

DOI: 10.11779/CJGE201912013

改进 DE-TMCMC 法及其在高级模型参数识别上的应用

程马遥^{1, 2}, 金银富¹, 尹振宇^{*1}, 吴则祥³

(1. 香港理工大学土木与环境工程系, 香港; 2. 佛山科学技术学院土木工程系, 广东 佛山 528000; 3. 温州大学建筑工程学院, 浙江 温州 325035)

摘要: 目前基于贝叶斯结合马尔可夫链蒙特卡罗 (MCMC) 的参数识别方法仅在某些传统的简单本构模型的参数识别上得到了验证。鉴于此, 提出了一种效率更高的基于差分进化算法的过渡马尔可夫链蒙特卡罗方法 (DE-TMCMC), 并基于此提出了一种高效的贝叶斯参数识别方法, 应用于高级土体本构模型的参数识别。为了验证其稳健性和有效性, 选取丰浦砂的常规室内试验结果作为目标试验来识别考虑临界状态的砂土本构模型的参数。通过对比原始 TMCMC 方法在参数识别上的表现, 突显了 DE-TMCMC 在识别砂土高级本构模型参数方面的能力。

关键词: 砂土; 本构关系; 参数识别; 不确定性; 贝叶斯理论

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)12-2281-09

作者简介: 程马遥(1988—), 女, 讲师, 博士, 主要从事土体细观力学与本构等方面的教学和科研。E-mail: chengmayao@163.com。

Enhanced DE-TMCMC and its application in identifying parameters of advanced soil model

CHENG Ma-yao^{1, 2}, JIN Yin-fu¹, YIN Zhen-yu¹, WU Ze-xiang³

(1. Department of Civil and Environmental Engineering, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China; 2. Department of Civil Engineering, Foshan University, Foshan 528000, China; 3. College of Architecture and Civil Engineering, Wenzhou University, Wenzhou 325035, China)

Abstract: The parameter identification using Bayesian approach with Markov chain Monte Carlo (MCMC) has been verified only for certain conventional simple constitutive models up to now. An enhanced version of the differential evolution transitional Markov chain Monte Carlo (DE-TMCMC) method and a competitive Bayesian parameter identification approach for use in advanced soil models are presented. The DE-TMCMC, enhanced through implementing a differential evolution into TMCMC to replace the process of proposing a new sample, is proposed. To verify its robustness and effectiveness, the triaxial tests on Toyoura sand are selected as objectives to identify the parameters of the critical state-based sand model SIMSAND. The original TMCMC is also used as a reference to compare the results of DE-TMCMC, which indicates that the DE-TMCMC is highly robust and efficient in identifying the parameters of advanced soil models. All the results demonstrate the excellent ability of the enhanced Bayesian parameter identification approach in identifying the parameters of advanced soil models from both laboratory and in situ tests.

Key words: sand; constitutive relation; parameter identification; uncertainty; Bayesian theory

0 引言

本构模型参数的准确性会显著地影响其在工程应用中的模拟效果, 进而会导致不准确的预测^[1-2], 因此参数识别是本构模型从岩土工程理论到实践的关键问题之一。尹振宇等^[3]总结出 3 种常用的参数识别方法: 解析法、经验法和反分析法。不同于其他两种方法, 反分析法所识别的参数相对客观, 不受主观因素干扰, 完全基于所采用的观测数据, 即使对那些没有直接物理意义的模型参数也是如此, 因此得到广泛的应用^[4-7]。常见的反分析法可以分为两类: ①确定性方

法, 比如基于优化方法的参数识别, 确定性方法侧重于寻找一组与观测数据相吻合的最优解^[3, 8-9], 而不考虑土的变异性对模型参数带来的干扰; ②基于概率的不确定方法, 比如采用贝叶斯方法的参数识别, 考虑了土的变异性, 对于天然土来说所识别的模型参数更合理, 更适合于工程预测。目前基于贝叶斯的参数识别法备受欢迎, 并被广泛应用于不同的领

基金项目: 国家自然科学基金面上基金项目 (51579179)

收稿日期: 2018-07-26

*通讯作者 (E-mail: zhenyu.yin@polyu.edu.hk)

域^[10]。在贝叶斯方法中，所要识别的参数被视为多变量的联合随机分布，以此来表示土体模型参数的不确定性。然而到目前为止，这类应用只涉及到某些传统的简单本构模型，如线弹性模型^[11]、一维弹塑性模型^[12]、硬化土模型^[13]等，而对于高级本构模型（如临界状态模型）却鲜有报道。

在进行贝叶斯参数识别时，马尔可夫链蒙特卡罗（MCMC）模拟方法可以有效地得到后验分布而被广泛应用。所采用的 MCMC 方法在一定程度上决定所识别的精度和可靠性。总的来说，MCMC 抽样（例如 Metropolis–Hastings 算法^[14]）所产生的样本在统计上不是相互独立的，这样可能会降低统计估计的效率，而且当变量数目很大时，该类方法的效率会变得很差^[15]。为解决此类问题，Ching 等^[19]针对高维问题提出了一种过渡马尔可夫链蒙特卡罗算法（TMCMC）。虽然这种方法提高了 MCMC 的性能^[16–18]，但使用 TMCMC 估计的后验分布在求解特殊问题的时候会趋向于局部收敛^[15]。由于土体本构模型的高度非线性以及参数的耦合效应问题，有必要对 TMCMC 做进一步的改进以适用于高级本构模型参数识别。

因此，本文旨在通过对 TMCMC 方法的改进，提出一种高效的高级土体本构模型的贝叶斯参数识别方法。为此，首先介绍了贝叶斯参数识别的原理；接着，为了提高 TMCMC 的性能，引入差分进化来替换 TMCMC 中利用高斯分布生成新样本的方法，得到了改进的过渡马尔可夫链蒙特卡罗算法；最后，应用此方法来识别考虑临界状态的砂土本构模型（SIMSAND）参数，以验证改进 DE-TMCMC 在识别参数上的有效性。

1 基于改进方法的贝叶斯参数识别

1.1 贝叶斯参数识别的框架

根据 Yuen^[10]的研究，贝叶斯方法可以使用后验概率分布函数来更新模型参数和描述不确定性。按照贝叶斯公式^[10]，假设观测数据和模型预测满足预测误差方程，观测可表示如下：由于各区域粒径进行了放大，需要按照尺度关系调整颗粒材料参数，以保证不同区域相应的物理力学特性的一致性。

$$U_{\text{obs}} = c \cdot U_{\text{num}}(\mathbf{b}) , \quad (1)$$

式中 \mathbf{b} 为模型的参数向量； $c \sim N(1, \sigma_e^2)$ 为均值为 1 且符合高斯分布的随机变量； σ_e^2 表示预测误差的方差；除土体本构模型参数向量 \mathbf{b} 外， σ_e^2 也为一个待识别的参数。

