

DOI: 10.11779/CJGE202002018

有限土体下考虑土拱效应的非极限主动土压力解

徐日庆^{1, 2}, 徐叶斌^{1, 2}, 程康^{1, 2}, 冯苏阳^{1, 2}, 申硕^{1, 2}

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江省城市地下空间开发工程技术研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 以挡土墙后有限范围黏土为研究对象, 考虑非极限状态下的土拱效应, 并采用塑性上限理论求得的破裂面夹角和多滑裂面假设得到的侧向土压力系数变化规律, 推导了有限土体的主动土压力解析式, 该公式也可退化为半无限宽度的主动土压力公式。与模型试验相比, 所提理论解与试验值取得了较好的一致性, 证明了解析解的合理性。进一步参数分析表明: 破裂面夹角随土体内摩擦角 φ 呈线性增长; 随有限土体宽高比 B/H 减小而小幅增加; 与地下室挡墙外摩擦角和内摩擦角的比值 α/φ 呈正相关, 而与基坑挡土墙外摩擦角和内摩擦角的比值 δ/φ 呈负相关; 在 α/φ 大于或略小于 δ/φ 时, 破裂面夹角随位移比 η 单调增加, 而当 α/φ 远小于 δ/φ 时, 破裂面夹角随 η 增加先增大后减小。主动土压力随 B/H 减小而单调降低, 其分布由子弹形逐渐转变为钟形; 主动土压力值与 δ/φ 、 α/φ 和 φ 都呈负相关, 且随 δ/φ 与 φ 的增加非线性逐渐增强。

关键词: 有限黏土; 主动土压力; 土拱效应; 非极限状态

中图分类号: TU472

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2020)02-0362-10

作者简介: 徐日庆(1962—), 男, 博士后, 教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: xurq@zju.edu.cn。

Method to calculate active earth pressure considering soil arching effect under nonlimit state of clay

XU Ri-qing^{1, 2}, XU Ye-bin^{1, 2}, CHENG Kang^{1, 2}, FENG Su-yang^{1, 2}, SHEN Shuo^{1, 2}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Zhejiang

Provincial Engineering Technical Center of Urban Underground Space, Hangzhou 310058, China)

Abstract: By taking the limited range of clay behind the retaining wall as the research object, considering soil arching effect under non-limit state, and adopting the angle of the fracture surface obtained by the plastic upper limit theory and the variation law of lateral earth pressure coefficient obtained by hypothesis of multiple slip surfaces, an analytical formula for the active earth pressure of finite soil is derived. The expression can also be reduced to the formula for the active earth pressure with half-infinite width. Compared with that of the model test, the proposed theoretical solution is in preferably consistency with the experimental value. So the rationality of the analytical solution is proved. Further parameter analysis shows that the angle of the rupture surface increases linearly with the friction angle of the soil. The angle of the rupture surface increases slightly as the aspect ratio of the limited soil B/H decreases. The angle of the rupture surface and the ratio of the outer friction angle of the basement retaining wall to the inner friction angle α/φ are positively correlated. The angle of the rupture surface and the ratio of the outer friction angle of the foundation pit retaining wall to the inner friction angle δ/φ are negatively correlated. When α/φ is greater than or slightly less than δ/φ , the angle of the rupture surface increases monotonically with the displacement ratio η . And when α/φ is much smaller than δ/φ , the angle of the rupture surface increases first and then decreases with the increase of η . The active earth pressure decreases monotonously with the reduction of B/H , and its distribution gradually changes from bullet shape to bell shape. The value of active earth pressure is negatively correlated with δ/φ , α/φ and φ , and the nonlinearity of active earth pressure curve gradually increases with the increase of δ/φ and φ .

Key words: finite clay; active earth pressure; soil arching effect; nonlimit state

0 引言

近年来, 随着城市地下空间的蓬勃发展, 地下建筑物日益密集, 基坑挡土墙后土体往往并不能满足半无限土体的条件。相比于半无限土体, 有限宽度土

基金项目: 国家自然科学基金项目(41672264); 浙江省重点研发计划项目(2019C03103); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2019QNA4041)

收稿日期: 2019-02-21

体对基坑挡土墙的主动土压力会偏小许多^[1-8],因此有必要对有限宽度土体主动土压力进行深入研究,以建立更完善的有限主动土压力理论,用以指导相关的基坑工程挡土墙设计。

在实际工程中,基坑挡土墙的位移往往未达到主动极限状态,土体的内外摩擦角未能完全发挥,直接采用极限状态参数并不合理。卢坤林等^[9]、胡俊强等^[10]、徐日庆等^[11]通过引入土体内摩擦角和黏聚力与墙体位移比的变化关系,分别建立了半无限土体下砂性土与黏性土的非极限主动土压力计算方法,能够较好地反映挡土墙后的主动土压力值。为了考虑土体单元应力偏转的影响,引入土拱效应对于求解土压力具有重要意义,1936年 Terzaghi^[12]通过活动门试验首次证明了土拱效应的存在。土拱效应是土体在自重与荷载作用下产生不均匀变形,而使得一定范围内土体出现应力重分布的土体内部作用。涂兵雄等^[13]通过考虑土拱效应的影响,推导了半无限条件下黏性土的主动土压力解,使得土压力计算方法与实际情况更为相符,但其假定破裂面夹角为 $45^\circ + \varphi/2$ 这一固定值,具有一定的局限性。

针对挡土墙后有限土体的主动土压力,目前已有数位学者进行了相关研究。高印立等^[1]基于土的塑性上限理论求解破裂面夹角,并分析了有限土压力解与朗肯土压力解的差异,但其忽略了墙土接触处与滑裂面处的摩擦力与黏聚力。杨明辉等^[3]对平动刚性挡墙后砂土破坏模式进行了试验,结果表明:土体滑裂面随宽度增加而外移,之后趋于稳定,稳定后的滑裂面仍位于库仑滑裂面内侧。王闰超等^[4]采用薄层单元法推导了无黏性土的有限土压力计算公式,与数值计算结果取得了较好地一致性,分析表明土体极限破裂角与参数有关,但其未考虑土拱效应的影响。赵琦等^[5]基于主应力旋转概念求解了侧向土压力系数,由此推导出有限土体主动土压力解,但其认为侧向土压力系数与土体宽高比无关,存在一定的不合理性。应宏伟等^[6-8]通过 ABAQUS 对有限宽度土体进行研究,结果表明随着土体宽高比的减小,其内部将形成多道滑裂面,且侧向土压力系数将随土体宽度的增大而增大,并逐渐趋于稳定,但其未考虑非极限状态与土拱效应的影响。

