

DOI: 10.11779/CJGE2019S1054

# 一个非饱和结构性黄土三维胶结接触模型

蒋明镜<sup>1, 2, 3</sup>, 孙若晗<sup>1, 2</sup>, 李涛<sup>\*1, 2</sup>, 刘俊<sup>3</sup>

(1. 天津大学建筑工程学院土木系, 天津 300072; 2. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072;  
3. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 对非饱和结构性黄土进行离散元模拟需要合理的三维胶结接触模型。在含抗转动和抗扭转模型基础上引入了颗粒间吸引力以考虑范德华力和毛细力作用; 提出了考虑胶结尺寸影响的胶结刚度和强度公式, 考虑了不可恢复的化学胶结作用; 建立了可以全面考虑含水率-孔隙比-吸力耦合作用的黄土接触模型。通过开展常规三轴压缩以及在不同偏应力水平下湿陷试验的三维离散元模拟, 表明该三维接触模型可以较好地反映室内试验中非饱和结构性黄土的主要力学特性。

**关键词:** 非饱和黄土; 结构性; 颗粒吸引; 化学胶结; 离散元法

中图分类号: TU444 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)S1-0213-04

**作者简介:** 蒋明镜(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事天然结构性黏土、砂土、非饱和土、太空土和深海能源土宏观微观试验、本构模型和数值分析研究。E-mail: mingjing.jiang@tju.edu.cn。

## A three-dimensional cementation contact model for unsaturated structural loess

JIANG Ming-jing<sup>1, 2, 3</sup>, SUN Ruo-han<sup>1, 2</sup>, LI Tao<sup>1, 2</sup>, LIU Jun<sup>3</sup>

(1. Department of Civil Engineering, School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 3. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** An adaptable three-dimensional (3D) contact model is necessary to perform discrete element simulation (DEM) on unsaturated structural loess, in which the effects of adhesive force and chemical cementation bond have to be taken into account. A 3DDEM contact model is introduced to simulate the macroscopic and microscopic mechanical behaviors of unsaturated and structural loess by considering the effects of adhesive force and chemical cementation. Interparticle adhesive force is composed of van der Waals attractions and capillary forces. Both bond stiffness and strength are associated with the bond size to represent unrecoverable chemical cementation. By using the relationships between water content and suction, a new 3D contact model for loess is established considering the coupling effects of water content-void ratio-suction. The DEM is used to simulate the triaxial and wetting tests at different deviator stress levels and the results show that the 3D contact model can well reproduce the macroscopic mechanical behaviors of unsaturated structural loess.

**Key words:** unsaturated soil; structural behavior; adhesive force; chemical cementation; DEM

## 0 引言

天然黄土具有由粒间胶结维持的大孔隙架空结构<sup>[1]</sup>, 其特有的微观结构和颗粒间的胶结作用使其宏观力学性质与重塑土有较大差异, 目前对结构性黄土力学性质和本构模型的研究多基于唯象法, 缺乏对力学性质微观机理和宏微观关联的研究, 这限制了宏观力学模型的有效性。离散单元法(DEM)可重复性好, 能够实时监测试样内部接触、粒间作用力和胶结破坏等微观信息, 已逐步应用于土体宏微观力学机理的研究, 其关键是粒间的接触模型。Delenne等<sup>[2]</sup>通过对环氧树脂胶结的两根铝棒进行一系列的简单加载试

验, 将测定出的强度指标引入离散元接触模型。但其忽略了法向压力和颗粒间胶结物厚度的影响, Jiang等<sup>[3]</sup>基于微观胶结力学试验总结出普遍适用的二维椭圆形强度包线, 发展了考虑各向荷载组合的胶结厚度和胶结宽度影响的胶结接触模型。

在三维接触模型研究方面, 目前多基于理论推导并引入一定简化处理。Shen等<sup>[4]</sup>采用离散单元法模拟

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51639008); 国家自然科学基金项目(51579178, 51809193)

收稿日期: 2019-04-30

\*通讯作者(E-mail: lettlejn@163.com)

