

DOI: 10.11779/CJGE201912024

基于 3D-ILC 单轴拉伸双平行内裂纹扩展规律研究

郁舒阳^{1,2}, 王海军², 任 然³, 汤 雷², 钟凌伟¹, 张志韬², 汤子璇²

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210024; 2. 南京水利科学研究院水文水资源与水利工程国家重点实验室, 江苏 南京 210029;

3. 深圳水务(集团)有限公司, 广东 深圳 518031)

摘 要: 多裂纹相互作用是断裂力学研究的重要内容, 但是针对单轴拉伸下的三维多内裂纹相互作用研究较少。基于 3D-ILC 技术, 在完整立方体试件中生成三维双平行内裂纹, 对不同错距 d 开展单轴拉伸试验, 分析了断裂过程、应力云纹、起裂与破坏荷载及断口特征, 基于 M 积分和 MTS 准则开展裂纹扩展路径及相互作用模拟。结果表明: ①内裂纹错距为 2 mm 时相互“吸引”, 错距为 6 与 10 mm 先相互“吸引”后“排斥”; ②三维双内裂纹单轴拉伸下具有“合并分界”、“漏斗状”特征等断裂形态, 其中裂纹中心侧发生 I-II 型复合断裂, 外侧发生纯 I 型断裂; ③初始应力云纹在预制裂纹尖端呈现“花瓣状”, 裂纹相互“吸引”过程中应力云纹在中心侧裂纹尖端呈现“括弧状”; ④试样强度与裂纹间错距成正比, 错距为 2, 6, 10 mm 抗拉强度相对完整试样下降百分比分别为 63.39%, 50.79%, 41.09%。起裂荷载与最终破坏荷载的比值分别为 12.92%, 15.16%, 13.57%; ⑤基于 M 积分, 得出内裂纹 I、II 型应力强度因子分布规律, 基于 MTS 裂纹扩展判据, 实现三维双内裂纹的相互作用扩展全过程数值模拟, 与试验一致。研究结果为三维双平行内裂纹相互作用研究提供试验与理论基础。

关键词: 3D-ILC; 断裂力学; 裂纹扩展; 双内裂纹; 脆性固体; 裂纹相互作用

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)12-2367-07

作者简介: 郁舒阳(1993—), 男, 博士研究生, 研究方向为脆性固体断裂力学。E-mail: yushuyang_hhu@163.com。

Propagation of double internal cracks under uniaxial tension based on 3D-ILC

YU Shu-yang^{1,2}, WANG Hai-jun², REN Ran³, TANG Lei², ZHONG Lin-wei¹, ZHANG Zhi-tao², TANG Zi-xuan²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China; 2. State Key Laboratory of

Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 3. Shengzhen

Water Group, Shenzhen 518031, China)

Abstract: The multiple-crack interaction is an important research topic in fracture mechanics, but few studies have focused on the interaction of 3D internal cracks under uniaxial tension. 3D double internal cracks are generated based on 3D-ILC. Uniaxial tensile tests are performed on the specimens with different vertical spacings (d). The fracture process, stress moire, crack initiation, failure load and fractography are analyzed. Then the numerical simulation is carried out. The results show that: (1) The the two cracks attract eath other when d is 2 mm, while they first attract then repulse each other when d is 6 or 10 mm. (2) The fracture morphologies such as “intersection boundary” and “funnel” are observed. I-II mixed-mode fracture occurs inside the crack, and mode I fracture occurs at the outer side. (3) Through the stress moire, the petal-shaped stripe can be observed at the crack tips, and the parentheses-shaped stripe appears during the process of attraction. (4) The strength of the specimens is proportional to d . Compared with that of the intact samples, the tensile strength decreases by 63.39%, 50.79% and 41.09%, respectively. (5) The distributions of mode I and II stress intensity factors are obtained based on M -integral, and the crack propagation is simulated according to MTS, which is consistent with the tests. The results may provide experimental support for the corresponding theoretical researches.

Key words: 3D-ILC; fracture mechanics; crack propagation; double internal crack; brittle solid; crack interaction

基金项目: 国家自然科学基金项目(51409170, 51739008, U1765204);
江苏省自然科学基金项目(BK20171130); 中央级公益性科研院所基
本科研业务费项目(Y419005)

收稿日期: 2018-09-21

*通讯作者(E-mail: hjwang@nhri.cn)

0 引 言

内裂纹及类裂纹缺陷广泛存在于岩石、金属、混

凝土等材料中，影响巨大，而多裂纹相互作用是材料重要致灾因素。针对这一问题，国内外学者在理论、试验及数值模拟三方面进行了大量的探索研究。

(1)理论研究方面大多局限于二维裂纹，如 Horri 等^[1]利用 Kachanov 法推导了平行双裂纹在轴拉情况下的应力强度因子公式；朱维申等^[2]利用 Schwarz 交替法研究了任意两个平面裂纹间的相互作用，而对三维内裂纹相互作用研究则相对落后。