参数的不确定性可以用后验概率分布函数（PDFs）来评估，基于数据 D 的后验概率分布函数

(PDFs) 可表示为

$$p(\boldsymbol{\theta}|D) = \frac{p(\boldsymbol{\theta})p(D|\boldsymbol{\theta})}{p(D)} , \quad (2)$$

式中 $\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{b}, \sigma_e]$ ，为待识别参数； $p(\boldsymbol{\theta})$ 为参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的先验概率分布函数，可以根据使用者的经验来决定； $p(D|\boldsymbol{\theta})$ 为表示数据拟合程度的似然函数。如果不同测量数据的预测误差在统计上是独立的，则似然函数可按下式计算：

$$p(D|\boldsymbol{\theta}) = (2\pi\sigma_e^2)^{-\frac{N}{2}} \exp\left[-\frac{N}{2\sigma_e^2} J_g(\mathbf{b}; D)\right] , \quad (3)$$

式中 N 为测量数据点的数量； $J_g(\mathbf{b}; D)$ 为表示数据拟合程度的拟合度函数。

通常对似然函数取对数来保证数值的稳定性和计算的简单性。对数似然函数可以表示为

$$\ln p(D|\boldsymbol{\theta}) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi\sigma_e^2) - \frac{N}{2\sigma_e^2} J_g(\mathbf{b}; D) . \quad (4)$$

在土力学中，变形和强度是反映土体特性的两个非常重要的指标。土体室内试验通常包含两种曲线：应变 – 应力和应变 – 体积变形，如三轴排水试验曲线 $\varepsilon_a - q$ 和 $\varepsilon_a - e$ ，和三轴不排水试验曲线 $\varepsilon_a - e$ 和 $\varepsilon_a - u$ （其中 ε_a 为轴应变， q 为偏应力， e 为孔隙比， u 为超孔隙水压力）。因此，在计算数据拟合程度时需要同时包含这两个指标，即同时需要计算应力和变形的拟合度，因此最终的拟合度为这两个指标的线性组合。金银富等^[8–9]认为误差应与不同变量（如 q ， e 或者 u ）的数值绝对大小无关，应该采用归一化拟合度函数，其表达式为

$$J_g(\mathbf{b}; D) = \frac{1}{N_0 N} \sum_{j=1}^{N_0} \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{U_{\text{obs}}^i - U_{\text{num}}^i}{U_{\text{obs}}^i} \right)^2 \right]_j , \quad (5)$$

式中， N 为测量值的个数， N_0 为一次测试的曲线数， U_{obs}^i 为点 i 的测量值， U_{num}^i 为点 i 的计算值。

对于多个不同类型的观测值，每个观测的似然值须组合为最终的总体拟合度^[16]。当目标试验数据中包含 M 组试验结果时，似然函数表示为

$$\ln p(D|\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^M \ln p(D_i|\boldsymbol{\theta}) , \quad (6)$$

式中， M 为试验次数， $p(D_i|\boldsymbol{\theta}, C)$ 为第 i 次试验对应的似然数。

由于土体模型涉及高度非线性函数，无法采用解析的方法得到其后验分布，必须使用数值评估的方式得到后验概率分布函数 $p(\boldsymbol{\theta}|D)$ ，比如用 MCMC、TMCMC 方法。这也是本文中重点关注的地方，即提出一个更高效的改进马尔科夫链蒙特卡洛方法。在实际工程应用中，常常采用最大后验估计 MAP 所对应的参数作为土体模型参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的精确估计。MAP 参数向

量 θ_{MAP} 可以按以下公式计算:

$$\theta_{MAP} = \arg \max p(\theta|D) = \arg \max \frac{p(\theta)p(D|\theta)}{p(D)}。 \quad (7)$$

1.2 改进的过渡马尔可夫链蒙特卡罗方法

TMCMC 方法最早是由 Ching 等^[19]将粒子滤波法和 MCMC 法结合而发展起来。该方法从先验分布 $p(\theta)$ 开始, 通过对每一轮样本的优化, 逐步过渡到后验分布。TMCMC 的关键思想是建议概率密度函数, 这种建议概率对应于第 j 轮确定的抽样 $p(\theta)_j$ 如下所示:

$$p(\theta)_j \propto p(\theta) \cdot L(\theta|D)^{q_j}, \quad (8)$$

式中 $q_j \in [0, 1]$ 且 $q_0=0 < q_1 < \dots < q_m=1$ ($j=0, 1, \dots, m$), 表示从先验分布到后验分布的状态水平; $p(\theta)_0$ 为 $j=0$ 时先验分布 $p(\theta)$ 的值; $p(\theta)_m$ 为 $j=m$ 时后验分布 $p(\theta|D)$ 的值。当 $q_j=1$ 时, 所对应的分布即为后验分布。

本文仅概述 TMCMC 算法的部分关键步骤, 原始 TMCMC 法的详细信息及其 MATLAB 代码可以参阅 Ching 和 Chen^[19]的论文中查阅到。

- (1) 计算 q_j , 如果 $q_j>1$, 则令 $q_j=1$ 。
- (2) 对所有样本 $k=1, 2, \dots, N_s$ 计算加权系数 $w_{j,k}$

$$w_{j,k} = [L(\theta_{(j-1,k)}|D)]^{q_j-q_{j-1}}. \quad (9)$$

- (3) 计算加权系数的平均值

$$S_j = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} w_{j,k}. \quad (10)$$

- (4) 计算高斯建议分布的协方差矩阵

$$\sum_j = \beta^2 \cdot \sum_{k=1}^{N_s} \left[\frac{w_{j,k}}{S_j N_s} (\theta_{(j-1,k)} - \bar{\theta}_j) \cdot (\theta_{(j-1,k)} - \bar{\theta}_j)^T \right], \quad (11)$$

其中

$$\bar{\theta}_j = \frac{\sum_{l=1}^{N_s} w_{j,l} \theta_{(j-1,l)}}{\sum_{l=1}^{N_s} w_{j,l}}. \quad (12)$$

