料颗粒破碎的影响研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(6): 2059 - 2065. (KONG Xian-jing, NING Fan-wei, LIU Jing-mao, et al. Influences of stress paths and saturation on particle breakage of rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(6): 2059 - 2065. (in Chinese))