

DOI: 10.11779/CJGE2019S2046

基于极限分析下限法的溶洞顶板承载力研究

刘 洋¹, 郑俊杰^{*1}, 曾 彦²

(1. 华中科技大学岩土与地下工程研究所, 湖北 武汉 430074; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 在已有的极限分析下限法求解格式的基础上, 直接以超载系数作为目标函数, 将应力边界分为超载边界和不超载边界, 建立求极限承载力下限法的非线性规划模型, 并使用内点法求解最优解。通过模拟土体的三轴试验验证了本方法和程序的正确性, 并将程序应用于溶洞顶板承载力的研究中, 在已有极限分析下限法对溶洞顶板承载力研究的基础上, 进一步考虑了水平向地应力对溶洞顶板承载力的影响。研究结果表明, 在溶洞顶板厚度相同的前提下, 溶洞跨高比 λ 的值对溶洞顶板承载力影响非常显著; 在溶洞尺寸相同的前提下, 溶洞顶板厚度只在一定范围内对溶洞极限承载力有影响, 超过这个范围后, 其影响可不考虑; 考虑水平向地应力在顶板厚度较大、跨高比较小时对承载力影响较大, 在使用下限法计算溶洞顶板极限承载力时不能忽略水平向地应力的影响。

关键词: 下限有限元法; 溶洞顶板承载力; 非线性规划求解; 应力边界

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)S2-0181-04

作者简介: 刘 洋(1993—), 男, 湖北咸宁人, 博士研究生, 主要从事路面力学理论研究工作。E-mail: ly205@hust.edu.cn。

Bearing capacity of karst roof based on lower bound method

LIU Yang¹, ZHENG Jun-jie¹, ZENG Yan²

(1. Institute of Geotechnical and Underground Engineering, Huazhong University of Science and Technology Wuhan 430074, China;

2. State Key Laboratory of Geo-mechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Based on the existing solution format of lower bound analysis method, stress boundary is directly divided into overload boundary and non-overload boundary by taking the overload coefficient as the objective function. A nonlinear programming model is established to solve the lower bound solution of bearing capacity of karst roof ultimate, and the internal point method is used to solve the optimal solution. The accuracy of the method and program is verified by simulating triaxial tests, and then the program is used to study the bearing capacity of karst roof. The influences of horizontal ground stress on the bearing capacity of karst roof are further considered based on the studies on the bearing capacity of karst roof using the lower bound method. The results show that the karst span has a significant effect on the bearing capacity of karst roof, regardless of whether the karst horizontal and the stress boundary conditions are the same. When the karst size is the same, the thickness of the karst roof has a great influence on the ultimate bearing capacity in a certain range, and the effect is not significant after exceeding this range. Considering the horizontal ground stress has a great influence on the bearing capacity when the thickness of the roof is large and the height of the span is relatively small, the influences of horizontal ground stress can not be neglected when the ultimate bearing capacity of the karst roof is calculated using the lower bound method.

Key words: lower bound FEM; bearing capacity of karst roof; nonlinear programming solution; stress boundary

0 引言

极限分析下限定理最早在 1952 年由 Drucker^[1]提出, 20 世纪 80 年代, Sloan 将极限分析下限法与有限元技术结合起来, 提出了极限分析下限有限元法^[2]。Zouain 等^[3]首次引入非线性化的屈服准则, 在实际使用中获得很好的结果, 将极限分析下限法的使用变得更加广泛。

溶洞顶板极限承载力求解问题是设计人员和科研人员关心的问题^[4-5, 8], 而使用极限分析下限法计算溶洞顶板的承载力问题的研究很少, 张细仁^[5]在基于极

基金项目: 国家重点研究发展计划项目(2016YFC0800200); 国家自然科学基金项目(51478201, 51808243); 中国博士后科学基金资助项目(2016M600595, 2018M632862, 2018T110769, 2018T110767)

收稿日期: 2019-04-29

*通讯作者 (E-mail: zhengjj@hust.edu.cn)

限分析下限法对溶洞顶板承载力的研究模型中, 只考虑了竖向荷载下极限承载的计算模型, 实际上, 岩土体的侧面在水平方向同时也受着周围岩土体的作用, 水平方向的地应力同样也影响着溶洞顶板的承载力。

本文直接以超载系数作为目标函数建立极限分析下限法非线性规划模型, 这种求解格式将应力边界分为超载边界和不超载边界, 既考虑结构真实的应力边界, 又可以避免由于线性化屈服准则带来的计算误差^[6]。理论上, 线性化的屈服准则只适用于内摩擦角为 0 或很小的岩土体结构^[7]。