(5) 令 $\theta_{(j,l)}^c = \theta_{(j-1,l)}$, 其中 $l \in [1, 2, \dots, N_s]$ 。然后对于 $k=1, 2, \dots, N_s$, 做以下 MCMC 抽样:

a) 使用序列重要性采样法 (SIS) 从集合 $[1, 2, \dots, N_s]$ 中选出序号为 l 的样本, 其中每个 l 被赋值 $w_{(j,l)} / \sum_{n=1}^{N_s} w_{(j,n)}$ 。

b) 从正态分布 $N(\theta_{(j,l)}^c, \sum_j)$ 中抽取一个新样本得到 θ^c 。

c) 余下的步骤等同 Metropolis 算法。

(6) 如果 $q_j=1$ 则停止迭代, 否则令 $j=j+1$, 并返回步骤 (1)。

从上述步骤可以看出, 新样本的生成是一个关键步骤, 高斯分布的均值和协方差决定了样本的范围, 协方差的取值变化会影响 TMCMC 的收敛性质, 为此

好多学者从改进协方差的取值上对原始 TMCMC 进行了一定程度上的改进^[15, 17]。为提高原始 TMCMC 的性能, 本研究尝试采用 Vrugt^[20]提出的差分进化 (differential evolution, DE) 马尔可夫链算法以代替(b)步提出高斯分布抽样过程, 可表示为

$$\theta_{(j,l)}^{\text{new}} = \theta_{(j,l)}^c + d\theta_{(j,l)}, \quad (13)$$

其中

$$d\theta_{(j,l)} = (1+\lambda) \cdot \gamma \cdot \left[(\theta_j^{\text{best}} - \theta_{(j,l)}^c) + (\theta_{(j,a)} - \theta_{(j,b)}) \right] + \zeta, \quad (14)$$

式中 $\theta_{(j,l)}^{\text{new}}$ 为新样本; $\theta_{(j,l)}^c$ 为当前样本; θ_j^{best} 为与当前迭代中的最大权重相对应的样本; d 为 θ 的维数; $\theta_{(j,a)}$ 和 $\theta_{(j,b)}$ 为当前样本中的两个样本, 其中 a 和 $b \in [1, \dots, N_s]$, 为样本种群的下标; $\gamma = 2.38 / \sqrt{2\delta d}$, 为跳转率; δ 表示用于 $d\theta_{(j,l)}$ 的马尔科夫链的链数, 根据 Vrugt^[20], 默认值取 $\delta=3$, 这里类似差分算法的“DE/rand-to-best/1”模式。 λ 和 ζ 的采样分别且独立地从均匀分布 $[-c, c]$ 和正态分布 $N(0, c^*)$ 中抽取。在本次研究中, 根据 Vrugt^[20]的提议, 令 $c=0.1$ 和 $c^*=10^{-12}$ 。

在利用差分公式生成样本之后, 利用二项式交叉算子 (crossover) 对样本作进一步的选择, 形成最终的样本如下:

$$\theta_{(j,l)}^{\text{new}} = \begin{cases} \theta_{(j,l)}^{\text{new}}, & \text{if } \text{rand}(0,1) \leq CR \text{ or } l = l_{\text{rand}} \\ \theta_{(j,l)}^c, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (15)$$

式中 $\text{rand}(0, 1)$ 为 $[0, 1]$ 内的一个随机数; $l_{\text{rand}}=\text{rand}(\text{int}(1, d))$, 为从 1 到 d 的一个随机整数; 交叉概率 $CR \in [0, 1]$, 本文中取 $CR=0.9$ 。

为了简单起见, 在后续的描述中, 原始 TMCMC 被称为“O-TMCMC”, 而改进的基于差分算法的 TMCMC 则称为“DE-TMCMC”。

2 DE-TMCMC 的性能

为了评估 DE-TMCMC 方法对高级本构模型参数识别的有效性, 本小节分别采用 O-TMCMC 和 DE-TMCMC 针对室内试验数据对 SIMSAND 砂土模型的参数进行识别, 对比两个方法的表现, 以验证改进方法的适用性。

2.1 丰浦砂的室内试验结果

本文所选取的目标试验为日本丰浦砂的系列三轴排水试验结果 (Verdugo 等^[21])。丰浦砂为亚圆至亚角颗粒组成的均匀细石英砂, 平均颗粒尺寸 $d_{50}=0.17$ mm, 均匀系数 $C_u=d_{60}/d_{10}=1.7$, 最小和最大孔隙比分别为 $e_{\min}=0.597$ 和 $e_{\max}=0.977$ 。

表 1 为所选试验的初始孔隙比和试验围压。为了方便识别, 对每组试验都进行了编号 (1~14), 并如

图 1 所示。为了更全面地反映砂土的力学特性, 根据金银富等^[9]建议, 选择三组三轴试验, 如一组排水试验(试验 2 为松砂试验结果)和两组不排水试验(试验 7 为密砂试验结果和试验 12 为中密砂试验结果), 作为参数识别的目标试验。其余的试验用于检验所识别参数的准确性和合理性。

表 1 丰浦砂三轴试验汇总

Table 1 Summary of triaxial tests on Toyoura sand

试验编号	1	2	3	4	5	6
e_0	0.996	0.916	0.831	0.959	0.885	0.809
p' / MPa	0.1	0.1	0.1	0.5	0.5	0.5
试验编号	7	8	9	10	11	12
e_0	0.735	0.735	0.735	0.735	0.833	0.833
p' / MPa	0.1	1	2	3	0.1	1
试验编号	13	14				
e_0			0.833	0.833	0.833	0.833
p' / MPa			3			

注: 试验编号为 1~6 的试验为排水试验, 编号为 7~14 的试验为不排水试验。

由于砂土的泊松比变化范围不大且对模拟影响不

大, 故本文将泊松比 ν 设为 0.2。此外, SIMSAND 中的弹性参数可基于一维压缩试验确定 $K_0=130$ 和 $n=0.50$ ^[8], 没有必要作为待识别参数。因此, 除弹性参数 (K_0 , n) 和泊松比 (ν) 外, 其它的 SIMSAND 参数和不确定度 σ_ε 均被视作待识别参数, 并用 DE-TMCMC 结合贝叶斯方法进行识别。

2.2 结果和讨论

为了避免结果的随机性, 每个识别过程均独立重复 10 次。此外, 为了证明所提出的 DE-TMCMC 在识别砂土模型参数方面的有效性, 同时采用优化方法^[3,4]对相同参数进行识别以作对比, 优化方法所识别的参数汇总在表 2 中。虽然基于优化方法的参数识别没有考虑土的不确定性, 但是所得结果可被视为是一组用来评估 DE-TMCMC 有效性的真值, 优化所得的解与 MCMC 的 MAP 解之间的距离越近, 则表明所获得的参数就越可靠, 也就证明了所提出的 DE-TMCMC 的有效性。