(2)试验研究方面对多裂纹相互作用的研究大多也集中于二维穿透裂纹或者三维表面裂纹：如 Tang 等^[3]对轴压荷载下含双裂纹板的裂纹扩展过程进行了试验研究；Soboyejo 等^[4]对纯弯情况下的两个共面半钱币形表面裂纹的扩展规律进行了探讨，发表在物理学顶级期刊 Physical Review Letters 上的三篇双裂纹相互作用的文章^[5-7]也未跳出二维维度，而对三维内裂纹相互作用研究仅见报道于单轴压缩^[8-9]。事实上，材料在拉应力作用下更容易失效，但是限于技术手段，未有在拉伸作用下的多内裂纹相互作用试验报道。

(3)数值模拟研究方面对于二维裂纹相互作用研究较多^[10-11]，但是对于三维多内裂纹相互作用研究上主要存在两个问题：一是断裂判据的选择问题，二是内裂纹真实扩展路径模拟问题，严重阻碍了三维内裂纹相互作用规律的分析与预测。

针对以上问题，本文采用物理试验展现规律，基于 3D-ILC 技术^[12]，生成不同错距的双内裂纹，解决了三维内裂纹生成问题。采用一套适用于脆性固体单轴拉伸的试验装置，同时借助应力双折射实时观测应力分布，开展三维内裂纹相互作用拉伸试验，得到裂纹扩展过程，应力双折射规律，相互作用下裂纹形态及典型断口特征。理论判据及数值模拟方面，利用 M 积分得到裂纹前缘的 I、II 型应力强度因子分布，同时基于 MTS 实现了裂纹相互作用扩展全过程模拟。

1 试样的制备与试验方法

1.1 3D-ILC

3D-ILC 是王海军等^[12]于 2017 年提出，实现了在材料内部制作任意内裂纹。目前已经成功应用于孔口问题^[13]、巴西圆盘^[14]等研究。

1.2 试样材料

正如李世愚^[15]所述：“固体力学的所有开拓性实验都采用玻璃作为基本样品材料，断裂力学也不例外”。试验材料选用玻璃主要具有两个优势：①均质，各向同性，在裂纹萌生前严格遵循胡克定律；②应力双折射光敏材料，使应力分布观测成为可能；③玻璃的拉压比可达 1/13~1/33，与岩石材料的拉压比(1/12~1/35)相近，可为岩石提供参考。

1.3 试验方案

为研究含不同错距下的双内裂纹立方体试件在单轴拉伸作用下的裂纹相互作用规律，一共设置 3 组试验，标号 A1~A3，裂纹竖直间距 d 分别取为 2 (A1)，6 (A2) 与 10 mm (A3)，试验设计与拟分析内容详见表 1，其中立方体试件的边长 $l=60$ mm，裂纹尺寸 $2c=10$ mm，为标准圆形内裂纹，裂纹水平间距 $L=6$ mm，双裂纹立方体试件尺寸见图 1。

表 1 试验方案

Table 1 Experimental schemes						
试样 编号	裂纹垂直间 距 d/mm	拟分析内容				
		应力 云纹	破坏 荷载	破坏 形态	断口 特征	数值 模拟
A1	2	是	是	是	是	是
A2	6	是	是	是	是	是
A3	10	是	是	是	是	是

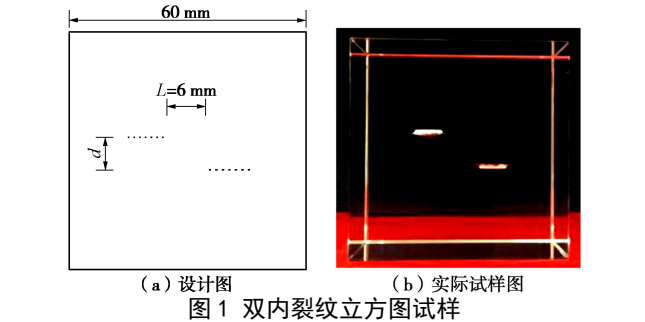


图 1 双内裂纹立方图试样

Fig. 1 Cubic specimen with double internal cracks

1.4 拉伸试验装置及测试系统

(1) 黏接法拉伸装置

以往单轴拉伸试验多采用穿孔法、夹持法或者植筋法，这些方法均不适用于玻璃材料。本文设计了黏接法，运用高强度的黏接剂把试件黏接到试验机拉头进行直接拉伸试验。试验装置结构如图 2 所示，主要优势体现在：①黏接法试件受力均匀，无明显应力集中；②保证了试件的轴心受拉。