通过上述讨论可知目前关于临近地下室的主动土压力计算公式仍存在不足,有待于进一步的研究。本文在前人研究的基础上,以平动挡土墙后有限范围黏土为研究对象,考虑非极限状态下土拱效应的影响,并采用基于土的塑性上限理论得出的破裂面夹角,通过将有限土体分为两个分离体进行薄层单元受力分析,得到了有限土体的主动土压力解析式。与半无限

土体和有限土体土压力试验结果对比,本文解均能较好地反映实际结果,进一步分析相关参数变化对破裂面夹角与主动土压力的影响,可为相关工程设计提供一定参考。

1 有限土体主动土压力推导

由于研究对象为基坑挡土墙后的有限土体(图1),则应有土体破裂面与地下室挡墙交点到地面的距离 $h > 0$, 其值为

$$h = H - B \tan \beta \quad (1)$$

式中 B 为有限土体宽度; H 为基坑挡土墙高度; β 为土体破裂面与水平面夹角; H_0 为地下室挡墙高度。

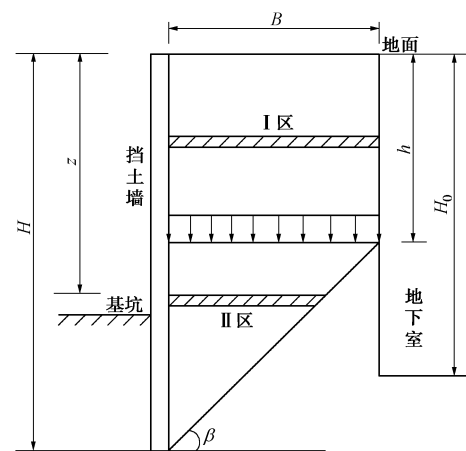


图1 挡土墙后有限土体示意图

Fig. 1 Schematic diagram of finite soil behind retaining wall

墙后有限土体的楔形滑裂体可分为I区(矩形)与II区(三角形)两个分离体进行分析。对于I区,其薄层单元宽度固定为 B ; 对于II区,土体薄层单元宽度为 $B_z = (H - z) \cot \beta$ 。当 $h = 0$ 时,墙后土体只有II区,即与半无限土体相同。

为了简化理论推导,可作如下假设:①墙后黏土为单一土层,其黏聚力和内摩擦角分别为 c 与 φ ; ②地下室挡墙不产生位移,基坑挡土墙位移模式为平动,其水平位移设为 S_z ; ③墙后黏土及黏土与墙背间的抗剪强度满足莫尔-库仑准则,基坑挡土墙和地下室挡墙与土体之间的外摩擦角分别设为 δ 和 α ; ④假定墙土黏聚力与内外摩擦角的规律相同,即挡土墙与土体的黏聚力为 $c_w = c \tan \delta / \tan \varphi$,地下室与土体的黏聚力为 $c_d = c \tan \alpha / \tan \varphi$; ⑤墙顶土体与挡土墙在同一水平线上,且上部附加荷载均匀分布,设为 q_0 ; ⑥墙后破裂面与地下室外墙相接,即有 $H_0 > h$; ⑦墙后黏土的土拱为小主应力拱,土拱形状为圆弧形; ⑧不考虑土体薄层单元的层间剪应力。

1.1 非极限状态下的内摩擦角与黏聚力

非极限状态是指挡土墙产生位移而使其后土体的

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}'_{vm} &= \frac{V'_m}{B_z} = \int_{l_{AB}} dV'_m / B_z \\ &= \frac{1}{B_z} \int_{\theta_{Am}}^{\theta_{Cm}} (\sin^2 \theta + K_{am} \cos^2 \theta) \sigma'_{lm} R \sin \theta d\theta \\ &= \sigma'_{lm} \left[1 + \frac{\cos^3 \theta_{Am} - \cos^3 \theta_{Cm}}{3(\cos \theta_{Am} - \cos \theta_{Cm})} (K_{am} - 1) \right] \quad (15)\end{aligned}$$

则侧向土压力系数 K_{awnm2} 为

$$\begin{aligned}K_{awnm2} &= \frac{\sigma_{wm}}{\bar{\sigma}_{vm}} = \frac{\sigma'_{wm} - \sigma_{0m}}{\bar{\sigma}'_{vm} - \sigma_{0m}} \\ &= \frac{(\cos^2 \theta_{Am} + K_{am} \sin^2 \theta_{Am}) - \frac{c_m}{(\gamma z + q_0) \tan \varphi_m + c_m}}{1 + \frac{\cos^3 \theta_{Am} - \cos^3 \theta_{Cm}}{3(\cos \theta_{Am} - \cos \theta_{Cm})} (K_{am} - 1) - \frac{c_m}{(\gamma z + q_0) \tan \varphi_m + c_m}} \quad (16)\end{aligned}$$

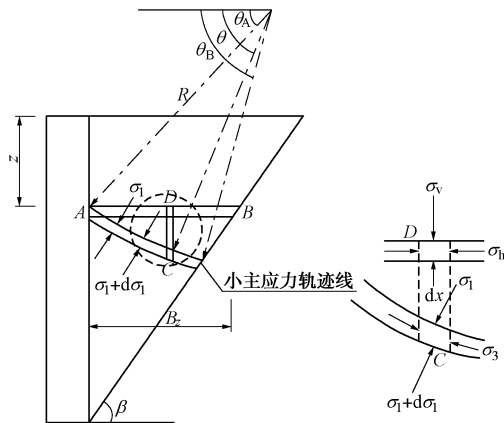


图4 有限土体下Ⅱ区小主应力轨迹线示意图

Fig. 4 Schematic diagram of minor principal stress trajectory in triangular area under finite soil

