

DOI: 10.11779/CJGE2019S2061

# 考虑位移影响的土压力非线性计算

王正振<sup>1, 2</sup>, 龚维明<sup>1, 2</sup>, 戴国亮<sup>1, 2</sup>, 刘晓光<sup>3</sup>, 赵欣欣<sup>3</sup>, 郭辉<sup>3</sup>

(1. 东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 江苏 南京 210096; 2. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 210096;

3. 中国铁道科学研究院铁道建筑研究所, 北京 100081)

**摘要:** 极限土压力理论计算结果与工程实测数据偏差较大。为解决该问题, 以朗肯土压力理论为出发点, 借鉴双参数法思想, 提出了一种考虑位移影响且同时适用于黏土和砂土的主、被动土压力计算方法, 利用试验数据对本文方法进行了验证; 将本文土压力计算方法与地下结构弯曲微分方程相结合, 通过迭代即可得到地下结构的内力及变形, 通过算例对该过程进行了分析说明。

**关键词:** 土压力; 位移影响; 非线性; 计算参数; 迭代方法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)S2-0244-04

**作者简介:** 王正振(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事沉井、桩基础、深基坑等岩土工程研究工作。E-mail: 230159416@seu.edu.cn。

## Nonlinear calculation of earth pressures considering displacement effect

WANG Zheng-zhen<sup>1, 2</sup>, GONG Wei-ming<sup>1, 2</sup>, DAI Guo-liang<sup>1, 2</sup>, LIU Xiao-guang<sup>3</sup>, ZHAO Xin-xin<sup>3</sup>, GUO Hui<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structure of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096,

China; 2. Department of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. Railway Engineering Research Institute,

China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China)

**Abstract:** There is much difference between the calculated results of ultimate earth pressure theory and the experimental ones. To solve this problem, based on the Rankine's earth pressure theory and the two-parameter method, an earth pressure method considering displacement effect, which can calculate active and passive earth pressures for both cohesive soil and non-cohesive soil, is proposed and validated by the experimental data. By combining the earth pressure method with the bending differential equation of underground structures, the internal force and displacement of the underground structures can be obtained through iteration. The process is analyzed by an example.

**Key words:** earth pressure; displacement effect; nonlinearity; parameter; iteration method

## 0 引言

土压力一直是众多学者关注的问题。中国、美国、日本等众多国家规范中均采用线性土压力理论计算土压力<sup>[1-2]</sup>。但诸多实测数据表明: 随着水平变位的发展, 土压力逐渐增大(被动土压力)或减小(主动土压力), 直至达到极限状态<sup>[3-6]</sup>。由于地下工程常以变形为控制条件, 故工程中很少出现经典土压力理论的极限状态, 这也是实测土压力与计算土压力值差异较大的原因。

诸多学者已认识到该问题的存在, 并对现有土压力计算理论进行了改进研究: Roscoe<sup>[7]</sup>通过室内试验验证了被动土压力随挡墙位移变化而变化的特性; 岳祖润等<sup>[8]</sup>利用离心试验分析了黏性填土挡土墙土压力随位移的非线性变化情况; Hanna 等<sup>[9]</sup>对超固结无黏性土进行了被动土压力试验, 并对超固结黏性土的被动土压力系数进行了修正; 王仕传等建立了一种考虑

位移影响的主动土压力计算公式<sup>[10]</sup>; 杨泰华等<sup>[11]</sup>通过土体强度折减来考虑土压力的位移影响, 提出了新的土压力计算公式。

从上述研究现状可以看出, 目前尚无一种既适用于黏性土又适用于非黏性土, 既可计算主动土压力又能计算被动土压力的考虑位移影响的土压力计算方法。本文以朗肯土压力理论为出发点, 借鉴水平承载桩土抗力计算中双参数法思想, 提出一种适用于黏性土和非黏性土的主、被动土压力计算公式; 结合现有的地下结构弯曲微分方程, 利用迭代法计算其水平变位及内力即可将本文方法运用到工程实践中。最后通

**基金项目:** 中国铁路总公司科技研究开发计划课题(2017G006-A); 江苏省建筑产业现代化科技支撑项目; “中央高校基本科研业务费专项资金项目”和“江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX17\_0117)”

