

DOI: 10.11779/CJGE202001006

基于等效时间的双屈服面三维流变模型

胡亚元, 丁 眇

(浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 为了同时描述土体剪缩剪胀及流变特性, 运用 Yin-Graham 等效时间法建立了双屈服面三维流变模型。首先, 以 Yin-Graham 三维流变方程作为反映剪缩机制的第一屈服面流变方程; 其次, 以 Matsuoka-Nakai 屈服准则作为反映剪胀机制的第二屈服面, 以黏塑性功为硬化参数, 采用非相关联流动法则, 借鉴 Mesri 建模思路构建应力 - 黏塑性功 - 时间关系, 利用等效时间法得到应力 - 黏塑性功 - 黏塑性功速率关系式, 借助 Perzyna 过应力理论建立第二屈服面三维流变方程; 再次, 按照双屈服面模型理论将以上两个流变方程结合起来, 提出一个基于等效时间的双屈服面三维流变模型, 并利用经典的四阶 Rung-Kutta 方法编制差分计算程序, 获得流变模型的数值解答; 最后, 利用加拿大膨润土及香港重塑海相沉积土三轴固结不排水流变试验将预测值与实测值进行对比, 以验证该模型在流变试验中的适用性。结果表明: 建立的流变模型可以较好地模拟不排水流变试验多级加载和单级加载发展过程以及土体剪缩剪胀特性。

关键词: 等效时间; 剪缩剪胀特性; 双屈服面; 流变模型

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)01-0053-10

作者简介: 胡亚元(1968—), 男, 博士, 副教授, 主要从事环境土工和土体本构关系的研究工作。E-mail: huyayuan@zju.edu.cn。

Three-dimensional rheological model for double-yield surface based on equivalent time

HU Ya-yuan, DING Pan

(Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In order to describe shear contractibility, dilatancy and rheological properties of soils, Yin-Graham's equivalent time method is used to derive a three-dimensional rheological model for double-yield surface. Firstly, Yin-Graham's three-dimensional rheological equation is used as the first yield surface rheological equation reflecting the shear-contraction mechanism. Secondly, Matsuoka-Nakai yield criterion is used as the second yield surface reflecting the dilatancy mechanism, viscoplastic work is used as hardening parameter and the non-associated flow rule is adopted, the stress-viscoplastic work-time relationship is proposed using Mesri's modeling idea, stress-viscoplastic work-viscoplastic work rate relationship is obtained according to the equivalent time method, and the second yield surface three-dimensional rheological equation is established under Perzyna's over-stress theory. Again, according to the theory of double-yield surface model, a three-dimensional rheological model of double-yield surface is proposed by combining the two rheological equations. The classical fourth-order Rung-Kutta method is used to compile the difference calculation program, and the numerical solution of the rheological model is obtained. Finally, the predictions are compared with the measured values by using triaxial consolidation undrained rheological test data of Canadian bentonite and remoulded Hong Kong marine deposits to verify the applicability of the model in rheological tests. The results show that the model can simulate the development process of multi-stage and single-stage loading in undrained rheological tests, and can reflect dilatancy and shear contractibility of soils.

Key words: equivalent time; dilatancy and shear contractibility; double-yield surface; rheological model

0 引言

土体的流变特性是影响地基长期强度和变形稳定性的关键因素。在实际工程中, 土体流变会导致严重的工程事故, 例如: 20 世纪 50 年代兴建的上海某工业展览馆地面因地基软黏土流变导致在建成当年就下

沉 60 cm, 截至 1979 年其中央大厅平均沉降已经达到 160 cm, 造成了巨大的经济损失^[1]。为防止类似事故再次发生, 急需建立更加合理的土体流变模型。

土体的流变可分为与土体体积压缩相关的压缩流变和与土颗粒粒间错动相关的剪切流变^[2]。压缩流变会导致土体压缩，剪切流变会导致土体膨胀。以往学者大多只考虑其中一方面，分别建立了反映体积压缩机制的流变模型^[3-9]和反映剪切膨胀机制的流变模型^[10-13]。双屈服面模型能够全面地描述土体剪缩剪胀特性，因而得到广泛的研究。沈珠江^[14]综合邓肯-张模型和剑桥模型的优点，建立了能够反映特定应力路径的“南水”模型。殷宗泽^[15]提出椭圆-抛物线双屈服面模型，能够较好地反映应力路径的影响和土体剪胀性。上述模型简单、参数易于确定，在岩土工程中得到广泛的应用，但没有考虑土体的时间效应。为了弥补这一缺陷，国内外学者结合双屈服面模型的优点和土的流变特性，建立了一系列双屈服面流变模型。Hsieh 等^[16]把加荷时间引入修正剑桥模型椭圆形屈服面和 Von Mises 模型圆柱形屈服面中，得到了黏性土的应力-应变-时间双屈服面流变模型。Kong 等^[17]以塑性剪应变为剪切硬化参数，以各向同性先期固结压力为压缩硬化参数，建立了粗粒土的双屈服面流变模型。詹美礼等^[18]将殷宗泽^[15]弹塑性模型与 Merchant 模型相结合，建立了双屈服面流变模型。张军辉等^[19]结合广义 Bingham 模型和椭圆-抛物线双屈服面模型，建立了适用于连云港软土流变特性的双屈服面流变模型。以上流变模型采用的均是真实时间，只要持续时间相同，不同应力历史或应力路径条件下产生的流变变形都是一样的，显然与真实情况不符。若要考虑应力历史和应力路径对流变变形的影响，需要把应变速率引入到流变模型之中^[5, 9]。

以往的研究^[5, 13]表明，从应力-应变-时间关系式出发，利用等效时间法将应变速率引入流变本构模型中，是一种切实可行的方法。为了采用等效时间法建立新的双屈服面流变模型，本文采用 Yin-Graham 三维等效时间流变方程^[5]作为第一屈服面流变方程；采用 Matsuoka-Nakai 屈服准则^[2]作为第二屈服面，根据非相关联流动法则、黏塑性功硬化规律及等效时间法，建立三维应力-黏塑性功-黏塑性功速率关系式，作为第二屈服面流变方程。以第一屈服面反映黏塑性剪缩变形，以第二屈服面反映黏塑性剪胀变形^[20]，建立双屈服面三维流变模型。通过 Fortran 语言编制数值计算程序并在文中给出编程思路，用于模拟加拿大膨润土和香港重塑海相沉积土三轴固结不排水流变试验。结果表明预测值与实测值吻合得较好，说明本文的流变模型在固结不排水流变试验中有很好的适用性。

1 双屈服面流变本构模型

根据 Perzyna 过应力模型理论，总应变速率可以

分成弹性应变速率和黏塑性应变速率：

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp1} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp2} \quad (i=1,2,3, j=1,2,3)。 \quad (1)$$

