

DOI: 10.11779/CJGE201910010

# 珊瑚砂动剪切模量预测的应变-损伤状态耦合模型

梁珂<sup>1</sup>, 陈国兴<sup>\*1, 2</sup>, 王彦臻<sup>1</sup>, 秦悠<sup>1</sup>

(1. 南京工业大学岩土工程研究所, 江苏南京 210009; 2. 江苏省土木工程防震技术研究中心, 江苏南京 210009)

**摘要:** 对南海饱和珊瑚砂进行了4类不同加载模式的不排水动三轴试验, 研究了不同相对密度 $D_r$ 和平均有效围压 $\sigma'_0$ 下加载第一周的动剪切模量比 $G_{1st}/G_0$ 与剪应变幅值 $\gamma_a$ 的关系,  $G_{1st}/G_0$ 受 $D_r$ 的影响很小, 随 $\sigma'_0$ 的增大而增大。由于分级加载过程中土体结构与相对密度发生改变, 在 $\gamma_a > 3 \times 10^{-4}$ 时, 应变控制的分级循环加载获得的 $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$ 曲线位于等应变幅值循环加载获得的 $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$ 曲线的上方。结合两类试验结果, 给出了饱和珊瑚砂的 $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$ 模型。基于弹性应变能理论, 提出了可以描述土体损伤状态的状态参数 $P_d$  (damage parameter), 探究了不同加载模式下动剪切模量比 $G/G_0$ 随土体损伤状态参数 $P_d$ 的发展规律。在双对数坐标中, 同一应变幅值下的 $(1-G/G_0) - P_d$ 可用直线表示, 其斜率与应变幅值 $\gamma_a$ 和历史加载过程中的最大应变幅值 $\gamma_{a,max}$ 有关。结合 $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$ 和 $G/G_0 - P_d$ 关系, 给出了可以同时反映应变幅值和破坏状态影响的珊瑚砂动剪切模量预测模型。

**关键词:** 珊瑚砂; 动剪切模量; 弹性应变能; 损伤状态; 动三轴试验

中图分类号: TU411.8 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)10-1863-09

作者简介: 梁珂(1991—), 男, 博士研究生, 主要从事珊瑚砂动力特性研究。E-mail: liangk91@163.com。

## Coupled shear strain-damage state model for prediction of shear modulus of coral sand

LIANG Ke<sup>1</sup>, CHEN Guo-xing<sup>1, 2</sup>, WANG Yan-zhen<sup>1</sup>, QIN You<sup>1</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 210009, China; 2. Civil Engineering and Earthquake Disaster Prevention Center of Jiangsu Province, Nanjing 210009, China)

**Abstract:** Four series of cyclic triaxial tests with different loading forms are conducted on saturated coral sand from Nansha Islands. The relationships between shear modulus ratio  $G_{1st}/G_0$  of the first loading cycle and shear strain amplitude  $\gamma_a$  under different relative densities  $D_r$  and effective confining pressures  $\sigma'_0$  are studied.  $D_r$  shows no influence on  $G_{1st}/G_0$ , and  $G_{1st}/G_0$  increases with the increasing  $\sigma'_0$ . When  $\gamma_a$  is larger than  $3 \times 10^{-4}$ , the  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  curves obtained from the strain-controlled multistage loading tests (UM $\gamma$ -CTX) are higher than those obtained from strain-controlled single-stage loading tests (US $\gamma$ -CTX) because of the change of the soil structure and the relative density during the reconsolidation process of UMy-CTX. A new damage parameter  $P_d$  is proposed based on the elastic strain energy theory, and the relationships between shear modulus ratio  $G/G_0$  and damage parameter  $P_d$  under different loading forms are studied. The  $(1-G/G_0) - P_d$  curves are almost linear in the log-log coordinate, and the slopes are dependent on the shear strain amplitude  $\gamma_a$  and the maximum shear strain amplitude  $\gamma_{a,max}$ . Based on the  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  and  $G/G_0 - P_d$  relationships, a new  $G/G_0$  prediction model is proposed to predict the shear modulus of coral sand considering the effect of coupled shear strain amplitude and damage state.