两球形颗粒间水泥胶结在拉、压、剪、弯、扭和复合作用下的力学响应,然后建立了三维胶结接触模型的复合强度包面,并建立了三维胶结接触模型。

本文在 Jiang 等<sup>[5]</sup>提出的抗转动和抗扭转接触模型基础上引入粒间吸引力以考虑范德华力和毛细力作用,同时在团队粒间胶结室内接触力学试验和数值模拟基础上,提出了胶结刚度和强度计算公式,考虑了不可恢复的化学胶结作用,建立了可以全面考虑含水率-孔隙比-吸力耦合作用的非饱和结构性黄土微观接触力学模型。其次,考虑颗粒间范德华力制成松散均匀的黄土离散元试样;对非饱和结构性黄土三轴试验及不同偏应力状态湿陷试验进行了三维离散元模拟,对黄土离散元试样压缩曲线、应力应变曲线、体积应变变化等进行了分析,验证接触模型的有效性。

## 1 接触模型介绍

### 1.1 颗粒接触力和接触力矩

颗粒间力可以分解为法向和切向,力矩可以分解为弯曲向和扭转向,如下式:

$$\mathbf{F}^1 = F_n^1 \hat{\mathbf{n}}_c + \mathbf{F}_s^1 , \quad (1)$$

$$\mathbf{M}^1 = \mathbf{M}_r^1 + M_t^1 \hat{\mathbf{n}}_c , \quad (2)$$

式中,  $\hat{\mathbf{n}}_c$  是切平面法线方向,  $F_n^1$  是颗粒法向接触力,  $\mathbf{F}_s^1$  是颗粒切向接触力,  $\mathbf{M}_r^1$  和  $M_t^1$  是接触弯矩和扭矩。

计算接触力和力矩需要颗粒半径和接触半径。颗粒半径按下式计算:

$$R = 2R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \text{ (球-球) 或 } R = R_1 \text{ (墙-墙), (3)}$$

式中,  $R_1$  和  $R_2$  是两个接触实体在接触处的曲率半径,  $R$  是接触处的当量曲率半径(颗粒半径)。颗粒接触半径  $R_c = \beta R$ ,  $\beta$  是接触半径系数<sup>[5]</sup>。法向接触力为

$$F_n^1 = k_n u_n - F_a \quad (u_n \geq 0) , \quad (4)$$

式中,  $F_n^1 > 0$  时为压力,  $k_n$  是颗粒接触的法向刚度,  $u_n$  是颗粒重叠量,  $F_a > 0$  是颗粒间的吸引力, 可以是范德华力、毛细力和电子力等。

颗粒切向接触力通过增量法按下式计算:

$$\mathbf{F}_s^1 \leftarrow \mathbf{F}_s^1 - k_s \Delta \boldsymbol{\delta}_s , \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{F}_s^1$  是颗粒切向接触力的试算值,  $k_s$  是颗粒接触的切向刚度,  $\Delta \boldsymbol{\delta}_s$  是接触的剪切位移增量。

颗粒接触的抗剪强度按下式计算:

$$F_s^\mu = \max[\mu(F_n + F_a), 0] , \quad (6)$$

式中,  $\mu$  是颗粒摩擦系数。

颗粒接触弯矩通过增量法按下式计算:

$$\mathbf{M}_r^1 \leftarrow \mathbf{M}_r^1 - k_r \Delta \boldsymbol{\theta}_r , \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{M}_r^1$  是颗粒接触弯矩的试算值,  $k_r = 0.25k_n R_c^2$  是颗粒接触的抗弯刚度<sup>[5]</sup>,  $\Delta \boldsymbol{\theta}_r$  是接触的弯曲角增量。

颗粒接触的抗弯强度按下式计算:

$$M_r^\zeta = \max[0.25\zeta_c R_c (F_n + F_a), 0] , \quad (8)$$

式中,  $\zeta_c$  是颗粒局部压碎系数, 可取 2.1<sup>[5]</sup>。

颗粒接触扭矩通过增量法按下式计算:

$$M_t^1 \leftarrow M_t^1 - k_t \Delta \theta_t , \quad (9)$$

式中,  $M_t^1$  是颗粒接触扭矩的试算值,  $k_t = 0.5k_s R_c^2$  是颗粒接触的抗扭刚度<sup>[5]</sup>,  $\Delta \theta_t$  是接触的扭转角增量。

