

DOI: 10.11779/CJGE2019S2040

# 冻土不同拉伸试验强度差异性研究

于长一<sup>1, 2, 3</sup>, 刘爱民<sup>1, 2, 3</sup>, 郭炳川<sup>\*2</sup>, 刘文彬<sup>1, 2, 3</sup>

(1. 中交天津港湾工程研究院有限公司, 天津 300222; 2. 中交第一航务工程局有限公司, 天津 300461;  
3. 天津市港口岩土工程技术重点实验室, 天津 300222)

**摘要:** 冻土拉伸强度是冻土工程设计的重要指标, 在试验中发现冻土单轴拉伸强度和四点弯曲拉伸强度值不一致。为此采用细观数值方法, 假设细观材料参数符合 Weibull 分布, 采用损伤模型, 宏观材料性能符合线弹性假设, 分别模拟了单轴拉伸试验和四点弯曲拉伸试验。引入非局部化理论, 解释了其强度差异来源于材料均质度, 并且定量地给出了材料特征长度和均质度之间的关系。为冻土拉伸强度测量和冻土设计提供理论基础。

**关键词:** 冻土; 拉伸强度; Weibull 分布; 非均匀

中图分类号: TU445 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)S2-0157-04

作者简介: 于长一(1988—), 男, 博士, 主要从事岩土非连续数值模拟算法开发及实验研究。E-mail: yu\_longone@163.com。

## Different tensile tests on difference of strength of frozen soils

YU Chang-yi<sup>1, 2, 3</sup>, LIU Ai-min<sup>1, 2, 3</sup>, GUO Bing-chuan<sup>2</sup>, LIU Wen-bin<sup>1, 2, 3</sup>

(1. CCCC-Tianjin Port Engineering Institute Co., Ltd., Tianjin 300222, China; 2. CCCC First Harbor Engineering Company, Co., Ltd., Tianjin 300461, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical Engineering, Ministry of Communications, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** The tensile strength of frozen soils is an important index in engineering design. In the tests, it is found that the uniaxial tensile strength of frozen soils is inconsistent with the four-point bending tensile strength. For this reason, the mesoscopic numerical method, assuming that the parameters of mesoscopic materials conform to the Weibull distribution, and the damage model are adopted. The properties of macroscopic materials conform to the linear elastic hypothesis. The uniaxial tensile tests and the four-point bending tensile tests are simulated respectively. By introducing the theory of non-localization, it is explained that the strength difference comes from the homogeneity of the materials, and the relationship between the characteristic length of the materials and the homogeneity is quantitatively given. It provides a theoretical basis for measuring the tensile strength of frozen soils and designing the frozen soils.

**Key words:** frozen soil; tensile strength; Weibull distribution; heterogeneity

## 0 引言

冻土在自然界中广泛分布, 有关冻土的研究也很多, 文献[1, 2]详细讨论了冻土在试验以及理论方面的研究进展。无论是在天然冻土工程<sup>[3]</sup>还是人工冻土工程中<sup>[4-5]</sup>, 冻土的强度指标始终是一个重要参数。尤其冻土作为地下支护结构时, 其拉伸强度是必不可少的指标。目前, 测试冻土拉伸强度有很多方法, 如“OFFENSEND”<sup>[6]</sup>、单轴拉伸<sup>[7]</sup>、巴西圆盘拉伸<sup>[8]</sup>、三点弯曲和四点弯曲<sup>[9]</sup>。试验发现, 冻土弯曲拉伸强度和单轴拉伸强度不一样, 主要原因有以下几点<sup>[10]</sup>: ①试验误差; ②拉伸模量和压缩模量不同; ③测试样品的表层效应, 即材料分层, 并且表层覆盖强度较大的材料; ④材料的非均匀性; ⑤应力-应变的非线性变化。不仅在冻土中存在弯曲拉伸和单轴拉伸强度不

同的情况, 在岩石试验中<sup>[11]</sup>也发现这个现象, 并引入局部化理论解释了这个现象。本文以冻土材料为研究对象, 假设冻土破坏符合线弹性假设, 材料符合 Weibull 分布, 结合文献[12]提到的平均应力准则和最小应力准则来定量分析冻土的弯曲强度和单轴拉伸强度。

本文主要研究了冻土单轴拉伸和四点弯曲拉伸断裂时强度之间的关系。首先回顾了非局部断裂理论并简单介绍了细观力学系统 RFPA 的原理及计算流程, 然后分别对冻土单轴拉伸和四点弯曲拉伸试验进

基金项目: 天津市自然科学基金青年项目(16JCQNJC07200); 天津市自然科学基金一般项目(16JCYBJC21700)

收稿日期: 2019-04-29

\*通讯作者(E-mail: gbc0608@163.com)