**收稿日期:** 2019-04-29

过工程案例证明了本文方法的正确性及可行性。

## 1 土压力计算原理

### 1.1 朗肯土压力理论

朗肯土压力理论主要基于半空间对称应力状态及莫尔-库仑极限平衡理论; 其基本假设为: 挡土墙背竖直、光滑, 墙后填土面水平, 计算公式为

$$\begin{cases} P_a = \gamma h K_a - 2c\sqrt{K_a}, \\ P_p = \gamma h K_p + 2c\sqrt{K_p}. \end{cases} \quad (1)$$

式中  $P_a$  为主动土压力 (kPa);  $P_p$  为被动土压力 (kPa);  $\gamma$  为土体重度 (kN/m<sup>3</sup>);  $h$  为土层厚度 (m);  $K_a$  为主动土压力系数;  $K_p$  为被动土压力系数;  $c$  为土体黏聚力 (kPa)。公式 (1) 得到的土压力与深度和土体性质有关, 但与地下结构位移无关。

### 1.2 双参数法理论

双参数法属于非线性弹性地基反力法。《桩基工程手册》中所列的计算水平荷载作用下弹性桩侧土抗力的双参数法计算公式如下:

$$p = k(z)y = mz^i y. \quad (2)$$

式中  $p$  为单位面积上桩侧土抗力;  $k(z)$  为单位面积上桩侧土抗力系数;  $m$ ,  $i$  为计算参数;  $z$  为地面以下深度;  $y$  为水平变位。双参数法的实质是通过两个参数来拟合桩在水平荷载作用下的试验值, 得到计算参数之后, 利用公式 (2) 即可得到整个桩侧抗力。

### 1.3 考虑位移影响的土压力计算方法

地下结构、基坑工程中的排桩及地连墙等多为垂直结构, 且在工程开工前需平整场地, 故实际工程与朗肯土压力理论基本假设相符。沿用双参数法思想, 假设土压力为地下结构水平变位  $y$  和深度  $h$  的函数, 考虑以下条件: ①当水平变位  $y=0$  时, 土压力为静止土压力; ②土压力系数随着位移的增大而增大, 但最终达到一个稳定值, 即土压力达到极限值; ③极限状态的土压力沿用朗肯土压力理论计算。

根据以上限制条件, 可得到考虑位移影响的主动土压力和被动土压力计算公式分别为

$$P_a = \begin{cases} K_a \times \sigma_z - 2c\sqrt{K_a} & \left( y \geq \left( \frac{K_0 - K_a}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \right) \\ (K_0 - ay^b) \sigma_z - 2c\sqrt{K_0 - ay^b} & \left( y < \left( \frac{K_0 - K_a}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \right) \end{cases}, \quad (3)$$

$$P_p = \begin{cases} K_p \times \sigma_z + 2c\sqrt{K_p} & \left( y \geq \left( \frac{K_p - K_0}{a'} \right)^{\frac{1}{b'}} \right) \\ (K_0 + a'y^{b'}) \times \sigma_z + 2c\sqrt{K_0 + a'y^{b'}} & \left( y < \left( \frac{K_p - K_0}{a'} \right)^{\frac{1}{b'}} \right) \end{cases}.$$

式中  $a$ ,  $b$ ,  $a'$ ,  $b'$  为计算参数, 通过试验确定;  $K_0$  为静止土压力系数;  $K_0 - ay^b$  为考虑位移影响的主动土压力系数,  $K_0 + a'y^{b'}$  为考虑位移影响的被动土压力系数,  $\sigma_z$  为计算深度处的竖向应力,  $\sigma_z = q + \gamma h$ , 其中  $q$  为地表超载。

分别对比公式 (3) 和 (4) 中的两个公式, 令  $K_0 - ay^b = K_a$ ,  $K_0 + a'y^{b'} = K_p$ , 则可得出主动土压力和被动土压力的临界位移分别为

$$y = \left( \frac{K_0 - K_a}{a} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad y = \left( \frac{K_p - K_0}{a'} \right)^{\frac{1}{b'}}.$$

以临界位移为分割点将土压力分为两段, 一段为极限状态下土压力, 另一段则为非极限状态下土压力。

## 2 计算方法适用性验证

### 2.1 黏性土主动土压力对比

将本文方法得到的黏性土主动土压力计算结果与文献[3]中 F2, F3 两组试验结果进行对比分析。土体基本参数、试验装置及试验过程见文献[3]。

可以得到, 对于黏性土主动土压力: 当  $a=0.13$ ,  $b=0.50$  时, 拟合结果与试验结果吻合较好, 如图 1 所示: 随着位移发展, 土压力由静止土压力逐渐变为主动土压力, 位移发展初期, 土压力变化明显, 之后变缓, 当位移发展到 3 mm 时, 达到理论计算的极限土压力值, 之后计算值保持定值, 而试验值仍略微减小, 虽然试验值小于朗肯土压力值, 但差异较小, 且计算值略大于试验值, 故可保证工程安全。