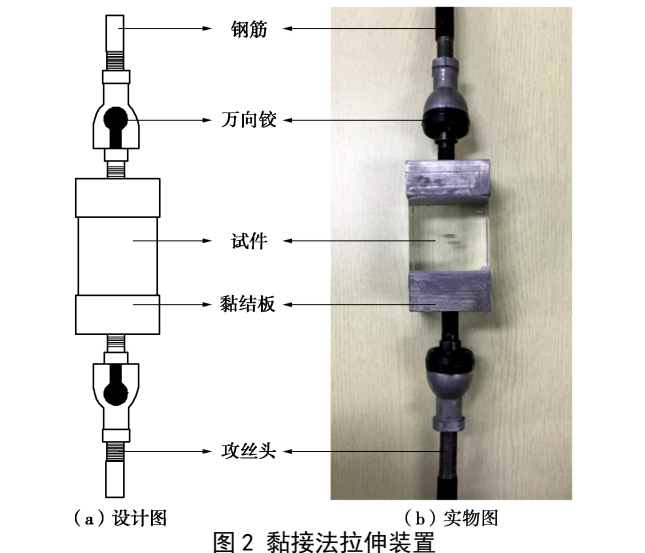


图 2 黏接法拉伸装置

Fig. 2 Loading devices with bonding method

(2) 试验测试系统

本试验采用 SUNS-650W 电液伺服加载系统, 该系统拥有位移以及应力两种加载模式, 本次试验采用力值加载控制方式, 加载速率为 0.05 kN/s, 摄像头用来监测裂纹的萌生及扩展动态变化, 仪器设备及试验加载系统如图 3 所示。

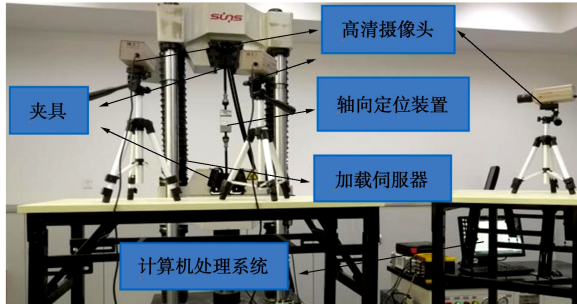


图 3 加载系统

Fig. 3 Loading system

1.5 应力双折射效应的应用

非晶体介质诸如玻璃在受力状态下表现出光学各向异性, 当一束光线通过有内应力的玻璃时, 将产生传播速度不同的两束光线, 遵循折射定律的寻常光 o 和不遵循折律的非常光 e , 此为应力双折射现象。 o 和 e 频率、振动方向相同, 存在固定相位差, 可产生干涉条纹, 由此可实现应力场分布动态变化观测^[16]。

2 扩展过程、云纹及荷载规律

为便于理解, 本节将直接给出试样裂纹扩展破坏过程及应力云纹, 如图 4 所示, 左边为无应力双折射情况下的双内裂纹扩展过程, 右侧为应力双折射规律。

2.1 破坏过程分析

本文沿用 Fender 等^[5]、Dalbe 等^[6]对双裂纹相互作用的表述, 裂纹尖端相互接近称之为“吸引”(attraction),

而裂纹尖端相互远离为“排斥”(repulsion)。

(1) 试样 A1

试件 A1 起裂荷载为 1.36 kN。前期双裂纹中心侧尖端扩展明显快于外侧, 当裂纹中心侧尖端扩展通过中心线时, 中心侧尖端相互“吸引”。加载后期裂纹外侧尖端开始迅速扩展, 最终破坏荷载为 10.22 kN。

(2) 试样 A2

试件 A2 起裂荷载为 1.82 kN, “吸引”现象与试件 A1 相同, 但是弯曲程度较小, 加载后期优势裂纹加速扩展, 中心侧尖端相互远离, 呈现先“吸引”后“排斥”规律, 最终荷载达到 12.32 kN 时, 试件破坏。

(3) 试样 A3

试件 A3 起裂荷载为 2.05 kN, 破坏规律与 A2 类似, 呈现先“吸引”后“排斥”规律, 但“吸引”过程中的裂纹弯曲程度更小。试件破坏荷载为 14.22 kN。

2.2 内裂纹相互作用的云纹规律

通过应力云纹可以定性观测双内裂纹裂纹相互作用的应力变化规律, 由图 4 可以发现:

(1) 加载初期, 预制裂纹尖端应力云纹呈现“花瓣状”, 表明在预制裂纹尖端出现了应力集中。

(2) 预制裂纹的中心侧尖端的“花瓣状”大小要明显大于外侧尖端, 结合第 2.1 节, 预制裂纹中心侧尖端存在相互作用, 相互作用力要大于外侧尖端。

(3) 随着 d 的增大, 中心侧尖端的“花瓣状”云纹逐渐变小, A3 内外侧“花瓣状”云纹大小几乎一样, 说明 d 的增大减弱了裂纹中心侧尖端相互作用程度。

(4) “吸引”过程中, 中心侧裂纹尖端应力云纹呈现“括弧状”, 括弧上下顶点连通中心侧裂纹尖端。

(5) 临近破坏裂纹外侧尖端云纹色彩急剧变化, 表明预制裂纹的外侧尖端出现了较大的应力释放。

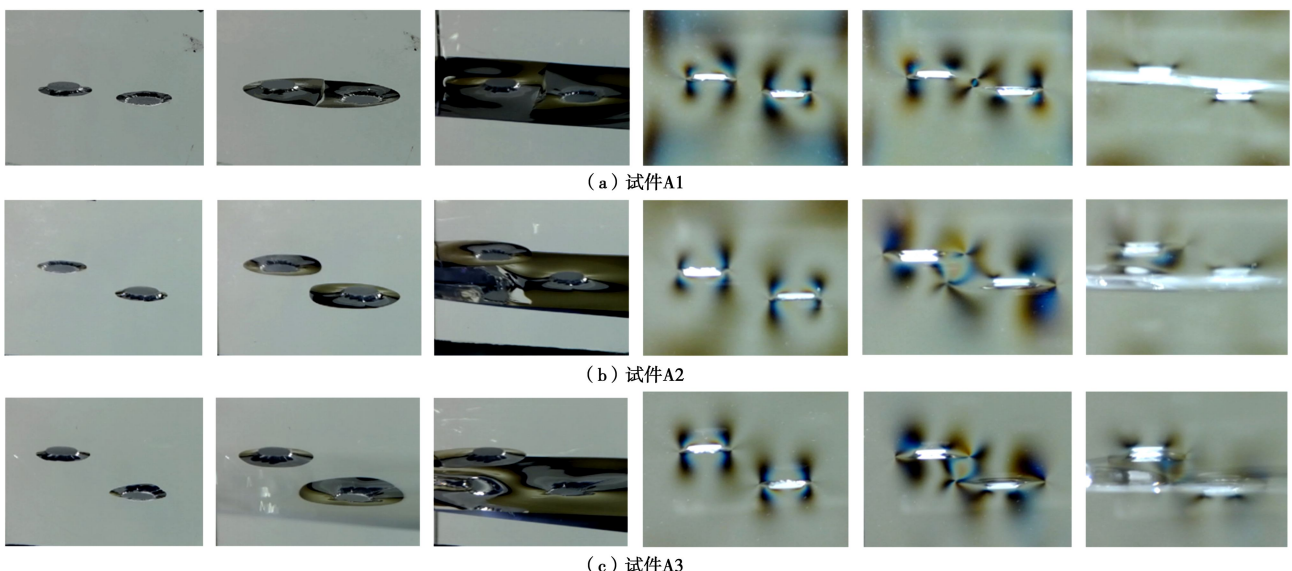


图 4 含三维双内裂纹试样裂纹扩展过程

Fig. 4 Crack propagation process of specimens with 3D double internal cracks

2.3 起裂与破坏荷载

起裂与破坏荷载统计如图 5，由于试验的粘钢胶强度所限，试件的抗拉强度通过相同材料的巴西圆盘试验换算所得，试件的起裂荷载与破坏荷载如下：①试件 A1，A2，A3 相对于完整试样材料强度分别下降 61.39%，50.79%，41.09%，可见预制裂纹的存在极大的降低了试件的抗拉强度；②试样的破坏荷载与裂纹间距 d 呈正比，拟合函数为： $\sigma_t=0.1882d+2.4986$ ， d 为错距 (mm)， σ_t 为强度 (MPa)；③对于各组试样 (A1~A3) 起裂荷载与破坏荷载的比例分别为 12.92%，15.16%，13.57%。

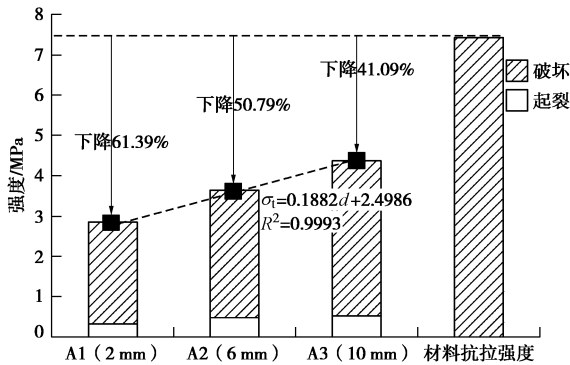


图 5 起裂与破坏荷载

Fig. 5 Crack initiation and failure load

3 三维内裂纹相互作用规律

3.1 三维内裂纹“吸引”

(1) 裂纹“吸引”断裂形态

试样 A1 的“吸引”断裂形态如图 6，中心侧裂纹尖端相互靠近，呈现“勾手”状，但是，不同于以往

二维内裂纹相互作用研究，本文给出裂纹相互“吸引”的破裂全过程。其与二维主要不同在于三维断口特征。

(2) “吸引”下三维断口特征

三维破坏形态与断口如图 6 所示，在经过中轴面后，中心侧裂纹尖端相互靠近并合并，呈现典型三维形态，在断口中轴面处形成了“合并分界”，在两预制裂纹平均半径约 16.93 mm 内呈现光滑镜面区，双裂纹中心侧的光滑区半径较大(最大半径为 18.05 mm)，而外侧半径较小(最小半径为 13.08 mm)。光滑区以外可以看到扩展弧纹，在分界处被阻断。

3.2 三维内裂纹“排斥”

(1) 裂纹“排斥”断裂形态

试样 A2、A3 的“排斥”断裂形态如图 7 所示，与以往的研究不同的是，本文试验裂纹扩展经历裂纹水平扩展，裂纹相互“吸引”，裂纹相互“排斥”三个阶段，即裂纹先“吸引”后“排斥”，与二维结论刚好相反，体现了三维裂纹的复杂性。这个过程形成了“漏斗”状凹陷与“漏斗”状凸起的独特断裂特征。