式中 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 为弹性应变速率； $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp1}$ 为第一屈服面对应的黏塑性应变速率； $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp2}$ 为第二屈服面对应的黏塑性应变速率。

弹性应变速率可以表达为

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} \delta_{ij} + \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} \quad , \quad (2)$$

其中，

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{p'}{\kappa/V_0} \quad . \quad (3)$$

式中 p' 为平均有效应力， $p' = \sigma'_{kk}/3$ （下标相同代表张量求和）； S_{ij} 为应力偏张量， $S_{ij} = \sigma'_{ij} - p'\delta_{ij}$ ； G 为土体的剪切模量； κ 为 $e - \ln p'$ 坐标下的回弹指数； $V_0 = 1 + e_0$ 为土体的初始比容， e_0 为初始孔隙比； δ_{ij} 为 Kronecker 符号（当 $i \neq j$ 时， $\delta_{ij} = 0$ ； $i = j$ 时， $\delta_{ij} = 1$ ）。

黏塑性应变速率可以由下式计算得到

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = S \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad , \quad (4)$$

式中， S 为尺度函数， Q 为黏塑性势函数。

1.1 屈服面方程及其黏塑性势函数

在本文双屈服面模型中，采用修正剑桥模型椭圆形屈服面来反映土体黏塑性剪缩变形，称之为第一屈服面 F_1 ，屈服函数可表示为

$$F_1(p', q) = p' + \frac{q^2}{M^2 p'} - p'_m = 0 \quad . \quad (5)$$

式中 p'_m 为等效平均主应力，如图 1 所示； M 为临界状态应力比， $M = 6 \sin \varphi' / (3 - \sin \varphi')$ ， φ' 为有效内摩擦角； q 为广义剪应力， $q = (3/2 S_{ij} S_{ij})^{1/2}$ 。

对于第一屈服面 F_1 ，采用相关联流动法则^[5]，有 $Q_1(p', q) = F_1(p', q)$ 。故第一屈服面黏塑性势函数为

$$Q_1(p', q) = p' + \frac{q^2}{M^2 p'} - p'_m = 0 \quad . \quad (6)$$

采用 Matsuoka-Nakai 屈服准则来反映土体黏塑性剪胀变形，相应屈服面称之为第二屈服面 F_2 ，屈服函数可表示为

$$F_2(I_1, I_2, I_3, k) = I_1 I_2 - k I_3 = 0 \quad . \quad (7)$$

式 (7) 也可以用 p', q, θ_σ 形式表示为

$$F_2 = 2q^3 \sin(3\theta_\sigma) + 9\left(1 - \frac{3}{k}\right)p'q^2 + 27\left(\frac{9}{k} - 1\right)p'^3 = 0 \quad . \quad (8)$$

其中，

$$\theta_\sigma = \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right) \quad , \quad (9)$$

式中， k 为屈服函数参数， θ_σ 为应力洛德角， J_2 为应

力偏张量第二不变量, J_3 为应力偏张量第三不变量。

胡亚元^[21]从耗散空间和真实空间关系角度出发, 证明了 Matsuoka-Nakai 屈服准则与塑性应变增量之间必须服从非相关联流动法则。故对于第二屈服面 F_2 , 采用非相关联流动法则, 即塑性势面 Q_2 与屈服面 F_2 不一致。假定黏塑性势函数同屈服函数具有相同的形式^[22], 故第二屈服面黏塑性势函数为

$$Q_2 = 2q^3 \sin(3\theta_\sigma) + 9\left(1 - \frac{3}{k_1}\right)p'q^2 + 27\left(\frac{9}{k_1} - 1\right)p'^3 = 0, \quad (10)$$

式中, k_1 为黏塑性势函数参数。试验表明, 黏塑性势函数参数 k_1 与屈服函数参数 k 之间存在下列关系:

$$k_1 = Ak + 9(1 - A), \quad (11)$$

式中, A 为试验待测常数。

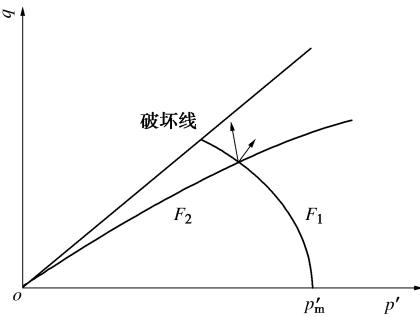


图 1 双屈服面模型

Fig. 1 Double-yield surface model

1.2 第一屈服面三维流变本构关系

Yin 等^[5]以修正剑桥模型椭圆形屈服面为屈服面函数, 以体应变为硬化参数建立了基于等效时间的三维流变模型, 简称 Yin-Graham 模型, 可以较好地反映土体剪缩特性。本文第一屈服面流变方程沿用这一研究成果, 稍作变换, 改用黏塑性体应变为硬化参数, 则第一屈服面对应的黏塑性体应变速率为

$$\dot{\varepsilon}_v^{vp1} = \frac{\psi}{V_0 t_0} \exp \left[-(\varepsilon_v^{vp1} - \varepsilon_{vo}^{vp1}) \frac{V_0}{\psi} \right] \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda-\kappa}{\psi}}. \quad (12)$$

式中 λ 为 $e - \ln p'$ 坐标下压缩指数; ψ 为土体次压缩指数; ε_{vo}^{vp1} 为 $p'_m = p'_{mo}$ 时对应的黏塑性体应变; t_0 为参考时间; p'_m 为等效平均主应力, 可由式(5)求得

$$p'_m = p' + \frac{q^2}{M^2 p'} \quad (13)$$

根据式(4), (6) 可以得到第一屈服面 F_1 对应的黏塑性体应变速率 $\dot{\varepsilon}_v^{vp1}$ 和黏塑性剪应变速率 $\dot{\varepsilon}_s^{vp2}$:

$$\dot{\varepsilon}_v^{vp1} = S^{(1)} \frac{\partial Q_1}{\partial p'} = S^{(1)} (2p' - p'_m), \quad (14)$$

$$\dot{\varepsilon}_s^{vp2} = S^{(1)} \frac{\partial Q_1}{\partial q} = S^{(1)} \frac{2q}{M^2}. \quad (15)$$

将式(14)代入式(12)中, 可以求得

$$S^{(1)} = \frac{\psi}{V_0 t_0} \exp \left[-(\varepsilon_v^{vp1} - \varepsilon_{vo}^{vp1}) \frac{V_0}{\psi} \right] \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda-\kappa}{\psi}} \frac{1}{|2p' - p'_m|}. \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)中即可得到与第一屈服面对应的黏塑性剪应变速率:

$$\dot{\varepsilon}_s^{vp1} = \frac{\psi}{V_0 t_0} \exp \left[-(\varepsilon_v^{vp1} - \varepsilon_{vo}^{vp1}) \frac{V_0}{\psi} \right] \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda-\kappa}{\psi}} \frac{2q/M^2}{|2p' - p'_m|}. \quad (17)$$

