

DOI: 10.11779/CJGE202003011

# 岩石类材料动态强度准则

胡 晶<sup>1</sup>, 姚仰平<sup>2</sup>, 张雪东<sup>\*1</sup>, 魏迎奇<sup>1</sup>, 张紫涛<sup>1</sup>, 陈祖煜<sup>1</sup>

(1. 中国水利水电科学研究院岩土工程研究所, 北京 100048; 2. 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 岩石类材料的强度具有明显的应变率效应。首先分析了材料的单轴动态强度特性, 提出了一个简单的强度公式, 可以统一描述准静态到动态的单轴强度特性。随后, 基于统一强度准则开展多轴动态强度研究, 在双对数坐标系下, 不同应变率下的子午面强度包线近似平行, 材料摩擦、静水压力、中主应力效应几乎不受应变率变化的影响。由此建立动态坐标系, 将统一强度准则拓展至考虑应变率效应。基于所得的准则, 将单轴压缩、拉伸应力状态代入, 强度准则可以描述与单轴试验相似的强度规律。最后, 采用混凝土试验对强度准则进行了验证。该强度准则基于动态强度特性建立, 参数物理意义明确, 可以为动态响应分析提供理论基础。

**关键词:** 岩石类材料; 应变率; 强度; 动力增长因子; 黏聚力

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)03-0495-08

作者简介: 胡 晶(1989—), 男, 工程师, 博士, 主要从事岩土本构理论及离心模型试验的研究工作。E-mail: jinghu@buaa.edu.cn。

## Dynamic strength criterion for rock-like materials

HU Jing<sup>1</sup>, YAO Yang-ping<sup>2</sup>, ZHANG Xue-dong<sup>1</sup>, WEI Ying-qi<sup>1</sup>, ZHANG Zi-tao<sup>1</sup>, CHEN Zu-yu<sup>1</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China;

2. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The strength of rock-like materials has obvious strain rate effect. Based on the characteristics of uniaxial dynamic strength, a simple strength criterion is proposed, which can uniformly predict the uniaxial strength from quasi-static to dynamic. Under the framework of the unified strength criterion, the triaxial dynamic strength criterion is studied. In the double-logarithmic coordinate system, the meridian strength envelopes at different strain rates are approximately parallel. The effects of friction, hydrostatic pressure and intermediate principal stress of the materials are not affected by the change of strain rate. Thus, a dynamic coordinate system is established, and the unified strength criterion is extended to consider the strain rate effect. Based on the obtained criterion, the uniaxial compressive and tensile strength are investigated. The strength criterion will represent similar characteristics to those obtained by uniaxial tests. Finally, the strength criterion is verified by strength tests of concrete. By fully understanding the dynamic strength characteristics, the parameters in the proposed strength criterion have clear physical meanings, and can provide a theoretical basis for dynamic response analysis.

**Key words:** rock-like material; strain rate; strength; dynamic increase factor; cohesion

## 0 引言

岩石类材料的强度不仅与围压、应力状态等因素有关, 还受加载速率的影响。通常应变率越高, 强度越大。在分析爆炸冲击、地震等动力荷载作用时, 由于应力波的衰减, 岩土体各个区域处于不同的应力状态, 应变率也存在显著差异, 因而需要考虑复杂应力状态下强度的率相关特性。

目前, 材料的率效应研究以单轴试验为主, 学者针对岩石、混凝土、冻土等材料开展了系列研究。根据是否存在极限峰值强度, 单轴动态强度准则可分为 J 准则和 S 准则<sup>[1]</sup>。对于 J 准则, 随着应变速率的增加,

材料的动态强度将无限增大; 而 S 准则认为, 当应变速率极大时, 材料的动态强度也将趋于稳定。Lu 等<sup>[2]</sup>认为动态强度由真实动态强度和惯性动态强度组成, 真实动态强度存在极限值。然而, 由于在极高应变速率下, 试验加载难度极大, 可靠数据较少, 目前还很难准确测定或预测极限峰值强度。而 J 准则参数相对较少、易于测定。在材料达到极限峰值强度前, S 准则

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51879283); 国家自然科学基金重点项目(51339006)

收稿日期: 2019-03-04

\*通信作者(E-mail: zixerdo@126.com)

仍可采用 J 准则近似，因而，目前仍广泛采用 J 准则。

通常，J 准则以对数函数<sup>[3]</sup>、指数函数<sup>[1]</sup>或幂函数<sup>[4]</sup>等形式为主，也有部分学者采用分段函数的形式，但这增加了参数确定和模型使用的难度，函数非连续光滑也使与弹塑性本构理论结合的难度增加。

