

DOI: 10.11779/CJGE2019S1005

基于影像源法的基坑开挖引起的土体水平位移预测

徐日庆^{1, 2}, 程 康^{1, 2}, 应宏伟^{1, 2}, 冯苏阳^{1, 2}, 林存刚^{3, 4}, 杨鸿玉⁵

(1. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 3. 挪威岩土工程研究所, 奥斯陆 0806, 挪威; 4. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室; 5. 中国建筑第八工程局有限公司, 上海 200135)

摘 要: 基坑开挖将使土体产生附加水平位移, 过大的水平位移会使邻近地下结构物受到破坏。基于影像源法, 并充分发挥基坑围护结构易于实测的优势, 推导了在基坑开挖下的坑外土体水平位移半解析式, 分析中, 通过定义土体的不均匀收敛系数, 考虑了当前研究中大都忽略的土体收敛非均匀性, 与实际情况更接近。同工程实测数据的对比验证了所提方法的准确性。进一步参数分析表明: 不考虑土体收敛非均匀性的坑外土体水平位移计算值同实测相比, 会低估上部土体水平位移, 高估下部土体水平位移, 因而同实测出现一定偏差, 且当土体愈靠近基坑, 偏差愈明显, 可见考虑土体的非均匀收敛愈有必要。计算发现, 当不均匀系数介于3~6时, 计算结果同实测吻合较好。本文研究成果可为预测基坑开挖诱发土体水平位移提供一种新的探究思路。

关键词: 基坑开挖; 影像源法; 不均匀收敛系数; 土体收敛

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)S1-0017-04

作者简介: 徐日庆(1962—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土与结构相互作用方面的研究与学习。E-mail: xurq@zju.edu.cn。

Prediction of horizontal displacement of soils caused by excavation of foundation pits based on virtual mirror technology

XU Ri-qing^{1, 2}, CHENG Kang^{1, 2}, YING Hong-wei^{1, 2}, FENG Su-yang^{1, 2}, LIN Cun-gang^{3, 4}, YANG Hong-yu⁵

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Research Center of Coastal and Urban

Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China; 3. Norwegian Geotechnical Institute, Oslo 0806,

Norway; 4. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092,

China; 5. China Construction Eighth Engineering Division, Co., Ltd., Shanghai 200135, China)

Abstract: The excavation of foundation pits will cause additional horizontal displacement of soils, and the excessive horizontal displacement will damage the adjacent underground structures. Thus, based on the virtual mirror technology and taking full advantages of the easy measurement of deformation of retaining structures, the semi-analytical formula for horizontal displacement of soils outside pits under excavation is derived, during which the uneven shrinkage coefficient of soils is defined, so the non-uniform convergence of soils, neglected in the current researches, is considered. Then, the measured results from the published case are selected to be compared with the proposed analytical solutions. Fairly good agreements are obtained between the proposed method and the measurements. And further parameter analysis shows for the horizontal displacement of soils outside the foundation pits, the calculated results without considering the uneven shrinkage of the soils will underestimate that of the upper soil and overestimate that of the lower soil. Therefore, there is a certain deviation from the measured values. And when the soils are nearer to the foundation pits, the deviation is more obvious, so to consider the uneven shrinkage of the soils is necessary. When the non-uniform coefficient is between 3 and 6, the calculated value is in good agreement with the measured one. The proposed method can provide a new way to predict the horizontal displacement of soils induced by excavation of foundation pits.

Key words: excavation of foundation pit; virtual mirror technology; uneven shrinkage coefficient; soil shrinkage

0 引 言

城市的快速发展加之土地资源的日益紧缺使得越

基金项目: 浙江省重点研发计划项目(2018C03G2010707); 国家自然科学基金项目(41672264, 41702313)

收稿日期: 2019-04-28

*通讯作者(E-mail: ice@zju.edu.cn)

来越多的地下空间得到开发,由此引发的一系列环境问题也愈发突出,在这之中,土体开挖诱发的坑外土体水平位移不得不引起重视。当前,在有关解析理论的研究中,Sagaseta^[1]结合影像源法和固体力学解推导了半无限空间内一定土体损失所引起的土体位移解析公式;之后 Xu 等^[2]用二次函数拟合围护结构的挠曲变形,利用“面积等效”的思想再结合 Sagaseta^[1]所提出的地层位移解析式,即给出了坑外土体水平位移计算式。然而基坑围护结构挠曲变形形态各异,一律采用二次函数拟合难免误差较大,再就是当围护结构底部土体有不可忽略的位移时,忽略结构底部的位移也会造成一定误差。