1.3 第二屈服面三维流变本构关系

第二屈服面 F_2 采用黏塑性功硬化规律。当不考虑时间因素时, 黏塑性功退化为塑性功。这时硬化规律可表示为

$$k = H(W^p). \quad (18)$$

研究表明^[22], 当 k 值超过某一值 k_t 时, $(k - k_t)$ 值与塑性功可近似表示为双曲线关系, 其表达式为

$$k - k_t = \frac{W^p}{a + bW^p}. \quad (19)$$

式中, k_t 为试验待测常数。加拿大膨润土试验资料^[23]表明 k_t 为略大于 9 的常数, $a = 1/E_i$, $b = 1/(k - k_t)_{ult}$ 。各参数含义如图 2 所示。

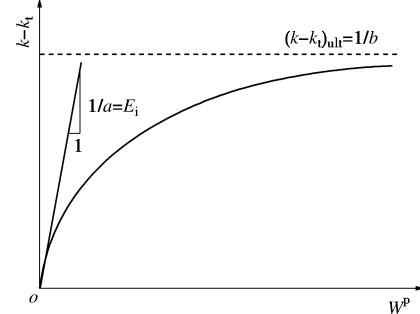


图 2 $(k - k_t)$ 与 W^p 关系图

Fig. 2 Relationship between $(k - k_t)$ and W^p

根据式(19)可以求出塑性功 W^p 与 $k - k_t$ 关系式:

$$W^p = \frac{k - k_t}{E_i \left[1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_t)_{ult}} \right]}. \quad (20)$$

式(20)就是忽略时间因素时, 黏塑性功与应力之间的关系式。为了考虑土体流变特性, 需要将时间因素加入到式(20)中。参照 Mesri^[10]建立土的剪切应力 - 应变 - 时间关系模型的思路, 得到

$$W^{vp2} = \frac{k - k_t}{E_i \left[1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_t)_{ult}} \right]} \left(\frac{t_e + t_r}{t_r} \right)^m, \quad (21)$$

式中, t_r 为参考时间, t_e 为蠕变时间。

式(21)为应力 - 黏塑性功 - 蠕变时间关系式, 需要通过流变试验来证明其合理性。Yin 针对加拿大

膨润土做了一系列三轴不排水流变试验^[23], 可以根据试验数据绘出 $\ln(W^{vp^2})$ 与 $\ln[(t_r + t_e)/t_r]$ 之间的关系, 如图 3 所示 (取 $t_r=24$ h)。

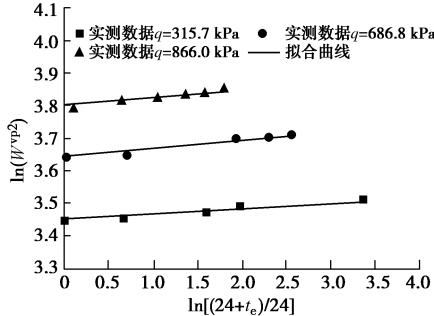


图 3 $\ln(W^{vp^2})$ 与 $\ln[(24+t_e)/24]$ 关系图

Fig. 3 Relationship between $\ln(W^{vp^2})$ and $\ln[(24+t_e)/24]$

从图 3 中可以发现: $\ln(W^{vp^2})$ 与 $\ln[(t_r + t_e)/t_r]$ 之间呈线性关系, 由此证明式 (21) 是合理的。

对式 (21) 两边关于时间进行求导, 可以得到

$$\dot{W}^{vp^2} = \frac{k - k_t}{E_i \left[1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_{t_{ult}})} \right]} \frac{m(t_e + t_r)^{m-1}}{(t_r)^m}。 \quad (22)$$

结合式 (21), (22), 可以得到

$$\dot{W}^{vp^2} = \frac{mW^{vp^2}}{(t_e + t_r)}。 \quad (23)$$

根据式 (21) 又可得

$$t_e = t_r \left[\frac{E_i (1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_{t_{ult}})})(W^{vp^2})}{k - k_t} \right]^{\frac{1}{m}} - t_r, \quad (24)$$

将式 (24) 代入式 (22) 中得

$$\dot{W}^{vp^2} = \frac{m}{t_r} \left[\frac{k - k_t}{E_i (1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_{t_{ult}})})} \right]^{\frac{1}{m}} (W^{vp^2})^{\frac{m-1}{m}}。 \quad (25)$$

注意到在上述推导过程中, 与文献[5, 9]类似, 黏塑性功速率式 (25) 是以蠕变时间 t_e 为桥梁间接获得的。鉴于 t_e 在获得黏塑性功速率表达式过程中的作用, 与文献[5]一样, 把它称之为等效时间。

根据式 (23) 变换得

$$t_e = \frac{mW^{vp^2}}{\dot{W}^{vp^2}} - t_r。 \quad (26)$$

式 (26) 表明: 当黏塑性功及黏塑性功速率给定时, 等效时间 t_e 会随着参考时间 t_r 选取的不同而发生变化, 不利于模型参数在不同参考时间之间的转化, 限制了流变模型在实际工程中的运用。为了弥补这一不足, 需要引入绝对等效时间的概念^[13], 本文将等效时间 t_e 与参考时间 t_r 之和定义为绝对等效时间 t_a , 可写为

$$t_a = t_e + t_r。 \quad (27)$$

将式 (27) 代入到式 (26) 中得

$$t_a = \frac{mW^{vp^2}}{\dot{W}^{vp^2}}。 \quad (28)$$

式 (28) 表明: 绝对等效时间与黏塑性功速率成一一对应关系, 绝对等效时间不会随着参考时间选取的不同而不同。由于绝对等效时间具有这一优点, 在数值求解和实际工程中, 相比于以一般等效时间建立的方程, 以绝对等效时间建立的流变方程应用时更加方便。这也是文献[13]把 t_a 称为绝对等效时间的原因。本文第二屈服面等效时间示意图如图 4 所示。

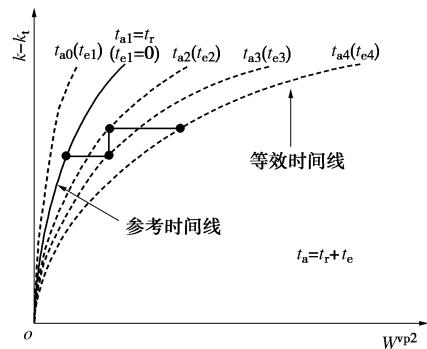


图 4 等效时间线示意图

Fig. 4 Schematic diagram of equivalent time line

将式 (27) 代入式 (21) 中, 得到

$$W^{vp^2} = \frac{k - k_t}{E_i \left[1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_{t_{ult}})} \right]} \left(\frac{t_a}{t_r} \right)^m。 \quad (29)$$

