

DOI: 10.11779/CJGE2019S2015

散粒土自然堆积的宏细观特征与形成机制

戴北冰¹, 杨 峻², 刘锋涛^{*3}, 林凯荣¹

(1. 中山大学土木工程学院, 广东 广州 510275; 2. 香港大学土木工程系, 香港; 3. 中山大学地球科学与工程学院, 广东 广州 510275)

摘要: 利用离散元数值方法模拟由不同形状颗粒形成散粒堆积体的过程, 并通过分析堆积体的宏细观力学特征来揭示其形成机制。研究发现, 颗粒形状愈规则, 自然休止角愈小。细观上, 颗粒接触法向量、法向接触力和切向接触力的各向异性分布强度都随颗粒形状变得规则而降低; 接触法向量各向异性主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_h$ 同自然休止角 α 之和近乎为一个常数, 法向接触力和切向接触力的各向异性主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_r$ 和 $\Delta\phi_t$ 可近似表达为与自然休止角 α 正相关的线性函数。最后, 建立了堆积体内部拱效应的优势发挥方位同颗粒接触法向量、法向接触力和切向接触力各向异性主方向的关系。

关键词: 散粒堆积体; 离散元法; 自然休止角; 力链; 各向异性; 拱效应

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)S1-0057-04

作者简介: 戴北冰(1981—), 男, 湖北公安人, 博士, 副教授, 主要从事宏细观岩土力学方面的教学和科研工作。E-mail: beibing_dai@yahoo.com.

Macro- and micro-properties and formation mechanisms of granular piles

DAI Bei-bing¹, YANG Jun², LIU Feng-tao³, LIN Kai-rong¹

(1. School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 2. Department of Civil Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong, China; 3. School of Earth Science and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: A DEM study is carried out to simulate the construction of granular piles by considering various particle shapes. The underlying mechanisms are analyzed through the examination of the macro and micro-characteristics of granular piles. It is found that angle of repose decreases as particle shape evolves towards a regular pattern. Microscopically, the anisotropy magnitudes of contact orientation vectors, contact normal and tangential force vectors decrease as particle shape evolves from an irregular one to a regular one. The summation of the angle difference $\Delta\phi_h$ between the principal anisotropy direction of contact orientation vectors and the vertical direction, with the angle of repose α , is almost a constant, and the angel differences $\Delta\phi_r$ and $\Delta\phi_t$ for the principal anisotropy directions of contact normal and tangential forces are revealed to be a linear function of angle of repose α . In addition, a relationship is also established between the direction where the most intense arching effect occurs and the principal anisotropy directions of contact orientation vectors, contact normal and tangential force vectors.

Key words: granular pile; discrete element method; angle of repose; force chain; anisotropy; arching effect

0 引言

散粒体材料, 如砂和砾石等, 在重力作用下会形成自然堆积, 这是此类材料在自然界最简单的赋存方式。自然休止角是其最重要的堆积特征之一, 它是散粒体材料在重力作用下的最大自持坡角, 也是岩土、地质、化工、食品、制药等涉及散粒体材料处理领域中的重要工程设计参数。学者们围绕自然休止角等散粒体材料堆积特征开展了大量的研究工作。

试验研究表明^[1-2], 散粒堆积体的底部应力在顶点投影区域会出现局部下降而形成“应力凹陷”。虽然堆积体形态与底部应力反应密切相关, 但并不能完全据此来解释其形成机制。Geng 等^[3]和 Zuiguel 等^[4]尝试

用光弹试验来观察散粒堆积体的内部结构与力链传递特征。虽然通过光弹试验可实现直接观测颗粒排列、接触以及力链等细观信息, 但这属于一种半量化的试验方法, 不能为散粒堆积体的形成机制提供完整的量化解释。Luding^[5]和 Goldenberg 等^[6]用分子动力学和离散元模拟研究了颗粒摩擦对自然休止角的影响。Liffman 等^[7]和 Li 等^[8]通过数值模拟研究了散粒堆积体内部的力链传递和底部应力分布。Dai 等^[9]、Matutis

基金项目: 国家自然科学基金项目(51209237, 51779279); 广州市科技计划项目(201707010082)

收稿日期: 2019-04-29

*通讯作者(E-mail: liuft@mail.sysu.edu.cn)