为了合理考虑岩石类材料在复杂应力状态下的动态强度规律，一些学者采用等效应变率概念<sup>[5-6]</sup>，将单轴强度拓展至复杂应力状态。此外，王怀亮等采用二次函数作为子午面破坏包络线，在偏平面上采用 Willam-Warnke 模型，使用特征应力点法对拉压子午面方程进行修正以考虑偏平面上罗德角对动态强度的影响<sup>[7]</sup>。杜修力等基于广义非线性强度<sup>[8]</sup>框架，结合混凝土材料的非线性单轴、双轴动态强度特性，得出强度参数的率效应公式，由此建立混凝土材料的三轴动态强度准则<sup>[9]</sup>。这两种理论均假定静力条件下强度参数与单轴压缩、拉伸强度的关系在动态条件下仍然成立，从而将静力准则外推至考虑应变率效应。由于强度参数均为应变率的函数，这导致强度包线表达式复杂，增加了准则使用的难度。

本文通过整理单轴及多轴动态强度试验数据，分析各个强度参数与应变率效应的相关性，在此基础上建立动态坐标系，提出考虑应变率效应的多轴强度准则。准则中各个参数物理意义明确，模型的建立充分考虑动态强度试验规律，模型特性与试验相符，为强度的率效应提供了新的认识，可以用于预测材料的动态强度特性。

## 1 单轴动态强度准则

对于砂土、岩石、混凝土等材料，其强度与加载速率密切相关，受试验条件制约，目前超高应变率下强度的发展规律及机理还没有定论。为了简便起见，本文基于 J 准则开展研究，即应变率越高，材料强度越高。图 1 为半对数坐标系下，动态强度典型的试验结果。当应变率较小时，强度保持恒定，此时称为准静态。当应变率超过一定范围后，强度产生突变，强度突变的转折点定义为临界应变率  $\dot{\varepsilon}_0$ 。根据实测数据，强度与应变率在半对数坐标系下为线性关系，其斜率采用静态强度  $\sigma_s$  无量纲化后，表示为  $k_{ea}$ ，描述强度的增长率。

为了简单描述动力强度随应变率变化的规律，对试验结果进行归一化。采用动力增长因子（DIF，dynamic increase factor）作为强度特征量，其定义为动态强度与静态强度的比值；针对应变率，构造无量纲量  $\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 + 1$ ，表征相对应变率。采用无量纲量整理试验数据发现，动力增长因子与相对应变率在半对数

坐标系下为线性关系。当应变率较高时， $\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 + 1 \rightarrow \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0$ ，其斜率趋近于  $k_{ea}$ 。由于材料的初始状态为静态，代入相应的条件，直线始终经过点 (1, 1)，由此，可以采用统一的方程描述岩石类材料由静态到动态的强度特性，

$$DIF = \frac{\sigma_d}{\sigma_s} = 1 + k_{ea} \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + 1 \right) , \quad (1)$$

式中， $\sigma_d$  为动态强度， $\dot{\varepsilon}$  为应变率。

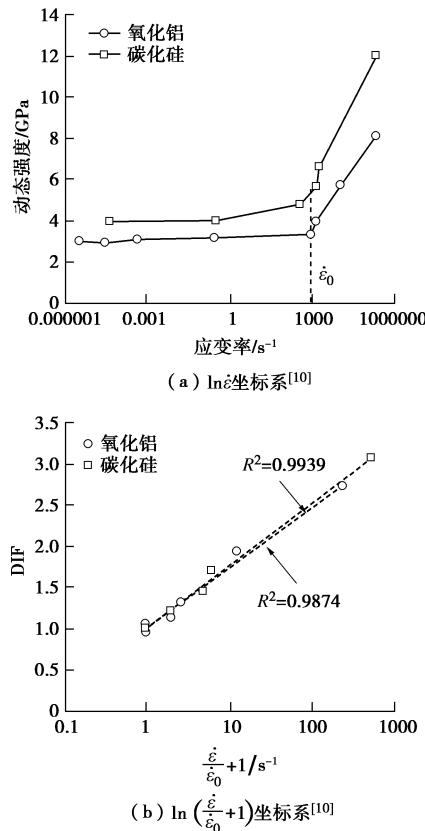


图 1 动态强度随应变率变化规律

Fig. 1 Evolution of dynamic strength with strain rate

图 2 为式 (1) 所得动力增长因子随应变率变化的曲线，当应变率相对较低时，动力增长因子基本为 1；而当应变率大于临界应变率时，随着应变率增加，DIF 与应变率在半对数坐标系下近似为线性关系。临界应变率不同，曲线上升段起点不同，而曲线基本相互平行，斜率一致。当  $k_{ea}$  不同，动态强度增长速率不同，斜率越大，强度升高越快。在动力作用下，材料单轴拉伸或压缩强度随应变率变化规律一致，式 (1) 可以较好地描述岩石类材料的单轴动态强度特性。

