

DOI: 10.11779/CJGE2019S2005

考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型

方雨菲¹, 姚仰平^{*1}, 舒文俊²

(1. 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京构力科技有限公司, 北京 100013)

摘要: 近年来, 山区支线机场建设日益增多。机场高填方工程往往填方量较大, 就地取材, 填料含有土料、砂料、堆石料等不同岩土材料。准确预测填料的工后沉降变形影响到机场的安全性和正常运营。相对于黏土, 粒状材料特性往往更复杂, 可能会出现颗粒破碎等现象。现有的黏弹塑性本构模型大部分只适用于黏土, 不能直接用于计算粒状材料流变变形。本文提出一个能够统一描述黏土和粒状材料应力 - 应变 - 时间特性的考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型。并且给出了将该模型利用 ABAQUS 二次开发接口, 编写用户子程序, 进行有限元实现的过程。最后, 利用模型对黏土剪切蠕变试验及砂土三轴不排水试验进行预测, 并与试验结果对比, 验证了模型的正确性, 说明模型能够较好地描述黏土和粒状材料的应力 - 应变 - 时间关系。

关键词: 黏弹塑性; 本构模型; 有限元; 黏土; 粒状材料

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)S2-0017-04

作者简介: 方雨菲(1993—), 女, 博士研究生, 主要从事土的黏弹塑性本构模型及数值分析方面的研究工作。E-mail: yffang@buaa.edu.cn。

Time-dependent unified hardening model for granular materials

FANG Yu-fei¹, YAO Yang-ping¹, SHU Wen-jun²

(1. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing, 100083, China; 2. Beijing Glory PKPM Technology Co., Ltd., Beijing 100013, China)

Abstract: In recent years, the construction of regional airports in mountainous areas is increasing. The high-fill engineering projects have large fill volume and use local materials, which contain soil, sand, rockfill materials and other geotechnical materials. Accurate prediction of the post-construction settlements of hill-fill foundations affects the safety and normal running of the airports. Compared with those of clay, the properties of granular materials are often more complex, such as particle crushing. Most of the existing viscoelastic-plastic constitutive models are only for the clay, and cannot be directly used to calculate the rheological deformation of granular materials. A time-dependent unified hardening model suitable for granular material is proposed, which can describe the stress-strain-time characteristics of clay and granular materials in a unified way. The process to develop the new constitutive model in ABAQUS by using the user subroutine is given and implemented. Finally, the new model is validated through test results, including triaxial drained creep tests on clays and triaxial undrained tests on sand. It is shown that the model can well describe the stress-strain-time relationships of clay and granular materials.

Key words: visco-elastoplasticity; constitutive relation; finite element method; clay; granular material

0 引言

近年来, 随着中国西部大开发战略的实施, 山区机场发展迅速。由于山区地形复杂, 填方地基大多是山地、丘陵或沟谷, 地势高低不平, 机场建设中, 往往需要开山填谷、深挖高填, 如昆明新机场、龙洞堡机场、攀枝花机场、九寨黄龙机场等, 填方高度一般在 30 m 以上, 最大达 100 余米。填方量多在 7 百万方以上, 最大达 1.31 亿方。由于施工过程中填方量大, 填料通常需要就地取材, 导致其成分复杂且各地不同, 既有土料又有砂、石料。据以往工程实测资料, 填方

体在工后几年甚至十几年内还在缓慢地发生沉降变形。建立一个能够统一描述黏土和粒状材料应力 - 应变 - 时间特性的本构模型具有重要的意义。

1 时间 - 应力 - 应变关系

1.1 蠕变特性分析

蠕变变形计算公式^[1-2]如下:

基金项目: 国家自然科学基金项目(11672015, 51579005); 国家重点基础研究发展计划("973"计划)项目(2014CB047006)

收稿日期: 2019-04-29

*通讯作者(E-mail: ypyao@buaa.edu.cn)

$$\Delta e = -\beta \ln \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right) , \quad (1)$$

式中, e 为孔隙比, β 为黏性参数, 是 $e - \ln(t + t_0)$ 坐标系内次固结曲线的斜率, t_0 为计算参考时间。

图 1 为时间线的概念图。图中 λ 为等向压缩线在 $e - \ln p$ 空间内渐近线的斜率, Z 为等向压缩线上平均正应力为 1 kPa 时所对应的孔隙比, e 为当前状态孔隙比, p 为当前状态下的平均正应力, ξ 为土的状态参量^[3]。可以看到, 在 $e - \ln p$ 空间中最上面的线为瞬时压缩线 (instant normal compression line, 简称 INCL) ^[1, 4-5]。