事实上,Sagaseta^[1]解的推导建立在土体均匀收敛的位移模式下,然而由于重力等诸多外界因素的存在,土体均匀收敛的位移模式偏于理想,当前既有文献中有关从 Sagaseta^[1]解思想出发进一步衍生而来的解析式并不少见^[3],且被较为广泛地应用到诸如基坑开挖、隧道掘进等土方开挖所引起的土体位移场的解析计算中。其中,在有关探究盾构掘进引起土体位移解析计算中,土体收敛的非均匀性已引起了较多的注意,如林存刚等^[3]指出土体的均匀收敛与实际不符,接着针对该不足,林存刚等^[3]进一步考虑了土体的不同收敛模式,发现考虑土体非均匀收敛后的计算结果较有限元法更接近实测。然而,同样是基于 Sagaseta^[1]解,其在计算基坑开挖所引起的土体位移中,土体收敛过程的非均匀性却鲜见报道,显然这是值得关注的。

综上所述,本文在 Sagaseta^[1]解、Xu 等^[2]的研究基础上,从实际情况出发,结合林存刚等^[3]的建议,充分考虑土体收敛的非均匀性,定义了能够描述土体非均匀收敛程度的非均匀系数,在此之上,推导出基坑开挖引起的坑外土体水平位移解析式,从而为预测基坑开挖诱发土体水平位移提供一种新的理论途径。

1 基坑开挖引起坑外土体水平位移的理论解析

1.1 圆孔非均匀收敛下地层位移公式推导

“虚拟镜像技术”被广泛应用于求解由地层损失引起的土体位移场,由 Sagaseta^[1]于 1987 年最先引入。

首先做如下假定:①土体为各向同性、均质且不可压缩弹性体。②圆孔外部土体的收敛始终保持径向。图 1 为圆孔非均匀径向收敛示意图,图 2 为圆孔非均匀收敛模式下的土体位移计算示意图。

如图 2,在土体均匀径向收敛模式下,半径为 δ 的圆孔 o_1 收敛完全时,距离圆心 o_1 为 r_1 的外部土体,相应也会发生径向均匀收敛,且其收敛中心及收敛值

为 o_1 和 u_0 ;而在土体非均匀径向收敛模式下,圆孔 o_1 收敛完全时,距圆心 o_1 为 r_1 的外部土体,相应则会发生非均匀收敛,此时收敛中心则变为 o_2 ,圆 o_1 顶、底部的径向收敛位移分别为 u_1 和 u_2 ,而对圆上任意圆心角 θ 处的土体,其径向收敛位移为 $u_{r\theta}$ 。

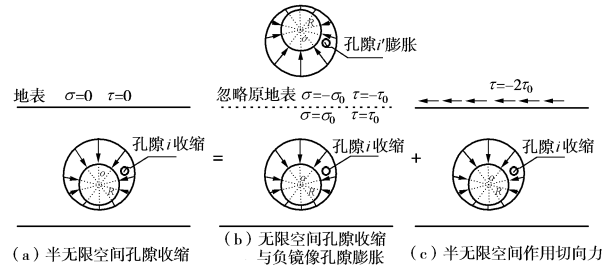


图 1 土层非均匀收敛模型

Fig. 1 Model for uneven intrusion of surrounding soils

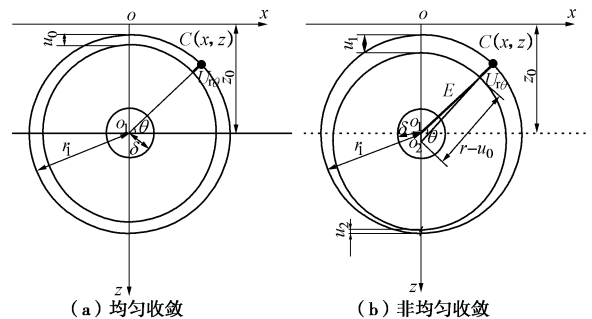


图 2 非均匀收敛模式下土体位移计算模型

Fig. 2 Model of soil movements under uneven intrusion mode

由圆孔面积等于土收敛面积,可得

$$\pi\delta^2 = \pi[r_1^2 - (r_1 - u_0)^2] \quad (1)$$

$$u_0 \approx \frac{\delta^2}{2r_1} \quad (2)$$

式中 以 o_1 为圆心的两圆半径分别为 δ , r_1 ; u_0 为半径为 δ 的小圆完全收敛时,对半径为 r_1 的大圆,其上任意位置土体发生径向均匀收敛时的土体收敛位移。