## 2 多轴动态强度准则

### 2.1 统一强度准则

由于缺乏必要的试验基础，目前对材料的动态强

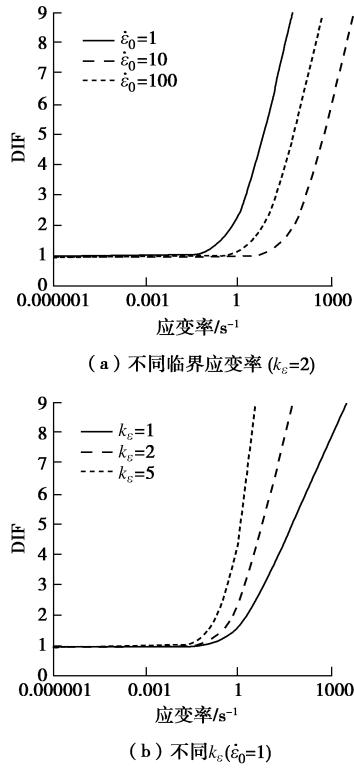


图 2 参数对动态强度增长因子的影响

Fig. 2 Influences of parameters on dynamic increase factor

度特性还没有清晰的认识，尚不具备通过理论直接建立三维动态强度准则的条件。分析应变率对强度参数的影响规律，是建立动态强度准则是行之有效的方法<sup>[11]</sup>。Yao 等<sup>[12]</sup>提出的统一强度准则适用于描述多种岩土类材料的三维强度特性。该准则仅包含 4 个相互独立的参数，均具有明确的物理意义，可以方便地通过三轴压缩和拉伸试验确定，便于分析率效应对强度参数的影响规律，因而基于该准则进行多轴动态强度准则的研究。为了反映摩擦效应及静水压力效应，统一强度准则在子午面上采用幂函数作为破坏包线<sup>[12]</sup>，

$$q^* = M_f \left( \frac{p}{p_r} \right)^n p_r \quad . \quad (2)$$

式中  $q^*$  为三轴压缩强度； $p$  为平均正应力； $p_r$  为参考应力； $n$  为静水压力效应指数，描述了子午面破坏曲线的弯曲程度； $M_f$  为参考应力  $p_r$  处对应的割线斜率，反映了材料的摩擦特性。采用幂函数可以统一描述线性与非线性的强度特性，且通过固定点，方便参数确定。统一强度准则通过坐标平移描述材料的黏聚力效应，坐标平移公式为<sup>[12]</sup>

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij} \quad . \quad (3)$$

式中  $\sigma_{ij}$  为应力张量； $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号。 $\bar{\sigma}_{ij}$  为平移后的应力张量， $\sigma_0$  为等向拉伸强度，对应子午面破坏曲线与  $p$  轴的交点坐标。强度包线平移后满足式

(2)，强度包线如图 3 所示。

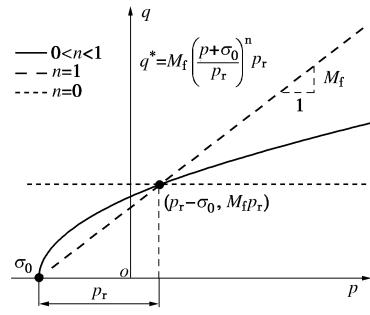


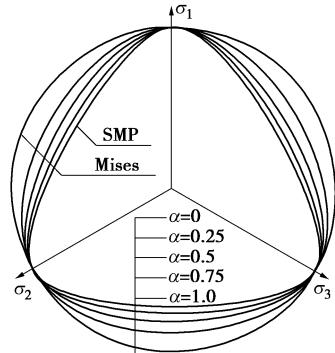
图 3 子午面强度包线

Fig. 3 Strength envelopes on meridian plane

在  $\pi$  平面，为了与 SMP 及 Mises 准则相结合，当  $\bar{\sigma}_3 \geq 0$  时，定义<sup>[12]</sup>

$$q^* = \alpha \sqrt{\bar{I}_1^2 - 3\bar{I}_2} + \frac{2(1-\alpha)\bar{I}_1}{3\sqrt{(\bar{I}_1\bar{I}_2 - \bar{I}_3)/(\bar{I}_1\bar{I}_2 - 9\bar{I}_3) - 1}} \quad , \quad (4)$$

式中， $\bar{I}_1$ ， $\bar{I}_2$  和  $\bar{I}_3$  分别为坐标平移后的主应力不变量。 $\alpha$  的不同引起同一  $\pi$  平面上强度包线由 SMP 曲边三角形向 Mises 圆过渡， $\alpha$  的取值范围为  $[0, 1]$ ，当  $\alpha = 0$  时， $\pi$  平面上强度包线为 SMP 曲边三角形；当  $\alpha = 1$  时， $\pi$  平面上强度包线为 Mises 圆，如图 4 所示。

图 4 不同  $\alpha$  对  $\pi$  平面强度包线影响Fig. 4 Strength envelopes on  $\pi$  plane under different  $\alpha$ 