1.3 破裂面角与被动土压力增强系数

对于破裂面角与被动土压力系数, 本文参照应宏伟等^[6-7]文中的方法, 假定有限宽度土体将会出现多道潜在滑裂面, 其计算模型如上图5所示。

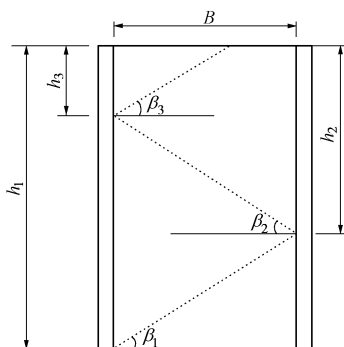


图5 计算模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of model

当基坑挡土墙后为半无限土体时, 仅有一道滑裂面, 即满足

$$n_1 = \frac{B}{h_1} \geq n_c = \cot \beta_c \quad (17)$$

记 β_1 为第一道滑裂面夹角, 作用在 h_1 上的被动土压力合力为 F_1 , 相应的主动土压力系数为 K_1 。按照经典库仑理论, 使主动土压力系数 K_1 达到极小值 K_c 的滑裂面角 β_1 即为库仑滑裂面角 β_c , 其中 K_c 与 β_c 分别为

$$K_c = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \delta [1 + \sqrt{\sin \varphi \sin(\delta + \varphi) / \cos \delta}]^2} \quad (18)$$

$$\beta_c = \arctan \left[\sqrt{\frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \delta)}} + \tan^2 \varphi + \tan \varphi \right] \quad (19)$$

当土体宽高比减小刚进入有限土体时, 将产生第二道滑裂面, 此时满足

$$n_2 = \frac{B}{h_2} \geq n_c = \cot \beta_c \quad (20)$$

记 β_2 为第二道滑裂面夹角, 作用在 h_2 上的主动土压力合力为 F_2 , 相应的主动土压力系数为 K_2 。

取梯形滑裂体进行分析, 如图6所示, 水平向与竖向的平衡方程如下:

$$\begin{cases} F_1 + R \tan \varphi_m \cos \beta_1 = F_2 + R \sin \beta_1, \\ F_1 \tan \delta_m + F_2 \tan \alpha_m + R \tan \varphi_m \sin \beta_1 + R \cos \beta_1 = G + Q. \end{cases} \quad (21)$$

令 $h_2 = \xi_1 h_1$, 则有

$$\tan \beta_1 = \frac{1 - \xi_1}{n_1} \quad (22)$$

由式(21)与(22)可推得

$$K_1 = \frac{2F_1}{\gamma h_1^2} = \frac{A_1 \frac{2F_2}{\gamma h_2^2} + B_1}{C_1} = \frac{A_1 K_2 + B_1}{C_1} \quad (23)$$

式中,

$$\begin{aligned}A &= (\xi_1^2 - \xi_1^3)(\tan \varphi_m - \tan \alpha_m) + n_1 \xi_1^2 (1 + \tan \varphi_m \tan \alpha_m), \\ B &= n_1 (1 - \xi_1^2) - n_1^2 \tan \varphi_m (1 + \xi_1) + Q(1 - \xi_1 - n_1 \tan \varphi_m), \\ C &= (\tan \delta_m + \tan \varphi_m)(1 - \xi_1) + n_1 (1 - \tan \varphi_m \tan \delta_m).\end{aligned}$$

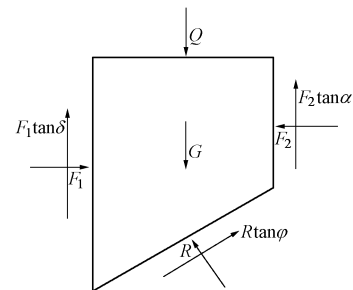


图6 滑裂体受力分析图

Fig. 6 Forces acting on sliding soil mass

对于楔形体满足库仑理论的求解条件, 由此可知此时 $\beta_2 = \beta_c$, $K_2 = K_c$, 代入式(23), 并将 K_1 对 ξ_1 进行求导, 导数为零的点即为主动土压力系数 K_1 的极值点, 由此也可得到相应的最危险滑裂面角 β_1 。

$$\frac{dK_1}{d\xi_1} = \frac{C_1(K_c A'_1 + B'_1) - C'_1(K_c A_1 + B_1)}{C_1^2} = 0, \quad (24)$$

式中, $A' = (2\xi_1 - 3\xi_1^2)(\tan \varphi_m - \tan \alpha_m) + 2n_1\xi_1(1 + \tan \varphi_m \cdot \tan \alpha_m)$, $B' = -2n_1\xi_1 - n_1^2 \tan \varphi_m - Q$, $C' = -(\tan \delta_m + \tan \varphi_m)$ 。

当有限土体宽度进一步减小时, 将使 n_2 也不再满足 $n_2 \geq n_c$ 的条件, 此时将产生更多的滑裂面, 假设共产生 n 组滑裂面, 第 i 组滑裂面底部相应的深度为 h_i , 相应的滑裂面倾角为 β_i , 主动土压力合力为 F_i , 则有

$$\left. \begin{aligned} n_i &= \frac{B}{h_i}, \\ \xi_i &= \frac{h_{i+1}}{h_i}, \\ K_i &= \frac{2F_i}{\gamma h_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

由此得到更一般的主动土压力系数为

$$K_i = \frac{2F_i}{\gamma h_i^2} = \frac{A_i \frac{2F_{i+1}}{\gamma h_{i+1}^2} + B_i}{C_i} = \frac{A_i K_{i+1} + B_i}{C_i}, \quad (26)$$

式中, $A_i = (\xi_i^2 - \xi_i^3)(\tan \varphi_m - \tan \alpha_m) + n_i \xi_i^2(1 + \tan \varphi_m \cdot \tan \alpha_m)$, $B_i = n_i(1 - \xi_i^2) - n_i^2 \tan \varphi_m(1 + \xi_i) + Q(1 - \xi_i - n_i \cdot \tan \varphi_m)$, $C_i = (\tan \delta_m + \tan \varphi_m)(1 - \xi_i) + n_i(1 - \tan \varphi_m \tan \delta_m)$ 。

由于 $K_n = K_c$ 为确定值, 由此可先将 K_{n-1} 对 ξ_{n-1} 求导, 并逐步对 K_{n-2}, \dots, K_1 求导, 最终可解得 K_1 与 β_1 :

$$\frac{dK_{n-1}}{d\xi_{n-1}} = \frac{C_{n-1}(K_c A'_{n-1} + B'_{n-1}) - C'_{n-1}(K_c A_{n-1} + B_{n-1})}{C_{n-1}^2} = 0. \quad (27)$$

设半无限土体下得到的主动土压力系数和破裂面角为 K_c 与 β_c , 在有限土体 B 宽度下得到的主动土压力系数和破裂面角为 K_B 与 β_B , 令有限土体主动土压力减弱系数 λ 为

$$\lambda = \frac{K_B}{K_c}. \quad (28)$$

1.4 隔离体静力平衡方程推导

(1) 矩形区静力平衡方程

根据图 7 的薄层单元受力分析图, 分别建立竖向及水平向微分方程为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{vm} dz - \sigma_{dm} dz &= 0, \\ (c_{vm} + \sigma_{vm} \tan \delta_m) dz + (c_{dm} + \sigma_{dm} \tan \alpha_m) dz - \\ \gamma B dz - \bar{\sigma}_{vm} B + (\bar{\sigma}_{vm} + d\bar{\sigma}_{vm}) B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