非均匀收敛时,定义半径为 r_1 的大圆顶部收敛位移 u_1 与底部收敛位移 u_2 之比为非均匀收缩系数 n :

$$n = u_1/u_2 \quad (3)$$

以三角形 o_1o_2E 为研究对象, $o_1E=r_1-u_{r\theta}$, $o_1o_2=u_1-u_2$, $o_2E=r_1-u_0$, $\angle Eo_1o_2=\theta+\pi$,由余弦定理可得

$$(r_1 - u_0)^2 = (u_1 - u_0)^2 + (r_1 - u_{r\theta})^2 - 2(u_1 - u_0)(r_1 - u_{r\theta}) \cdot \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

结合式 (1) ~ (4),解得在非均匀收敛模式下,半径为 r_1 ,圆心角为 θ 位置处的土体径向收敛值为

$$u_{r\theta} = \frac{\delta^2}{2r_1} \frac{n-1}{n+1} \sin\theta + r_1 - \sqrt{\frac{\delta^4}{4r_1^2} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \cos^2\theta \right] - \delta^2 + r_1^2} \quad (5)$$

令不均匀系数 n 等于 1, 即由非均匀收敛退化为均匀收敛, 式 (5) 退化为 $u_{r1\theta}=u_0$ 。

由式 (5) 可获得其水平以及竖向位移分量 u_{1x1} ,

u_{1z1} :

$$u_{1x1} = \frac{-x_1 \delta^2 (z_0 - z_1) \frac{n-1}{n+1} - x_1 + \sqrt{\frac{\delta^4 x_1^2}{4r_1^4} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_1^2} \right] + x_1^2 - \frac{\delta^2 x_1^2}{r_1^2}}}{2r_1^3 \frac{n-1}{n+1}} \quad (6)$$

$$u_{1z1} = \frac{\delta^2 (z_0 - z_1)^2 \frac{n-1}{n+1} + (z_0 - z_1) \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{\delta^4}{4r_1^4} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_1^2} \right] - \frac{\delta^2}{r_1^2} + 1} \right]}{2r_1^3 \frac{n-1}{n+1}} \quad (7)$$

类似地, 在无限空间内由负镜像圆孔膨胀在点 $C(x_1, z_1)$ 处产生的水平及竖向位移分量分别为

$$u_{2x1} = \frac{x_1 \delta^2 (z_0 - z_1) \frac{n-1}{n+1} + x_1 - \sqrt{\frac{\delta^4 x_1^2}{4r_2^4} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_2^2} \right] + x_1^2 - \frac{\delta^2 x_1^2}{r_2^2}}}{2r_2^3 \frac{n-1}{n+1}} \quad (8)$$

$$u_{2z1} = \frac{\delta^2 (z_0 - z_1)^2 \frac{n-1}{n+1} + (z_0 - z_1) \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{\delta^4}{4r_2^4} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \frac{x_1^2}{r_2^2} \right] - \frac{\delta^2}{r_2^2} + 1} \right]}{2r_2^3 \frac{n-1}{n+1}} \quad (9)$$

$$r_2 = \sqrt{x_1^2 + (z_0 + z_1)^2} \quad (10)$$

叠加圆 o_1 及其负镜像圆分别产生的水平位移、竖向位移, 即可完成图 1 (b) 部分产生的位移。

$$\left. \begin{aligned} u_{x1} &= u_{1x1} + u_{2x1} \\ u_{z1} &= u_{1z1} + u_{2z1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

下面继续求图 1 (c) 产生的位移, 即在地表剪应力作用下, 土体内部任意点处产生的水平向位移。式 (11) 给出了图 1 (b) 下的点 $C(x_1, z_1)$ 处的土体水平及竖向位移 u_{x1}, u_{z1} 。类似地, 对土体内任意点 (x, z) 处的位移 u_x, u_z 同理可求, 之后再利用 u_x, u_z 来求解由圆孔 o_1 的收敛于地表 $(x, 0)$ 处产生剪应力 τ_x :

$$\tau_x = G\gamma = -3G\delta^2 \frac{n-1}{n+1} \frac{xz_0^2}{(x^2 + z_0^2)^{2.5}} \quad (12)$$

式中, G 为土体剪切模量, 图 3 给出了不同不均匀收敛系数 n 下的地表剪应力 τ_x 的分布, 可见: 地表剪应力在圆孔两侧呈对称分布, 同时随 n 的增大, 圆孔不均匀收缩的程度加剧, 地表剪应力 τ_x 显著增大, 即呈正相关, 但与此同时剪应力的“增幅”会显著减小, 渐趋于 0, 计算表明: 当 n 取 9 时, 继续增大 n , 剪应力大小已近乎无明显变化; 其次, 地表剪应力 τ_x 峰值出现在中心 $x=0$ 位置处, 之后剪应力 τ_x 向两边急速衰