式 (29) 为应力 - 黏塑性功 - 绝对等效时间的唯一性关系方程。

根据式 (4), (10), 可以得到第二屈服面 F_2 对应的黏塑性体应变速率 $\dot{\epsilon}_v^{vp^2}$ 和黏塑性剪应变速率 $\dot{\epsilon}_s^{vp^2}$:

$$\dot{\epsilon}_v^{vp^2} = S^{(2)} \frac{\partial Q_2}{\partial p'} = S^{(2)} \left[9 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) q^2 + 81 \left(\frac{9}{k_1} - 1 \right) p'^2 \right], \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_s^{vp^2} &= S^{(2)} \left[\left(\frac{\partial Q_2}{\partial q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_\sigma} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= S^{(2)} \left\{ \left[6q^2 \sin(3\theta_\sigma) + 18 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) p'q \right]^2 + [6q^2 \cos(3\theta_\sigma)]^2 \right\}^{1/2}。 \end{aligned} \quad (31)$$

黏塑性功速率等于应力与应变速率乘积:

$$\begin{aligned} \dot{W}^{vp^2} &= p' \dot{\epsilon}_v^{vp^2} + S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp^2} = p' \dot{\epsilon}_v^{vp^2} + q \dot{\epsilon}_v^{vp^2} \cos(\theta_\sigma - \theta_{\dot{\epsilon}_v^{vp^2}}) \\ &= S^{(2)} \left(p' \frac{\partial Q_2}{\partial p'} + q \frac{\partial Q_2}{\partial q} \right)。 \end{aligned} \quad (32)$$

式中 ϵ_{ij}^{vp} 为黏塑性应变偏张量; $\theta_{\dot{\epsilon}_v^{vp^2}}$ ($j=1, 2$) 分别为两个屈服面对应的应变增量洛德角, 可以用 θ_σ 来表

示:

$$\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp}} = \arctan \left(\frac{\sin \theta_\sigma \frac{\partial Q_j}{\partial q} + \cos \theta_\sigma \frac{1}{q} \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_\sigma}}{\cos \theta_\sigma \frac{\partial Q_j}{\partial q} - \sin \theta_\sigma \frac{1}{q} \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_\sigma}} \right) \quad (j=1, 2) \quad (33)$$

结合式 (10), (32), 得到

$$\begin{aligned} \dot{W}^{vp2} &= S^{(2)} \left[6q^3 \sin(3\theta_\sigma) + 27 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) p' q^2 + 81 \left(\frac{9}{k_1} - 1 \right) p'^3 \right] \\ &= 3S^{(2)} Q_2 \quad . \end{aligned} \quad (34)$$

将式 (25) 代入式 (34) 中, 可以求得

$$S^{(2)} = \frac{1}{3Q_2 t_r} \frac{m}{E_i \left(1 - \frac{(k-k_t)}{(k-k_t)_{ult}} \right)} \left(W^{vp2} \right)^{\frac{m-1}{m}} \quad . \quad (35)$$

将式 (35) 代入式 (30), (31) 中即可得到与第二屈服面对应的黏塑性体应变速率及黏塑性剪应变速率:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_v^{vp2} &= \frac{m}{t_r} \left[\frac{k - k_t}{E_i \left(1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_t)_{ult}} \right)} \right]^{\frac{1}{m}} \left(W^{vp2} \right)^{\frac{m-1}{m}} \cdot \\ &\quad \frac{3 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) q^2 + 27 \left(\frac{9}{k_1} - 1 \right) p'^2}{2q^3 \sin(3\theta_\sigma) + 9 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) p' q^2 + 27 \left(\frac{9}{k_1} - 1 \right) p'^3}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_s^{vp2} &= \frac{m}{t_r} \left[\frac{k - k_t}{E_i \left(1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_t)_{ult}} \right)} \right]^{\frac{1}{m}} \left(W^{vp2} \right)^{\frac{m-1}{m}} \cdot \\ &\quad \frac{\left\{ 6q^2 \sin(3\theta_\sigma) + 18 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) p' q \right\}^2 + [6q^2 \cos(3\theta_\sigma)]^2}{6q^3 \sin(3\theta_\sigma) + 27 \left(1 - \frac{3}{k_1} \right) p' q^2 + 81 \left(\frac{9}{k_1} - 1 \right) p'^3}. \end{aligned} \quad (37)$$

1.4 双屈服面三维流变本构关系

按照双屈服面模型理论, 将以上第一屈服面三维流变方程与第二屈服面三维流变方程结合起来, 建立双屈服面三维流变本构关系。

根据土的应力应变特性^[24], 应力偏张量主值 S_i ($i=1, 2, 3$) 可由式 (38) 求出; 主应变速率 $\dot{\varepsilon}_i$ ($i=1, 2, 3$) 可由式 (39) 求得

$$S_i = \frac{2}{3} q \sin \left[\theta_\sigma + \frac{(4-2i)\pi}{3} \right] \quad (i=1, 2, 3), \quad (38)$$

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\varepsilon}_v + \dot{\varepsilon}_m = \frac{\dot{\varepsilon}_v}{3} + \dot{\varepsilon}_s \sin \left[\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp}} + \frac{(4-2i)\pi}{3} \right] \quad (i=1, 2, 3), \quad (39)$$

式中, e_i ($i=1, 2, 3$) 为应变偏张量主值, ε_m 为平均应变。

根据式 (1), (2), (39) 可以求得一点主应变速率表达式:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} + \frac{1}{2G} \dot{S}_1 + \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp1}} + \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &\quad \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp2}} + \frac{2\pi}{3} \right) \quad , \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} + \frac{1}{2G} \dot{S}_2 + \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp1}} \right) + \\ &\quad \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp2}} \right) \quad , \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_3 &= \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} + \frac{1}{2G} \dot{S}_3 + \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp1}} - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ &\quad \frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \sin \left(\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp2}} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad . \end{aligned} \quad (42)$$

由式 (40) ~ (42) 可以求得 $\dot{\varepsilon}_1$, $\dot{\varepsilon}_2$, $\dot{\varepsilon}_3$, 分别对时间进行积分, 可以得到 ε_1 , ε_2 , ε_3 , 然后由下式 (43)、式 (44) 即可分别求得

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad , \quad (43)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad . \quad (44)$$

式 (40) ~ (42) 适用于主应力方向恒定加卸载时的任何应力状态。对于常规三轴试验, 应力满足 $\sigma_2 = \sigma_3$, 有 $\theta_\sigma = -\pi/6$, 由式 (33) 求得 $\theta_{\dot{\varepsilon}^{vp1}} = \theta_{\dot{\varepsilon}^{vp2}} = -\pi/6$ 。此时对式 (38) 进行求导, 得到

$$\dot{S}_i = \frac{2}{3} \dot{q} \sin \left[-\frac{\pi}{6} + \frac{(4-2i)\pi}{3} \right] \quad (i=1, 2, 3) \quad . \quad (45)$$