颗粒接触的抗扭强度按下式计算:

$$M_t^\mu = \max[0.65\mu(F_n + F_a)R_c, 0] . \quad (10)$$

颗粒接触的法向和切向刚度  $k_n$  和  $k_s$  可由颗粒接触的等效模量  $E^*$  和法切向刚度比  $\kappa^*$  计算<sup>[6]</sup>。

### 1.2 胶结力和胶结力矩

结构性黄土需要考虑颗粒之间的胶结作用,采用合适的胶结破坏准则。胶结力和弯矩计算的核心是胶结刚度和胶结强度的确定,为考虑胶结厚度和宽度对胶结刚度的影响,本文提出新的胶结刚度计算方法。为考虑胶结厚度和宽度对胶结抗拉、抗压、抗剪、抗弯和抗扭强度影响,采用 Shen 等<sup>[4]</sup>三维胶结接触模型框架,对抗剪、抗弯和抗扭强度包面计算式进行简化。

胶结力和力矩可按下式计算:

$$\mathbf{F}^b = F_n^b \hat{\mathbf{n}}_c + \mathbf{F}_s^b , \quad (11)$$

$$\mathbf{M}^b = \mathbf{M}_r^b + M_t^b \hat{\mathbf{n}}_c , \quad (12)$$

式中,  $\hat{\mathbf{n}}_c$  是切平面法线方向,  $F_n^b$  是法向胶结力,  $\mathbf{F}_s^b$  是切向胶结力,  $\mathbf{M}_r^b$  和  $M_t^b$  是胶结弯矩和扭矩。

胶结法向力按下式计算:

$$F_n^b \triangleq F_n^b - K_n^b A_b \Delta \delta_n , \quad (13)$$

式中,  $K_n^b$  是胶结法向刚度(单位: N/m<sup>3</sup>),  $A_b = \pi R_b^2$  是胶结截面积,  $R_b$  为胶结尺寸,  $\Delta \delta_n$  是法向位移增量。

胶结法向刚度的计算按照颗粒与胶结串联思路计算<sup>[7]</sup>,考虑了胶结厚度和宽度对胶结刚度的影响,不再赘述。用到的参数有胶结等效模量  $\bar{E}^*$ 、粘结材料模量折减系数  $\eta_E$  和胶结法切向刚度比  $\kappa_b$ 。

胶结切向力按下式计算:

$$F_s^b \triangleq F_s^b - K_s^b A_b \Delta \delta_s , \quad (14)$$

式中,  $K_s^b$  是胶结切向刚度(单位: N/m<sup>3</sup>)。

胶结切向刚度可根据下式计算:

$$K_s^b = K_n^b / \kappa_b , \quad (15)$$

式中,  $\kappa_b$  是胶结法切向刚度比。

胶结弯矩按下式计算:

$$\mathbf{M}_r^b \triangleq \mathbf{M}_r^b - K_n^b I_b \Delta \theta_r , \quad (16)$$

式中,  $I_b = 0.25\pi R_b^4$  是胶结截面惯性矩。

胶结扭矩按下式计算:

$$M_t^b \triangleq M_t^b - K_s^b J_b \Delta \theta_t , \quad (17)$$

式中,  $J_b = 0.5\pi R_b^4$  是胶结截面极惯性矩。

本文简化了 Shen 等<sup>[4]</sup>考虑胶结厚度和宽度的胶

结强度计算方法, 胶结抗压和抗拉强度按下式计算:

$$R_{nc}^b = \sigma_c^b A_b \frac{c_1}{\lambda_b^{c_3}} \exp\left(\frac{c_2 h_0^b}{2 R_b}\right), \quad R_{nt}^b = \sigma_t^b A_b, \quad (18)$$

式中,  $\sigma_c^b$  和  $\sigma_t^b$  分别为胶结材料抗压和抗拉强度, 在模型使用中,  $\sigma_t^b$  可由  $\sigma_c^b$  和拉压强度比  $\eta_\sigma$  计算  $\sigma_t^b = \eta_\sigma \sigma_c^b$ ;  $c_1 = 1.45$ ,  $c_2 = -0.7$  和  $c_3 = 1/6$  是反映胶结半径和胶结厚度对抗压强度影响的系数。