从图 1 还可以看出, 虽然 F2、F3 的上覆均布荷载不同 (即埋深不同: 可将均布荷载转化为埋深), 但同一土体利用同样的计算参数可以很好的拟合试验数据。这说明不同埋深的同一土体可采用相同的计算参数进行计算, 这将为地下结构内力计算提供便捷。

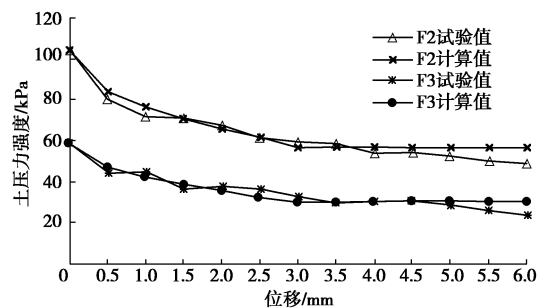


图 1 黏性土主动土压力强度随水平位移变化曲线

Fig. 1 Active earth pressure-displacement curves of clay

### 2.2 砂土主动土压力对比

采用文献[3]中的 S2 和 S3 两组试验数据来验证砂土主动土压力计算方法。

通过试算可以得到,对于砂土主动土压力:当 $a=0.085$ , $b=0.45$ 时,拟合结果与试验结果吻合较好,如图2所示。整个土压力变化规律类似于黏性土(工程中通常认为砂土的黏聚力 $c=0$ ,而通常试验测得砂土的黏聚力并不为0,故可认为砂土也是一种黏性土,故二者变化曲线类似也可理解)。当位移发展到4 mm时,土压力减小到朗肯极限主动土压力;之后试验值仍不断减小,但减小幅度有限。

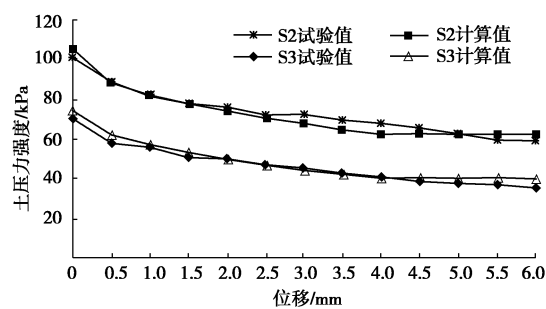


图2 砂土主动土压力强度随水平位移变化曲线

Fig. 2 Active earth pressure-displacement curves of sand

2.3 黏性土被动土压力对比

选取文献[6]中悬臂结构土体开挖引起被动区黏土土压力变化的试验数据来说明本文方法对黏土被动土压力计算的适用性。试验土体参数见文献[6]。

从试验结果来看,3次试验数据的离散性较大。本文在进行对比分析时,挑选了偏差相对较小的3组数据,将平均值与本文计算结果进行对比,表1介绍了3个对比点的基本情况。通过数据拟合发现:当 $a'=0.02$ , $b'=1.05$ 时,计算值可以很好地拟合试验平均值。由于土体开挖导致对比点的埋深变化,故不能得到土压力-位移曲线,在此仅列出各对比点计算值与试验平均值,如表2所示。

表1 对比点基本情况

Table 1 Overview of comparison point			
对比点	挖土深度/m	测点埋深/m	实测位移/mm
#1	0.3	0.75	14
#2	0.6	0.9	23
#3	0.7	1.25	18

表2 对比点计算结果

Table 2 Calculation results of comparison point					
对比点	实测土压力均值/kPa	计算被动土压力/kPa	差值比/%	朗肯极限土压力/kPa	差值比/%
#1	12.75	13.05	2.35	17.40	36.47
#2	12.60	12.49	0.87	14.04	11.13
#3	15.48	15.10	2.45	19.63	26.81

从表2可以看出:本文考虑位移影响的黏土被动土压力计算结果与试验实测值差值比在5%以内,而朗肯被动土压力理论与试验实测值得差异则较大,#2对比点差值比最小,为11.13%,而#1对比点的差值则