行模拟, 最后通过非局部化理论定量分析了二者之间的差异。

## 1 非局部化理论

传统的断裂准则<sup>[12]</sup>用如下公式表示:

$$f(\sigma_y(y)) = \sigma_c , \quad (1)$$

式中,  $f$  为材料应力分布函数,  $\sigma_c$  为强度 (拉伸, 剪切)。这个准则适用于材料中的应力接近均匀应力分布时的状态, 没有考虑拉伸时产生的应力集中现象。

在平面应变状态下, 文献[12]介绍了三种非局部化断裂准则, 这里我们将采用如下两种准则。

平均应力断裂准则:

$$\frac{1}{d_1} \max_{-\pi < \theta < \pi} \int_0^{d_1} \sigma_{\theta\theta}(y + \rho\eta(\theta)) d\rho = \sigma_c , \quad (2)$$

式中,  $\sigma_c$  为均匀拉伸条件下, 不考虑应力集中的材料强度,  $d_1$  为材料特征长度。当式(1)中的  $\theta_0$  已知时, 式(2)可以写为

$$\frac{1}{d_1} \max_{-\pi < \theta < \pi} \int_0^{d_1} \sigma_{\theta\theta}(y + \rho\eta(\theta_0)) d\rho = \sigma_c . \quad (3)$$

最小应力准则:

$$\max_{-\pi < \theta < \pi} \left[ \min_{0 < \rho < d_2} \sigma_{\theta\theta}(y + \rho\eta(\theta)) \right] = \sigma_c , \quad (4)$$

其中  $\sigma_c$  和  $d_1$  含义同上。同理, 当  $\theta_0$  已知时, 式(4)写为

$$\min_{0 < \rho < d_2} \sigma_{\theta\theta}(y + \rho\eta(\theta_0)) = \sigma_c . \quad (5)$$

## 2 数值试验

### 2.1 单轴拉伸模拟

目前, 通过各种仪器设备已经可以在试验室中获取应力 - 应变全过程曲线, 但是试验过程比较繁琐, 容易出错。数值方法可以很容易完成这个任务。本试验中, 采用圆柱体进行单轴拉伸试验模拟, 通常圆柱的尺寸<sup>[13]</sup>高径比为 2:1, 即圆柱的高为 100 mm, 直径为 50 mm。冻土试样的物理力学参数和单轴抗拉强度分别列于表 1, 2。

表 1 冻土物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of frozen soils

均质度 $m$	密度 /(kN·m <sup>-3</sup> )	弹性模量 /(kN·m <sup>-2</sup> )	泊松 比	拉伸强 度/MPa	压缩强度 /MPa
3	18.2	126.79	0.3	1.146	15.954

材料分布参数由  $m$  值确定, 但是对于同一均质度, 单元位置不同, 也有可能导致宏观材料性质的不同。为了能够得到同一均质度下冻土强度值, 每个均质度下, 对三个试样强度值加权平均, 作为对应的单

轴拉伸强度。

表 2 冻土单轴抗拉强度

Table 2 Uniaxial tensile strengths of frozen soils

均质度 $m$	2	3	5	8	11	14
强度/MPa	0.27	0.34	0.47	0.61	0.69	0.75
均质度 $m$	17	20	24	27	29.5	30/33/40/50/75/100
强度/MPa	0.80	0.84	0.89	0.92	0.94	1.25

从表 2 可以看出, 当微观材料参数一定时, 随着  $m$  值的增大, 冻土单轴拉伸强度先增大, 后不变。在本例中,  $m$  大于 30 时, 冻土宏观拉伸强度为定值。

### 2.2 四点弯曲拉伸模拟

为了能够与单轴抗拉强度进行对比, 弯曲拉伸试验的参数以及加载速率与单轴拉伸试验一致。

采用四点弯曲方式进行弯曲拉伸试验, 结果列于表 3。在本例中, 随着均质度  $m$  值的增加, 荷载 - 位移曲线越接近直线, 即均质度  $m$  增加, 冻土材料宏观线弹性性质越明显。

表 3 四点弯曲时, 冻土的弯曲拉伸强度

Table 3 Bending tensile strengths of frozen soils at occurrence of four-point bending

均质度 $m$	2	3	5	8	11	14
强度/MPa	0.41	0.52	0.63	0.73	0.79	0.85
均质度 $m$	17	20	24	27	29.5	30/33/40/50/75/100
强度/MPa	0.86	0.9	0.96	1.0	1.01	1.26

由表 3 可以知道, 当微观材料参数一定时, 随着均质度  $m$  值的增大, 冻土弯曲拉伸强度先增大, 后不变。在本例中, 均质度  $m$  大于 30 时, 冻土宏观拉伸强度为定值。