由于 K_{awnm1} 随 z 发生变化, 不易积分, 本文参照赵琦^[5]的方法, 将主动土压力系数进行坐标变换, 令 K'_{awnm1} 为

$$K'_{awnm1} = \frac{(\cos^2 \theta_{Am} + K_{am} \sin^2 \theta_{Am})}{1 + \frac{\cos^3 \theta_{Am} + \cos^3 \theta_{Bm}}{3(\cos \theta_{Am} + \cos \theta_{Bm})} (K_{am} - 1)}. \quad (30)$$

K_{awnm1} 与 K'_{awnm1} 的关系为

$$K_{awnm1} = K'_{awnm1} + \frac{(K'_{awnm1} - 1)\sigma_{0m}}{\bar{\sigma}_{vm}}. \quad (31)$$

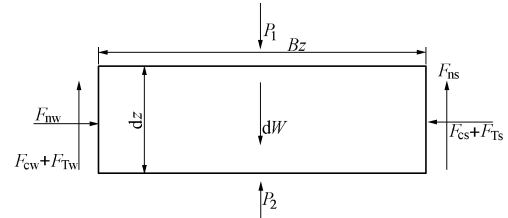


图 7 I 区薄层单元受力分析图

Fig. 7 Forces acting on thin layer element of zone I

由此可求得微分方程为

$$\frac{d\bar{\sigma}_{vm}}{dz} + M\bar{\sigma}_{vm} + N = 0, \quad (32)$$

式中, $M = \frac{K'_{awnm1}}{B}(\tan \delta_m + \tan \alpha_m)$, $N = \frac{c_m(K'_{awnm1} - 1)}{B \tan \varphi_m}$ 。

$$(\tan \delta_m + \tan \alpha_m) + \frac{1}{B}(c_{vm} + c_{dm}) - \gamma.$$

$$\bar{\sigma}_{vm} = C_1 e^{-Mz} - \frac{N}{M}. \quad (33)$$

对于黏性土, 由于存在黏聚力 c , 其上部土体存在张拉裂缝, 设为 h_0 , 其值为

$$h_0 = \frac{c_m}{\gamma \tan \varphi_m} \left(\frac{1}{\cos^2 \theta_{Am} + K_{am} \sin^2 \theta_{Am}} - 1 \right) - \frac{q_0}{\gamma}. \quad (34)$$

当 $h > h_0$ 时, 由于靠近挡土墙侧土体开裂, 墙对土体没有作用力, 由水平向力的平衡可知, 地下室挡墙对土体也无法向作用力。因此, 对于开裂高度为 h_0 的土体的受力分析图如图 8 所示。

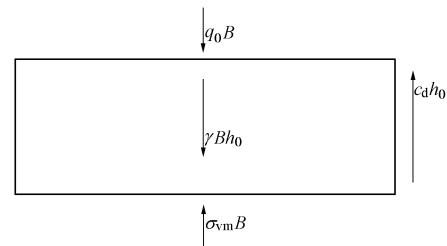


图 8 开裂区土体受力分析图

Fig. 8 Stresses acting on soil in cracking zone

由此可得在 $z = h_0$ 时, $\bar{\sigma}_{vm1} = \gamma h_0 + q_0 - c_{dm} h_0 / B$, 进而求得平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \left(\gamma h_0 + q_0 - c_{dm} h_0 / B + \frac{N}{M} \right) e^{Mh_0 - Mz} - \frac{N}{M}. \quad (35)$$

(2) 三角形区静力平衡方程

根据图 9 的薄层单元受力分析图, 分别建立竖向及水平向微分方程为

$$\left. \begin{aligned} & \sigma_{wm} dz - \sigma_m dz + (c_m + \sigma_m \tan \varphi_m) \cot \beta dz = 0, \\ & (c_{wm} + \sigma_{wm} \tan \delta_m) dz + (c_m + \sigma_m \tan \varphi_m) dz - \bar{\sigma}_{vm} B_z + \\ & \sigma_m \cot \beta dz + (\bar{\sigma}_{vm} + d\bar{\sigma}_{vm})(B_z - \cot \beta dz) - \\ & \gamma(B_z - \cot \beta dz/2) dz = 0. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

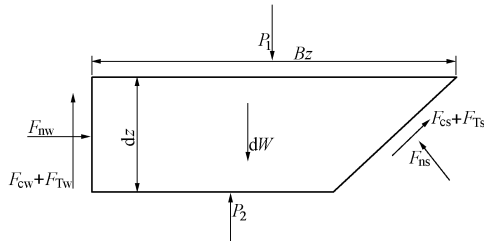


图9 II区薄层单元受力分析图

Fig. 9 Forces acting on thin layer element of zone II

同样对主动土压力系数 K_{awnm2} 进行坐标变换:

$$K'_{awnm2} = \frac{(\cos^2 \theta_{Am} + K_{am} \sin^2 \theta_{Am})}{1 + \frac{\cos^3 \theta_{Am} - \cos^3 \theta_{Cm}}{3(\cos \theta_{Am} - \cos \theta_{Cm})} (K_{am} - 1)} \quad (37)$$

K_{awnm2} 与 K'_{awnm2} 的关系为

$$K_{awnm2} = K'_{awnm2} + \frac{(K'_{awnm2} - 1)\sigma_{0m}}{\bar{\sigma}_{vm}} \quad (38)$$

由此可求得微分方程为

$$\frac{d\bar{\sigma}_{vm}}{dz} + \frac{P}{H-z} \bar{\sigma}_{vm} + \frac{Q}{H-z} - \gamma = 0 \quad (39)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} P &= K'_{awnm2} \tan \delta_m \tan \beta + \frac{K'_{awnm2}(1 + \tan \varphi_m \tan \beta)}{1 - \tan \varphi_m \cot \beta} - 1, \\ Q &= \frac{c_m(K'_{awnm2} - 1)}{\tan \varphi_m} \left(\tan \delta_m \tan \beta + \frac{1 + \tan \varphi_m \tan \beta}{1 - \tan \varphi_m \cot \beta} \right) + \\ & \quad \frac{c_m(\cot \beta + \tan \varphi_m)}{1 - \tan \varphi_m \cot \beta} + \tan \beta(c_{wm} + c_m), \\ \bar{\sigma}_{vm} &= C_2(H-z)^P + \frac{\gamma}{P-1}(H-z) - \frac{Q}{P}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