## 2.2 子午面动态强度特性

文献[13]开展不同应变率条件下混凝土的三轴压缩试验，首先结合该数据分析子午面动态强度特性。根据经验公式，静态等向拉伸强度近似取为  $0.09f_c$ <sup>[14]</sup>，令  $p_r = f_c$ ，根据统一强度准则，子午面强度在  $\ln(q/p_r) - \ln[(p + \sigma_0)/p_r]$  坐标系下为线性关系，直线斜率为静水压力系数  $n$ ，与纵轴的截距为  $\ln(M_f)$ 。图 5 给出不同应变率条件下的试验结果，各条强度包线基本平行，即应变率对静水压力系数  $n$  几乎没有影响。

计算各强度包线与横轴的截距，得到对应的平均正应力，若将应变率  $10^{-5}$  视为静态，计算平均正应力差值  $\Delta p$ ，由此可以计算出不同应变率下的动态等向拉伸强度  $\sigma_{d0}$ ，

$$\sigma_{d0} = \sigma_{s0} + \Delta p \quad , \quad (5)$$

整理等效动态等向拉伸强度与应变率的关系，其在半对数空间与单轴强度试验规律一致（图 6），因而可以得到表达式为

$$\sigma_{d0} = \sigma_{s0} + k_e \sigma_{s0} \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + 1\right) \quad , \quad (6)$$

式中， $k_e$  为等向拉伸强度增长率，通常试验均针对单轴拉伸或单轴压缩，根据经验公式，可以将强度值近似转化为等向拉伸强度<sup>[14]</sup>。

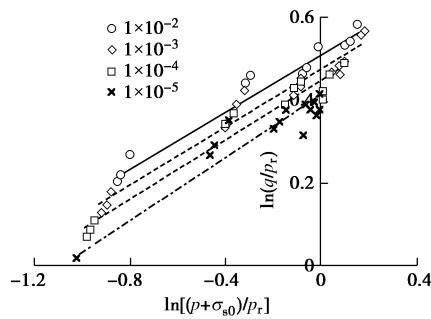


图 5 双对数坐标系下不同应变率子午面强度试验结果

Fig. 5 Strength data on meridian plane under different strain rates in double-log coordinates

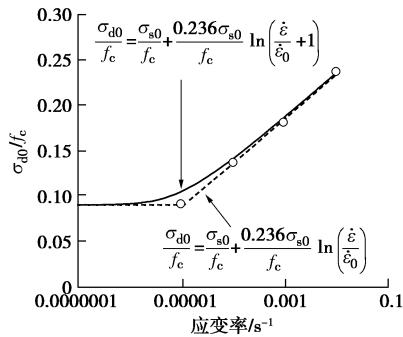


图 6 等向拉伸强度与应变率关系

Fig. 6 Evolution of isotropic tensile strength by strain rate

采用所得的动态等向拉伸强度重新整理试验数据，在  $\ln(q/p_r)-\ln[(p+\sigma_0)/p_r]$  坐标系下，不同应变率的强度包线均近似归一到同一直线（图 7）。由此可得，应变率对静水压力系数及摩擦强度影响较小。这一结论与张建民等<sup>[15]</sup>基于砂土所得的试验规律一致，即应变率变化对摩擦角影响不大，不同应变率下强度包线互相平行，应变率增大只引起黏聚力增加。

根据统一强度准则，黏聚力变化可以通过坐标平移考虑，同理，可以采用动态坐标系描述应变率对强度包线的影响，不同应变率下坐标平移公式如下：

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_{d0} \delta_{ij} \quad , \quad (7)$$

式中， $\sigma_{d0}$  为动态等向拉伸强度，可由式（6）得出。

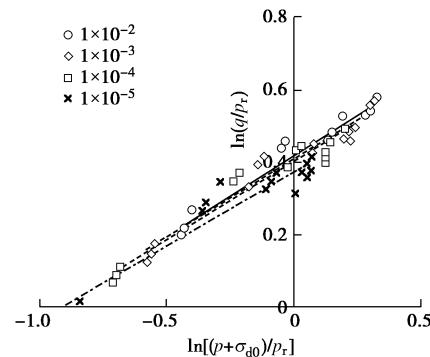


图 7 双对数空间平移后子午面强度

Fig. 7 Strength data on meridian plane in double-log coordinates after translation

在动态坐标系下，子午面强度可采用式（2）描述，将强度包线转换至真实应力空间，即可得到不同应变率下的子午面强度（图 8）。随着应变率的增加，强度包线形状相似，但是逐渐向左平移，强度逐渐升高。而随着平均正应力的升高，强度增长值明显降低，即强度的率敏感性减弱。

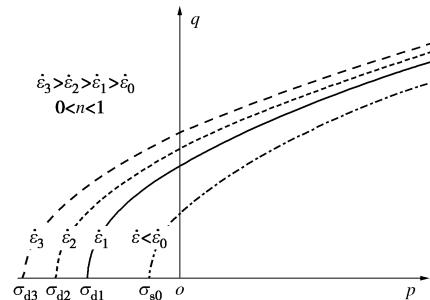


图 8 不同应变率下子午面强度包线

Fig. 8 Strength envelope on meridian plane under different strain rates

在等  $p$  条件下，根据式（2）可以得到动态增长因子

$$DIF = \frac{q_d}{q_s} = \left[ 1 + \frac{k_e}{p + \sigma_{s0}} \ln(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 + 1) \right]^n \quad , \quad (8)$$