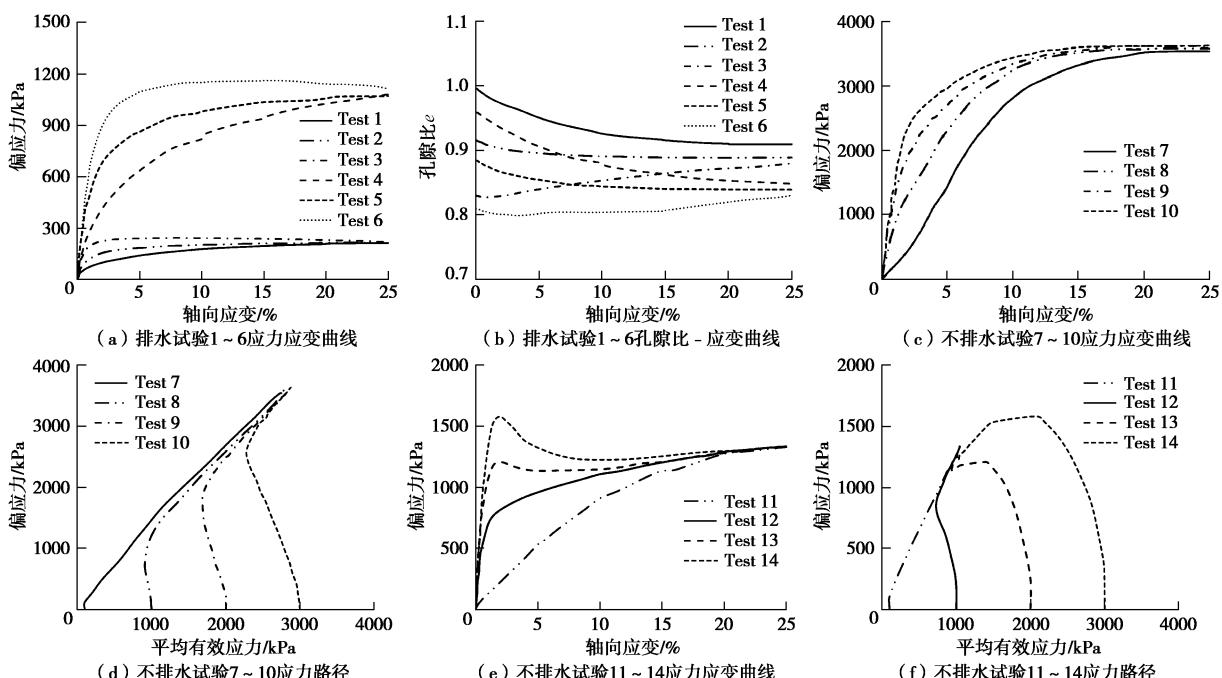


图 1 丰浦砂的三轴试验结果

Fig. 1 Results of triaxial tests on Toyoura sand

表 2 所有参数的先验概率分布函数边界、真值、MAP 平均值和后验概率分布函数标准差

Table 2 Bounds in prior PDF, true values, mean MAP values and standard deviations in posterior PDF for all parameters

参数和边界	e_{ref}	λ	ξ	ϕ	k_p	A_d	n_p	n_d	σ_ε
	[0.5, 1.5]	[10^{-3} , 10^{-1}]	[0.1, 1.0]	[20, 50]	[10^{-3} , 10^{-1}]	[0.1, 2]	[0, 10]	[0, 10]	[0, 1]
θ_{MAP}	0.909 (0.0038)	0.015 (0.0052)	0.83 (0.0406)	30.7 (0.42)	0.0027 (3.18×10^{-4})	0.67 (0.103)	3.92 (0.738)	4.83 (0.387)	0.21 (0.01)
θ_{TMCMC}	0.900 (0.0012)	0.008 (6.63×10^{-4})	0.97 (0.02)	32.01 (0.16)	0.0036 (1.77×10^{-4})	0.50 (0.0406)	1.80 (0.194)	4.04 (0.276)	0.051 (0.0038)
真值(优化)	0.920	0.0131	0.78	32.40	0.0030	0.50	1.60	4.10	—