将式 (45) 及 $\theta_\sigma = \theta_{\dot{\varepsilon}^{vp1}} = \theta_{\dot{\varepsilon}^{vp2}} = -\pi/6$ 代入式 (40) ~ (42) 中, 得到常规三轴试验应力条件下主应变速率表达式:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} + \frac{\dot{q}}{3G} + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \right) + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} + \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \right) \quad , \quad (46)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} - \frac{\dot{q}}{6G} + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \right) + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \right), \quad (47)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \frac{\kappa}{3V_0} \frac{p'}{p'} - \frac{q}{6G} + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp1}}{3} - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_s^{vp1} \right) + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_v^{vp2}}{3} - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \right). \quad (48)$$

由式 (46) ~ (48) 可求得常规三轴试验应力条件下双屈服面流变模型的体应变速率 $\dot{\varepsilon}_v$ 和剪应变速率 $\dot{\varepsilon}_s$ 为

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\kappa}{V_0} \frac{p'}{p'} + \dot{\varepsilon}_v^{vp1} + \dot{\varepsilon}_v^{vp2}$$

$$= \frac{\kappa}{V_0} \frac{p'}{p'} + S^{(1)}(2p' - p'_m) + S^{(2)} \left[9 \left(1 - \frac{3}{k_1}\right) q^2 + 81 \left(\frac{9}{k_1} - 1\right) p'^2 \right]。 \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_s &= \frac{\dot{q}}{3G} + \dot{\varepsilon}_s^{vp1} + \dot{\varepsilon}_s^{vp2} \\ &= \frac{\dot{q}}{3G} + S^{(1)} \frac{2q}{M^2} + S^{(2)} \left[-6q^2 + 18 \left(1 - \frac{3}{k_1}\right) p' q \right]。 \end{aligned} \quad (50)$$

式中, $S^{(1)}$ 及 $S^{(2)}$ 分别由式 (16) 及式 (35) 求得。将式 (49), (50) 对时间进行积分即可求出 $\varepsilon_v, \varepsilon_s$ 。

2 模型参数确定

从以上公式中可以看出, 双屈服面三维流变模型的参数包括有效内摩擦角 φ' , 泊松比 ν , $e - \ln p'$ 坐标下压缩指数 λ 、回弹指数 κ , 次压缩指数 ψ , 比容 $V_0 (V_0 = 1 + e_0)$, 第一屈服面参考时间 t_0 , 第一屈服面应力初值 p'_{mo} , 黏塑性应变初值 ε_{vo}^{vp1} , 黏塑性指数 m , 第二屈服面参考时间 t_r , 剪切硬化功参数 $(k - k_t)_{ult}$, E_i , 剪切塑性势参数 A , 这些模型参数均可以由常规试验求得。

首先, 以无侧限压缩试验确定泊松比 ν , 以三轴固结排水剪切试验确定有效内摩擦角 φ' 。

其次, 根据三轴等向压缩流变试验确定与第一屈服面相关的模型参数 t_0 , λ , κ , ψ , V_0 , p'_{mo} 和 ε_{vo}^{vp1} 。在三轴等压应力状态下 $q = 0$, 只有第一屈服面引起的黏塑性应变而无第二屈服面引起的黏塑性应变。此时, 双屈服面三维流变模型退化为 Yin-Graham 流变模型, 由此可以确定与第一屈服面相关的模型参数 t_0 , λ , κ , ψ , V_0 , p'_{mo} 和 ε_{vo}^{vp1} , 具体确定方法可以参照文献[5]。Yin 等^[5]研究后认为, 这些参数与常用土工力学参数具有相似性, 若无三轴等向压缩流变试验数据, 可以参照常规 24 h 固结试验确定的压缩系数 C_c 、卸载/再加载系数 C_r 、次固结系数 C_{ae} 、先期固结压力 p'_c 及相应应变 ε_{vc}^{vp} 按如下公式近似确定:

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{C_r}{\ln 10}, \quad \lambda = \frac{C_c}{\ln 10} \\ p'_{mo} &= p'_c, \quad \varepsilon_{vo}^{vp1} = \varepsilon_{vc}^{vp} \\ \psi &= \frac{C_{ae}}{\ln 10}, \quad t_0 = t_{24} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

最后, 根据三轴剪切流变试验确定与第二屈服面相关的模型参数 t_r , m , $(k - k_t)_{ult}$, E_i 和 A 。在三轴剪切流变试验中, 试验测定的是总应变, 它包含弹性应变、第一和第二屈服面对应的黏塑性应变三项。弹性应变可以根据弹性应变公式 (2) 确定; 第一屈服面黏塑性应变根据上述第一屈服面对应的模型参数按照

式 (12) 及式 (17) 计算得出。总应变减去弹性应变和第一屈服面对应的黏塑性应变, 即可得到第二屈服面对应的黏塑性应变。按照黏塑性功公式可以获得每一时刻的黏塑性功 W^{vp2} , 根据黏塑性功随时间变化数据确定第二屈服面相关的模型参数 t_r , m , $(k - k_t)_{ult}$, E_i 和 A 。具体确定方法如下:

对式 (21) 适当进行变形得

$$\ln W^{vp2} = \ln W_o^{vp2} + m \ln \frac{t_a}{t_r} \quad , \quad (52)$$

其中,

$$W_o^{vp2} = \frac{k - k_t}{E_i \left[1 - \frac{(k - k_t)}{(k - k_t)_{ult}} \right]} \quad . \quad (53)$$

对式 (53) 适当变形得

$$\frac{1}{W_o^{vp2}} = E_i \frac{1}{k - k_t} - \frac{E_i}{(k - k_t)_{ult}} \quad . \quad (54)$$

根据上述黏塑性功随时间变化数据, 在 $\ln(t_a/t_r) - \ln(W^{vp2})$ 坐标系中绘制数据点, 根据式 (52) 通过线性回归获得 m 及 W_o^{vp2} 。如图 5 所示, 不同剪应力 q 可以获得不同截距值 $\ln(W_o^{vp2})$ 。

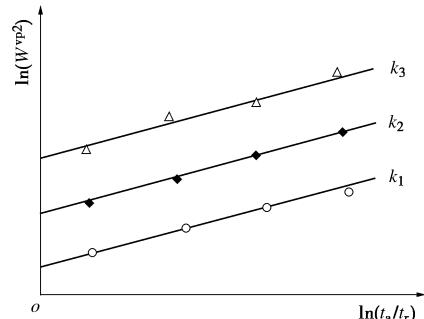


图 5 $\ln(W^{vp2})$ 与 $\ln(t_a/t_r)$ 关系图

Fig. 5 Relationship between $\ln(W^{vp2})$ and $\ln(t_a/t_r)$

然后根据式 (54), 以 $1/(k - k_t)$ 为自变量, $1/W_o^{vp2}$ 为因变量进行线性回归, 获得回归直线斜率 E_i 及截距 $E_i/(k - k_t)_{ult}$, 由此可以得到模型参数 E_i 及 $(k - k_t)_{ult}$ 。