等^[10]和 Zhou 等^[11]等则分析了颗粒形状对散粒堆积体形成的影响。基于分子动力学和离散单元法的数值模拟是揭示散粒堆积体底层物理力学机制的重要途径,但目前大部分研究还停留在从细观角度对宏观现象进行唯象性解释这一层面,鲜有学者对现象背后的因素和机制进行量化分析,未能有效建立散粒堆积体宏观特征和内部细观特征的量化关系。因此,散粒堆积体的形成机制尚未得到完全揭示。

本文将基于前人的研究成果以及现有的离散元数值模拟结果,进一步分析堆积体内部结构和力链传递特征,建立自然休止角及其它堆积特征同细观结构特征的量化关系,揭示自然休止角的细观力学机制。

1 数值模拟方案

本文利用 PFC^{2D}开展离散元模拟,数值方案详见文献[9]。6 种颗粒形状由形状比(AR)和圆整度(CR)两个指标衡量,参数值见表 1。颗粒粒径范围为 0.02~0.03 m,密度为 2.65 g/cm³,接触法向和切向刚度为 10⁹ N/m,边界墙法向和切向刚度亦为 10⁹ N/m,颗粒和墙体的摩擦系数均为 0.5,阻尼系数为 0.7。采用点源释放颗粒生成堆积体,分 10 次下落,每次释放约 300 个颗粒。因此,一个堆积体含大约 3000 个颗粒。

用式(1)~(3)对颗粒接触方位向量和接触力进行统计分析^[12-13],提取各向异性指标来描述其分布形态,包括:① a_n 和 ϕ_n , 分别描述颗粒接触方位各向异性分布的强度和主方向;② a_f 和 ϕ_f , 分别描述法向接触力各向异性分布的强度和主方向;③ a_t 和 ϕ_t , 分别描述切向接触力各向异性分布的强度和主方向。

$$E(\phi) = E_0 \{1 + a_n \cos 2(\phi - \phi_n)\} \quad , \quad (1)$$

$$f(\phi) = f_0 \{1 + a_f \cos 2(\phi - \phi_f)\} \quad , \quad (2)$$

$$t(\phi) = -f_0 a_t \sin 2(\phi - \phi_t) \quad . \quad (3)$$

表 1 形状系数

Table 1 Shape parameters of particles

形状系数	形状类别					
	A	B	C	D	E	F
形状比(AR)	1.000	0.800	0.667	0.571	0.500	0.955
圆整度(CR)	1.000	0.976	0.905	0.783	0.798	0.912

2 自然休止角

图 1 为自然休止角 α 同形状比 AR 的关系。二维散粒堆积体存在左右两个坡面,因此图 1 中的自然休止角为左右两个坡面角的平均值。可以发现,休止角随形状比的增加而减少,意即形状愈规则,休止角愈小。由圆形颗粒($AR = 1$)生成堆积体的自然休止角为 16.8° ,而由形状 E($AR = 0.5$)所产生的自然休

止角最大($\alpha = 36.5^\circ$)。

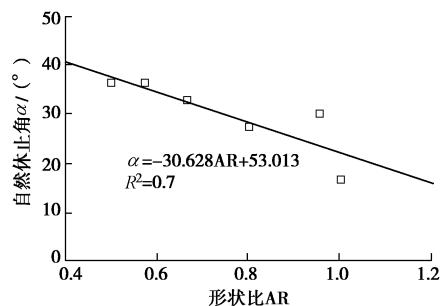


图 1 颗粒形状对自然休止角的影响

Fig. 1 Effects of particle shape on angle of repose

3 堆积体内部细观特征

3.1 颗粒接触方位分布的组构特征

颗粒接触方位向量是散体材料重要的内部结构特征信息,其各向异性分布状态与散粒堆积体的宏观力学表象紧密相关。图 2 给出了在散粒堆积体左右两半部分的颗粒接触法向量各向异性分布强度指标 a_n 同形状比 AR 的关系。可以发现,各向异性强度随着形状比的增加而减小。对应圆形颗粒($AR = 1$)的 a_n 最小,而对应形状 E($AR = 0.5$)的 a_n 最大。结合图 1 中自然休止角与形状比的关系,可以推测接触法向量的各向异性分布同自然休止角存在一定关联。