## 3 模拟结果及分析

绘制单轴拉伸和四点弯曲拉伸强度随均质度  $m$  变化曲线如图 1 所示, 并且绘制他们的强度比随均质度的变化。由图 1 可以知道, 随着均质度  $m$  的变化, 材料强度 (单轴拉伸、弯曲拉伸) 呈非线性变化, 并且在均质度  $m=30$  时, 材料强度 (单轴拉伸、弯曲拉伸) 产生跳跃。在均质度  $m=2$  时, 其强度比值 (弯曲拉伸强度/单轴拉伸强度) 突然降低, 此时试样的宏观性质已经不符合线弹性假设。这是由于  $m=2$  时, 材料细观单元极度不均匀, 使得材料性质比较弱 (强度, 模量) 的单元对材料整体的力学性质影响较大。在均质度  $m$  大于 30 时, 宏观材料强度值 (单轴拉伸、弯曲拉伸) 完全一致, 在本例中, 可以认为冻土材料均质度  $m$  大于 30 时, 从宏观角度看, 材料是均匀的。综上所述, 单轴拉伸和弯曲拉伸强度的差异源于材料的非均匀性。在后面的分析中, 我们将详细研究均质度  $m$  在 3~

33 之间冻土材料的强度规律。

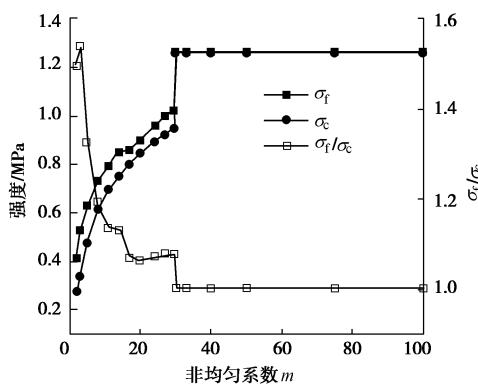


图 1 冻土单轴拉伸强度及弯曲拉伸强度随均质度  $m$  值的变化曲线, 弯曲拉伸强度与单轴拉伸强度比值随均质度  $m$  值的变化曲线

Fig. 1 Curves of uniaxial and bending tensile strengths of frozen soils with homogeneity and curves of bending / direct tensile strength ratio with homogeneity

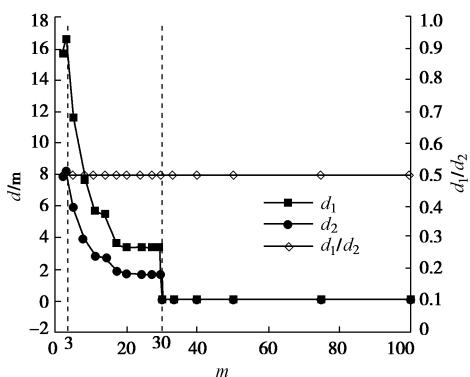


图 2 材料特征长度随均质度  $m$  值的变化曲线, 及两种准则下材料特征长度的比值随  $m$  变化曲线

Fig. 2 Curves of characteristic length of materials with homogeneity and curves of ratio of characteristic length of materials based on two criteria

如图 2 所示, 按照材料特征长度随均质度  $m$  变化情况, 可以把  $d - m$  曲线分为 3 个区间: (0~3)、(3~30)、(30~100)。在第一区间, 由前面的讨论可知, 其宏观材料性质不符合线弹性假设。第三区间, 宏观材料性质是均匀的。但是在第二区间, 有两个特殊段。随着均质度的变化,  $d_1/d_2$  为定值 0.5。

最终可以得到如下公式:

$$f_1(m) = 0.17 + \frac{3.24}{1 + \left(\frac{10^{0.006}}{30}\right)^{1878.71}} m^{1878.71} \quad (m \geq 29.5), \quad (6)$$

$$f_2(m) = 3.4 + \frac{2.15}{1 + \left(\frac{10^{0.28}}{30}\right)^{20.3}} m^{20.3} \quad (14 \leq x < 29.5), \quad (7)$$

$$f_3(m) = 4.6 + \frac{15.4}{1 + \left(\frac{10^{0.8}}{30}\right)^{2.83}} m^{2.83} \quad (0 < x < 14), \quad (8)$$

进一步可以把式 (6) ~ (8) 写为

$$\sigma_1 = k_1(1 - k_2)f_1(m) + k_2(1 - k_1)f_2(m) + (1 - k_1)(1 - k_2)f_3(m), \quad (9)$$

$$k_1 = \begin{cases} 1 & m \geq 29.5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad k_2 = \begin{cases} 1 & 14 \leq m \leq 29.5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

并且

$$d_2 = 0.5d_1. \quad (10)$$

采用公式 (9), (10) 可以定量地描述冻土细观材料的非均匀性与宏观拉伸强度的关系, 并且可以定量描述了冻土的单轴拉伸强度与弯曲拉伸强度之间的关系, 为冻土拉伸试验和强度设计提供了理论基础。