在三轴试验中, 根据流动法则, 可以得到

$$d\varepsilon_3^{vp2} = S^{(2)} \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_3} dt = S^{(2)} [I_2 + I_1(\sigma_1 + \sigma_3) - k_1 \sigma_1 \sigma_3] dt, \quad (55)$$

$$d\varepsilon_1^{vp2} = S^{(2)} \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_1} dt = S^{(2)} [I_2 + I_1(2\sigma_3) - k_1 \sigma_3 \sigma_3] dt. \quad (56)$$

在三轴压缩状态下, 依据试验测定的 $d\varepsilon_1^{vp2}$ 和 $d\varepsilon_3^{vp2}$, 定义黏塑性泊松比 ν^{vp} 为

$$\nu^{vp} = -\frac{d\varepsilon_3^{vp2}}{d\varepsilon_1^{vp2}} \quad . \quad (57)$$

将式 (55), (56) 代入式 (57) 中, 可以得到

$$k_1 = \frac{(I_2 + I_1\sigma_3)(1+\nu^{vp})}{\sigma_3(\sigma_1 + \nu^{vp}\sigma_3)} + \frac{I_1}{\sigma_3}。 \quad (58)$$

在计算出 k_1 值后, 可由式(7)求出 k , 可以发现 k_1 与 k 是一一对应的。试验资料表明塑性势函数参数 k_1 与屈服函数参数 k 存在线性关系, 如式(11)所示, 可以由此求出土样对应的 A 值。

3 Fortran 程序编制

通过目前广泛应用的4阶Rung-Kutta方法将本文建立的双屈服面三维流变模型中微分公式用差分公式形式表示, 接着利用Fortran语言在计算机中编制计算程序, 用于获得数值解。双屈服面三维流变本构模型程序在Fortran中编写思路如图6所示。

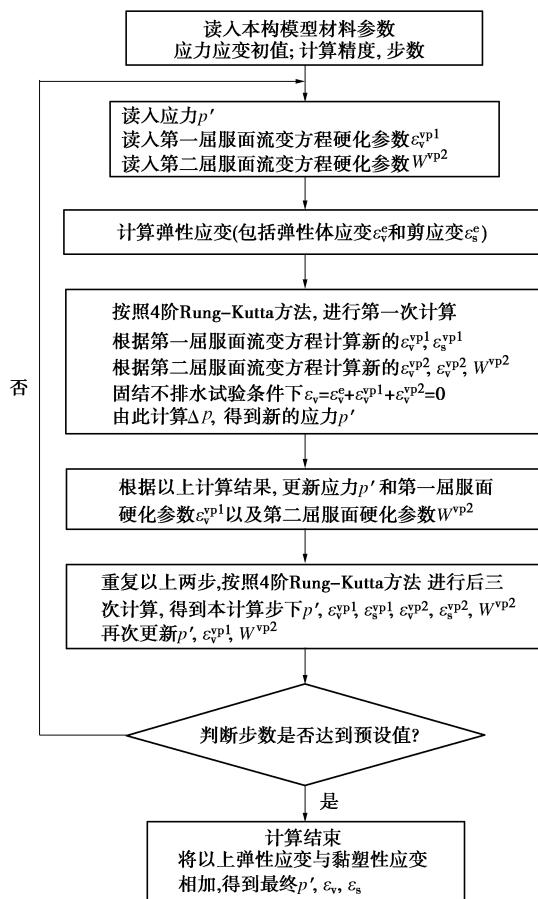


图6 Fortran程序框图

Fig. 6 Flow chart of Fortran

4 算例验证

上文建立了双屈服面三维流变模型并给出了模型参数确定方法及数值计算程序编写思路, 本节将通过加拿大膨润土及香港重塑海相沉积土三轴固结不排水流变试验来验证模型的合理性。

4.1 加拿大膨润土流变试验

Yin^[23]针对加拿大膨润土(Canada bentonite, 简

称CB)进行了一系列常规三轴固结不排水流变试验。试样初始有效围压为2460 kPa, 剪应力加载方式为多级加载。试验土样主要物理力学性质见表1。部分模型参数Yin^[23]已给出, 见表2。

表1 试样的物理特性指标^[23]

Table 1 Physical properties of sample

土样	重度 /(kN·m ⁻³)	含水 率/%	饱和 度/%	土粒相 对密度	比容 V_0	泊松 比 ν
CB	16.46	22.3	99.4	2.70	1.609	0.3

表2 部分模型参数^[23]

Table 2 Part of model parameters

$\varphi'/(^\circ)$	λ/V_0	κ/V_0	ψ/V_0	p'_{mo}/kPa	t_0/h	ε_{vo}^{vp1}
15	0.05	0.025	0.0025	1900.77	24	0

当不考虑第二屈服面时, 本文双屈服面流变模型退化为Yin-Graham模型, 图7给出了试验实测值、双屈服面流变模型预测值及Yin-Graham模型预测值之间的对比。

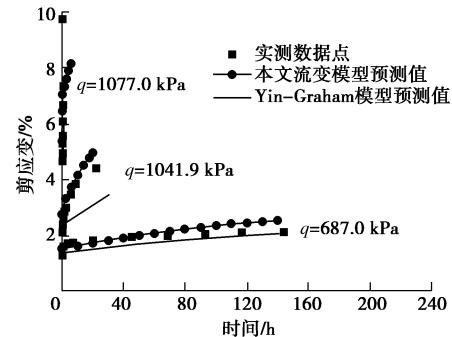


图7 实测与预测结果对比

Fig. 7 Comparison between measured and predicted results

从图7中可以发现, 在三轴剪切流变试验中, 当剪应力较大时, Yin-Graham模型预测的剪应变普遍偏小, 并且剪应力越大, 模型预测值与实测值之间差别越大, 这是由于Yin-Graham模型缺少反映剪胀机制的第二屈服面导致的。为了弥补这部分变形的缺失, 本文在Yin-Graham模型基础上增加反映剪胀机制的第二屈服面, 对应的模型参数 m , $(k-k_t)_{ult}$, E_i 和 A 可以按照第2节介绍方法确定。 $\ln(W^{vp2}) - \ln(t_a/t_r)$ 关系见图3, 参数 m 取图3中3条直线斜率平均值 $m=0.02018$ 。其余参数值为: $(k-k_t)_{ult}=0.7685$, $A=0.42$, $E_i=0.0317$ 。第二屈服面对应模型参数如表3所示。