由式（8）可以得到，抗剪强度动力增长因子主要受静水压力系数及平均正应力影响。图 9 给出了强度动力增长因子随应变率及平均正应力演化的规律，随着平均正应力的增加，动力增长因子显著降低，这与 Li 等<sup>[16]</sup>所得的试验规律类似。而随着  $n$  值减小，静水压力效应越发显著，率效率越不明显。

在式（2）中代入单轴压缩应力状态 ( $f_c, 0, 0$ )，可以得到单轴压缩强度，结合动态坐标系可以得到不同应变率下的强度特性，其规律与图 1 (a) 中单轴试验规律基本一致（图 10）。当超过临界应变率时，DIF 与应变率在半对数空间近似为线性，这说明动态强度

准则的合理性。随着  $k_s$  的变化, 其可以描述与单轴准则相同的动态强度特性(图 2(b))。

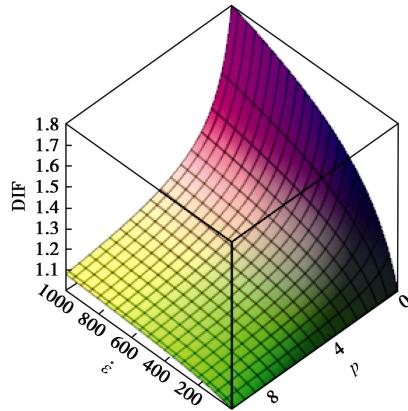


图 9 强度动力增长因子随应变率及平均正应力演化规律  
( $n=0.75$ ,  $k_e=0.1$ ,  $\sigma_{s0}=1$ )

Fig. 9 Evolution of DIF by strain rate and mean pressure ( $n=0.75$ ,

$$k_e=0.1, \sigma_{s0}=1$$

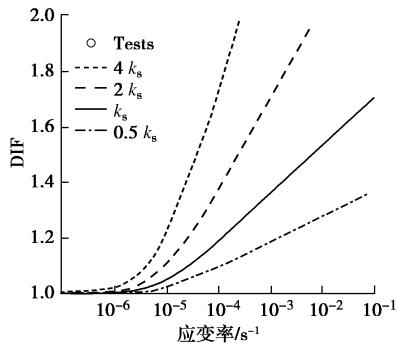


图 10 不同应变率下单轴压缩强度( $n=0.94$ ,  $k_e=0.1$ ,  $\sigma_{s0}=1.5$ )

Fig. 10 Uniaxial compression strengths under different strain rates

$$(n=0.94, k_e=0.1, \sigma_{s0}=1.5)$$

### 2.3 多轴动态强度特性

在子午面动态强度的基础上, 结合公式(2), (4), 并假定中主应力参数  $\alpha$  不随应变率变化, 可得动态三维强度准则:

$$M_f \left( \frac{\bar{p}}{p_r} \right)^n p_r = \alpha \sqrt{\bar{I}_1^2 - 3\bar{I}_2} + \frac{2(1-\alpha)\bar{I}_1}{3\sqrt{(\bar{I}_1\bar{I}_2 - \bar{I}_3)/(\bar{I}_1\bar{I}_2 - 9\bar{I}_3)} - 1}, \quad (9)$$

式中, 坐标平移公式由式(7)定义, 拉压应力比  $\alpha$  可以通过下式计算得出

$$\alpha = \frac{M_e M_c + 3(M_e - M_c)}{M_e^2}, \quad (10)$$

式中,  $M_e$ ,  $M_c$  分别为三轴拉伸、压缩应力比, 对应强度包线在  $p$ - $q$  空间的斜率。图 11 给出不同应率下三轴压缩及拉伸的试验数据<sup>[17]</sup>, 根据实测结果, 三轴压缩及拉伸破坏线的斜率几乎不随应变率变化, 由式

(10), 可以认为  $\alpha$  不受应变率影响。

根据式(9)可以得到不同应变率下的  $\pi$  平面强度包线(图 12)。随着应变率增加,  $\pi$  平面强度包线外扩。由于等效破坏应力比减小, 理论上, 同一  $\pi$  平面的强度包线存在由曲边三角形向圆演变的趋势, 在极高应变率下, 材料强度特性趋向于金属材料。

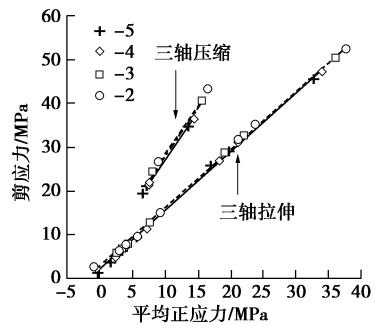


图 11 不同应变率三轴压缩与拉伸强度

Fig. 11 Triaxial compressive and extensive strengths under different strain rates