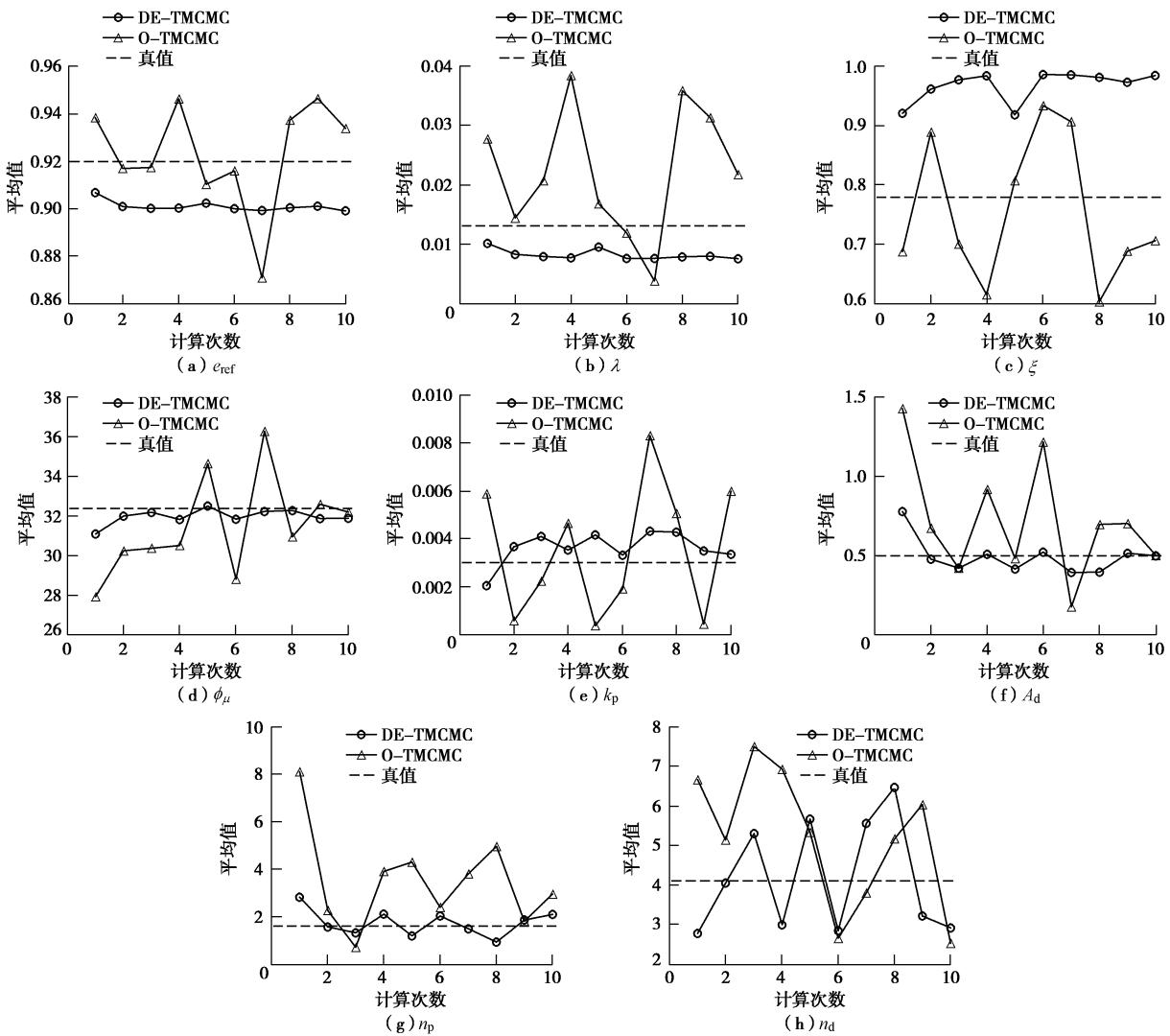


图 2 使用 O-TMCMC 和 DE-TMCMC 多次计算下 SIMSNAD 各参数的均值及不确定度的比较

Fig. 2 Comparison of mean values of each parameter and uncertainties for O-TMCMC and DE-TMCMC

图 2 比较了在多次计算下两种方法所得各个参数的平均值。可以看出基于 DE-TMCMC 方法所识别的参数有轻微波动，基本上保持稳定。相反，O-TMCMC 的结果则不太令人满意，多次计算所得结果的波动较大，特别是对于摩擦角 ϕ_μ ，因此 O-TMCMC 的稳健性较差。除了 3 个与临界状态线有关的参数 (e_{ref} , λ 和 ξ) 外，DE-TMCMC 所识别的参数都非常接近于优化值，而 O-TMCMC 所得结果则相差较远。而导致这 3 个参数识别不准确的原因是所采用的目标试验的应力水平均较小，无法准确描述该砂土在整个应力空间下的临界状态特性。综上，结果表明基于 DE-TMCMC 的贝叶斯参数识别方法在识别 SIMSAND 的参数上具有稳健性和高效性。

图 3 比较了两种方法在多次计算中所得参数的标准差值。标准差的较大波动表明后验概率分布函数 (PDF) 的不稳定性。此外，标准差较大也意味着生成的样本分布在很大的范围内，表明计算极有可能存

在局部收敛。从图 3 可以看出 DE-TMCMC 每一次计算所得的分布基本稳定，而 O-TMCMC 每一次计算所得到的分布就比较分散，这表明基于 DE-TMCMC 的贝叶斯方法在识别参数上具有很强的稳健性。

对粒状材料来说，摩擦角 ϕ_μ 是影响材料强度的关键参数。而 SIMSAND 的塑性模量 k_p 和剪胀相关参数 A_d 和 n_d 是与材料变形有关的重要参数。考虑到强度和变形是描述砂土特性的重要指标，因此参数 ϕ_μ , k_p , A_d 和 n_d 的准确性可以用来评估 DE-TMCMC 有效性。选取 $q_j=1$ 的 O-TMCMC 和 DE-TMCMC 最终阶段具有较大标准差值的计算作为范例，来对比 4 个参数的后验分布情况。第 6~9 次计算的参数 ϕ_μ 和 k_p 的后验分布比较如图 4 所示。第 7~10 次计算的参数 A_d 和 n_d 后验分布比较如图 5 所示。对于 DE-TMCMC，参数的分布逐渐从先验均匀分布逐渐收敛到较窄的范围。然而，O-TMCMC 的识别结果则陷入了局部收敛，从而导致了丰浦砂的 ϕ_μ , k_p , A_d 和 n_d 值的不合理^[4, 19]。