在非线性规划模型的基础上, 以李仁江等^[8]所采用的广州西二环高速公路工程和地质条件为背景, 使用国标《工程岩体分级标准》^[9]中Ⅲ类岩体的物理力学参数, 建立椭圆形溶洞顶板极限承载力计算模型, 研究了跨高比 λ 、溶洞顶板厚度 H 以及是否考虑水平向地应力因素对溶洞顶板极限承载力的影响, 为实际工程的设计提供理论参考。

1 极限分析下限有限元法

极限分析下限有限元法的基本求解格式见文献[2], 在此不再赘述。需要说明的是 Sloan 直接将极限荷载作为目标函数, 这种求解格式不能很好解决复杂应力边界下极限荷载下限值的求解, 故将应力边界分为可超载和不可超载边界, 直接以超载系数作为目标函数, 具体目标函数建立方法可见文献[6]。

不同于李泽等^[6]构建的极限分析下限有限元法线性化屈服准则的求解格式, 本文直接采用非线性化的屈服准则, 这样的处理可以避免计算误差, 采用的塑性条件为 Mohr-Coulomb 准则, 可表示为

$$\sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} + \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \sin \varphi - c \cos \varphi < 0, \quad (1)$$

式中, σ_x , σ_y , τ_{xy} 分别为单元节点的应力, c , φ 为岩土体强度参数。

2 实例验证

2.1 实例简介

如图 1 所示, 有一岩石试样, 受到的围压为 10, 现对该岩石试样进行三轴剪切试验, 忽略岩石自重。已知该岩石的力学参数为 $c=10$, $\varphi=30^\circ$, 现求解在该级围压下荷载的超载系数。(所有数值均进行了无量纲化的处理, 围压为不超载边界, 在计算中为定值)

根据 Mohr-Coulomb 理论, 当第三主应力为 10 时, 土体达到屈服时对应的第一主应力理论解为

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \tan^2(45^\circ + \varphi/2)。 \quad (2)$$

代入实例中土体的力学参数和围压可以计算出此

时第一主应力的数值为 $\sigma_1=64.64$ 。

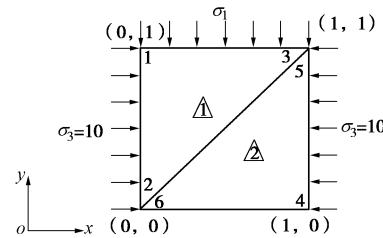


图 1 模拟三轴试验图

Fig. 1 Simulation of triaxial tests

2.2 实例的计算结果及后处理

图 2 是根据所述非线性规划模型所编制的 MATLAB 程序对实例的计算结果云图, 计算出的超载系数为 6.4641, 故其对应的第一主应力大小为 64.641, 程序计算的结果与理论值一致, 这论证了该方法的正确性以及程序的正确性。

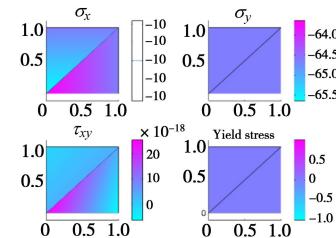


图 2 三轴试验模拟计算结果图

Fig. 2 Simulated results of triaxial tests

3 工程算例

3.1 下伏溶洞顶板极限承载力算例

根据文献[8]广州西二环高速公路和地质条件资料, 公路下方的溶洞主要发育为椭球空洞状, 由于研究对象为二维平面应变结构, 故将溶洞简化为平面的椭圆且根据地质资料和溶洞发育规律的统计结果, 溶洞高度 H_k 多分布在 4 m 左右, 故本文中溶洞高度采用 4 m, 引入溶洞跨度 L 和溶洞高度 H_k 的比值 λ , 其中 λ 分别取 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 对应溶洞跨度分别为 2, 4, 6, 8 m, 顶板厚度 H 取 1.5, 3.0, 4.5, 6.0 m。

3.2 计算条件

根据上述工程背景, 将计算模型简化为图 3 所示。岩体的尺寸为长 60 m, 高 50 m, 在计算模型上表面中部有长 11 m 的可变荷载(模拟条形扩大基础荷载), 上表面其余位置荷载为 0。当不考虑水平向地应力影响时, 水平向边界施加荷载为 0, 当考虑水平向地应力对承载力的影响时, 水平向地应力与岩土体竖向有效应力的大小成正比, 为简化计算模型, 取高度方向中点处的水平应力作为模型水平方向的地应力, 中点处的水平向应力为

$$\sigma_x = K\gamma h/2, \quad (3)$$

式中, K 为竖向有效应力与水平向有效应力的比值, 取侧压力系数 $K = \frac{\mu}{1-\mu}$, γ 为岩体的重度, h 为模型计算高度。

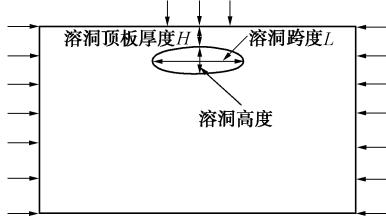


图 3 溶洞顶板极限承载力计算模型

Fig. 3 Model for ultimate bearing capacity of karst roof

根据上述工程背景采用《工程岩体分级标准》^[9]中 III 类岩体的物理力学参数, 见表 1。

表 1 岩体物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical properties of rock mass

| 岩体类型 | 内摩擦角/(°) | 黏聚力/MPa | 泊松比 | 重度/(kN·m ⁻³) |
|------|----------|---------|-------|--------------------------|
| III类 | 44.5 | 1.1 | 0.275 | 25.5 |