胶结抗剪、抗弯和抗扭强度按下列公式计算:

$$R_s^b = S_s^b (R_{nc}^b + R_{nt}^b), \quad (19)$$

$$R_r^b = S_r^b (R_{nc}^b + R_{nt}^b) R_b, \quad (20)$$

$$R_t^b = S_t^b (R_{nc}^b + R_{nt}^b) R_b, \quad (21)$$

式中,  $S_s^b$ ,  $S_r^b$  和  $S_t^b$  用来反映胶结抗剪、抗弯和抗扭包面的形状, 本文简化为下式:

$$S_i^b = m_i f_n^b [\ln(1/f_n^b)]^{3/5}, \quad (22)$$

式中  $m_i$  为参数, 对脆性胶结材料可以取为  $m_s=0.5$ ,  $m_r=0.3$ ,  $m_t=0.36$ 。正则化胶结法向力  $f_n^b$  按下式计算:

$$f_n^b = (F_n^b + R_{nt}^b) / (R_{nc}^b + R_{nt}^b). \quad (23)$$

经验证, 本文提出的简化包面能够很好的反映胶结法向力对胶结抗剪、抗弯和抗扭强度的影响规律。

复合荷载作用下按椭球计算胶结强度包面:

$$(|F_s^b|/R_s^b)^2 + (|M_r^b|/R_r^b)^2 + (M_t^b/R_t^b)^2 \leq 1. \quad (24)$$

胶结达到强度包面后会发生胶结破坏, 胶结破坏后即不再承担力和力矩(不可恢复)。

## 2 离散元试样制备

本文采用分层欠压法<sup>[8]</sup>生成含有 42180 个颗粒的立方体试样, 生成过程中考虑范德华力作用, 其大小按  $F_v = \sigma_{van} d^2$  计算,  $d$  取中值粒径  $d_{50}$ ,  $\sigma_{van} = 4 \text{ kPa}$  为范德华力系数。离散元模拟中采用的粒径级配曲线如图 1 所示。制样中局部阻尼系数为 0.7, 颗粒密度为  $2710 \text{ kg/m}^3$ 。等效模量  $E^* = 800 \text{ MPa}$ , 法切向刚度比  $\kappa^* = 1.5$ , 摩擦系数  $\mu = 0.5$ , 接触半径系数  $\beta = 0.21$ 。

## 3 接触模型参数

### 3.1 颗粒吸引力

黄土的颗粒吸引力包括范德华力和毛细力等, 假定颗粒吸引力(微观量)由黄土的基质吸力(宏观量)决定, 通过使黄土离散元试样三轴试验的黏聚力等于室内试验的吸力黏聚力, 标定出黄土离散元试样的颗粒吸引力如下式所示:

$$F_a = \sigma_a d_{50}^2 = d_{50}^2 s_u / \xi_a \left( 1 + \left( \frac{s_u}{c_{al} \exp(c_{a2} e_0)} \right)^{b_s} \right)^{1-1/b_s} + d_{50}^2 \sigma_{van}, \quad (25)$$

式中, 利用颗粒粒径正则化的颗粒吸引力系数  $\sigma_a$

(kPa) 是颗粒吸引力除以  $d_{50}^2$ 。 $s_u$  为基质吸力, 颗粒吸引力对离散元试样黏聚力影响系数  $\xi_a = 0.24$ , 非饱和重塑黄土室内三轴试验强度参数相关的系数  $c_{al}=750 \text{ kPa}$ 、 $c_{a2}=-4.5$  和  $b_s=1.6$ , 范德华力系数  $\sigma_{van} = 4 \text{ kPa}$ 。