达到了36.47%。

2.4 砂土被动土压力对比

选取文献[5]中砂土的被动土压力试验结果来进行分析。土体参数见文献[5],选择挡墙平移变位方式下埋深0.7,0.8,0.9 m的试验点进行对比分析,试验概况见表3。

表3 文献[5]试验概况

Table 3 Overview of tests in Reference [5]			
对比组	位移方式	试验土类别	测点埋深/m
第一组	平移	砂土	0.7
第一组	平移	砂土	0.8
第一组	平移	砂土	0.9

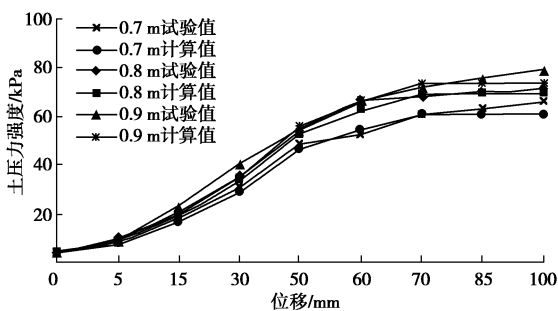


图3 砂土被动土压力强度随水平位移变化曲线

Fig. 3 Passive earth pressure-displacement curves of sand

利用公式(4)对试验结果进行拟合,结果表明:当 $a'=0.1$ , $b'=1.0$ 时,计算值可以很好地拟合试验值,如图3所示:整个砂土被动土压力强度变化曲线呈现随位移增大而迅速增大,之后增速变缓,最后基本稳定的趋势,在达到朗肯极限土压力之后,仍略有增大,但增幅有限,与本文公式计算值差异较小。

2.5 极限状态时的位移量分析

很多学者对土体达到极限状态时挡土结构所需位移量已进行了深入研究,如表4所示,可以看出,本文方法得到土体达到极限状态所需位移量与前人研究成果较为接近。对于主动土压力而言,达到极限状态时的位移量均较小,各研究结果也较为一致;对于被动土压力来说,黏土研究成果较少,而砂土的结果较为离散,但均远大于主动土压力所需的位移量。

表4 土体达极限状态所需位移量(H为挡土结构高度)

Table 4 Displacements required for ultimate earth pressure				
文献	土体类型	挡墙移动类型	所需位移量	
			主动极限状态	被动极限状态
Terzaghi	密实砂	平移	0.001H	0.05H
Matsuo	粉砂	平移	0.007H	—
Ishahars	密实砂	平移	0.004H	0.014H
Wu	黏土	平移	0.004H	—
杨斌	黏土	平移	0.004H	—
	砂土	平移	0.003H	—
本文	黏土	平移	0.003H	—
方法	砂土	平移	0.004H	0.058H

### 3 计算方法在工程中的应用

#### 3.1 地下结构内力计算

由于土压力是地下结构水平变位的函数, 而水平变位又是由土压力所产生, 二者相辅相成, 故单一的公式 (3) 和 (4) 不具备工程应用价值。可将公式 (3) 和 (4) 代入地下结构弯曲微分方程, 进而得到地下结构水平变位和内力。

地下结构弯曲微分方程和内力计算表达式分别为

$$\begin{cases} EI \frac{d^4 y}{dh^4} - p_a b_s = 0 & (0 \leq h \leq h_n) \\ EI \frac{d^4 y}{dh^4} + p_p b_0 - p_a b_s = 0 & (h > h_n) \end{cases}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{dy_m}{dh_m} = \theta_m \\ \frac{d\theta_m}{dh_m} = M_m / EI \\ \frac{dM_m}{dh_m} = Q_m \end{cases} \quad (6)$$

式中  $EI$  为地下结构计算宽度的抗弯刚度;  $y$  为计算点水平变位;  $h$  为地下结构顶部至计算点的距离;  $p_a$  和  $p_p$  分别为主、被动土压力;  $b_s$  为荷载计算宽度;  $b_0$  为反力计算宽度;  $y_m$ ,  $h_m$ ,  $\theta_m$ ,  $M_m$ ,  $Q_m$  分别为将地下结构沿深度方向等分有限段之后任意  $m$  段的顶部位移、埋深、转角、弯矩和剪力。