4 计算结果及分析

图 4 为考虑水平向地应力并取跨高比 $\lambda = 1.5$, $H = 4.5$ m 工况的计算云图。其他工况的计算结果总结如下述分析所示。

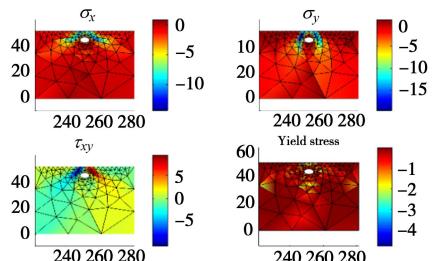


图 4 考虑水平地应力的某工况计算结果云图

Fig. 4 Calculated results under a working condition considering horizontal ground stress

4.1 跨高比 λ 对极限承载力的影响

图 5 (a), (b) 分别是考虑和不考虑水平向地应力时, 不同溶洞顶板厚度 H 下溶洞极限承载力随着跨高比 λ 的变化曲线。可以看出, 在不同顶板厚度下, 溶洞的跨高比 λ 极大地影响着溶洞顶板的极限承载力。无论是否考虑水平向地应力, 溶洞顶板的承载力随着跨高比 λ 的增大显著减小。以溶洞顶板厚度 $H=1.5$ m 时为例, 无论是否考虑水平地应力, 跨高比 $\lambda=2$ 时溶洞顶板极限承载力下限值约为跨高比 $\lambda=0.5$ 时的 10%。

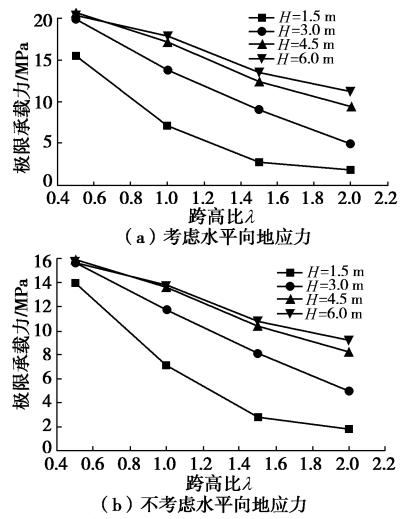


图 5 跨高比对极限承载力的影响

Fig. 5 Influences of span-to-height ratio on ultimate bearing capacity

4.2 顶板厚度对极限承载力的影响

图 6 (a), (b) 分别是考虑和不考虑水平向地应力时, 不同跨高比 λ 下极限承载力随着顶板厚度 H 变化的曲线。无论是否考虑水平向地应力, 极限承载力随着溶洞顶板厚度的增大而增大, 但增幅越来越小。当顶板厚度 $H=4.5$ m 时, 无论考虑还是不考虑水平向地应力, 在不同的跨高比 λ 下, 极限承载力与顶板厚度 $H=6.0$ m 时的大小几乎一样。说明顶板厚度 H 在超过了 4.5 m 后, 对承载力的影响非常有限, 除了考虑水平向地应力、跨高比 $\lambda=2.0$ 时, 顶板厚度的增加使得承载力增加了 18%, 其余工况在顶板厚度增加时, 承载力的提高均不超过 12%, 尤其是当跨高比 $\lambda=0.5$ 时, 顶板厚度的增加使得承载力不仅不增加, 还有微小的下降。

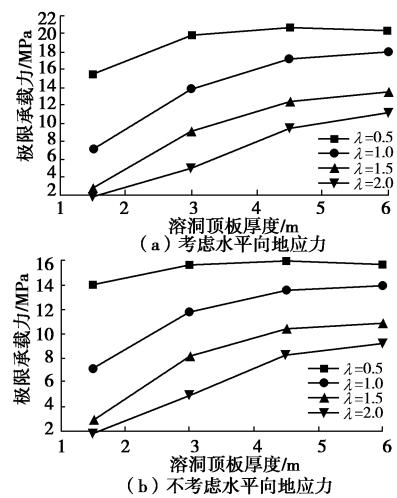


图 6 溶洞顶板厚度对极限承载力的影响

Fig. 6 Influences of thickness of roof of karst cave on ultimate bearing capacity