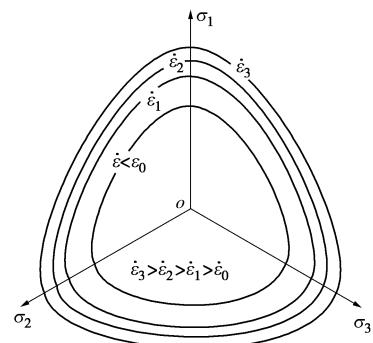


图 12 不同应变率  $\pi$  平面强度包线

Fig. 12 Strength envelopes on  $\pi$  plane under different strain rates

将单轴拉伸应力状态  $(0, 0, -f_t)$  代入式(9), 可以得到不同应变率下的单轴拉伸强度(图 13), 其规律与图 2 中的试验结果一致, 当应变率较低时, 单轴拉伸强度动力增长因子趋于 1, 而当应变率超过临界应变率时, 动力增长因子显著增加。为了研究中主应力参数对动力增长因子的影响, 图 13 分别给出不同中主应力参数下的单轴拉伸预测结果, 根据统一强度准则, 随着中主应力参数  $\alpha$  的增加, 单轴拉伸强度会逐渐提高。然而, 不同应变率下动力增长因子却始终保持不变, 这也从侧面说明, 忽略率效应对  $\alpha$  的影响, 不会显著影响材料单轴或拉伸子午面的动态强度规律。

### 3 单轴动态强度准则试验验证

根据前人的研究成果, 搜集了多种材料的单轴动态强度试验数据(图 14), 不同材料强度随应变率变

化规律基本一致，通过调整模型中临界应变率、强度增长率等参数，可以较好的拟合各种材料的单轴压缩及拉伸强度特性。

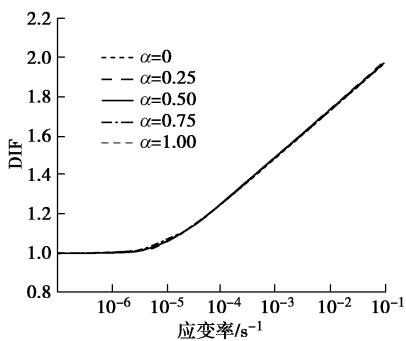


图 13 不同应变率下单轴拉伸强度

Fig. 13 Uniaxial tensile strengths under different strain rates

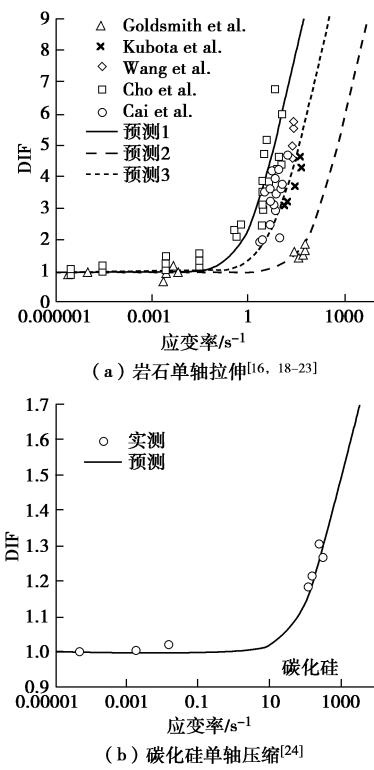


图 14 单轴动态强度试验验证

Fig. 14 Validation of uniaxial strength criterion by experiments

#### 4 多轴动态强度准则试验验证

在静态、准静态条件下，统一强度准则已通过砾石、岩石、混凝土等材料的强度试验进行验证<sup>[12]</sup>。而在高应变率下开展真三轴试验尚有较大的技术难度，目前率效应试验以双轴压-压或拉压为主。本文将采用混凝土动态试验对强度准则进行验证。图 15 为三轴压缩试验的预测和实测结果<sup>[13]</sup>，试验所用试件为 100 mm×100 mm×100 mm 立方体，试验过程中，侧向压

力保持恒定，分别为 0, 0.25f<sub>c</sub>, 0.5f<sub>c</sub>, 0.75f<sub>c</sub>, 试件竖向加载直至破坏，加载应变率分别为 10<sup>-5</sup>, 10<sup>-4</sup>, 10<sup>-3</sup>, 10<sup>-2</sup>。理论预测参数为 M<sub>f</sub>=1.45, n=0.4, p<sub>r</sub>=f<sub>c</sub>, σ<sub>0</sub>=0.09f<sub>c</sub>, k<sub>e</sub>=0.236, ε<sub>0</sub>=10<sup>-5</sup>。由对比结果可以看出，本文的动态强度准则可以描述应变率对子午面强度包线的影响。

