

DOI: 10.11779/CJGE2019S2057

# 单井回灌中回灌堵塞与回灌压力波动对渗流场影响的理论研究

李 炯, 李明广, 陈锦剑\*, 夏小和

(上海交通大学土木工程系, 上海 200240)

**摘 要:** 为分析承压含水层单井回灌过程中回灌堵塞与回灌压力波动对渗流场的影响, 通过引入渗透系数衰减模型和设置正弦变化的水头边界, 建立了考虑回灌堵塞效应的单井变压力回灌模型, 并利用 Weber 变换得到了模型的解析解, 进而据此分析了渗透衰减与回灌压力波动对渗流场的影响。研究结果表明: ①渗透系数衰减对回灌流量与承压水头抬升具有抑制作用, 且该抑制作用随着衰减指数的增大及回灌时间的推移而愈加显著; ②回灌压力波动对渗流场分布存在影响, 且当波动幅值越大而频率越小时影响越显著; ③回灌总量受波动幅值和频率的影响相对较小。提出的回灌模型可为回灌压力与回扬周期设计提供依据。

**关键词:** 回灌堵塞; 回灌压力波动; 渗流场; Weber 变换; 完整井

中图分类号: TU42

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)S2-0226-04

**作者简介:** 李 炯(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事地下水渗流方面的研究。E-mail: lijiong0814@sjtu.edu.cn。

## Theoretical study on influence of well clogging and variable injection pressure on seepage field induced by single-well recharge

LI Jiong, LI Ming-guang, CHEN Jin-jian, XIA Xiao-he

(Department of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** To analyze the influence of clogging and variable injection pressures on groundwater seepage field, a model for Single-Well-Recharge (SWR) in confined aquifer is established. In the model, clogging is considered by assuming an exponentially decayed permeability, where as the variable injection pressures are concerned by setting sinusoidal pressure boundary. The analytical solution for the model is obtained using the Weber transform. By performing parameter analysis based on the proposed solution, the results can be drawn as follows: (1) The permeability reduction due to clogging limits the injection rate and artesian head increment, and the limitation is more considerable as the permeability reduction index and injection time increase. (2) The variable injection pressures have certain influences on the groundwater seepage field, and the influences are more significant when the fluctuation amplitude is larger while the fluctuation frequency is smaller. (3) The influences of injection pressure fluctuation and frequency on the total groundwater injection amount are relatively small. The proposed model can provide theoretical basis for the design of recharge pressures and pump lifting cycles.

**Key words:** well clogging; variable injection pressure; seepage field; Weber transform; fully penetrating well

## 0 引 言

工程实践表明,回灌堵塞会影响含水层的渗透性,降低回灌效率,缩短回灌系统寿命,影响渗流场分布<sup>[1-2]</sup>。研究回灌堵塞对含水层渗流场的影响,关键在于建立合理的分析模型。回灌可以看作是抽水的逆过程,若假设渗透系数恒定,则适用于抽水的渗流场模型可同样用于分析回灌引起的渗流场响应<sup>[1]</sup>。然而由于回灌堵塞,这一假设实际上是不成立的。何满潮等<sup>[3]</sup>通过分析现场回灌数据发现含水层的渗透系数随回灌时间的推移是指数衰减的。黄修东等<sup>[4]</sup>、李璐等<sup>[5]</sup>、路莹

等<sup>[6]</sup>通过室内模型试验发现回灌过程中渗透系数大小与空间位置、回灌时间、含水层粒径、回灌水源质量等因素息息相关,但并未给出明确的衰减模型。

由于回灌过程中渗透性的衰减效应,直接利用抽水渗流场模型来分析回灌渗流场的响应是欠妥的。何满潮等<sup>[1-3]</sup>假定渗透系数随时间呈指数衰减,建立了考

基金项目: 国家自然科学基金项目(41602283, 41727802); 上海市科委项目(19QC1400800)

收稿日期: 2019-04-28

\*通讯作者(E-mail: chenjj29@sjtu.edu.cn)