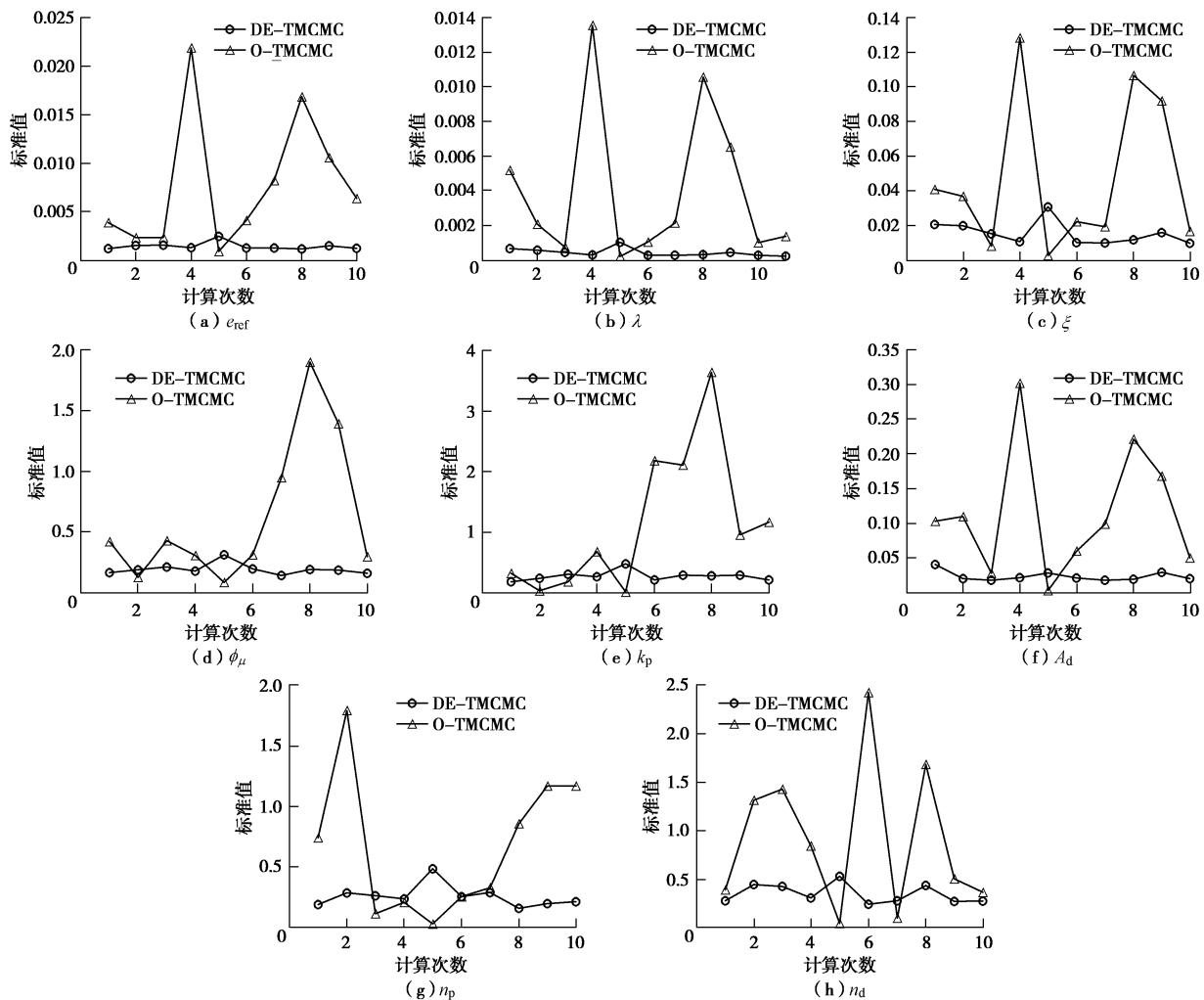
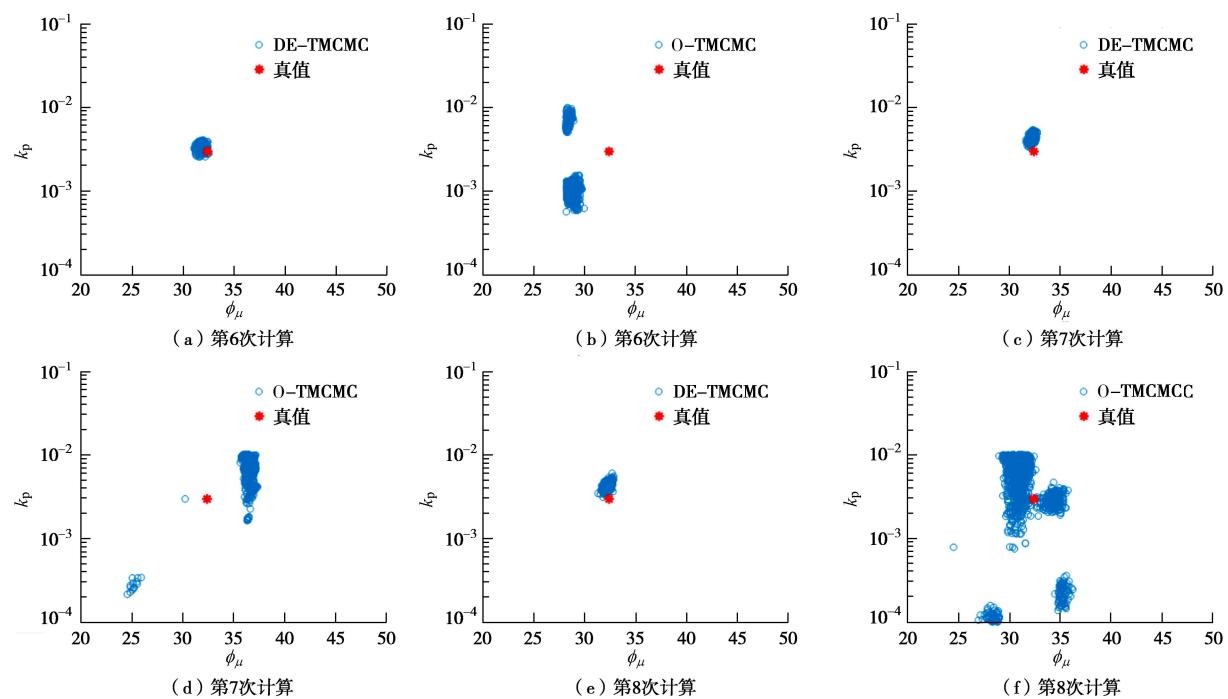
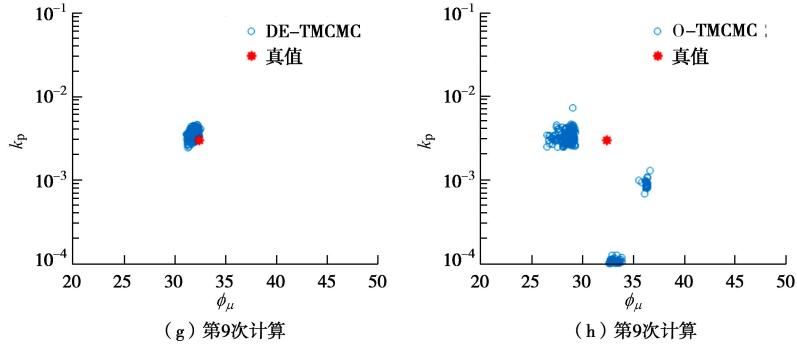
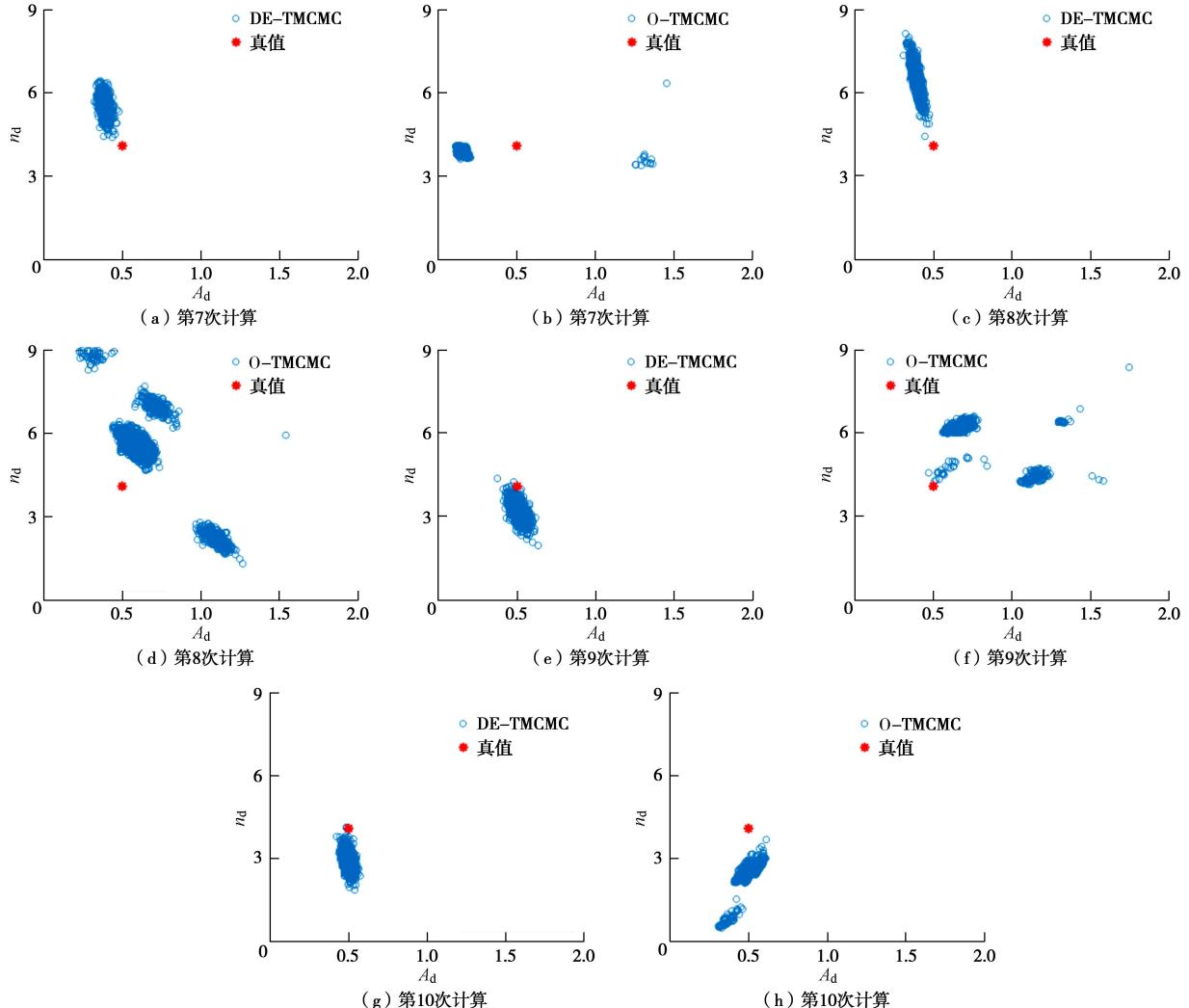