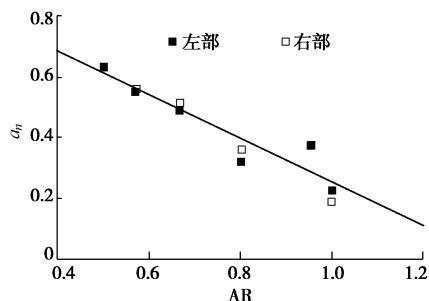


图 2 颗粒接触法向量各向异性分布强度 a_n 与形状比的关系

Fig. 2 Relationship between anisotropy magnitude a_n of contact unit normal vectors and aspect ratio

在堆积体左右两部分,接触法向量各向异性分布的主方向相对于竖直方向一般存在一个角度差。图 3 给出了此角度差在不同颗粒形状条件下同自然休止角的和。可以发现,角度差 $\Delta\phi_n$ (包括 $\Delta\phi_{nl}$ 和 $\Delta\phi_{nr}$) 与自然休止角 α (包括 α_l 和 α_r) 的和近似为一个常数 47° 。

3.2 颗粒接触力的分布特征

图 4 是接触法向力和切向力各向异性分布强度指标 a_f 和 a_t 同形状比 AR 的关系。显然, a_f 和 a_t 都随形状比的增加而减少,变化趋势与接触法向量各向异性强度指标 a_n 类似,且 a_t 要明显小于 a_f ,这说明颗粒间

的切向力在力链传递中起次要作用。

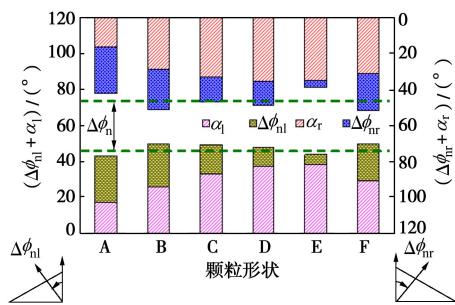


图 3 角度差 $\Delta\phi_{nl}$ 和 $\Delta\phi_{nr}$ 分别同自然休止角 α_l 和 α_r 之和

Fig. 3 Summation of angles of repose α_l and α_r respectively with the angle differences of $\Delta\phi_{nl}$ and $\Delta\phi_{nr}$

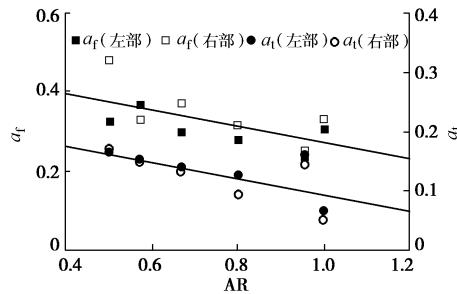


图 4 各向异性分布强度 a_f 和 a_t 同形状系数 AR 的关系

Fig. 4 Relations of anisotropic magnitudes of a_f and a_t with aspect ratio AR

图 5 给出了接触法向力和切向力各向异性分布主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_f$ 和 $\Delta\phi_t$ ，同自然休止角 α 的关系。虽然图 5 中数据的离散性比较大，但仍可看出 $\Delta\phi_f$ 和 $\Delta\phi_t$ 同 α 近似成线性增长关系。接触法向力各向异性主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_f$ 近似满足 $\Delta\phi_f = 0.67\alpha$ ，而接触切向力各向异性主方向与竖直方向的角度差近似满足 $\Delta\phi_t = 0.69\alpha$ 。

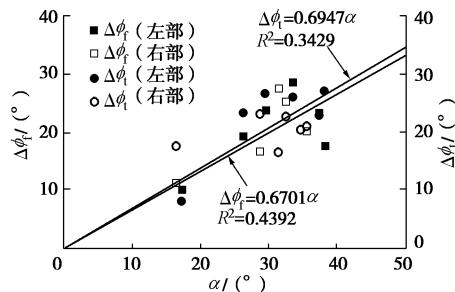


图 5 角度差 $\Delta\phi_f$ 和 $\Delta\phi_t$ 同自然休止角 α 的关系

Fig. 5 Relations of angle differences of $\Delta\phi_{nl}$ and $\Delta\phi_{nr}$ with angle of repose α