虑回灌堵塞的单井回灌模型, 并采用离散化方法求得了模型的数值解。相对于经典的 Theis 解<sup>[7]</sup>, 该数值解计算所得的水头在回灌井附近更大且衰减更快。此外, 闫峭等<sup>[8]</sup>、刘国庆等<sup>[9]</sup>以上述模型为基础, 分别研究了回灌条件下水文地质的参数反演与循环抽灌作用下的灌压变化。上述应用虽考虑了渗透性衰减效应, 但均假定回灌流量是恒定的, 而实际工程中回灌多采用压力回灌, 且压力并非恒定不变的。因此, 有必要建立考虑渗透性衰减效应的单井变压力回灌模型。

本文通过引入渗透系数衰减模型反映含水层的回灌堵塞效应, 并设置正弦变化的水头边界反映回灌压力波动效应, 建立考虑渗透性衰减效应的单井变压力回灌模型。采用 Weber 变换对模型求解得到其解析解, 并在此基础上分析渗透性的衰减指数与回灌压力的振幅及频率对渗流场分布及回灌流量的影响, 以期揭示回灌过程中渗流场分布与发展的一般性规律。

## 1 单井回灌渗流场模型的建立

### 1.1 基本假定

在承压含水层中进行完整井的人工回灌, 其计算简图如图 1 所示。假定承压含水层是均质、水平无界、渗透各向同性的, 且承压含水层的上覆和下伏弱透水层均视为完全隔水层。以承压含水层底板为基准面, 则承压含水层初始水头为  $H_0$ , 回灌井中的水位为  $H_w$ , 承压含水层中的水头距井孔  $r$  处的水头高度为  $H$ 。

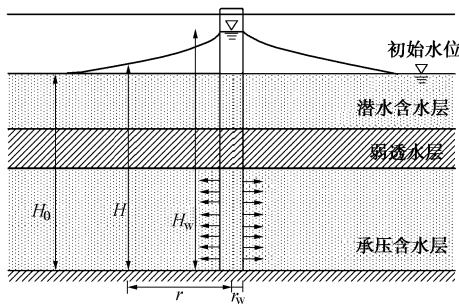


图 1 回灌井流计算简图

Fig. 1 Sketch of injection-well-flow calculation

为反映回灌堵塞造成的含水层渗透性衰减, 采用何满潮提出的渗透系数衰减模型<sup>[3]</sup>, 其表达式为

$$K = K_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

式中,  $K_0$  与  $K$  分别为初始和回灌井工作  $t$  时刻后的渗透系数 ( $L \cdot T^{-1}$ );  $\lambda$  为渗透衰减指数 ( $T^{-1}$ )。为反映回灌压力的波动特性, 假定回灌水头  $H_w$  具有如下形式:

$$H_w = H_1 + A \sin(Bt), \quad (2)$$

式中,  $H_1$  为初始和平均回灌水头 ( $L$ ),  $A$  为回灌压力波动幅值 ( $L$ ),  $B$  为回灌压力波动的周期 ( $T^{-1}$ )。

### 1.2 数学模型的建立与求解

根据上述假定, 为研究回灌堵塞和压力波动对渗流场的影响, 建立轴对称的地下水非稳定渗流模型:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} &= \frac{S}{T} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (t > 0, 0 < r < \infty), \\ H(r, 0) &= 0 \quad (0 < r < \infty), \\ H(\infty, t) &= 0 \quad (t > 0), \\ H(r_w, t) &= H_w \quad (t > 0). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $S$  为储水系数,  $T$  为导水系数 ( $L^2 T^{-1}$ ), 且有  $T = KM$ ,  $M$  为含水层厚度 ( $L$ )。

根据求解区域的特点, 采用 Weber 变换求解方程。本模型中 Weber 变换的一般形式可以表示为

$$\bar{H}(z, t) = \int_{r_w}^{\infty} r \cdot R_0(z, r) \cdot H(r, t) dr, \quad (4)$$

式中,  $R_0(zr) = Y_0(zr_w)J_0(zr) - J_0(zr_w)Y_0(zr)$  为 Weber 变换的特征函数, 其中  $z$  为 Weber 变量,  $J_0$ ,  $Y_0$  分别为零阶的第一类和第二类贝塞尔函数。对式 (3) 各项均作如上变换, 则其转化为下式所示的常微分方程初值问题:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{H}}{dz} + \frac{Tz^2}{S} \bar{H} &= H_w(t) \frac{Tr_w}{S} \cdot \frac{dR_0}{dr} \bigg|_{r=r_w} \quad (t > 0, 0 < z < \infty), \\ \bar{H}(z, 0) &= 0 \quad (0 < z < \infty). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