图3 使用 O-TMCMC 和 DE-TMCMC 多次计算下 SIMSNAD 各参数的标准差及不确定度的比较

Fig. 3 Comparison of standard deviations of each parameter and uncertainties for O-TMCMC and DE-TMCMC



图4 不同 O-TMCMC 与 DE-TMCMC 计算下 ϕ 和 k_p 联合后验分布的比较Fig. 4 Comparison of evolution of samples between O-TMCMC and DE-TMCMC at final stage for ϕ and k_p 图5 不同 O-TMCMC 与 DE-TMCMC 计算下 A_d 和 n_d 联合后验分布的比较Fig. 5 Comparison of evolution of samples between O-TMCMC and DE-TMCMC at final stage for A_d and n_d

相比之下, DE-TMCMC 克服了这种情况, 所得的参数分布更合理。这些结果表明, 本文提出的 DE-TMCMC 算法具有较强的稳健性, 能够较好地克服高级土体模型参数识别的局部收敛性问题。

表 2 总结了由 O-TMCMC 和 DE-TMCMC 所识别的对应最大后验概率分布 (MAP) 的参数平均值和标准差。可以看出使用 DE-TMCMC 所识别的参数 MAP

值与 Taiebat 等^[22]以及金银富等^[8]所得到的参数更接近, 表明 DE-TMCMC 得到的参数比 O-TMCMC 的更合理。此外, 除了 MAP 值, 贝叶斯方法不同于确定性方法的另一特点就是可以识别出参数的不确定性, 并可以用来预测工程问题的不确定性。因此, 这里采用所得后验分布中的 2000 个样本, 对目标试验 2, 7 和 12 进行了模拟, 模拟结果以误差图的形式绘制于图

6, 以此来比较两种方法在预测不确定性上的表现。从图示结果可以看出, 与本文提出的 DE-TMCMC 相比, O-TMCMC 似乎夸大了参数不确定性而导致过大的模拟不确定性, 可以 DE-TMCMC 在参数识别的可靠性方面比 O-TMCMC 更有效。最后为了验证由 DE-TMCMC 所识别的 MAP 参数准确性, 使用 SIMSAND 模型对目标试验之外的其他试验进了模拟。如图 7 所示, 预测与试验结果的一致性表明了基于 DE-TMCMC 贝叶斯方法进行参数识别的合理性。

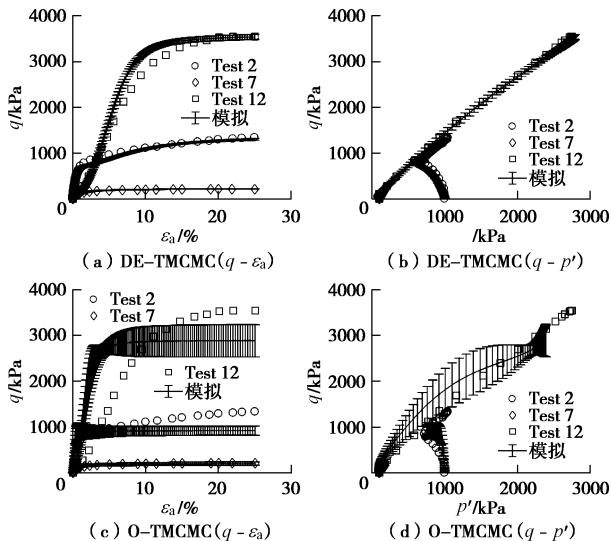


图 6 使用所有后验分布中的参数模拟目标试验 2, 7, 12 的结果

Fig. 6 Simulations using parameters of final state for objective tests 2, 7 and 12

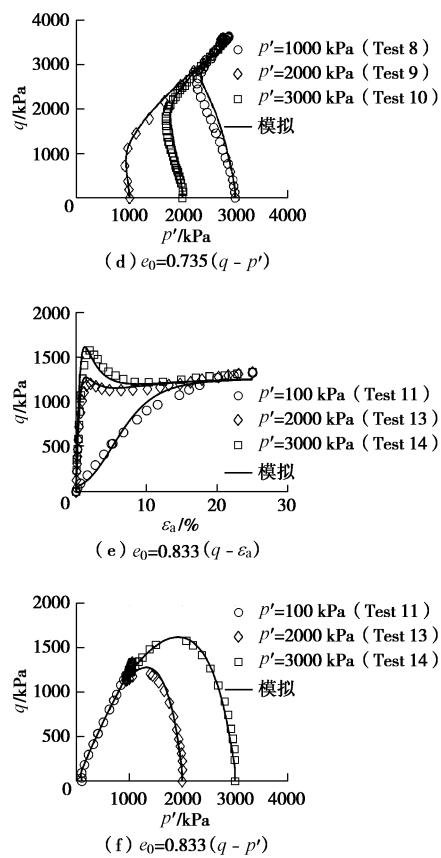
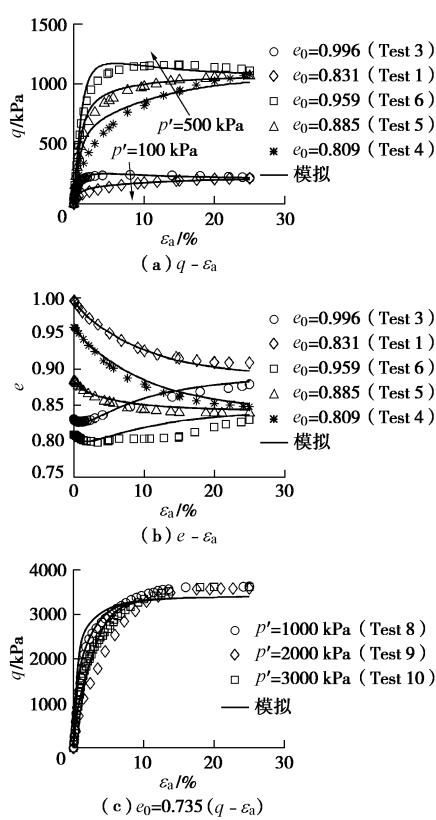