将式 (3) 和 (4) 代入 (5) 即可得到地下结构水平变位的四阶微分方程, 通过公式 (6) 即可求得整个地下结构内力。但用解析法求解该四阶微分方程较为困难, 可通过迭代方法结合相应边界条件进行求解。

#### 3.2 案例验证

上述方法适用于水平受荷桩、排桩内支撑、桩锚等多种垂直地下结构, 区别仅在于计算结构内力时, 将地下结构分段后, 各段的边界条件有所不同。

本文以文献[4]中悬臂板桩在砂性填土中的土压力试验为例, 试验材料参数及试验过程见文献[4]。

通过 MATLAB 编程, 近似选取本文 2.2 节和 2.4 节砂土的主、被动土压力计算参数。将开挖 90 cm 的土压力计算结果与实测结果及朗肯土压力理论计算结果进行比较, 从图 4 可知, 由于产生极限主动土压力所需位移较小, 几乎整个主动侧的土压力均达到极限状态。计算值、实测值及朗肯极限土压力值在板高 90~180 cm 和 0~10 cm 两段范围内拟合较好; 但在板高 10~90 cm 范围内, 偏差较大, 可能是试验仪器和测量不当导致。但即使试验结果正确, 板高 10~90

cm 范围的试验结果较计算值小, 计算结果偏于安全, 亦可保证工程安全。

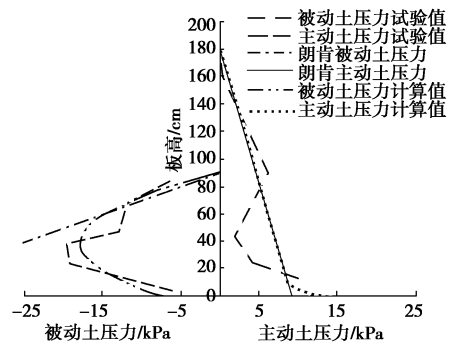


图 4 挖深 90 cm 时土压力变化曲线

Fig. 4 Earth pressure curves after excavation of 90 cm

被动侧只有在板高 50~90 cm 范围内 (开挖面以下 40 cm) 水平变位较大, 达到了极限被动土压力; 在此深度以下, 被动土压力逐渐减小, 未达到极限状态, 计算值与实测值较吻合, 但与极限土压力值差异较大。如整个被动侧均采用朗肯土压力理论计算, 计算结果将偏于危险。

### 4 结 论

(1) 本文提出的土压力计算方法是考虑位移发展过程的土压力计算方法; 可通过调整计算参数很好地拟合黏土和砂土的主、被动土压力, 具有较高精度;

(2) 土压力计算过程中考虑深度效应较为困难, 通过本文方法与试验结果的对比分析可知, 土体埋深对计算参数影响较小, 故对于同一土体, 相同的计算参数可用于计算不同深度的土压力;

(3) 产生极限主动土压力所需位移量较小, 主动侧土压力大部分可达到极限状态; 而产生极限被动土压力所需位移较大, 但实际地下工程中对位移有严格限制, 故地下结构很难出现被动侧土压力全部达到极限状态的情况; 本文方法更贴近工程实际;

(4) 将本文土压力计算公式带入地下结构弯曲微分方程即可通过迭代方法求得地下结构水平变位及内力。计算结果与试验结果吻合较好。

#### 参考文献:

- [1] JGJ120—2012 建筑基坑支护技术规程[S]. 2012. (JGJ120—2012 Technical specification for retaining and protection of building foundation excavations[S]. 2012. (in Chinese))
- [2] OU C Y. Deep excavation: theory and practice[M]. London: Taylor and Francis, 2006.
- [3] 杨 斌, 胡立强. 挡土结构侧土压力与水平位移关系的试