求解该常微分方程并按照下式进行 Weber 逆变换,

$$H(r, t) = \int_0^{\infty} z \cdot R_0(z, r) / N(z) \cdot \bar{H}(z, t) dz, \quad (6)$$

式中,  $1/N(z) = [J_0^2(zr_w) + Y_0^2(zr_w)]^{-1}$  为 Weber 变换的范数, 则定解问题 (3) 的解析解可表示为

$$H(r, t) = \int_0^{\infty} \frac{z R_0(z, r)}{N(z)} \cdot \exp[-z^2 \int_0^t T(\tau) d\tau / S] \cdot \int_0^t H_w(\tau) \cdot \frac{dR_0}{dr} \bigg|_{r=r_w} \cdot \frac{T(\tau)r_w}{S} \exp[z^2 \int_0^t T(\tau) d\tau / S] d\tau dz. \quad (7)$$

此外, 应当注意由于  $R_0(z, r_w) \equiv 0$ , 式 (7) 在  $r = r_w$  处不收敛, 这一现象称为吉布斯现象。这一现象通常利用分部积分改写边界上的积分形式予以现象, 但当被积函数的形式过于复杂、难以确定合理分部积分形式时, 可利用数值积分的方法对式 (7) 进行计算或借助 MATLAB 的 *pdepe* 函数对定解问题 (3) 进行求解。

### 1.3 解法的验证

令  $\lambda = 0$  且  $A$  或  $B = 0$ , 则定解问题 (3) 退化为 Jacob 的数学模型。按照前述 Weber 变换法计算定解问题在  $\lambda = 0$  且  $B = 0$  时承压含水层的水头分布, 其中  $K_0 = 0.067$  m/h,  $M = 25$  m,  $S = 0.0074$ ,  $H_1 = 30$  m, 计算结果示于图 2。为便于对比, 图 2 中同时绘制了 Jacob 的解析解结果。显而易见, 本文所得的计算结果与经典解析解相

差极小,证明本文解法的正确性。

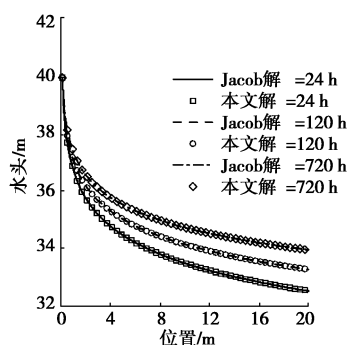


图2 本文结果与 Jacob 解析解对比

Fig. 2 Comparison between solutions of this study and Jacob

## 2 分析与讨论

为考察回灌过程中不同因素对渗流场的影响,对相关因素进行参数分析,基本参数选用如下所示: $M=25\text{ m}$ ,  $S=0.0074$ ,  $H_1=30\text{ m}$ ,  $K_0=0.067\text{ m/h}$ ,  $t=480\text{ h}$ ,  $A=2$ ,  $B=2\pi/48$ ,  $\lambda=0$ 。

### 2.1 渗透系数衰减的影响

为考察回灌过程中渗透系数衰减效应对渗流场的影响,图3绘制了不同 $\lambda$ 时的承压水头的分布情况,其他参数选用基本参数。图3表明,其他条件相同, $\lambda$ 越大,水位抬升越不明显,其影响半径亦相对较小。以 $\lambda=0$ 的承压水头分布为参考,将其与其他 $\lambda$ 值下的水头分布作差,计算结果绘于图3。不难看出,渗透系数的衰减效应对回灌井周围区域承压水头分布具有显著影响,且该影响随着 $\lambda$ 取值的增大而显著增加。

此外,图4还展示了不同 $\lambda$ 时回灌流量时程曲线,该时程曲线是类似正弦波动的,这是由正弦波动的回灌压力决定的,但其波动的平衡位置与波动幅值随着回灌时间的推移均在不断减小,且 $\lambda$ 取值越大,减小越明显。将 $\lambda=0$ 时的回灌流量与其他状态下的回灌流量作差,如图4所示。不难看出,渗透系数衰减造成的回灌流量差异随着回灌的进行而波动增大。可见,渗透系数衰减速率越大,对回灌的抑制作用越显著。