(2) “排斥”下三维断口特征

以 A2 为例，三维破坏形态与断口如图 7 所示。裂纹间并没有形成“合并”，靠近预制裂纹处断面呈现光滑镜面区，接近“漏斗”状凹陷处产生扩展弧纹。

3.3 纯 I 型与 I-II 型复合断裂特征

本文典型试验结果与以往试验对比如图 8 所示。

双裂纹外侧光滑，为纯 I 型扩展，与作者前期开展的三点弯试验结果一致^[17] (图 8 (b))，而中心侧弯曲，为 I-II 型扩展特征，与文献[18]的结果一致 (图

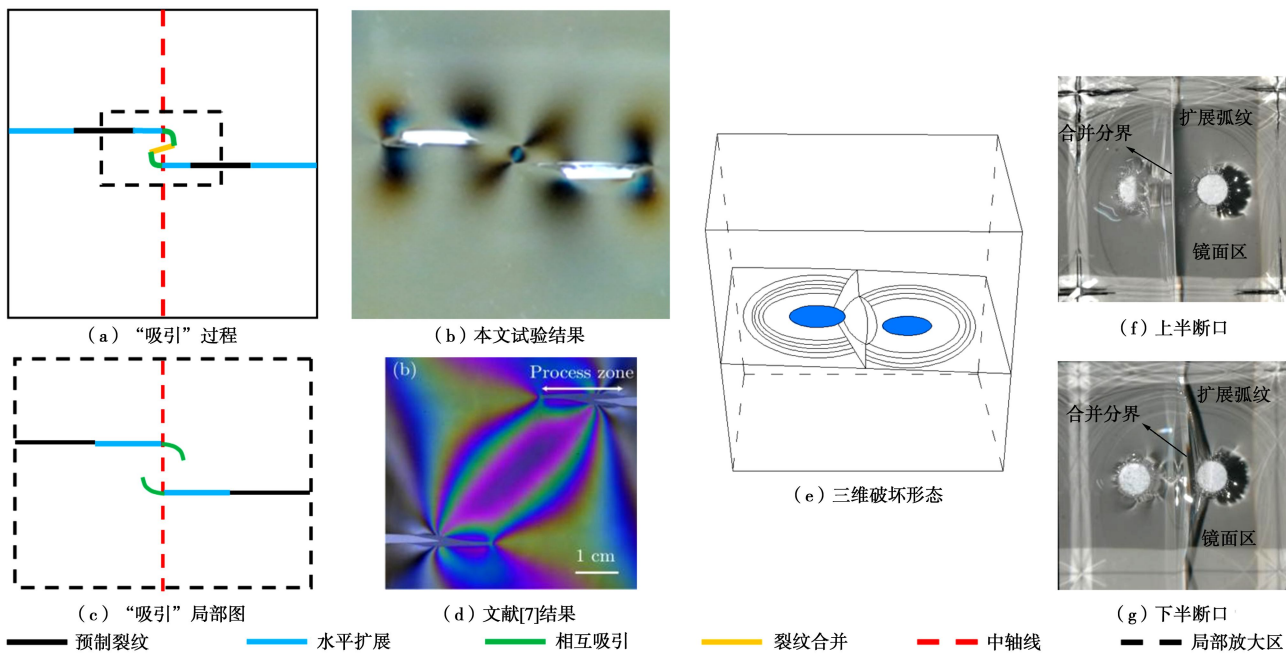


图 6 三维内裂纹“吸引”特征

Fig. 6 "Attraction" characteristics of 3D internal cracks

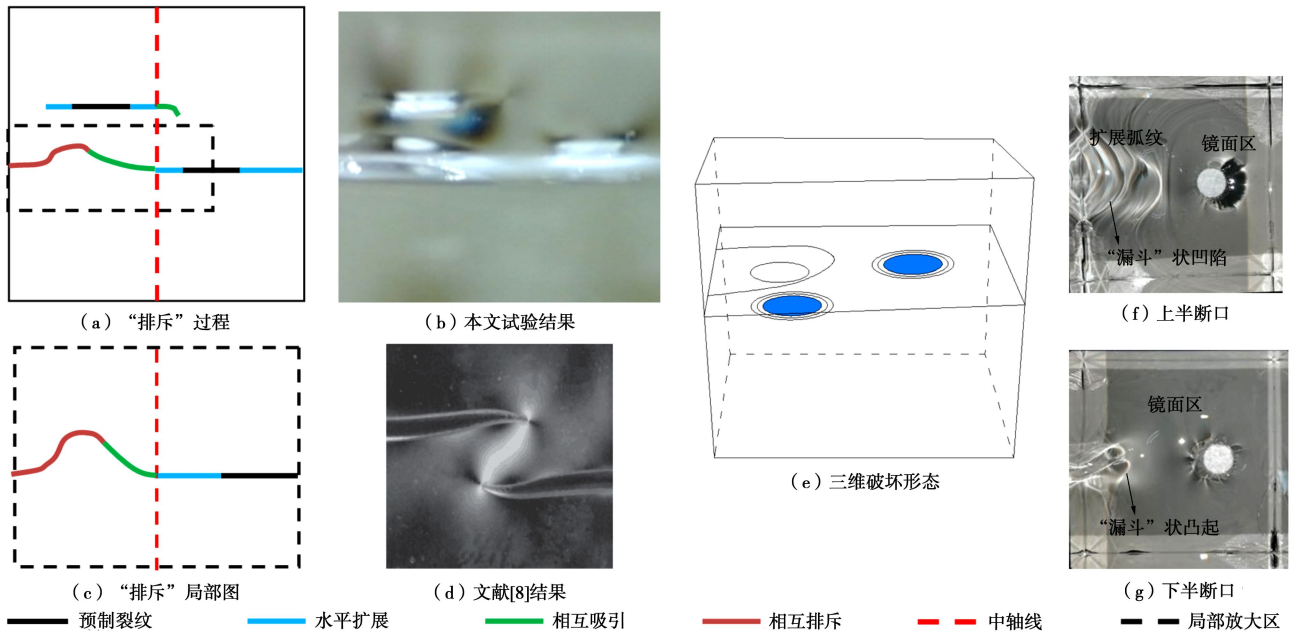


图 7 三维内裂纹“排斥”特征

Fig. 7 "Repulsion" characteristics of 3D internal cracks

8 (c)), 第 4 节将给出验证。但是, I、II 型裂纹扩展与 III 型裂纹不同在于 III 型裂纹具有“矛”状特征, 表面呈“台阶”状, 如图 8 (d), 因此可以判定试验中并未出现 III 型裂纹, 笔者前期论文进行了详细论述^[18], 此处不再重复。

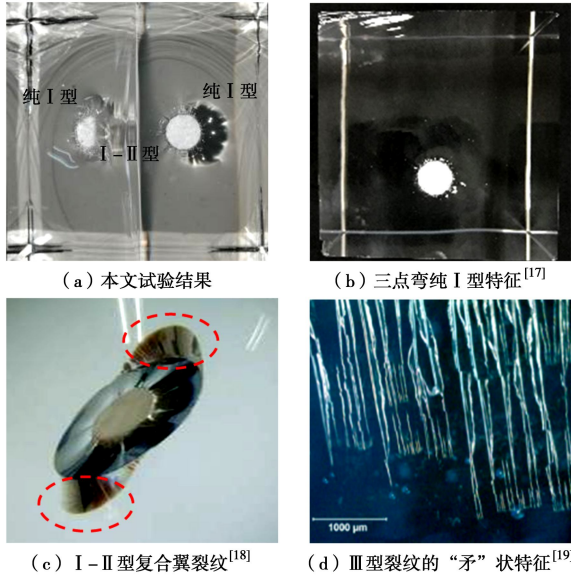


图 8 不同类型破坏模式对比

Fig. 8 Comparison of different types of failure modes

4 数值模拟

4.1 模型及参数

数值模型与实际试件尺寸模型一致。图 9 给出了裂纹间距 $d=6\text{ mm}$ (A2) 的有限元模型网格图。

4.2 应力强度因子计算原理