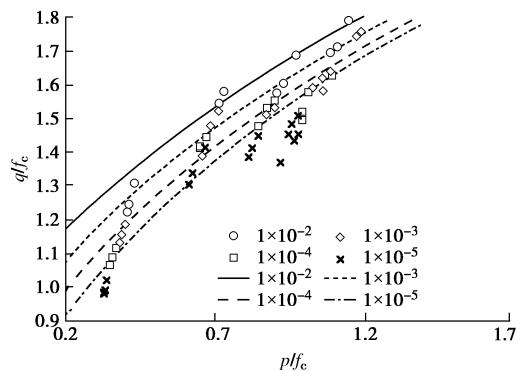


图 15 不同应变率下混凝土三轴压缩试验强度<sup>[13]</sup>

Fig. 15 Triaxial compressive strengths under different strain rates<sup>[13]</sup>

图 16 为双轴压-压试验的预测和实测对比结果，试件采用双轴加载，加载过程中，始终保持 2 个方向荷载比例不变，应力比分别为 1:0, 1:0.25, 1:0.5, 1:0.75, 1:1。试验过程中，在不同加载应变率下进行试验，使试件破坏。由于应力比不同，各个工况应力罗德角不同，应力比为 1:1 时对应三轴拉伸状态。由于混凝土试件强度相同，参数与上文一致，因需要考虑三轴拉伸应力状态，中主应力系数 α 取为 0.75，预测结果较好地反映了混凝土双轴压-压强度特性(图 16)。

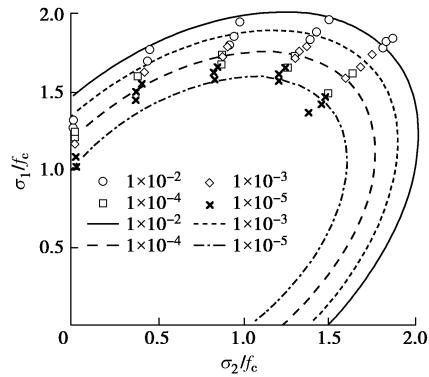


图 16 不同应变率下混凝土双轴压-压强度<sup>[13]</sup>

Fig. 16 Biaxial compressive strengths under different strain rates<sup>[13]</sup>

#### 5 结 论

本文结合单轴和多轴动态强度试验数据，基于统一强度准则进行研究，得出以下主要结论：

(1) 在半对数坐标系下, 单轴强度与无量纲量  $\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 + 1$  成线性关系, 由此可以建立单轴动态强度公式, 式中仅包含临界应变率和强度增长率两个物理意义明确且易于确定的参数。

(2) 针对子午面动态强度, 不同应变率下强度包线在双对数坐标系下近似平行, 应变率效应可以归结为对强度包线的平移, 即对等向拉伸强度或黏聚力的影响。在半对数坐标系下, 等向拉伸强度与无量纲量  $\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 + 1$  成线性关系, 规律与单轴压缩、拉伸试验相似。由此建立动态坐标系, 并将统一强度准则扩展至考虑应变率效应。

(3) 根据试验规律, 应变率变化对中主应力参数几乎没有影响, 由此将动态强度准则扩展至3维应力状态。当多轴动态强度准则退化至单轴压缩或拉伸应力状态, 可以描述与试验一致的动态单轴强度规律。