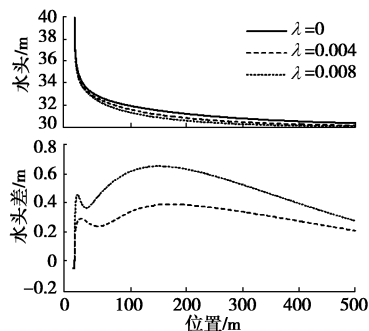


图3 不同衰减速率下的承压水头分布

Fig. 3 Distribution of artesian head under various degradation rates

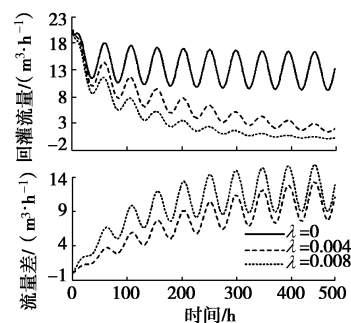


图4 不同衰减速率下的回灌流量时程曲线

Fig. 4 Curves for injection rate under different degradation rates

### 2.2 压力波动幅值的影响

为考察回灌压力波动幅值对渗流场的影响,将不同 $A$ 值对应的承压水头分布情况绘于图5中,并将恒定回灌压力与不同波动幅值下的水头分布作差一并绘于图中。当 $A \leq 0$ 时,在回灌井周围波动幅值越大承压水头越高,而在远端波动幅值越大承压水头越小,当 $A \geq 0$ 承压水头的分布规律相反。不同波动幅值下的承压水头与恒定回灌压力下的承压水头之间的差值在回灌井附近迅速增加至最大值,随后缓慢减小至零后出现反方向的小幅度缓慢增长,并最终趋于零。上述结果表明,承压水头的分布不仅与压力的波动幅值有关,且与回灌压力的波动方向存在一定关联。

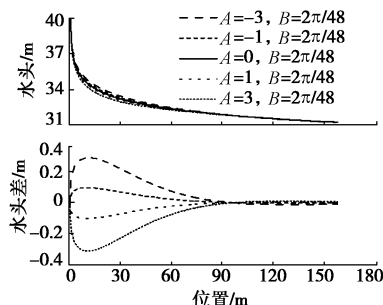


图5 不同波动幅值下的承压水头分布

Fig. 5 Distribution of artesian head under different amplitudes

此外,图6绘制了不同压力波动幅值下的回灌流量时程曲线。回灌流量时程曲线具有与回灌压力类似的波动特性,但由于回灌井周围承压水头的逐渐提高,回灌流量总体呈下降趋势,其波动幅值亦在减少。计算不同压力波动幅值下的总回灌量,当 $A$ 为-3, -1, 0, 1, 3时,其回灌总量分别为4303.28, 4310.58, 4316.10, 4320.65, 4329.31  $\text{m}^3$ 。可见,利用回灌压力的波动特征可一定程度上提高回灌量,但效果并不明显。

### 2.3 压力波动频率的影响

为考察回灌压力的波动频率对渗流场的影响,将不同波动频率下的承压水头分布情况及其与恒定回灌压力下的承压水头差一并绘于图7中。不同波动频率

下的承压水头分布几乎重合, 在回灌井附近, 不同回灌频率下 ( $B \neq 0$ ) 的承压水头分布相差很小, 而与恒定回灌压力的承压水头分布存在较大差异, 并在距离回灌井约 10 m 位置处达到最大值; 随着监测点到回灌井距离的增大, 不同回灌频率与恒定回灌压力下的水头分布间的差异在逐渐减小, 且波动频率越大, 差异减小速率越快, 分布区间亦越小, 至减小为零后出现反向的小幅度缓慢增长, 并最终趋于零。