当 $h = H - B \tan \beta \geq h_0$ 时, 由矩形区与三角形区在边界处竖向应力相等, 可得: 在 $z = H - B \tan \beta$ 时的竖向应力为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \left(\gamma h_0 + q_0 - \frac{c_{dm} h_0}{B} + \frac{N}{M} \right) e^{M(h_0 - H + B \tan \beta)} - \frac{N}{M} = O \quad (41)$$

可求得平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \left(O - \frac{\gamma B \tan \beta}{P-1} + \frac{Q}{P} \right) \left(\frac{H-z}{B \tan \beta} \right)^P + \frac{\gamma(H-z)}{P-1} - \frac{Q}{P} \quad (42)$$

当 $h < h_0$ 时, 同样地挡土墙对土体没有作用力, 由图 8 可知, 在 $z = h$ 时, $\bar{\sigma}_{vm0} = \gamma h + q_0 - c_{dm} h / B$ 。取梯形开裂段土体进行受力分析, 如图 10 所示。

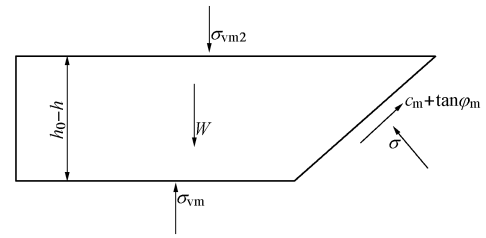


图10 开裂区土体受力分析图

Fig. 10 Stresses acting on soil in cracking zone

由此可解得在 $z = h_0$ 时, 竖向应力为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \frac{1}{H-h_0} \left[\frac{\gamma B h_0 + q_0 B - c_{dm} B(H - B \tan \beta)}{\cot \beta} - \frac{\gamma}{2} (h_0 - H + B \tan \beta)^2 - c_m (h_0 - H + B \tan \beta) \left(\frac{1 + \tan \beta \tan \varphi_m}{\tan \beta - \tan \varphi_m} + \tan \beta \right) \right] = R \quad (43)$$

进而可求得平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}_{vm} = \left[R + \frac{Q}{P} - \frac{\gamma(H-h_0)}{P-1} \right] \left(\frac{H-z}{H-h_0} \right)^P + \frac{\gamma}{P-1} (H-z) - \frac{Q}{P} \quad (44)$$

1.5 挡土墙后侧向主动土压力

由于黏土在上部存在张拉裂缝, 因此其侧向土压力可分为以下两种情况:

当 $h = H - B \tan \beta \geq h_0$ 时, 挡土墙后的侧向土压力为

$$\sigma_{wm} = \begin{cases} \lambda K_{awnm1} \left[\left(\gamma h_0 + q_0 - \frac{c_{dm} h_0}{B} + \frac{N}{M} \right) e^{M(h_0 - z)} - \frac{N}{M} \right] & (h_0 < z \leq h), \\ \lambda K_{awnm2} \left[\left(O - \frac{\gamma B \tan \beta}{P-1} + \frac{Q}{P} \right) \left(\frac{H-z}{B \tan \beta} \right)^P - \frac{Q}{P} + \frac{\gamma(H-z)}{P-1} \right] & (h < z \leq H). \end{cases} \quad (45)$$

当 $h = H - B \tan \beta < h_0$ 时, 挡土墙的侧向土压力为

$$\sigma_{wm} = \begin{cases} 0 & (z \leq h_0), \\ \lambda K_{awnm2} \left[\left(R + \frac{Q}{P} - \frac{\gamma(H-h_0)}{P-1} \right) \left(\frac{H-z}{H-h_0} \right)^P - \frac{Q}{P} + \frac{\gamma}{P-1} (H-z) \right] & (h_0 < z \leq H). \end{cases} \quad (46)$$

1.6 主动土压力合力及其作用点位置

当 $h = H - B \tan \beta \geq h_0$ 时, 挡土墙后主动土压力合力为

$$E_a = \int_0^H \sigma_{wm} dz = \lambda \left\{ \frac{K'_{awnm1}}{M} \left[1 - e^{M(h_0 - H + B \tan \beta)} \right] (\gamma h_0 + q_0 - \right.$$

$$\frac{c_d h_0}{B} + \frac{N}{M} \left[\frac{c_m (K'_{awnm1} - 1)}{\tan \varphi_m} - \frac{K'_{awnm1} N}{M} \right] (H - B \tan \beta - h_0) + \frac{K'_{awnm2} B \tan \beta}{P+1} \left(O - \frac{\gamma B \tan \beta}{P-1} + \frac{Q}{P} \right) + \frac{K'_{awnm2} \gamma}{2(P-1)} (B \tan \beta)^2 + \left[\frac{c_m (K'_{awnm2} - 1)}{\tan \varphi_m} - \frac{K'_{awnm2} Q}{P} \right] B \tan \beta \left. \vphantom{\frac{c_d h_0}{B}} \right\} \quad (47)$$

挡土墙后主动土压力倾覆力矩为

$$M_a = \int_0^H \sigma_{wm} (H-z) dz = \lambda \left\{ \frac{K'_{awnm1}}{M} \left(\gamma h_0 + q_0 - \frac{c_d h_0}{B} + \frac{N}{M} \right) \left[e^{M(h_0 - H + B \tan \beta)} \left(\frac{1}{M} - B \tan \beta \right) + \left(H - h_0 - \frac{1}{M} \right) \right] + \left[\frac{K'_{awnm1} N}{2M} - \frac{c_m (K'_{awnm1} - 1)}{2 \tan \varphi_m} \right] \left[(B \tan \beta)^2 - (H - h_0)^2 \right] + \frac{K'_{awnm2} (B \tan \beta)^2}{P+2} \left(O - \frac{\gamma B \tan \beta}{P-1} + \frac{Q}{P} \right) + \left[\frac{c_m (K'_{awnm2} - 1)}{2 \tan \varphi_m} - \frac{K'_{awnm2} Q}{2P} \right] (B \tan \beta)^2 + \frac{K'_{awnm2} \gamma (B \tan \beta)^3}{3(P-1)} \right\} \quad (48)$$

当 $h = H - B \tan \beta < h_0$ 时, 挡土墙后主动土压力合力为

$$E_a = \int_0^H \sigma_{wm} dz = \lambda \left\{ \frac{K'_{awnm2} (H - h_0)}{P+1} \left[R + \frac{Q}{P} - \frac{\gamma (H - h_0)}{P-1} \right] + \left[\frac{c_m (K'_{awnm2} - 1)}{\tan \varphi_m} - \frac{K'_{awnm2} Q}{P} \right] (H - h_0) + \frac{K'_{awnm2} \gamma}{2(P-1)} (H - h_0)^2 \right\} \quad (49)$$