- 验研究[J]. 建筑科学, 2000, **16**(2): 14 - 20. (YANG Bin, HU Li-qiang. Test study on relationship between lateral earth pressure acting on retaining structures and horizontal displacement[J]. Building Science, 2000, **16**(2): 14 - 20. (in Chinese))
- [4] 刘晓立, 严 驰, 吕宝柱, 等. 柔性挡墙在砂性填土中的土压力试验研究[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(4): 505 - 508. (LIU Xiao-li, YAN Chi, LU Bao-zhu, et al. An experimental study of earth pressure on retaining wall in sandy soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(4): 505 - 508. (in Chinese))
- [5] 徐日庆, 陈页开, 杨仲轩, 等. 刚性挡墙被动土压力模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(5): 569 - 575. (XU Ri-qing, CHEN Ye-kai, YANG Zhong-xuan, et al. Experimental research on the passive earth pressure acting on a rigid wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(5): 569 - 575. (in Chinese))
- [6] 陆培毅, 严 驰, 刘 润. 黏性土基于室内模型试验土压力分布形式的研究[J]. 建筑结构学报, 2002, **23**(2): 83 - 86. (LU Pei-yi, YAN Chi, LIU Run. Research on distribution of earth pressure of clay obtained from model test in laboratory[J]. Journal of Building Structures, 2002, **23**(2): 83 - 86. (in Chinese))
- [7] ROSCOE K H. The influence of strains in soil mechanics[J]. Géotechnique, 1970, **20**(2): 129 - 170.
- [8] 岳祖润, 彭胤宗, 张师德. 压实黏性填土挡土墙土压力离心模型试验[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(6): 90 - 96. (YUE Zu-run, PENG Yin-zong, ZHANG Shi-de. Centrifuge model tests on lateral pressure on walls retaining compacted clayed backfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(6): 90 - 96. (in Chinese))
- [9] ADEL H F, IMAD A K. Passive earth pressure of overconsolidated cohesionless backfill[J]. J Geotech Geoenviron Eng, 2005, **131**(8): 978 - 986.
- [10] 王仕传, 孙本杰, 邵 艳. 改进的主动土压力计算方法[J]. 岩土力学, 2015, **36**(5): 1375 - 1379. (WANG Shi-chuan, SUN Ben-jie, SHAO Yan. Modified computational method for active earth pressure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(5): 1375 - 1379. (in Chinese))
- [11] 杨泰华, 贺怀建. 考虑位移影响的土压力计算理论[J]. 岩土力学, 2010, **31**(11): 3635 - 3639. (YANG Tai-hua, HE Huai-jian. Earth pressure calculation theory considering displacement effects[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(11): 3635 - 3639. (in Chinese))

(责编: 孙振远)

(上接第 244 页)

- [3] 付 军, 杜 峰. 地下连续墙接头形式及其在上海四号线修复工程中的应用[J]. 隧道建设, 2010, **30**(6): 678 - 682. (FU Jun, DU Feng. Types of diaphragm wall joints and their application in restoration works of Shanghai metro line 4[J]. Tunnel Construction, 2010, **30**(6): 678 - 682. (in Chinese))
- [4] 徐中华. 上海地区支护结构与主体地下结构相结合的深基坑变形性状研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2007. (XU Zhong-hua. Deformation behavior of deep excavations supported by permanent structure in Shanghai soft deposit[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2007. (in Chinese))
- [5] 杨宝珠, 丁克胜, 邵 强, 等. 基于 ABAQUS 的超深地下连续墙工字钢接头型式分析[J]. 地下空间与工程学报, 2014, **10**(1): 96 - 101. (YANG Bao-zhu, DING Ke-sheng, SHAO Qiang, et al. Analysis of H-steel joint in ex-deep diaphragm wall based on ABAQUS[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, **10**(1): 96 - 101. (in Chinese))
- [6] 吴兴宏, 吴卫宏. 地下连续墙不同施工接头类型的分析与应用[J]. 土工基础, 2017, **31**(1): 14 - 15. (WU Xing-hong, WU Wei-hong. Applications of various construction joints in the slurry wall construction[J]. Soil Engineering and Foundation, 2017, **31**(1): 14 - 15. (in Chinese))
- [7] 程振华, 袁晓晴, 李建高. 粉砂富水地层超深地下连续墙接头质量控制[J]. 铁道建筑, 2012(3): 89 - 91. (CHENG Zhen-hua, YUAN Xiao-qing, LI Jian-gao. The quality control of extra-deep diaphragm wall joints in silty sand watery strata[J]. Railway Engineering, 2012(3): 89 - 91. (in Chinese))
- [8] 诸以惇, 陈卫忠, 田洪铭, 等. 考虑连续墙接头效应的软土大型盾构工作井稳定性分析[J]. 岩土力学, 2011, **32**(10): 2937 - 2943. (CHU Yi-dun, CHEN Wei-zhong, TIAN Hong-ming, et al. Stability analysis of large shield working well considering effect of diaphragm wall joint[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(10): 2937 - 2943. (in Chinese))

(责编: 孙振远)