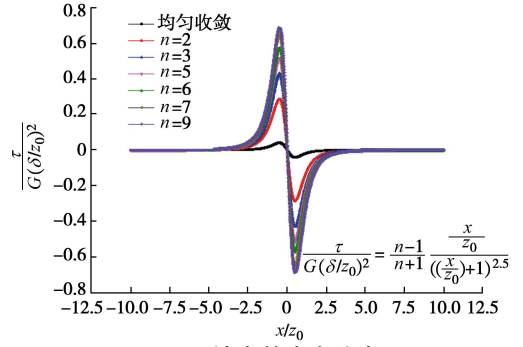


图 3 地表剪应力分布

Fig. 3 Distribution of surface shear stresses

再由由平面应变条件下的 Cerrutti 应力解^[4]及数值积分求解地表剪应力作用下的土体水平位移即可。

1.2 平面应变条件下的 Cerrutti 解^[4]

图 4 为全局坐标系及局部坐标系下的 Cerrutti 解示意图, 在局部坐标系 $x'o'z'$ 下, 由 Cerrutti 解^[4]可得当剪应力 τ_x 作用于 $o'(0, 0)$ 时, 引起土体任意点 $C'(x'_1, z'_1)$ 处 x, z 方向的应力 σ_x, σ_z 分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{-2}{\pi} \tau_x \frac{x_1^3}{(x_1^2 + z_1^2)^2} \\ \sigma_z &= \frac{-2}{\pi} \tau_x \frac{x_1' z_1'^2}{(x_1'^2 + z_1'^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

再由应力推导 x 方向的应变 ε_x :

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z \right) \quad (14)$$

式中, ν 为泊松比。

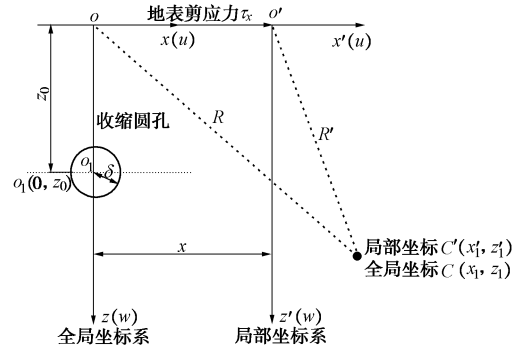


图 4 Cerrutti 解示意图

Fig. 4 Sketch of Cerrutti's solution

由应变 ε_x 积分求位移 u_x :

$$u_x = \int \varepsilon_x dx = (1+\nu) \frac{-\tau_x}{E \cdot \pi} \left[\frac{z_1'^2}{x_1'^2 + z_1'^2} + (1-\nu) \ln(x_1'^2 + z_1'^2) \right] \quad (15)$$

需要说明的是, 通常在应用 Cerrutti 基本解时, 需水平集中力作用于局部坐标系, 即 $x'o'z'$ 的原点 $o'(0, 0)$, 实际应用并不方便, 需通过坐标变换进一步推导出水平集中力作用于全局坐标系 xoz 任意点 $(x, 0)$ 时的 Cerrutti 解的一般形式。如图 5 所示, 全局坐标 xoz 与

局部坐标 $x'o'z'$ 两坐标系相互平行, 且局部坐标系 x' 轴偏移全局坐标系 z 坐标原点 $o(0, 0)$ 的距离为 x , 满足 $x'_1 = x'_1 - x$, $z'_1 = z_1$, 由此可得全局坐标系下任意点 $C(x_1, z_1)$ 处水平向位移:

$$u_x = (1 + \nu) \frac{-\tau_x}{E \cdot \pi} \left[\frac{z_1^2}{(x_1 - x)^2 + z_1^2} + (1 - \nu) \ln[(x_1 - x)^2 + z_1^2] \right] \quad (16)$$

对式 (16) 沿整个地表剪应力范围内数值积分, 即可得在地表剪应力作用下, 土体内某点 $C(x_1, z_1)$ 处产生的水平向位移 u_{3x_1} :

$$u_{3x_1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3\delta^2}{2\pi} \cdot \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{xz_1^2}{(x^2 + z_1^2)^{2.5}} \cdot \left[\frac{z_1^2}{(x_1 - x)^2 + z_1^2} + (1 - \nu) \ln[(x_1 - x)^2 + z_1^2] \right] dx \quad (17)$$