(4) 采用多轴动态强度准则, 可以预测不同应变率下混凝土的双轴试验结果, 由于相关试验数据有限, 真三轴条件下的动态强度还需要进一步研究验证。

## 参考文献:

- [1] 杜修力, 王阳, 路德春. 混凝土材料的非线性单轴动态强度准则[J]. 水力学报, 2010, 41(3): 300–309. (DU Xiu-li, WANG Yang, LU De-chun. Non-linear uniaxial dynamic strength criterion for concrete[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(3): 300–309. (in Chinese))
- [2] LU D, WANG G, DU X, et al. A nonlinear dynamic uniaxial strength criterion that considers the ultimate dynamic strength of concrete[J]. International Journal of Impact Engineering, 2017, 103: 124–137.
- [3] ZHOU X Q, HAO H. Modelling of compressive behaviour of concrete-like materials at high strain rate[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(17): 4648–4661.
- [4] REINHARDT H W, ROSSI P, VAN Mier J G M. Joint investigation of concrete at high rates of loading[J]. Materials and Structures, 1990, 23(3): 213–216.
- [5] EIBL J, SCHMIDT-HURTENNE B. Strain-rate-sensitive constitutive law for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(12): 1411–1420.
- [6] 周秋景, 张国新, 李同春. 基于多轴等效变动力损伤模型的混凝土坝工作性态分析[J]. 水力发电, 2014(12): 26–30. (ZHOU Qiu-jing, ZHANG Guo-xin, LI Tong-chun. Analysis on working performance of concrete dams with a dynamic multi-axis equivalent strain damage model[J]. Water Power, 2014(12): 26–30. (in Chinese))
- [7] 王怀亮, 宋玉普. 多轴应力状态下混凝土的动态强度准则[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(4): 93–97. (WANG Huai-liang, SONG Yu-pu. A dynamic strength criterion of concrete under multiaxial stress state[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(4): 93–97. (in Chinese))
- [8] YAO Y, LU D, ZHOU A, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2004, 47(6): 691–709.
- [9] 杜修力, 王国盛, 路德春. 混凝土材料非线性多轴动态强度准则[J]. 中国科学: 技术科学, 2014, 44(12): 1319–1332. (DU Xiu-li, WANG Guo-sheng, LU De-chun. Nonlinear multiaxial dynamic strength criterion for concrete material[J]. Scientia Sinica Technologica, 2014, 44(12): 1319–1332. (in Chinese))
- [10] QIAN Q, QI C, WANG M. Dynamic strength of rocks and physical nature of rock strength[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2009, 1(1): 1–10.
- [11] WANG G, LU D, DU X, et al. Dynamic multiaxial strength criterion for concrete based on strain rate-dependent strength parameters[J]. J Eng Mech ASCE, 2018, 144: 4018018.
- [12] YAO Y, HU J, ZHOU A, et al. Unified strength criterion for soils, gravels, rocks, and concretes[J]. Acta Geotechnica, 2015, 10(6): 749–759.
- [13] 吕培印. 混凝土单轴、双轴动态强度和变形试验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2001. (LÜ Pei-yin. Experimental Study on Dynamic Strength and Deformation of Concrete Under Uniaxial and Biaxial Action[J]. Dalian: Dalian University of Technology, 2001. (in Chinese))
- [14] 过镇海. 混凝土的强度和变形试验基础和本构关系[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. (GUO Zhen-hai. Strength and Deformation of Concrete[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese))
- [15] 张建民, 邵生俊. 三维应力条件下饱和砂土的动有效强度准则[J]. 水力学报, 1989(3): 54–59. (ZHANG Jian-min, SHAO Sheng-jun. Dynamic effective strength criterion of saturated sand under three-dimensional stress[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1989(3): 54–59. (in Chinese))
- [16] LI H B, LI T J, ZHAO J. Triaxial compression tests on a granite at different strain rates and confining pressures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(8): 1057–1063.
- [17] SHI L, WANG L, SONG Y, et al. Dynamic multiaxial strength and failure criterion of dam concrete[J]. Construction

- and Building Materials, 2014, **66**: 181 - 191.
- [18] CHO S H, OGATA Y, KANEKO K. Strain-rate dependency of the dynamic tensile strength of rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**(5): 763 - 777.
- [19] CAI M, KAISER P K, SUORINENI F, et al. A study on the dynamic behavior of the Meuse/Haute-Marne argillite[J]. Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C, 2007, **32**(8/9/10/11/12/13/14): 907 - 916.
- [20] KUBOTA S, OGATA Y, WADA Y, et al. Estimation of dynamic tensile strength of sandstone[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, **45**(3): 397 - 406.
- [21] WANG Q Z, LI W, XIE H P. Dynamic split tensile test of flattened Brazilian disc of rock with SHPB setup[J]. Mechanics of Materials, 2009, **41**(3): 252 - 260.
- [22] WANG Q Z, LI W, SONG X L. A method for testing dynamic tensile strength and elastic modulus of rock materials using SHPB[J]. Pure and Applied Geophysics, 2006, **163**(5/6): 1091 - 1100.
- [23] GOLDSMITH W, SACKMAN J L, EWERTS C. Static and Dynamic Fracture Strength of Barre Granite[C]// International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. Pergamon, 1976: 303 - 309.
- [24] WANG H, RAMESH K T. Dynamic strength and fragmentation of hot-pressed silicon carbide under uniaxial compression[J]. Acta Materialia, 2004, **52**(2): 355 - 367.

### 标准摘录：出版物上数字用法（GB/T 15835—2011）选用汉字数字情形

#### （1）非公历纪年

干支纪年、农历月日、历史朝代纪年及其他传统上采用汉字形式的非公历纪年等等，应采用汉字数字。

示例：丙寅年十月十五日 庚辰年八月五日 腊月二十三 正月初五 八月十五中秋  
秦文公四十四年 太平天国庚申十年九月二十四日 清咸丰十年九月二十日  
藏历阳木龙年八月二十六日 日本庆应三年

#### （2）概数

数字连用表示的概数、含“几”的概数，应采用汉字数字。

示例：三四个 一二十个 四十五六岁 五六万套 五六十年前  
几千 二十几 一百几十 几万分之一

#### （3）已定型的含汉字数字的词语

汉语中长期使用已经稳定下来的包含汉字数字形式的词语，应采用汉字数字。

示例：万一 一律 一旦 三叶虫 四书五经 星期五 四氧化三铁 八国联军  
七上八下 一心一意 不管三七二十一 一方面 二百五 半斤八两  
五省一市 五讲四美 相差十万八千里 八九不离十 白发三千丈  
不二法门 二八年华 五四运动 “一二·八”事变 “一二·九”运动