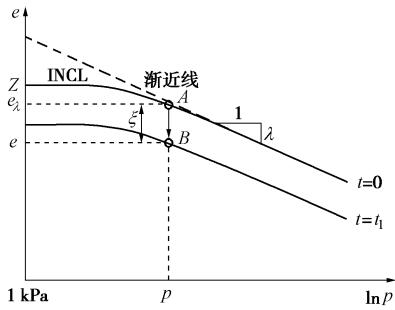


图 1 时间线

Fig. 1 Time lines

从瞬时加载参考线开始计算的时间引起的孔隙比的变化量为

$$\Delta e|_{AB} = -\beta \ln \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right) . \quad (2)$$

从瞬时加载参考线开始计算的孔隙比的变化量与土的状态参量 ξ 的关系为

$$\Delta e|_{AB} = -\xi . \quad (3)$$

老化时间是指从 INCL 上开始计算的时间^[1, 4-5]。结合式 (2), (3), 可以得到老化时间 t_a 为

$$t_a = t_0 \exp \left(\frac{\xi}{\beta} \right) - t_0 . \quad (4)$$

将式 (4) 代入式 (1) 的微分方程可以得到黏性体应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 的公式为

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\beta}{1+e_0} \frac{\exp(-\xi/\beta)}{t_0} dt . \quad (5)$$

1.2 屈服面与塑性势面

参照 UH 模型^[6]硬化参数的定义, 本文的硬化参数 H 定义为

$$H = \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M_c^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^p = \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M_c^4 - \eta^4} (d\varepsilon_v^{sp} + d\varepsilon_v^p) , \quad (6)$$

式中, M_f 为土的潜在强度, $d\varepsilon_v^p$ 为塑性体应变增量, $d\varepsilon_v^{sp}$ 为应力引起的塑性体应变增量, $\eta (= q/p)$ 为应力比, q 为偏应力, M_c 为特征状态应力比^[3]

$$M_c = M \exp(-m \cdot \xi) . \quad (7)$$

式中, m 为土的剪胀性参数。

不考虑时间效应的砂土的 UH 模型^[3]的当前屈服面方程为

$$f = \ln \left[p \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2 - \chi \eta^2} \right) + p_s \right] - \ln(p_{x0} + p_s) - \frac{1}{c_p} \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M_c^4 - \eta^4} d\varepsilon_v^{sp} = 0 . \quad (8)$$

式中, M 为临界状态应力比, p_s 为压硬性参量, χ 为临界状态参数, 取值范围为 0~1.0, p_{x0} 为初始状态屈服面与 p 轴的交点, $c_p = (\lambda - k)/(1 + e_0)$ 。

将式 (6) 代入式 (8), 可以得到考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型的当前屈服面方程为

$$f = \ln \left[p \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2 - \chi \eta^2} \right) + p_s \right] - \ln(p_{x0} + p_s) + \frac{1}{c_p} \bar{t} - \frac{1}{c_p} H = 0 , \quad (9)$$

$$\bar{t} = \int \frac{\beta}{1+e_0} \frac{\exp(-\xi/\beta)}{t_0} \frac{M_f^4}{M_c^4} dt . \quad (10)$$

模型采用非相关联流动法则, 塑性势面仍为椭圆, 塑性势函数为

$$g = \ln p + \ln \left(1 + \frac{\eta^2}{M_c^2} \right) + C = 0 . \quad (11)$$

剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M_c^2 p^2 - q^2}{2pq} . \quad (12)$$

2 黏弹塑性模型有限元实现

有限元分析软件 ABAQUS 具有强大的非线性处理功能、丰富的本构模型库, 为用户提供了大量易于操作的接口函数。ABAQUS 中采用 Newton-Raphson 迭代法进行非线性有限元求解。一个复杂的工程问题可以拆解为若干分析步进行有限元计算。在每个分析步中, 荷载以增量的形式施加在装配体上。增量步的数量可以给定, 也可以由软件自动调节。一个增量步可能需要进行若干次迭代, 才能得到符合要求的解。第一个迭代步需要调用两次 UMAT, 第一次调用形成初始刚度矩阵, 第二次调用进行计算。之后的迭代步则只调用一次子程序。迭代的残余力为荷载和内力的差值, 当其小于残余力容差, 位移修正量远小于结构的位移增量时, 判定为结构处于平衡状态, 进入下一个荷载增量步。

为了验证本文所提的考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型 UMAT 的正确性, 本文建立了一个简单的三轴试验模型模拟三轴排水恒应变速率压缩试验, 将有限元预测结果与 MATLAB 语言编写的模型预测程序进行对比。计算采用的材料参数如表 1 所示。预测中,