表3 模型参数

Table 3 Model parameters

m	$(k-k_t)_{ult}$	E_i	A	t_r/h
0.02018	0.7658	0.0317	0.42	24

在求出模型参数后, 按第3节介绍方法利用Fortran语言编制程序进行数值计算, 对上述固结不排

水剪切流变试验进行模拟，模拟结果如图 8、9 所示。

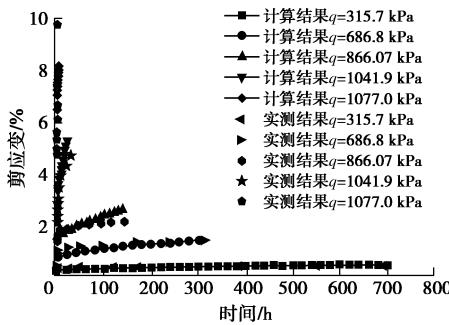


图 8 剪应变与时间关系图

Fig. 8 Relationship between shear strain and time

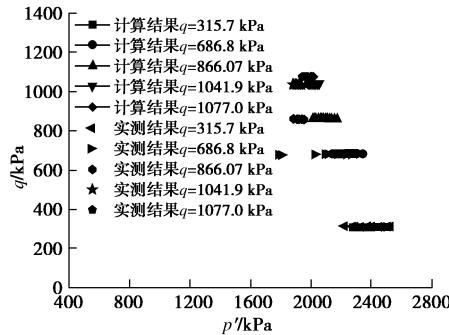


图 9 p' - q 空间有效应力路径图

Fig. 9 Effective stress paths in p' - q space

从图 8 中可以看出，剪应变随着剪应力的增加而增加，当剪应力较大土样接近破坏时，剪应变增长速度明显加快。当剪应力给定时，在试样达到破坏前，剪应变在剪应力施加初始阶段内迅速增加，但随着时间的增长剪应变增加速度明显放缓。从图 8、9 中可以看出，无论是剪应变与时间关系还是 p' - q 空间有效应力路径，基于等效时间的双屈服面三维流变模型都可以较好地拟合试验数据。图 7 也给出了本文所建立的双屈服面三维流变模型预测值，并与 Yin-Graham 模型预测值及实测值进行对比。从图 7 中可以发现，当剪应力水平较低时两种模型预测结果都较好；当剪应力水平较高土体接近破坏时，双屈服面三维流变模型因充分反映了剪应力对流变发展过程的影响，故拟合的更好，这是 Yin-Graham 流变模型没能体现的。

4.2 香港重塑海相沉积土流变试验

Zhu^[25]针对香港重塑海相沉积土(remoulded Hong Kong marine deposits, 简称 RHKMD)进行了一系列三轴固结不排水流变试验，试验围压为 400 kPa，剪应力加载方式为单级加载。土样主要物理力学性质见表 4。按照第 2 节介绍的方法确定模型参数，见表 5。

图 10 为剪应变实测值与模型预测值对比图，图 11 为实测及模型预测 p' - q 关系对比图。从图 10，

11 中可见，模型预测结果与实测结果较为吻合，说明基于等效时间的双屈服面三维流变模型能够较好地模拟单级加载三轴固结不排水剪切流变试验，进一步验证了本文所提模型合理性。

表 4 试样物理特性指标

Table 4 Physical properties of sample

土样	含水率/%	饱和度/%	土粒相对密度	比容 V_0	泊松比 ν
RHKMD	48.3	98	2.66	2.216	0.3

表 5 模型参数

Table 5 Model parameters

λ/V_0	κ/V_0	ψ/V_0	p'_{mo}/kPa	t_0/h	ε_{vo}^{vp1}
0.0793	0.018	0.0025	15.2	24	0
φ'	m	$(k - k_t)_{ult}$	E_i	A	t_i/h
31.5°	0.0328	4.003	0.2565	0.58	24

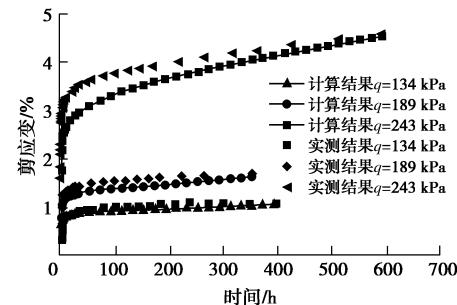


图 10 剪应变与时间关系图

Fig. 10 Relationship between shear strain and time

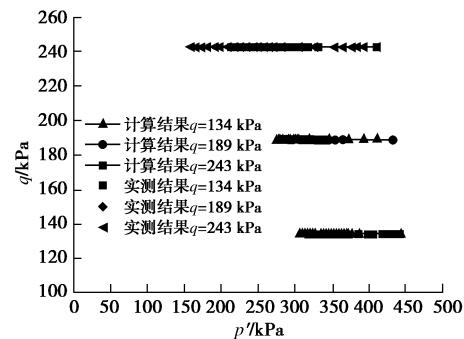


图 11 p' - q 空间有效应力路径图

Fig. 11 Effective stress paths in p' - q space

5 结论

本文以 Yin-Graham 三维流变方程作为第一屈服面流变方程，以新建立的三维流变方程作为第二屈服面流变方程，将二者相结合建立了双屈服面三维流变模型，得到以下 3 点结论。

(1) 以 Matsuoka-Nakai 屈服准则为第二屈服面，根据非相关联流动法则，以黏塑性功为硬化参数，借鉴 Mesri 建模思路构建应力 - 黏塑性功 - 时间关系，

利用等效时间法得到应力-黏塑性功-黏塑性功速率关系式, 以便考虑应力历史及应力路径的作用。然后采用 Perzyna 过应力理论建立了反映土体剪胀特性的第二屈服面三维流变方程。

(2) 根据双屈服面模型理论, 以 Yin-Graham 三维流变方程为反映剪缩的第一屈服面流变方程, 以本文新建立的三维流变方程为反映剪胀的第二屈服面流变方程, 建立了双屈服面三维流变模型。新的双屈服面流变模型考虑了黏塑性应变速率效应, 克服了以往基于真实时间流变模型无法考虑应力历史及应力路径的缺陷; 并且考虑了土体剪缩、剪胀特性, 克服了单一屈服面流变模型只能考虑剪缩(或剪胀)的缺陷。

(3) 按照经典的 4 阶 Rung-Kutta 方法, 通过 Fortran 语言, 编制了本构模型计算程序。在固结不排水条件下, 应用计算程序数值分析了常规三轴试验多级加载和单级加载的流变发展过程, 并把计算预测值与两种不同场地的软土流变试验实测值进行了对比分析。结果表明, 双屈服面三维流变模型能够较好地反映土体的流变特性。特别是可以较好地反映较高应力水平下土体接近破坏时的流变现象。