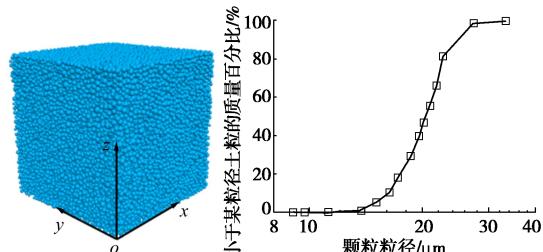


图 1 离散元试样及其粒径级配曲线

Fig. 1 DEM sample and grain-size distribution curve

因为假定颗粒吸引力由基质吸力决定, 在离散元模拟中需要计算试样的含水率和饱和度, 因此, 在数值模拟中需要引入基质吸力与有效饱和度的关系, 采用 Van Genuchten 模型<sup>[9]</sup>描述土水特性曲线, 即

$$S_e = (1 + (s_u/a_{sw})^{b_s})^{-1+1/b_s}, \quad (26)$$

式中,  $a_{sw}$  和  $b_s$  为拟合参数, 取  $a_{sw} = c_{s1} \exp(c_{s2} e)$  ( $c_{s1}=400 \text{ kPa}$ ,  $c_{s2}=-4.7$ ) 和  $b_s=1.6$ ,  $e$  为试样孔隙比。

### 3.2 胶结强度参数

选取胶结等效模量  $\bar{E}^* = 200 \text{ MPa}$ , 模量折减系数  $\eta_E = 0.2$ , 胶结法切向刚度比  $\kappa_b = 2$ , 胶结半径系数  $\lambda_b = 0.35$ , 取胶结拉压强度比  $\eta_\sigma = 0.1$ , 通过室内一维压缩试验(侧限压缩试验)和离散元模拟相对比而标定出胶结抗压强度  $\sigma_c^b$ 。胶结抗压强度可用下式表示:

$$\sigma_c^b = c_{y1} \exp(c_{y2} S_e e_0^2) - c_{un} (1 - S_e) / \xi_b, \quad (27)$$

式中,  $c_{y1} = 1350 \text{ kPa}$  和  $c_{y2} = -3.1$  为拟合参数。 $e_0$  为试样的初始孔隙比,  $S_e = (S_r - S_r^{\text{res}}) / (1 - S_r^{\text{res}})$  为有效饱和度,  $S_r$  为饱和度,  $S_r^{\text{res}}$  为残余饱和度, 本文取 5%。颗粒吸引力对离散元试样屈服应力影响参数  $c_{un} = 330 \text{ kPa}$ , 胶结对离散元试样屈服应力影响参数  $\xi_b = 0.018$ 。接触参数标定过程及相关参数物理意义详见文献[7]。胶结厚度  $h_0^b$  可由程序自动赋予, 即为颗粒之间的间距, 当颗粒有重叠量时, 胶结厚度为零。

## 4 离散元模拟结果

图 2 给出了结构性黄土离散元试样常规三轴试验应力应变曲线和体积应变变化曲线。从图中可以看出, 含水率的减小可以提高结构性黄土试样的抗剪强度、结构性黄土的应变软化和剪胀现象随含水率的减小而加强, 能够反映常见的室内试验结果<sup>[10]</sup>。对于较高含水率的情况, 在低围压下颇似刚塑性, 达到峰值后呈现微弱软化, 体应变呈现先剪缩后剪胀; 对于含水率很低的情况, 试样呈现明显的应变软化特性, 体应变仅在很小轴向应变时有微弱剪缩而后发生明显剪胀。

图3给出了7.1%含水率结构性黄土离散元试样常规三轴湿陷试验试样增湿引起的轴向应变变化。可以看出，对于三轴湿陷试验，当试样不发生湿陷破坏时，两种增湿方法引起的轴向应变都大于相同应力状态下饱和土的轴向应变（与室内试验结论相同），当增湿应力状态接近饱和结构性土的抗剪强度时，试样增湿后会发生破坏（轴向应变达到15%以上变形不能稳定）。