图 7 丰浦砂三轴试验结果和模拟的比较

Fig. 7 Comparison between simulations and experiments of triaxial tests on Toyoura sand

3 结语

为了识别土体本构模型参数的同时考虑其不确定性, 本文提出了一种基于改进的 DE-TMCMC 的贝叶斯参数识别法。通过在 O-TMCMC 中引入差分进化算法以取代高斯分布抽样来生成新样本提出了改进 DE-TMCMC 方法。

利用基于 DE-TMCMC 的贝叶斯方法对高级砂土模型 SIMSAND 参数进行了识别, 并与 O-TMCMC 的结果进行了对比。为了避免结论的随机性, 每种方法对应的计算均独立进行 10 次。然后从稳健性、有效性和参数的准确性方面对所得结果进行了分析, 所有结果表明基于 DE-TMCMC 的贝叶斯方法在识别砂土高级本构模型参数方面具有较高的可应用性。

参考文献:

- [1] JIN Yin-fu, YIN Zhen-yu, WU Ze-xiang, et al. Numerical modeling of pile penetration in silica sands considering the effect of grain breakage[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2018, 144: 15 - 29.
- [2] JIN Yin-fu, YIN Zhen-yu, WU Ze-xiang, et al. Identifying

- parameters of easily crushable sand and application to offshore pile driving[J]. Ocean Engineering, 2018, **154**: 416 - 429.
- [3] YIN Zhen-yu, JIN Yin-fu, SHEN Shui-long, et al. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2018, **42**(1): 70 - 94.
- [4] 田密, 李典庆, 曹子君, 等. 基于贝叶斯理论的土性参数空间变异性量化方法[J]. 岩土力学, 2017, **38**(11): 3355 - 3362. (TIAN Mi, LI Dian-qing, CAO Zi-jun, et al. Quantification of spatial variability of soil parameters using Bayesian approaches[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(11): 3355 - 3362. (in Chinese))
- [5] 付代光, 刘江平, 周黎明, 等. 基于贝叶斯理论的软夹层多模式瑞雷波频散曲线反演研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 321 - 329. (FU Dai-guang, LIU Jiang-ping, ZHOU Li-ming, et al. Inversion of multimode Rayleigh-wave dispersion curves of soft interlayer based on Bayesian theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 321 - 329. (in Chinese))
- [6] 郑俊杰, 徐志军, 刘勇, 等. 基桩抗力系数的贝叶斯优化估计[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(9): 1716 - 1721. (ZHENG Jun-jie, XU Zhi-jun, LIU Yong, et al. Bayesian optimization for resistance factor of piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(9): 1716 - 1721. (in Chinese))
- [7] 陈斌, 刘宁, 卓家寿. 岩土工程反分析的扩展贝叶斯法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(4): 555 - 560. (CHEN Bin, LIU Ning, ZHUO Jia-shou. Extended bayesian method of inverse analysis in geoengineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(4): 555 - 560. (in Chinese))
- [8] JIN Yin-fu, WU Ze-xiang, YIN Zhen-yu, et al. Estimation of critical state-related formula in advanced constitutive modeling of granular material[J]. Acta Geotechnica, 2017, **12**(6): 1329 - 1351.
- [9] JIN Yin-fu, YIN Zhen-yu, SHEN Shui-long, et al. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, **40**(8): 1219 - 1240.
- [10] YUEN Ka-veng. Bayesian methods for structural dynamics and civil engineering[M]. Clementi Loop: John Wiley & Sons, 2010.
- [11] YUSUKE Honjo, LIU Wen-Tsung, SOUMITRA Guha. Inverse analysis of an embankment on soft clay by extended Bayesian method[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, **18**(10): 709 - 734.
- [12] THOMAS Most. Identification of the parameters of complex constitutive models: least squares minimization vs Bayesian updating[M]// Reliability and Optimization of Structural Systems, CRC Press, 2010: 119.
- [13] MIRO S, KÖNIG M, HARTMANN D, et al. A probabilistic analysis of subsoil parameters uncertainty impacts on tunnel-induced ground movements with a back-analysis study[J]. Computers and Geotechnics, 2015, **68**: 38 - 53.
- [14] KEITH Hastings W. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications[J]. Biometrika, 1970, **57**(1): 97 - 109.
- [15] LEE Se-Hyeok, SONG Jun-ho. System identification of spatial distribution of structural parameters using modified transitional Markov chain monte carlo method[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2017, **143**(9): 04017099.
- [16] PANAGIOTIS Angelikopoulos, COSTAS Papadimitriou, PETROS Koumoutsakos. X-TMCMC: adaptive kriging for Bayesian inverse modeling[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, **289**: 409 - 428.
- [17] ORTIZ Gilberto A, ALVAREZ Diego A, BEDOYA-Ruíz Daniel. Identification of Bouc-Wen type models using the transitional Markov chain Monte Carlo method[J]. Computers & Structures, 2015, **146**: 252 - 269.
- [18] WOLFGANG Betz, IASON Papaioannou, DANIEL Straub. Transitional Markov chain Monte Carlo: observations and improvements[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2016, **142**(5): 04016016.
- [19] CHING Jian-ye, CHEN Yi-chu. Transitional Markov chain Monte Carlo method for Bayesian model updating, model class selection, and model averaging[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, **133**(7): 816 - 832.
- [20] VRUGT Jasper A. Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: theory, concepts, and MATLAB implementation[J]. Environmental Modelling & Software, 2016, **75**: 273 - 316.
- [21] VERDUGO Ramon, ISHIHARA Kenji. The steady state of sandy soils[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(2): 81 - 91.
- [22] TAIEBAT Mahdi, DAFALIAS Yannis F. SANISAND: simple anisotropic sand plasticity model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2008, **32**(8): 915 - 948.