## 4 结 论

本文基于线弹性假设, 采用细观力学模拟方法, 假设材料参数分布符合 Weibull 分布, 模拟了冻土单轴拉伸和四点弯曲拉伸试验, 得到两种拉伸强度, 对比其差异性, 结合非局部化理论解释了两种拉伸强度不同源于材料的非均匀性, 定量给出了材料非均质度  $m$  与材料特征长度的非线性关系。随着均质度  $m$  的增加, 材料特征长度变小, 这种变化呈非线性的周期性变化; 并且在  $m$  小于 2 时, 材料宏观力学性质不符合线弹性假设;  $m$  介于 29.5~30 之间时, 材料强度会突然增大,  $m$  大于 30 时, 宏观材料强度值(单轴拉伸、弯曲拉伸)一致。本文的工作从理论上解释了不同试验的拉伸强度的差异性, 并且单轴拉伸试验的强度小于弯曲拉伸强度, 但是由于在实际试验中, 单轴拉伸试验比较繁琐, 可以直接通过弯曲拉伸试验测得弯曲拉伸强度, 并且通过本文提出的公式可以得到单轴拉伸强度。本文工作为冻土拉伸试验和冻土工程设计提供参考和理论基础。

## 参 考 文 献:

- [1] V N RAZBEGIN S S V, MAKSIMYAK R V, SADOVSKII A V. Mechanical properties of frozen soils[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1996, 33(2): 35 ~ 45.
- [2] 李宁, 程国栋, 徐学祖, 等. 冻土力学的研究进展与思考[J]. 力学进展, 2001, 31(1): 95 ~ 102. (LI Ning, CHENG Guo-dong, XU Xue-zu, et al. The advance and review on frozen soil mechanics[J]. Advances in Mechanics, 2001, 31(1): 95 ~ 102. (in Chinese))
- [3] 孟祥连. 青藏铁路多年冻土工程地质勘察[J]. 铁道勘察,

- 2006, **32**(3): 28 - 31. (MENG Xiang-lian. The Geological prospecting for the permafrost engineering in the Qinghai-Tibet railway[J]. Railway Investigation and Surveying, 2006, **32**(3): 28 - 31. (in Chinese))
- [4] 于长一. 地铁联络通道冻结法施工数值模拟分析[D]. 天津大学, 2014. (YU Chang-yi. Numerical simulation analysis of freezing method construction of metro communication channel[D]. Tianjin University, 2014. (in Chinese))
- [5] 叶荣华, 刘干斌, 叶俊能. 宁波轨道交通人工冻土物理力学特性试验研究[J]. 工程勘察, 2011, **39**(8): 19 - 23. (YE Rong-hua, LIU Gan-bin, YE Jun-neng. Experimental study on physical and mechanical properties of artificial frozen soil in Ningbo rail transit[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2011, **39**(8): 19 - 23. (in Chinese))
- [6] TAMRAKAR S, MITACHI T, TOYOSAWA Y, et al. Tensile strength of compacted and saturated soils using newly developed tensile strength measuring apparatus[J]. Soils and Foundations, 2005, **45**(6): 103 - 110.
- [7] 沈忠言, 王家澄, 彭万巍, 等. 单轴受拉时冻土结构变化及其机理初析[J]. 冰川冻土, 1996(3): 72 - 77. (SHEN Zhong-yan, WANG Jia-cheng, PENG Wan-wei, et al. Change in structures and its mechanisms of frozen soil under uniaxial tensile[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1996(3): 72 - 77. (in Chinese))
- [8] ZHOU G, HU K, ZHAO X, et al. Laboratory investigation on tensile strength characteristics of warm frozen soils[J]. Cold Regions Science and Technology, 2015, **113**: 81 - 90.
- [9] 孙 卓. 冻土断裂力学应力强度因子的数值模拟计算[D]. 大连: 大连理工大学, 2006. (SUN Zhuo. The numerical simulation of stress intensity factor in fracture mechanics of frozen soil[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese))
- [10] FARRELL D A, GREACEN E L, LARSON W E. The effect of water content on axial strain in a loam soil under tension and compression[J]. Soil Science Society of America Journal, 1967, **31**(4): 445 - 450.
- [11] DAI F, XIA K, TANG L. Rate dependence of the flexural tensile strength of Laurentian granite[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(3): 469 - 475.
- [12] ISUPOV L, MIKHAILOV S E. A comparative analysis of several nonlocal fracture criteria[J]. Archive of Applied Mechanics, 1998, **68**(9): 597 - 612.
- [13] CHRIST M, PARK J-B. Laboratory determination of strength properties of frozen rubber-sand mixtures[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, **60**(2): 169 - 175.

(责编: 明经平)