挡土墙后主动土压力倾覆力矩为

$$M_a = \int_0^H \sigma_{wm} (H-z) dz = \lambda \left\{ \frac{K'_{awnm2}}{P+2} \left[R + \frac{Q}{P} - \frac{\gamma (H - h_0)}{P-1} \right] (H - h_0)^2 + \left[\frac{c_m (K'_{awnm2} - 1)}{2 \tan \varphi_m} - \frac{K'_{awnm2} Q}{2P} \right] (H - h_0)^2 + \frac{K'_{awnm2} \gamma}{3(P-1)} (H - h_0)^3 \right\} \quad (50)$$

挡土墙后主动土压力合力作用点距离挡土墙底部为 h_a , 其值可按式计算:

$$h_a = \frac{M_a}{E_a} \quad (51)$$

1.7 极限破裂角求解

对于极限破裂角, 采用塑性上限理论求解, 即求 $dE_a / d\beta = 0$ 时的 β 值, 本文先求出其隐函数式, 再通过软件进行计算。

2 与模型试验结果对比分析

2.1 与半无限宽度黏性土试验的对比

周应英等^[20]对半无限宽度黏土进行了模型试验研究。模型试验参数如下: 挡土墙后填土高为 $H = 4.5$ m, 其宽度 $B = 5.5$ m, 通过计算, 当 $\eta = 1$ 时, $\beta = 51.44^\circ$,

当 $\eta = 0$ 时, $\beta = 46.64^\circ$, 均符合 $B > H \cot \beta$, 即相当于半无限土体。其余参数分别为: 内摩擦角 $\varphi = 24.3^\circ$, 墙土间摩擦角 $\delta = 21.4^\circ$, 黏聚力 $c = 1.472$ kPa, 填土重度 $\gamma = 14.27$ kN/m³, 破坏比 $R_f = 0.85$, 填土表面均布荷载 $q_0 = 0$ 。具体试验装置和试验过程详见文献[20], 理论解与试验值对比如图 11 所示。

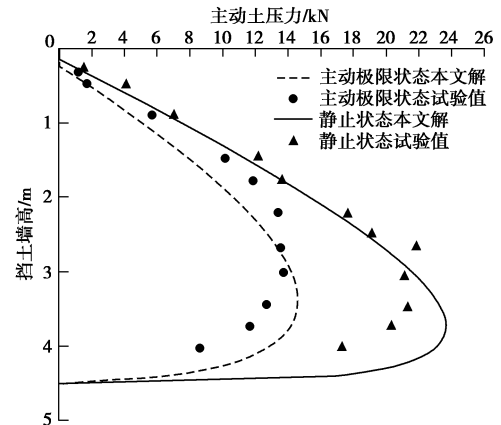


图 11 黏性土主动土压力理论解与试验值的对比

Fig. 11 Comparison between theoretical and experimental values of active earth pressure for cohesive soil

通过图 11 的对比可知, 本文土压力解的分布相较于试验值偏低一些, 总体上与试验值能较好地吻合, 验证了本文方法的合理性。主动极限状态下的土压力明显小于静止状态, 且非线性更强, 其土压力合力作用点也高于静止状态。

2.2 与有限宽度砂性土试验的对比

Take 等^[2]对有限宽度砂性土进行了离心机模型试验研究。模型试验参数如下: 离心机加速度为 $35.7g$, 经过离心放大之后的挡土墙后填土高为 $H = 5$ m, 墙后土体宽度分别为 $B = 6.5688, 2.6775, 1.3566, 0.5355$ m。其余参数分别为: 填土重度 $\gamma = 15.876$ kN/m³, 内摩擦角 $\varphi = 36^\circ$, 墙土摩擦角 $\delta = 25^\circ$, 破坏比 $R_f = 0.85$, 填土表面均布荷载 $q_0 = 0$, 由于挡土墙没有位移, 本文按照 $\eta = 0$ 计算。具体试验装置和试验过程详见文献[2], 理论解与试验值对比如图 12 所示。

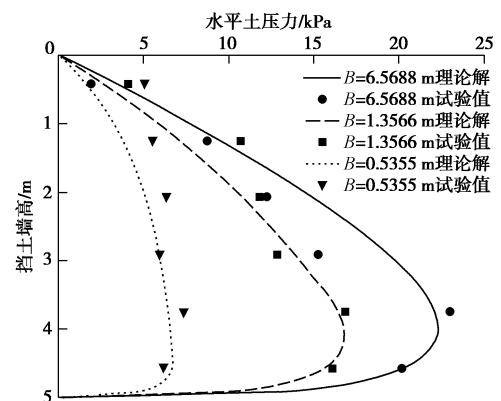


图 12 砂性土主动土压力理论解与试验值的对比

Fig. 12 Comparison between theoretical and experimental values of active earth pressure for sandy soil

图 12 给出了不同填土宽度下砂性土主动土压力试验值与理论解,其中 $B=6.5688$ m 时为半无限土体,而 $B=1.3566, 0.5355$ m 为有限土体。通过对比可得,本文解总体能与试验值较好地吻合,但对于有限土体情况下的上部挡土墙主动土压力,试验值较理论解偏大。在 $B=0.5355$ m 时表现得尤为明显,此时挡土墙主动土压力的试验值在不同高度处已基本相等,与理论解有较大出入,需要更多的有限土体试验对此进行验证。

3 参数分析

为了研究 φ , δ/φ , α/φ , B/H 和 η 对破裂面夹角 β 与土压力大小及分布的影响,本文通过算例来讨论各因素的影响规律。参数统一取值为: $H=10$ m, $\gamma=18$ kN/m³, $c=10$ kPa, $\varphi=24^\circ$, $q_0=0$ kPa, $R_t=0.85$, $\delta=\alpha=2\varphi/3$, $\eta=1.0$, $B/H=0.3$ 。在考虑相关参数影响时再另取值。

3.1 破裂面夹角的影响因素分析

(1) φ 与 B/H 的影响

图 13 给出了不同宽高比下内摩擦角 φ 对破裂面夹角 β 的影响,从中可以看出:在半无限土体与有限土体情况下,内摩擦角 φ 与破裂面夹角 β 都近似呈线性关系,这与朗肯破裂面角 $\beta=\pi/4+\varphi/2$ 的变化趋势一致。进入有限土体状态后,随着宽度的减小,破裂面夹角略有增加,但都小于朗肯破裂面角。