最后叠加可得总的水平向位移 U_x :

$$U_x = u_{1x_1} + u_{2x_1} + u_{3x_1} \quad (18)$$

式 (18) 的物理意义: 在全局坐标系 xoz 下, 圆心位于 $(0, z_0)$ 处, 半径为 δ 的圆 o_1 发生非均匀径向收敛时, 土体中任意点 $C(x_1, z_1)$ 处产生的总水平位移。

1.3 基坑开挖下坑外土体水平位移场推导

利用面积等效思想, 将实测围护结构挠曲变形化为足够多的微段, 对任意微单元 dh , 其面积近似为 $f(h_i)dh$, 则镜像处理后的微段总面积为 $2f(h_i)dh$, 由面积等效原则, 等效圆的半径为 $(2f(h_i)dh/\pi)^{0.5}$, 计算每一微段对该任意点的位移贡献并叠加, 即可获坑外土体水平位移:

$$S_z(x, z) = \sum_{i=1}^n S_{zi}(x, z) \quad (19)$$

2 和实测对比^[5]

天津弘泽城 PLOT2 项目基坑位于天津塘沽区洞庭路, 场地土层由第四系填土、全新统陆相冲积层和海相沉积层等组成。该基坑整体挖深 7 m, 采用双排灌注桩为支护结构, 如图 5 所示, 限于篇幅所限, 基坑围护桩挠曲变形实测等其它详尽信息见文献[5]。

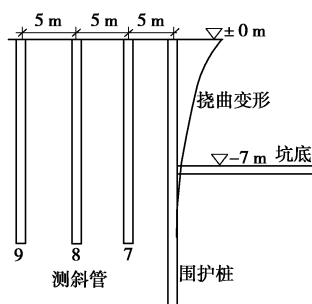


图5 基坑监测剖面示意图

Fig. 5 Schematic diagram of pit and monitoring profile

如图 6 所示, 分别给出了在不同不均匀系数 n 下, 实测值和用本文方法计算出的坑外土体侧移值, 整体而言, 3 种不同系数下的计算值与实测值均较为接近, 这在一定程度上验证了 Xu 等^[2]方法的可行性; 其次, 当 n 分别取 1, 3, 6, 1000 时, 其中, n 取 1 时非均匀收敛可退化为均匀收敛, 而 n 取 1000 可认为是土体非均匀收敛的极限。计算出的表层土体位移值会逐渐增大, 而深层位移则是逐渐减小, 产生上述现象的原因在于: 对每一个“等效积分小圆孔”而言, 当 $n=1$ 时, 圆孔为均匀收敛, 当 n 大于 1 时, 等效小圆孔顶部的收敛将会大于底部, 按本文理论计算出的土体表层的位移会变大, 底部减小, 且 n 越大, 这种不均匀性将越强; 另一方面随着距围护结构的距离 x 逐渐从 15 m 减到 10, 5 m, 坑外水平位移会越大, 故不同系数 n 下的土体位移计算值与实测值的差异也将会愈加明显。综合来看, 实测值更接近 n 取 3~6 的计算结果。

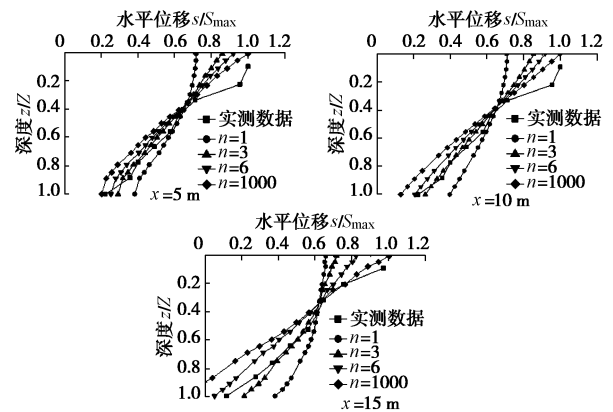


图6 土体水平位移对比分析

Fig. 6 Comparative analysis of horizontal displacements of soils

3 结 论

(1) 基于土体均匀收敛推导而来的坑外土体水平位移计算值在土体上部会出现低估, 而在土体下部会出现高估, 算例分析表明, 且当土体离基坑愈近, 偏差愈明显, 考虑土体收缩的不均匀性愈有必要, 不均匀系数介于 3~6 时, 计算值与实测值吻合较好。

(2) 不均匀收敛系数 n 越大, 由推导出的基坑位移公式计算出的表层土体水平位移值越大, 底层随位移值越小。随坑外土体距围护结构由远及近, 考虑圆孔不均匀收敛的计算值同均匀收敛的计算值差异越大。

参考文献:

- [1] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, 37(3): 301 - 320.

(下转第 72 页)