应力强度因子计算采用 M 积分方法:

$$K_I = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(x_b - x_a)}{\sqrt{r_{a-b}}(2 - 2x)} \quad (1)$$

$$K_{II} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(y_b - y_a)}{\sqrt{r_{a-b}}(2 - 2y)} \quad (2)$$

$$K_{III} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(z_b - z_a)}{\sqrt{r_{a-b}}} \quad (3)$$

式中, μ 为剪切模量, r 为计算节点至裂纹尖端的距离, x_i, y_i, z_i 为相应节点 x, y, z 向位移。

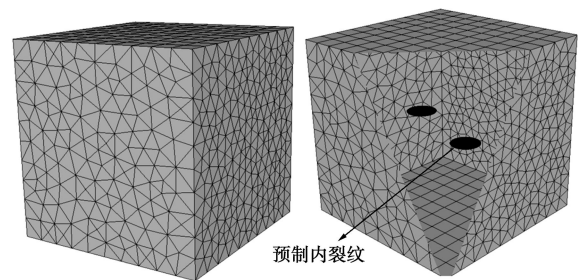


图 9 数值模型网格

Fig. 9 Numerical model

4.3 应力强度因子分布规律

双内裂纹前缘的相对位置标识如图 10 所示。

以试样 A1 最大应力强度因子 K_I, K_{II} 为基准, 定义 $K_{in}/|K_{imax}|$ 为归一化应力强度因子, 其中 $i=I, II, n=1\sim3$ 为不同间距内裂纹试样编号, 绘制 I, II 型归一化应力强度因子沿裂纹尖端一周曲线图见图 10。

(1) I、II 型复合断裂

K_{II} 在相对位置 $(0, 0.24) \cup (0.78, 1)$ 的位置上不为 0, 此时 K_I 也不为 0, 位置对应于双内裂纹的中心侧, 表明双内裂纹间的相互作用为 I、II 型复合裂纹扩展模式, 且随着错距 d 的减小, I、II 型应力