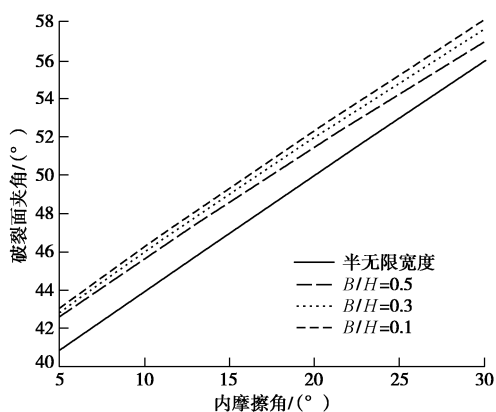


图 13 φ 与 B/H 对破裂面夹角的影响

Fig. 13 Effects of φ and B/H on angle of fracture surface

(2) δ/φ 与 η 的影响

考虑外摩擦角与内摩擦角之比 δ/φ 和 α/φ 与位移比 η 对破裂面夹角 β 的影响,通过计算得到图 14,分析发现:当 α/φ 大于或略小于 δ/φ 时,破裂面夹角 β 随位移比 η 增加而增大。而当 α/φ 远小于 δ/φ 时,破裂面夹角 β 随位移比 η 增加先增大后减小。在静止状态时,破裂面夹角 β 不随 δ/φ 与 α/φ 变化而

增减。在 δ/φ 与 η 相同时,破裂面夹角 β 随 α/φ 增大而增大。在 α/φ 与 η 相同时,破裂面夹角 β 随 δ/φ 增大而减小。

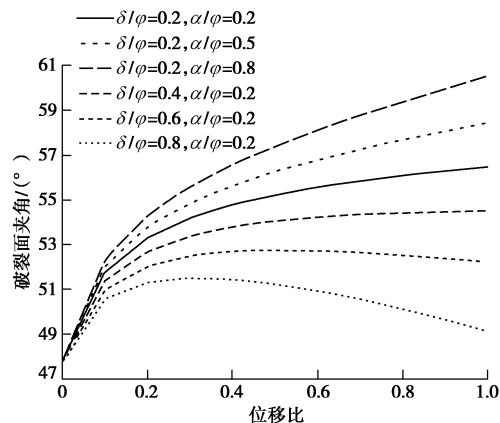


图 14 δ/φ 与 η 对破裂面夹角的影响

Fig. 14 Effects of δ/φ and η on angle of fracture surface

3.2 土压力大小及分布的影响因素分析

(1) B/H 的影响

图 15 给出了宽高比 B/H 对主动土压力的影响,从中可以得出:土体宽度从半无限土体向有限土体逐渐缩小的过程中,矩形区高度 h 越来越大,主动土压力不断减小,减小幅度也越来越大,主动土压力分布由子弹形逐渐转变为钟形。主动土压力的减小是由于侧向土压力系数与滑裂块土体减小引起,而主动土压力曲线的形状变化则是由滑裂块土体减小导致。

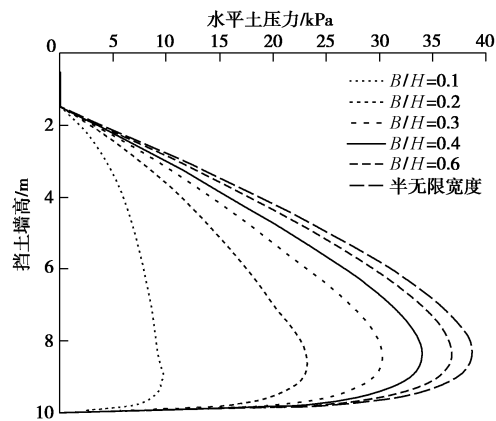


图 15 B/H 对主动土压力的影响

Fig. 15 Effects of B/H on active earth pressure

(2) δ/φ 与 α/φ 的影响

考虑 δ/φ 与 α/φ 对主动土压力的影响,计算得到图 16,分析发现:在 δ/φ 很小时,其主动土压力接近直线分布。当 δ/φ 相同,改变 α/φ 时,土压力分布形状大致相似,随 α/φ 增大,主动土压力逐渐减小。而当 α/φ 相同,增大 δ/φ 时,主动土压力在数值减小的同时,土压力曲线也向上抬升,其分布曲线性更强。

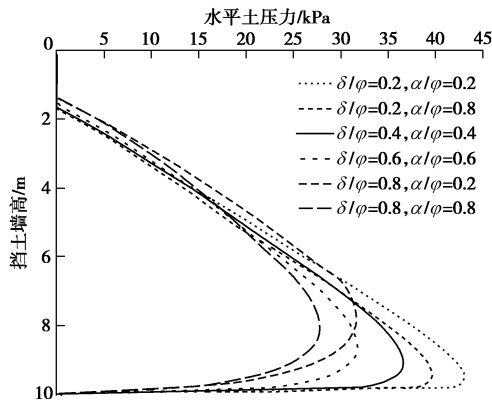
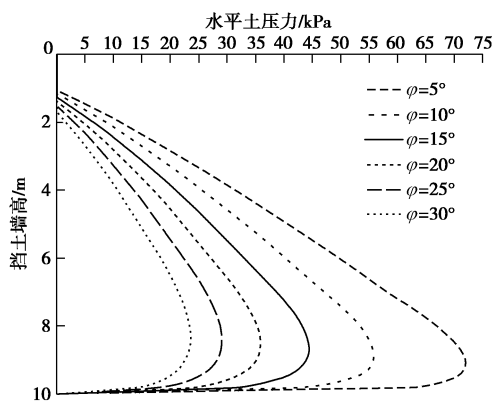
图 16 δ/l 与 α/l 对主动土压力的影响Fig. 16 Effects of δ/l and α/l on active earth pressure(3) φ 的影响

图 17 给出了内摩擦角 φ 对主动土压力的影响, 由此可知: 在内摩擦角 φ 很小时, 主动土压力接近于线性分布, 而随着 φ 的增大, 其分布逐渐转变为梨形, 其土压力也不断减小, 但减小幅度逐渐缩小。内摩擦角 φ 对土体上部张拉裂缝也有影响, 张拉裂缝 h_0 随 φ 的增大而增大。