参考文献:

- [1] 孙德安, 申海娥. 上海软土的流变特性试验研究[J]. 水文地质工程地质, 2010, 37(3): 74 - 78. (SUN De-an, SHEN Hai-e. Experimental study on rheology behaviour of Shanghai soft clay[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2010, 37(3): 74 - 78. (in Chinese))
- [2] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007. (YIN Zong-ze. Geotechnical Principles[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2007. (in Chinese))
- [3] YIN Z Y, ZHU Q Y, ZHANG D M. Comparison of two creep degradation modeling approaches for soft structured soils[J]. Acta Geotechnica, 2017, 12(6): 1395 - 1413.
- [4] YAO Y P, KONG L M, ZHOU A N, et al. Time-dependent unified hardening model: three-dimensional elastoviscoplastic constitutive model for clays[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2015, 141(6): 04014162.
- [5] YIN J H, GRAHAM J. Elastic viscoplastic modelling of the time-dependent stress-strain behaviour of soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(4): 736 - 745.
- [6] 杨爱武, 闫澍旺, 杜东菊. 结构性吹填软土蠕变模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(11): 3213 - 3219. (YANG Ai-wu, YAN Shu-wang, DU Dong-ju. Study of creep model of structural soft dredger fill[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(11): 3213 - 3219. (in Chinese))
- [7] 柯文汇, 陈健, 盛谦. 结构性软黏土的一维弹黏塑性模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(3): 494 - 503. (KE Wen-hui, CHEN Jian, SHENG Qian. One-dimensional elasto-viscoplastic model for structured soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(3): 494 - 503. (in Chinese))
- [8] 尹振宇, 朱启银, 朱俊高. 软黏土蠕变特性试验研究: 回顾与发展[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 2): 1 - 17. (YIN Zhen-yu, ZHU Qi-yin, ZHU Jun-gao. Experimental investigation on creep behavior of soft clays: review and development[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(S2): 1 - 17. (in Chinese))
- [9] YIN J H, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(2): 199 - 209.
- [10] MESRI G, REBRES-CORDERO E, SCHIELDS D R, et al. Shear stress-strain-time behavior of clays[J]. Géotechnique, 1981, 31(4): 537 - 552.
- [11] 王常明, 王清, 张淑华. 滨海软土蠕变特性及蠕变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(2): 227 - 230. (WANG Chang-ming, WANG Qing, ZHANG Shu-hua, Creep characteristics and creep model of marine soft soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(2): 227 - 230. (in Chinese))
- [12] 雷华阳, 贾亚芳, 李肖. 滨海软土非线性蠕变特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊 1): 2806 - 2816. (LEI Hua-yang, JIA Ya-fang, LI Xiao. Experimental study of nonlinear creep property of soft soil in littoral area[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S1): 2806 - 2816. (in Chinese))
- [13] 胡亚元. 剪切双曲线型等效时间流变模型[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(8): 1549 - 1555. (HU Ya-yuan. Shear hyperbolic type equivalent-time rheological model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(8): 1549 - 1555. (in Chinese))
- [14] 沈珠江. 南水双屈服面模型及其应用[C]// 海峡两岸土力学及基础工程地工技术学术研讨会论文集. 西安, 1994. (SHEN Zhu-jiang. The model of the NHRI Double Yield Surface and its Application[C]// Proceedings of the Symposium on Soil Mechanics and Foundation Engineering in the Two Sides of Taiwan Strait. Xi'an, 1994. (in Chinese))
- [15] 殷宗泽. 一个土体的双屈服面应力-应变模型[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 64 - 71. (YIN Zong-ze. A double yield surface stress-strain model for soils[J]. Chinese Journal of

- Geotechnical Engineering, 1988, **10**(4): 64 - 71. (in Chinese))
- [16] HSIEH H S, KAVAZANJIAN E J, BORJA R I. Double-yield-surface Cam-clay plasticity model I: theory[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **116**(9): 1381 - 1401.
- [17] KONG Y F, XU M, SONG E X. An elastic-viscoplastic double-yield-surface model for coarse-grained soils considering particle breakage[J]. Computers and Geotechnics, 2017, **85**: 59 - 70.
- [18] 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型[J]. 岩土工程学报, 1993, **15**(3): 54 - 62. (ZHAN Mei-li, QIAN Jia-huan, CHEN Xu-lu. Tests on rheological behavior of soft soil and rheologic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, **15**(3): 54 - 62. (in Chinese))
- [19] 张军辉, 缪林昌. 连云港海相软土流变特性试验及双屈服面流变模型[J]. 岩土力学, 2005, **26**(1): 145 - 149. (ZHANG Jun-hui, MIAO Lin-chang. Tests on rheological behavior of Lianyungang marine soft clay and two-yield-surface rheological model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(1): 145 - 149. (in Chinese))
- [20] 张坤勇, 文德宝, 马奇豪. 椭圆抛物双屈服面弹塑性模型三维各向异性修正及其试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(8): 1692 - 1700. (ZHANG Kun-yong, WEN De-bao,
- MA Qi-hao. Three-dimensional anisotropic revision and experimental verification of elliptic parabolic double yield surface elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(8): 1692 - 1700. (in Chinese))
- [21] 胡亚元. n 次齐次屈服函数相关联流动法则失效的机制研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 243-251. (HU Ya-yuan. Failure mechanism of associated flow rule for n th homogenous yield function[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 243 - 251. (in Chinese))
- [22] LADE P V. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 1977, **13**(11): 1019 - 1035.
- [23] YIN J H. Constitutive modelling of time-dependent stress-strain behavior of soils[D]. Winnipeg: The University of Manitoba Winnipeg, 1990.
- [24] YU Hai-sui. 岩土塑性理论[M]. 周国庆, 刘恩龙, 商翔宇, 译. 北京: 科学出版社, 2018. (YU Hai-sui. Plasticity and Geotechnics[M]. Zhou Guo-qing, LIU En-long, SHANG Xiang-yu, trans. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese))
- [25] ZHU J G. Rheological behaviour and elastic viscoplastic modelling of soil[M]. Beijing: Science Press, 2007.

《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创刊于 1979 年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学的研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先利用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊, 并在建筑类核心期刊中位于前列; 本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊)及“中国科技论文与引文数据库”收录; 本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录; 本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录; 本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据

库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址 (www.cgejournal.com) 全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊, A4 开, 双栏排版, 192 页, 每月中旬出版, 每期定价 40 元, 全年定价 480 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000 - 4548, 国内统一刊号 CN 32 - 1124/TU, 国内发行代号 28 - 62, 国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: 南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部; 邮编: 210024; 联系电话: 025-85829534, 85829543, 85829553, 85829556; 传真: 025-85829555; E-mail: ge@nhri.cn。