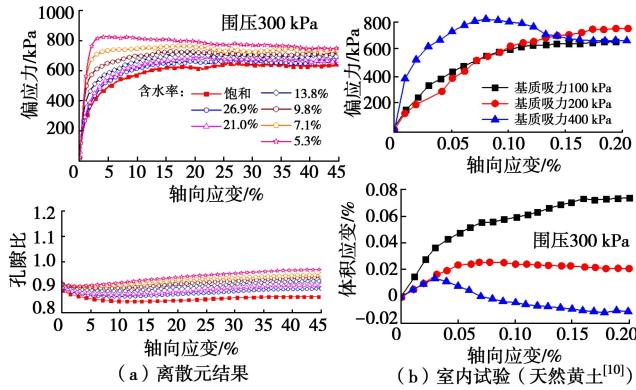


图2 常规三轴试验偏应力和孔隙比变化曲线

Fig. 2 Change of deviator stress and void ratio during triaxial tests

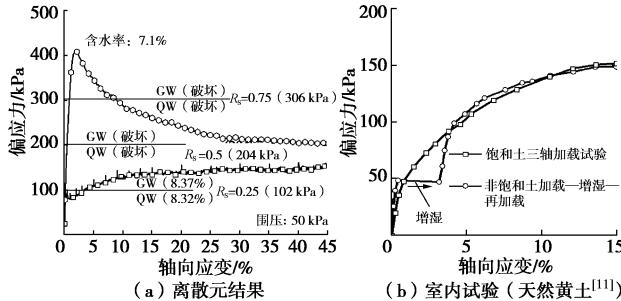


图3 湿陷试验后的轴向应变变化 ( $\sigma_3=50$  kPa)

Fig. 3 Axial strains observed in wetting tests ( $\sigma_3=50$  kPa)

## 5 结 论

本文考虑黄土颗粒间范德华力和毛细力作用和黄土颗粒间化学胶结作用，提出了黄土三维胶结接触模型，并进行黄土三轴试验及复杂应力状态湿陷试验离散元模拟，验证了模型的有效性，为后续非饱和结构性黄土宏观特性的离散元数值研究提供了基础。

本文提出的三维接触模型抓住了结构性黄土微观接触的主要特点：

- (1) 离散元制样考虑颗粒间范德华力的作用。
- (2) 考虑颗粒间的抗弯和抗扭能力，从而可模拟土体较高的内摩擦角。
- (3) 考虑非饱和黄土颗粒间毛细力作用，相邻颗粒相互接触后可自动赋予毛细力（可恢复），毛细力可以提高颗粒接触的抗拉、抗剪、抗弯和抗扭能力，可用于反映黄土的非饱和性。
- (4) 考虑黄土颗粒间化学胶结作用，胶结破坏

后不可恢复。胶结破坏包面考虑了胶结尺寸影响和胶结法向力对胶结抗剪、抗弯及抗扭强度的影响。

## 参考文献：

- [1] BARDEN L, MCGOWN A, COLLINS K. The collapse mechanism in partly saturated soil[J]. Engineering Geology, 1973, 7(1): 49 - 60.
- [2] DELENNÉ J Y, EIYOUSSOUFI M S, CHERBLANC F, et al. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2004, 28(15): 1577 - 1594.
- [3] JIANG M J, SUN Y G, LI L, et al. Contact behavior of idealized granules bonded in two different interparticle distances: An experimental investigation[J]. Mechanics of Materials, 2012, 55: 1 - 15.
- [4] SHEN Z F, JIANG M J, WAN R. Numerical study of inter-particle bond failure by 3D discrete element method[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, 40(4): 523 - 545.
- [5] JIANG M J, SHEN Z F, WANG J F. A novel three-dimensional contact model for granulates incorporating rolling and twisting resistances[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 65: 147 - 163.
- [6] ITASCA. User manual of particle flow code[Z].2015.
- [7] 李涛. 非饱和结构性黄土三维离散元模拟与本构模型研究[D]. 上海: 同济大学, 2017. (LI Tao. Three-dimensional DEM simulation and constitutive model of unsaturated structural loess[D]. Shanghai: Tongji University, 2017. (in Chinese))
- [8] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(7): 579 - 597.
- [9] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(5): 892 - 898.
- [10] GARAKANI A A, HAERI S M, KHOSRAVI A, et al. Hydro-Mechanical behavior of undisturbed collapsible loessial soils under different stress state conditions[J]. Engineering Geology, 2015, 195: 28 - 41.
- [11] 张苏民, 郑建国. 力和水作用先后次序对湿陷性黄土力学性状的影响[J]. 勘察科学技术, 1990, 3: 10 - 14. (ZHANG Su-min, ZHENG Jian-guo. Influence of order of force and water on mechanical properties of collapsible loess[J]. Site Investigation Science and Technology, 1990, 3: 10 - 14. (in Chinese))

(责编：黄贤沙)