图 17 内摩擦角 φ 对主动土压力的影响Fig. 17 Effects of φ on active earth pressure

4 结 论

本文通过考虑土拱效应与非极限状态的影响, 并采用塑性上限理论求得的破裂面夹角与侧向土压力系数变化规律, 推导得出了有限土体的主动土压力公式, 该公式也可退化为半无限土体的主动土压力公式。与模型试验相对比, 本文理论解与试验值能较好地吻合, 证明了本文解的合理性。参数分析表明:

(1) 破裂面夹角基本与内摩擦角近似呈线性关系增长; 进入有限土体后, 随宽度减小破裂面夹角会略微增大。

(2) 在 α/l 大于或略小于 δ/l 时, 破裂面夹角 β 随位移比 η 增加而增大, 而当 α/l 远小于 δ/l 时, 破裂面夹角 β 随位移比 η 增加先增大后减小; 破裂面

夹角 β 与 α/l 正相关, 而与 δ/l 呈负相关; 在静止状态时, 破裂面夹角 β 不随 δ/l 与 α/l 变化而改变。

(3) 随 B/H 的减小, 主动土压力分布由子弹形逐渐转变为钟形, 土压力值减小且减小幅度逐渐增大。

(4) 土压力值与 δ/l 和 α/l 都呈负相关, 而 δ/l 的增加会使土压力分布的非线性增强。

(5) 内摩擦角的增大不仅会使土压力快速减小, 还会增强土压力分布的非线性, 张拉裂缝也随之增大。

参考文献:

- [1] 高印立. 极限分析法计算有限范围土体土压力[J]. 建筑结构, 2001, 31(8): 66 - 68. (GAO Yin-li. Calculation of finite earth pressure by limit analysis[J]. Building Structures, 2001, 31(8): 66 - 68. (in Chinese))
- [2] TAKE W A, VALSANGKAR A J. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, 38: 1220 - 1230.
- [3] 杨明辉, 戴夏斌, 赵明华, 等. 墙后有限宽度无黏性土主动土压力试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(1): 131 - 137. (YANG Ming-hui, DAI Xia-bin, ZHAO Ming-hua, et al. Experimental study on active earth pressure of cohesionless soil with limited width behind retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(1): 723 - 728. (in Chinese))
- [4] 王闫超, 晏鄂川, 陆文博, 等. 无黏性有限土体主动土压力解析解[J]. 岩土力学, 2016, 37(9): 2513 - 2520. (WANG Yan-chao, YAN E-chuan, LU Wen-bo, et al. Analytical solution of active earth pressure for limited cohesionless soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(9): 2513 - 2520. (in Chinese))
- [5] 赵琦, 朱建明. 临近地下室外墙影响下的考虑土拱效应的挡土墙主动土压力研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 723 - 728. (ZHAO Qi, ZHU Jian-ming. Research on active earth pressure behind retaining wall adjacent to existing basements exterior wall considering soil arching effects[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 35(3): 723 - 728. (in Chinese))
- [6] 应宏伟, 黄东, 谢新宇. 考虑邻近地下室外墙侧压力影响的平动模式挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊 1): 2970 - 2978. (YING Hong-wei, HUANG Dong, XIE Xin-yu. Study of active earth pressure on retaining wall subject to translation mode considering lateral pressure on adjacent existing basement exterior wall[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(S1): 2970 - 2978. (in Chinese))
- [7] 应宏伟, 朱伟, 黄东, 等. 狭窄黏性填土刚性挡墙主动

- 土压力研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(增刊 1): 13 - 18. (YING Hong-wei, ZHU Wei, HUANG Dong, et al. Active earth pressures against rigid retaining walls with narrow cohesive backfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(S1): 13 - 18. (in Chinese))
- [8] 应宏伟, 黄 东. 临近既有地下室平动模式挡土墙主动土压力研究[J]. 固体力学学报, 2011, **32**(增刊 1): 356 - 360. (YING Hong-wei, HUANG Dong. Study on active earth pressures on translation retaining walls adjacent to existing basements[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2011, **32**(S1): 356 - 360. (in Chinese))
- [9] 卢坤林, 杨 扬. 非极限主动土压力计算方法初探[J]. 岩土力学, 2010, **31**(2): 615 - 619. (LU Kun-lin, YANG Yang. Preliminary study of earth pressure under non-limit state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(2): 615 - 619. (in Chinese))
- [10] 胡俊强, 张永兴, 陈 林, 等. 非极限状态挡土墙主动土压力研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 381 - 387. (HU Jun-qiang, ZHANG Yong-xing, CHEN Lin, et al. Active earth pressure on retaining wall under non-limit state[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 381 - 387. (in Chinese))
- [11] 徐日庆, 廖 斌, 吴 渐, 等. 黏性土的非极限主动土压力计算方法研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(1): 148 - 154. (XU Ri-qing, LIAO Bin, WU Jian, et al. Computational method for active earth pressure of cohesive soil under nonlimit state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(1): 148 - 154. (in Chinese))
- [12] TERZAGHI K. Theoretical Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, 1943: 66 - 76.
- [13] 涂兵雄, 贾金青. 考虑土拱效应的黏性填土挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(5): 1064 - 1070. (TU Bing-xiong, JIA Jin-qing. Research on active earth pressure behind rigid retaining wall from clayey backfill considering soil arching effects[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(5): 1064 - 1070. (in Chinese))
- [14] FEDERICO A, ELIA G, GERMANO V. A short note on the earth pressure and mobilized angle of internal friction in one-dimensional compression of soils[J]. Journal of Geo-Engineering, 2008, **3**(1): 41 - 46.
- [15] 刘建航, 侯学渊. 基坑工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997. (LIU Jian-hang, HOU Xue-yuan. Foundation Pit Engineering Manual[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1977. (in Chinese))
- [16] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1986, **112**(3): 317 - 333.
- [17] MATSUZAWA H, HAZARIKA H. Analyses of active earth pressure against rigid retaining walls subjected to different modes of movement[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(3): 51 - 65.
- [18] CHANG M F. Lateral earth pressures behind rotating walls[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997, **34**(2): 498 - 509.
- [19] 赵恒惠. 挡土墙后黏性填土的土压力计算[J]. 岩土工程学报, 1983, **5**(1): 134 - 146. (ZHAO Heng-hui. A calculation of earth pressure of cohesive fill behind retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **5**(1): 134 - 146. (in Chinese))
- [20] 周应英, 任美龙. 刚性挡土墙主动土压力的试验研究[J]. 岩土工程学报, 1990, **12**(2): 19 - 26. (ZHOU Ying-ying, REN Mei-long. An experimental study on active earth pressure behind rigid retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **12**(2): 19 - 26. (in Chinese))