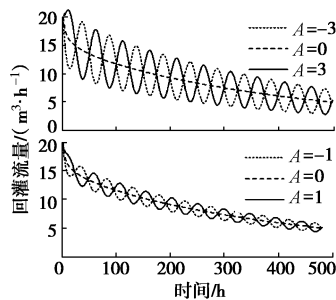


图 6 不同波动幅值下的回灌流量时程曲线

Fig. 6 Curves for injection rate under different amplitudes

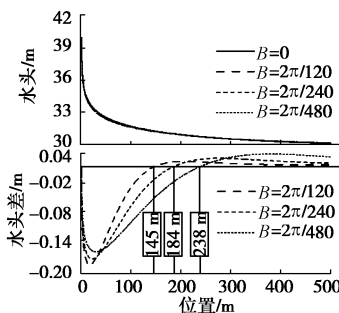


图 7 不同波动频率的承压水头分布

Fig. 7 Distribution of artesian head under different frequencies

此外, 图 8 绘制了不同回灌压力波动频率下的回灌流量时程曲线。由图 8 可以看出, 各回灌流量时程曲线以  $B=0$  的回灌流量时程曲线为平衡位置, 作正弦波动, 且其波动频率与回灌压力时程曲线相同, 而波动幅值则随着回灌的进行逐渐减小。计算不同回灌压力波动频率下的总回灌量, 其回灌总量分别为 4340.68, 4366.66, 4420.45, 4316.10  $\text{m}^3$ 。可见, 相对恒定压力回灌而言, 波动回灌可一定程度上提高回灌

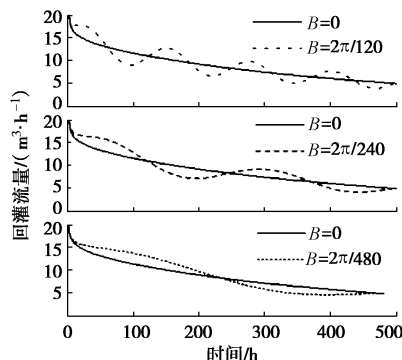


图 8 不同波动频率的回灌流量时程曲线

Fig. 8 Curves for injection rate under different frequencies

量, 且波动频率越小, 回灌量提升相对显著, 但总体而言效果并不明显。

### 3 结 论

本文建立了考虑回灌堵塞诱发渗透性衰减的单井变压力回灌模型, 并采用 Weber 变换对模型进行求解。在此基础上, 分析了渗透性的衰减效应与回灌压力的波动特性对渗流场的影响, 得到如下结论:

(1) 回灌堵塞诱发的渗透系数衰减效应对回灌流量具有抑制作用, 且该抑制作用随着衰减指数  $\lambda$  的增大及回灌时间的推移而愈加显著。

(2) 由于水力传导的延滞效应, 回灌压力的波动幅值与频率均会对渗流场分布造成影响, 且当回灌压力波动幅值取较大值而频率取较小值时, 影响越显著。

(3) 回灌压力的波动幅值与频率不仅影响回灌流速, 还影响回灌总量, 且当波动幅值较大而频率较小时影响相对较大, 但总体而言影响效果并不十分明显。

### 参考文献:

- [1] 何满潮, 刘 斌, 姚磊华, 等. 地热单井回灌渗流场理论研究[J]. 太阳能学报, 2003(2): 197 - 201. (HE Man-chao, LIU Bin, YAO Lei-hua, et al. Study on the theory of seepage field for geothermal single well reinjection[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2003(2): 197 - 201. (in Chinese)).
- [2] ZHENG G, CAO J, CHENG X, et al. Experimental study on the artificial recharge of semiconfined aquifers involved in deep excavation engineering[J]. Journal of Hydrology, 2018, 557: 868 - 877.
- [3] 何满潮, 刘 斌, 姚磊华, 等. 地下热水回灌过程中渗透系数研究[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2002(4): 374 - 377. (HE Man-chao, LIU Bin, YAO Lei-hua, et al. Study on hydraulic conductivity during geothermal reinjection[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2002(4): 374 - 377. (in Chinese)).
- [4] 黄修东, 束龙仓, 刘佩贵, 等. 注水井回灌过程中堵塞问题的试验研究[J]. 水利学报, 2009(4): 430 - 434. (HUANG Xiu-dong, SHU Long-cang, LIU Pei-gui, et al. Experimental study on clogging of recharge well[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009(4): 430 - 434. (in Chinese)).
- [5] 李 璐, 卢文喜, 杜新强, 等. 人工回灌过程中含水层堵塞试验研究[J]. 人民黄河, 2010(6): 77 - 78. (LI Lu, LU Wen-xi, DU Xin-qiang, et al. Experimental study on aquifer clogging during artificial recharge[J]. Yellow River, 2010(6): 77 - 78. (in Chinese)).