4 “拱效应”分析

图 6 是散粒堆积体的力链网络图，其中红色代表强力链(接触力大于平均接触力)，蓝色代表弱力链(接

触力小于平均接触力)。由图 6 可知，在整个力链网络中，红色强力链的数量要少于蓝色弱力链的数量，且强力链一般分布在堆积体的中部区域，形成功力链传递的“拱效应”。

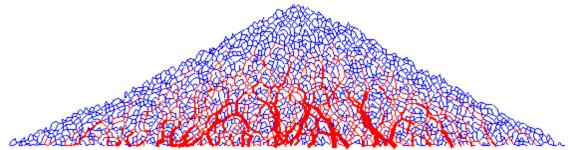


图 6 散粒堆积体力链网络图 (颗粒形状 B)

Fig. 6 Force network in granular piles (shape B)

图 7 统计了弱力链在整个力链网络中的分布概率。由图 7 可知，法向接触力小于平均接触力的分布概率 P_n 在 0.68 左右，而切向接触力小于平均接触力的分布概率 P_t 接近 1.0，且这两个分布概率似乎与颗粒形状的关联性不大，这进一步佐证了图 6 中关于强弱力链分布的观察结果，即力链网络中大部分为弱力链。然而，这并不意味着弱力链在力链传递中起主要作用。从图 6 可以看出，强力链在堆积体内部沿着倾斜的方向传递，显然对应力拱的形成起着至关重要的作用。

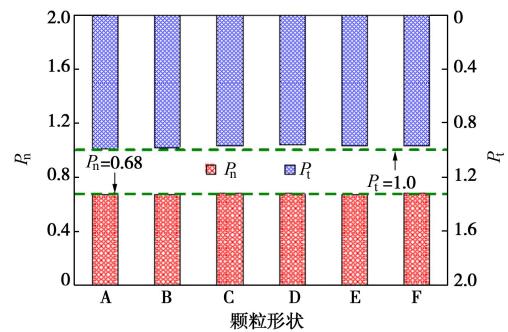


图 7 弱力链分布统计——法向接触力分布概率 P_n ($N_{cf} < (N_{cf})_{ave}$) 与切向接触力分布概率 P_t ($T_{cf} < (N_{cf})_{ave}$)

Fig. 7 Statistics of weak force chains in force network— P_n under $N_{cf} < (N_{cf})_{ave}$ and P_t under $T_{cf} < (N_{cf})_{ave}$

图 8 给出了所有接触法向力和切向力在不同方位的投影。可以发现，在堆积体左半部分，法向接触力所贡献拱效应的优势发挥方位在 $\theta_{npl} = 75^\circ \sim 80^\circ$ ，而切向接触力的优势发挥方位并不集中，且量值要远小于法向接触力。因此，总接触力投影值的优势方位也基本在 $\theta_{pl} = 75^\circ \sim 80^\circ$ 。按照图 8 的方法，可以找到拱效应在右半部分的优势发挥方位 θ_{pr} 。图 9 对拱效应的优势发挥方位 θ_p (包括 θ_{pl} 和 θ_{pr}) 与细观力学指标进行了关联分析。结果表明， θ_p 与细观力学参数 ϕ_{mean} ($\phi_{mean} = 0.45\phi_h + 0.45\phi_f + 0.1\phi_t$) 具有很好的关联性，可近似表达为 $\theta_p = \phi_{mean}$ 。

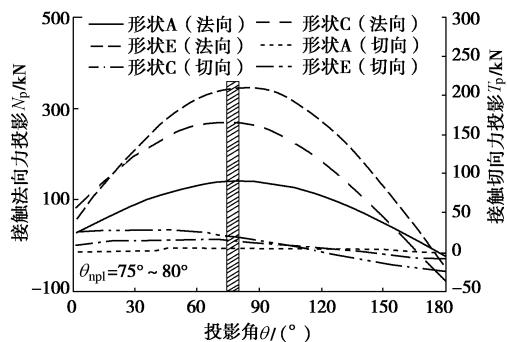
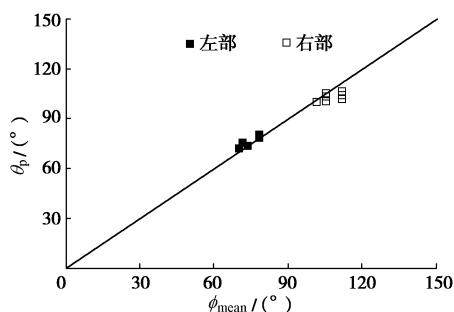