表 1 材料参数

Table 1 Material parameters

材料参数	M	λ	κ	ν	N	β	t_0/min	$Z(\text{或} p_s)/\text{kPa}$	χ	m
香港海滩沉积土 ^[7]	1.27	0.2	0.04	0.1	2.1	0.0046	1	2.1/0	0	0
Toyoura 砂 ^[8-9]	1.25	0.133	0.04	0.3	1.973	0.0018	60	0.934/2200	0.55	1.8

为了突出应变率效应, 黏性参数 β 采用了较大的数值 0.01, t_0 取 1 min。除 β 、 t_0 外, 其余土性参数均使用 Toyoura 砂的土性参数值。计算过程中, 首先施加 500 kPa 初始围压, 进行地应力平衡。之后保持围压不变, 分别以 0.1%/h, 1%/h 和 10%/h 的应变率在上表面施加竖向位移使试样压缩。图 2 为有限元单元模型计算结果与 MATLAB 预测结果的对比图: 图 2 (a) 为偏应力与轴向应变关系, 图 2 (b) 为体积应变与轴向应变关系。由图中可以看出, 有限元计算结果与 MATLAB 预测结果十分吻合。模型可以反映土在低速率下强度低、在高速率下强度高的试验规律。

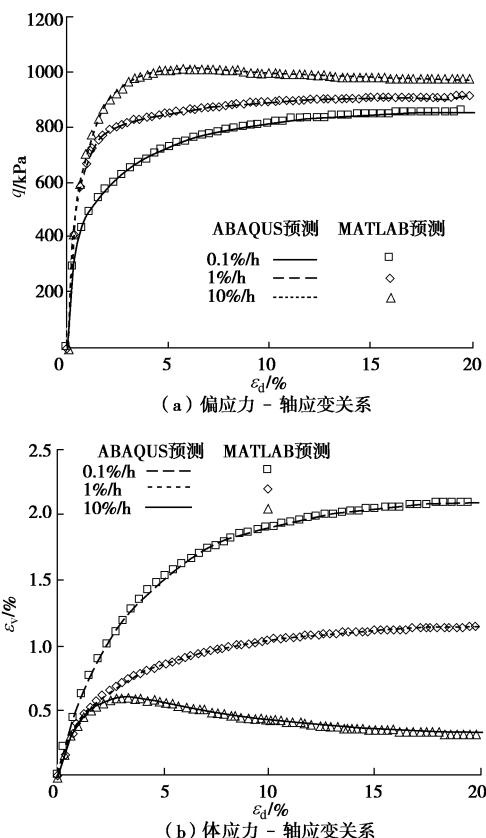


图 2 ABAQUS 预测结果和 MATLAB 预测结果

Fig. 2 Predicted results of ABAQUS and MATLAB

3 试验验证

图 3 为初始正常固结香港海滩沉积土在不同的轴应变率 (15%/h, 1.5%/h 和 0.15%/h) 下进行三轴常应变速率压缩试验的试验结果^[7]与模型预测结果对比图。图 3 (a) 为偏应力与轴应变关系图, 图 3 (b) 为偏应力与平均正应力关系图。使用本文提出的模型对其进

行预测, 材料参数如表 1 所示。由图 4 中可以看出, 轴应变率越高, 应力应变曲线的位置越高, 相同轴应变下对应的剪应力 q 越大。轴应变率越大, 应力路径的位置越高, 得到的不排水抗剪强度越大。

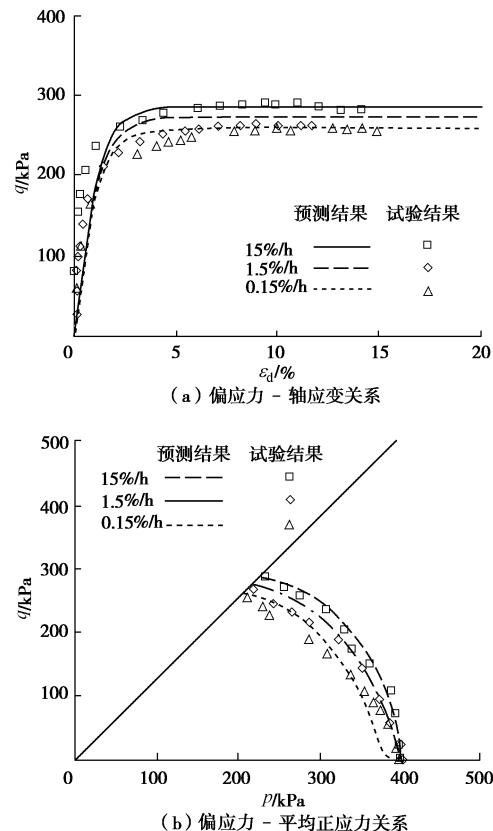
图 3 黏土不同应变率下三轴不排水压缩试验结果^[7]与预测结果对比图

Fig. 3 Comparisons of measured data^[7] and predicted results of triaxial undrained compression tests on clay at different axial strain rates