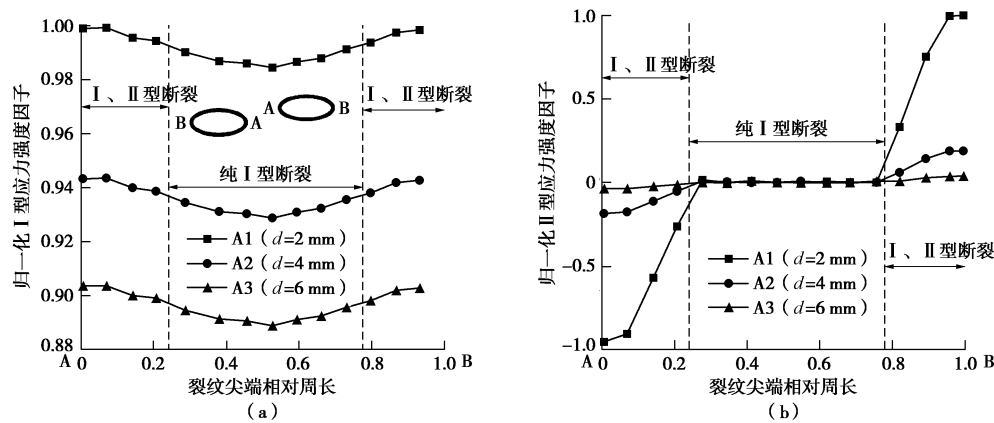


图 10 裂纹尖端归一化应力强度因子

Fig. 10 Normalized stress intensity factors at crack tips

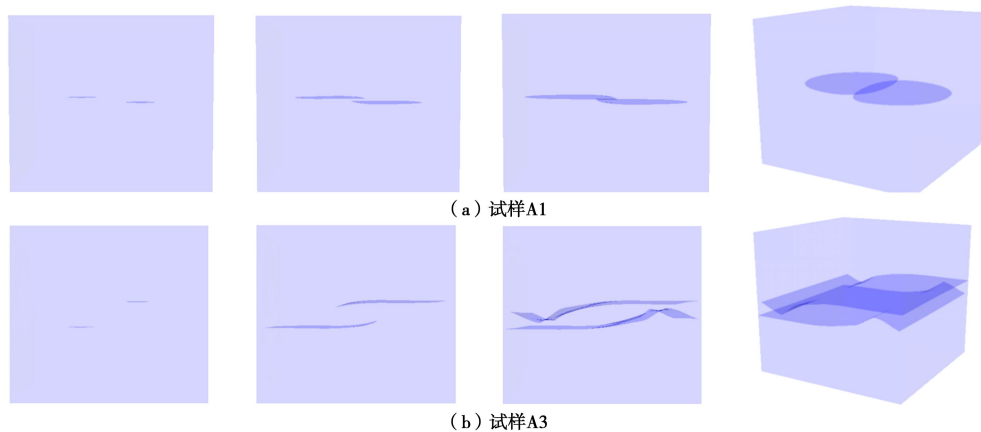


图 11 裂纹扩展过程

Fig. 11 Crack propagation process

强度因子逐渐增大,表明双内裂纹间的相互作用越强,与试验一致。

(2) 纯 I 型断裂

K_{II} 在相对位置 (0.24, 0.78) 上几乎为 0, 而此时 K_I 不为 0, 表明双内裂纹外侧发生的是纯 I 型断裂。 K_I 大小在 (0.24, 0.78) 上要小于 (0, 0.24) \cup (0.78, 1), 因此前期外侧裂纹扩展速率小于中心侧。

4.4 裂纹扩展准则

本文裂纹扩展准则采用最大拉应力准则(MTS):

$$K_I^r(\theta) = \sigma_{\theta\theta} \sqrt{2\pi r} = \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) \quad (4)$$

$$\text{令 } \frac{\partial K_I^r(\theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial K_I^r(\theta)^2}{\partial \theta^2} \leq 0, \text{ 可得开裂角 } \theta_0 \text{ 为}$$

$$\theta_0 = \arccos \frac{3K_{II}^2 \pm \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \quad (5)$$

4.5 裂纹扩展路径与相互作用模拟

典型试样 A1, A3 扩展过程如图 11 所示, 双裂纹错距为 2 mm 时, 裂纹的中心侧发生典型的“吸引”现象; 双裂纹错距为 10 mm 时, 中心侧裂纹在“吸引”

一定程度后相互“排斥”。数值模拟与试验结果一致。

5 结 论

(1) 内裂纹错距对试样的破坏模式影响巨大, 错距较小时裂纹之间呈现相互“吸引”, 错距较大时裂纹之间先“吸引”后“排斥”。试样抗拉强度与错距 d 成线性正比关系, 起裂荷载与破坏荷载的比值分别为 12.92%, 15.16%, 13.57%。

(2) 含三维双内裂纹块体单轴拉伸下具有“交汇分界”、“漏斗状”特性等断裂形态, 其中中心侧裂纹发生 I-II 型复合断裂, 外侧发生纯 I 型断裂。

(3) 应力云纹在预制内裂纹尖端呈现“花瓣状”, 在中心侧裂纹尖端靠近过程中呈现“括弧状”, 括弧的上下两个顶点经过并连通裂纹的中心侧裂纹尖端。

(4) 基于 M 积分的 K 分布规律与试验的断裂模式一致。基于 MTS 扩展准则进行数值分析, 得到了三维内裂纹相互作用的扩展路径, 与试验一致。

参考文献:

[1] HORII H, NEMAT-NASSER S. Elastic fields of interacting

- inhomogeneities[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 1985, **21**(7): 731 – 745.
- [2] 朱维申, 李术才, 陈卫忠. 节理岩体破坏机理和锚固效应及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (ZHU Wei-shen, LI Shu-cai, CHEN Wei-zhong. Failure mechanism and anchoring effect of jointed rock mass and its engineering application[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [3] TANG C A, LIN P, WONG R, et al. Analysis of crack coalescence in rock-like materials containing three flaws: Part II numerical approach[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2001, **38**(7): 925 – 939.
- [4] SOBOYEJO W O, KNOTT J F, WALSH M J, et al. Fatigue crack propagation of coplanar semi-elliptical cracks in pure bending[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1990, **37**(2): 323 – 340.
- [5] FENDER M L, LECHENAULT F, DANIELS K E. Universal shapes formed by two interacting cracks[J]. *Physical Review Letters*, 2010, **105**(12): 125505.
- [6] DALBE M J, KOIVISTO J, VANEL L, et al. Repulsion and attraction between a pair of cracks in a plastic sheet[J]. *Physical Review Letters*, 2015, **114**(20): 205501.
- [7] SCHWAAB M E, BIBEN T, SANTUCCI S, et al. Interacting cracks obey a multiscale attractive to repulsive transition[J]. *Physical Review Letters*, 2018, **120**(25): 255501.
- [8] 朱珍德, 林恒星, 孙亚霖. 透明类岩石内置三维裂纹扩展变形试验研究[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(4): 913 – 921, 928. (ZHU Zhen-de, LIN Heng-xing, SUN Ya-lin. Experimental study on internal three-dimensional crack propagation and deformation of transparent rocks[J]. *Geotechnical Mechanics*, 2016, **37**(4): 913 – 921, 928. (in Chinese))
- [9] 付金伟. 含三维裂隙试件在双轴压力和水压作用下压裂试验与数值模拟研究[D]. 济南: 山东大学, 2015. (FU Jin-wei. Fracturing test and numerical simulation of specimens with three-dimensional cracks under biaxial pressure and water pressure[D]. Jinan: Shandong University, 2015. (in Chinese))
- [10] YAN X. A boundary element analysis for stress intensity factors of multiple circular arc cracks in a plane elasticity plate[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2010, **34**(10): 2722 – 2737.
- [11] 石路杨, 余天堂. 多裂纹扩展的扩展有限元法分析[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(1): 263 – 272. (SHI Lu-yang, YU Tian-tang. Finite element analysis of multirack propagation[J]. *Geotechnical Mechanics*, 2014, **35**(1): 263 – 272. (in Chinese))
- [12] 王海军, 张九丹, 任 然, 等. 基于激光-介质损伤的三维内裂纹 3D-ILC 实现[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(12): 2345 – 2352. (WANG Hai-jun, ZHANG Jiu-dan, REN Ran, et al. Embedded cracks in materials induced by 3D-ILC[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(12): 2345 – 2352. (in Chinese))
- [13] 王海军, 郁舒阳, 任 然, 等. 基于 3D-ILC 含内裂纹孔口脆性固体断裂特性试验[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(6): 2200 – 2212. (WANG Hai-jun, YU Shu-yang, REN Ran, et al. Fracture characteristics of brazilian disk with fully internal crack based on 3D-ILC[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(6): 2200 – 2212. (in Chinese)).
- [14] 王海军, 张九丹, 任 然, 等. 基于 3D-ILC 含不同角度内裂纹圆盘断裂特性研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(9): 1636 – 1644. (WANG Haijun, ZHANG Jiudan, REN Ran, et al. The study of the fracture properties of the crack in different angles based on the 3D-ILC[J]. *Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(9): 1636 – 1644. (in Chinese))
- [15] 李世愚. 岩石断裂力学导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010. (LI Shi-yu. Introduction to rock fracture mechanics[M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2010. (in Chinese))
- [16] 雷振坤. 结构分析数字光测力学[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2012. (LEI Zhen-kun. Digital photometric mechanics for structural analysis[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2012. (in Chinese))
- [17] 王海军, 李汉章, 任 然, 等. 基于 3D-ILC 三点弯脆性固体内裂纹扩展破坏规律研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, **38**(12): 2463 – 2477. (WANG Hai-jun, LI Han-zhang, REN Ran, et al. Study on crack propagation and failure law in three-point bending brittle solid based on 3D-ILC[J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2019, **38**(12): 2463 – 2477. (in Chinese))
- [18] 王海军, 郁舒阳, 任 然, 等. 基于 3D-ILC 含三维内裂纹圆球 I-II-III 型断裂研究[J]. *岩土力学*, 2020(5): 1 – 10. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2019.1071>. (WANG Hai-jun, YU Shu-yang, REN Ran, et al. Fracture of brittle sphere solid with fully internal crack based on 3D-ILC[J]. *Soil and Rock Mechanics*, 2020(5): 1 – 10. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2019.1071>. (in Chinese))
- [19] QUINN G D. Fractography of ceramics and glasses[R]. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, 2016.