图 8 接触力的投影(左部)

Fig. 8 Projection of contact forces (left part)

图 9 θ_p 与细观力学指标 ϕ_{mean} 的关联分析Fig. 9 Analysis of correlation between θ_p and ϕ_{mean}

5 结 论

(1) 散粒堆积体内部颗粒接触法向量、法向接触力和切向接触力的各向异性强度指标, 与自然休止角一样, 随颗粒形状比的增加而降低, 即颗粒形状愈规则, 自然休止角和各向异性程度愈低。

(2) 接触法向量各向异性主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_h$ 同自然休止角之和近乎为一个常数 47° , 而法向和切向接触力的各向异性主方向与竖直方向的角度差 $\Delta\phi_f$ 和 $\Delta\phi_t$, 同自然休止角近似呈线性正相关, 可分别表示成 $\Delta\phi_f = 0.67\alpha$ 和 $\Delta\phi_t = 0.69\alpha$ 。

(3) 堆积体内部的弱力链在数量上占据优势, 但拱效应主要由强力链的倾斜传递导致, 其优势发挥方位 θ_p 与堆积体内部的细观力学响应紧密相关, 可表达为不同细观参数其各向异性分布主方向的函数关系, 即 $\theta_p = \phi_{\text{mean}} = 0.45\phi_h + 0.45\phi_f + 0.1\phi_t$ 。

参 考 文 献:

[1] MUEGGENBURG N W, JAEGER H M, NAGEL S R. Stress transmission through three-dimensional ordered granular

- arrays[J]. Phys Rev E, 2002, **66**: 031304.
- [2] ATMAN A P F, BRUNET P, GENG J, et al. From the stress response function (back) to the sand pile “dip” [J]. Eur Phys J E, 2005, **13**: 93 – 100.
- [3] GENG J, LONGHI E, BEHRINGER R P, et al. Memory in two-dimensional heap experiments[J]. Phys. Rev. E, 2001, **64**: 060301.
- [4] ZUIGUEL L, MULLIN T, ROTTER J M. The effect of particle shape on the stress dip under a sandpile[J]. Phys. Rev. Lett., 2007, **98**: 028001.
- [5] LUDING S. Stress distribution in static two-dimensional granular model media in the absence of friction[J]. Phys Rev E, 1997, **55**: 4720 – 4729.
- [6] GOLDENBERG C, GOLDHIRSCH I. Friction enhances elasticity in granular solids[J]. Nature, 2005, **435**: 188 – 191.
- [7] LIFFMAN K, NGUYEN M, METCALFE G, et al. Forces in piles of granular materials: an analytic and 3D DEM study[J]. Granul Matter, 2001, **3**: 165 – 176.
- [8] LI Y, XU Y, THORNTON C. A comparison of discrete element method simulations and experiments for ‘sand pile’ composed of spherical particles[J]. Powder Technol, 2005, **160**: 219 – 228.
- [9] DAI B B, YANG J, ZHOU C Y. Micromechanical origin of angle of repose in granular materials[J]. Granul Matter, 2017, **19**: 24.
- [10] MATUTTIS H G, LUDING S, HERRMANN H J. Discrete element simulations of dense packing and heaps made of spherical and non-spherical particles[J]. Powder Technol., 2000, **109**: 278 – 292.
- [11] ZHOU Z Y, ZOU R P, PINSON D, et al. Angle of repose and stress distribution of sandpiles formed with ellipsoidal particles[J]. Granul Matter, 2014, **16**: 695 – 709.
- [12] 戴北冰, 杨峻, 周翠英. 松砂不稳定行为的数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(9): 1737 – 1745. (DAI Bei-bing, YANG Jun, ZHOU Cui-ying. Numerical study on instability behavior of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(9): 1737 – 1745. (in Chinese))
- [13] DAI B B. Probing the boundary effect in granular piles[J]. Granul Matter, 2018, **20**: 5.

(责编: 孙振远)