图 4 是模型初始孔隙比为 0.833, 初始围压分别为 3.0, 2.0, 1.0, 0.1 MPa 的 Toyoura 砂的三轴不排水试验试验结果^[8-9]与预测结果对比图。图 4 (a) 为偏应力与轴向应变关系, 图 4 (b) 为偏应力与平均正应力关系。材料参数见表 1。图 4 (b) 中砂土的初始状态 ξ_0 从左向右依次减小。如图 4 所示, 模型预测了应变率分别为 0.3%/h 和 3%/h 两种情况。 ξ_0 越小, 砂土越松, 与超固结度比较小的饱和黏土类似, 此时砂土蠕变量越大, 速率效应越明显。 ξ_0 越大, 砂土越密实, 与超固结度比较大的饱和黏土类似, 此时砂土蠕变量越小, 速率效应越不明显。

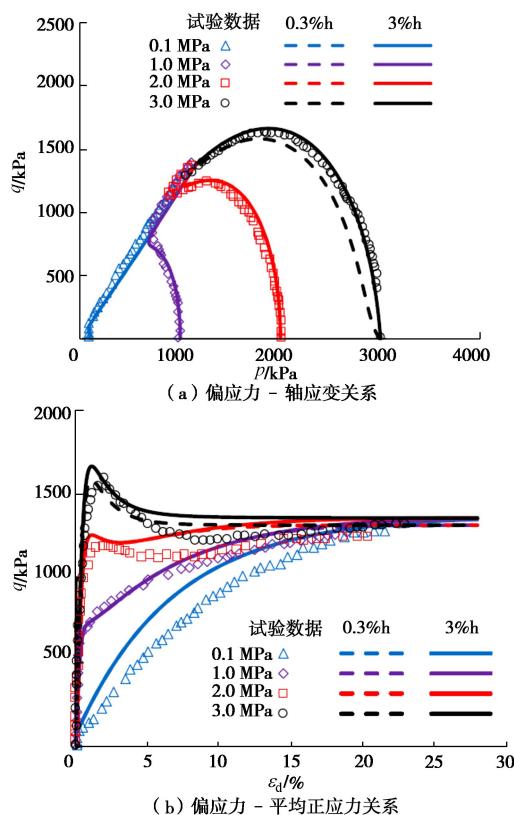


图 4 砂土三轴不排水试验结果^[8-9]与模型预测结果对比图

Fig. 4 Comparisons of measured data^[8-9] and predicted results of triaxial undrained tests on sand

4 结语

本文建立了考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型，该模型能够统一地描述黏土和粒状材料的应力 - 应变 - 时间关系。并通过对 UMAT 进行二次开发，将模型嵌入到有限元软件 ABAQUS 中。最后，通过黏土不同应变速率下三轴不排水压缩试验试验结果与预测结果的对比及砂土三轴不排水试验试验结果与模型预测结果的对比，说明了本文建立的考虑时间效应的粒状材料的 UH 模型能够较好地描述砂土、黏土的应力 - 应变 - 时间关系。

参考文献：

[1] YAO Y P, KONG L M, ZHOU A N, et al. Time-dependent

- unified hardening model: Three-dimensional elastoviscoplastic constitutive model for clays[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, **141**(6): 04014162.
- [2] FENG W Q, YIN J H. A new simplified Hypothesis B method for calculating consolidation settlements of double soil layers exhibiting creep[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(6): 899 - 917.
- [3] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(12): 2147 - 2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(12): 2147 - 2153. (in Chinese))
- [4] 姚仰平, 方雨菲. 土的负蠕变特性及其本构模型[J]. 岩土工程学报, 2017, **40**(10): 1759 - 1765. (YAO Yang-ping, FANG Yu-fei. Properties of negative creep and its constitutive model for soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **40**(10): 1759 - 1765. (in Chinese))
- [5] YAO Y P, FANG Y F. Negative creep of soils[J]. Canadian Geotechnical Journal. <http://doi.org/10.1139/cgj-2018-0624>.
- [6] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique, 2009, **59**(5): 451 - 469.
- [7] ZHU J G. Experimental study and elastic visco-plastic modelling of the time-dependent stress-strain behaviour of Hong Kong marine deposits[D]. Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 2000.
- [8] MESRI G, VARDHANABHUTI B. Compression of granular materials[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**(4): 369 - 392.
- [9] VERDUGO R, ISHIHARA K. The steady state of sandy soils[J]. Soil and Foundations, 1996, **36**: 81 - 91.

(责编：孙振远)