4.3 考虑水平向地应力对极限承载力的影响

图 7 是考虑和不考虑水平向地应力时, 跨高比 λ

和溶洞顶板厚度 H 对溶洞顶板极限承载力的联合影响曲面的对比图。从图中可以看出, 其他条件相同的情况下, 考虑水平向地应力时溶洞顶板极限承载力均大于不考虑水平地应力时的极限承载力, 并且随着跨高比 λ 的减小、溶洞顶板厚度 H 的增大, 水平地应力的影响越来越大, 在跨高比 $\lambda=0.5$, 溶洞顶板厚度 $H=6$ m 时, 考虑水平向地应力对极限承载力的提高为 29.5%。

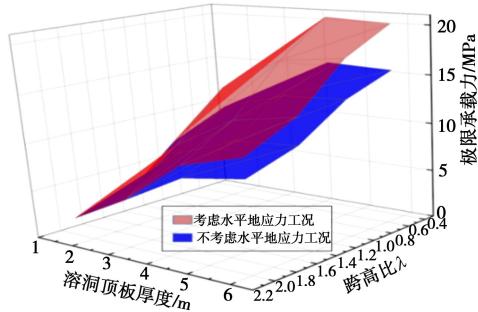


图 7 考虑和不考虑水平地应力时溶洞顶板厚度 H 、跨高比 λ 对极限承载力的联合影响曲面对比

Fig. 7 Comparison of combined influence surface thickness H and span ratio λ on ultimate bearing capacity of karst roof considering and without considering horizontal ground stress

5 结 论

本文在已有的极限分析下限有限元法的基础上, 直接将超载系数作为目标函数, 建立求解溶洞顶板极限承载力的非线性规划模型, 分析了溶洞顶板厚度 H 、跨高比 λ 以及是否考虑水平向地应力对溶洞顶板极限承载力的影响, 得到以下 3 点结论。

(1) 通过对土体三轴压缩试验的模拟验证了求解方法的正确性以及程序编制的正确性。

(2) 无论是否考虑水平向地应力, 在溶洞顶板厚度相同的前提下, 溶洞跨高比 λ 的值对溶洞顶板承载力影响非常显著; 在溶洞尺寸相同的前提下, 溶洞顶板厚度只在一定范围内对溶洞极限承载力有影响, 超过这个范围后, 其影响可不考虑。

(3) 考虑水平向地应力时, 使用程序计算出来的极限承载力明显高于不考虑地应力时计算得出的承载力, 故在使用下限有限元法计算溶洞顶板承载力时应当考虑实际的应力边界条件, 这样的结果才能更好地为实际工程设计提供理论参考。

参 考 文 献:

[1] DRUCKER D C, PRAGER W. Soil mechanics and plastic

- analysis of limit design[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1952, **10**(2): 157 – 165.
- [2] SLOAN S W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **12**(1): 61 – 77.
- [3] ZOUAIN N, HERSKOVITS J, BORGES LA, et al. An iterative algorithm for limit analysis with nonlinear yield functions[J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, **30**(10): 1397 – 1417.
- [4] BAUS R L, WANG M C. Bearing capacity of strip footing above void[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1983, **117**(5): 753 – 765.
- [5] 张细仁. 溶洞地铁隧道地基承载力下限法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2014. (ZHANG Xi-ren. Study on the lower bound analysis method to obtain bearing capacity of subway tunnel in karst areas[D]. Changsha: Central South University, 2014. (in Chinese))
- [6] 李 泽, 刘 穆, 周 宇, 等. 基于混合离散的砌石挡土墙边坡极限承载力下限分析[J]. 岩土力学, 2018, **39**(3): 1100 – 1108. (LI Ze, LIU Mu, ZHOU Yu, et al. Lower bound analysis of ultimate bearing capacity of stone masonry retaining wall slope using mixed numerical discretisation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(3): 1100 – 1108. (in Chinese))
- [7] 杨昕光, 迟世春. 土石坝坡极限抗震能力的下限有限元法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(7): 1202 – 1209. (YANG Xin-guang, CHI Shi-chun. Lower bound FEM for limit aseismic capacity of earth-rockfill dams[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(7): 1202 – 1209. (in Chinese))
- [8] 李仁江, 盛 谦, 张勇慧. 溶洞顶板极限承载力研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(8): 1621 – 1625. (LI Ren-jiang, SHENG Qian, ZHANG Yong-hui. Study on ultimate bearing capacity of upper rock plate of karst cave[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(8): 1621 – 1625. (in Chinese))
- [9] GB 50218—94 工程岩体分级标准[S]. 1995. (GB 50218—94 Engineering rock mass classification standard[S]. 1995. (in Chinese))

(责编: 孙振远)