**Key words:** coral sand; dynamic shear modulus; elastic strain energy; damage state; cyclic triaxial test

## 0 引言

动剪切模量 $G$ 作为土的最基本动力学参数, 是场地反应分析中不可或缺的资料。现有研究表明: 土的类型、剪应变幅值 $\gamma_a$ 、平均有效围压 $\sigma'_0$ 、相对密度 $D_r$ 是土体动剪切模量的主要影响因素<sup>[1]</sup>。动三轴试验可以测试土体 $10^{-5} \sim 10^{-2}$ 应变范围的 $G$ 。但当应变幅值小于 $10^{-4}$ 时, 测试的应力、应变时程记录含有很强的白噪声, 因此, 传统的滞回圈法难以计算出可信的

小应变幅值下土体的 $G$ 值。针对上述缺陷, 梁珂等<sup>[2]</sup>采用相关函数理论计算加载过程中的应力、应变时程的自相关函数, 进而计算不同应变幅值下的 $G$ 。该相关函数法能有效消除应力、应变数据中的白噪声, 可使动三轴试验精确测试 $10^{-5}$ 应变水平的土体动剪切模量。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51678299); 国家重点研发计划项目(2017YFC1500403); 江苏省研究生科研计划项目(KYCX18\_1057)

收稿日期: 2018-12-03

\*通讯作者(E-mail: gxc6307@163.com)

在动力加载的过程中,饱和砂土动剪切模量的衰退主要来自于3个方面:①土体为非线性介质,  $G$  随  $\gamma_a$  的增加而减小;②加载过程中,土体结构发生塑性扰动,土体强度不断降低;③砂土的孔压在加载过程中不断累积,使土体有效应力降低,进而导致砂土的强度减小。综合来看,砂土的  $G$  取决于应变幅值和土体损伤状态。根据加载过程中砂土的  $G$  是否随  $\gamma_a$  增大而衰退,及同一  $\gamma_a$  水平下  $G$  是否随加载周数  $N$  增加而衰退,可将应变分为3个范围<sup>[3]</sup>:①弹性范围 ( $\gamma_a < 5 \times 10^{-6}$ ),  $G$  随  $\gamma_a$  增大和  $N$  增加几乎没有变化;②非线弹性范围 ( $5 \times 10^{-6} < \gamma_a < 1 \times 10^{-4}$ ),  $G$  随  $\gamma_a$  的增大而缓慢减小,但是同一  $\gamma_a$  下,  $G$  随  $N$  的增大没有变化;③非线性范围 ( $\gamma_a > 1 \times 10^{-4}$ ),  $G$  随  $\gamma_a$  的增长快速衰退,且同一  $\gamma_a$  水平下,  $G$  随  $N$  的增加而快速减小。Hardin-Drnevich (HD) 模型<sup>[4]</sup>,以及不同形式的修正 HD 模型<sup>[5-8]</sup>是目前国内外使用最为广泛的土体动力本构关系骨架曲线模型。这些模型单一地表示了动剪切模量比  $G/G_0$  随  $\gamma_a$  的衰退关系,却无法反映不同损伤状态下砂土  $G$  的变化趋势。

能量法是当前土动力学研究领域的重要课题之一,尤其在研究循环荷载作用下超静孔压增长模型方面<sup>[9-11]</sup>,但在研究动剪切模量衰退特性方面几乎是空白,究其原因,在于采用能量法确定的状态参数虽然可以表征土体加载过程中的损伤状态,但由于  $G$  同时也受应变水平  $\gamma_a$  的影响,采用单一的能量状态参数不足以描述复杂加载下动剪切模量  $G$  的变化规律。所以,为同时反映  $G$  随  $\gamma_a$  和土体损伤状态而变化的规律,现有的做法是结合砂土的孔压模型,修正传统的  $G/G_0-\gamma_a$  预测模型中的最大动剪切模量  $G_0$  和参考剪应变  $\gamma_r$  等参数,从而获得不同损伤状态下的骨架曲线<sup>[6, 12]</sup>。这类预测模型参数较多,且往往需要同时结合多类土工试验对模型参数进行标定。

珊瑚砂是珊瑚岛礁的主要岩土介质,广泛分布于我国南海海域。其具有颗粒形状不规则、多孔隙、易破碎、易胶结等物理特性。本文以南沙岛礁饱和珊瑚砂为试验对象,采用 GCTS 动三轴仪进行一系列不排水应变控制分级循环加载 (UM $\gamma$ -CTX)、不排水等应变幅值循环加载 (US $\gamma$ -CTX)、不排水等应变幅值循环加载 (US $\tau$ -CTX) 以及不排水非等应变幅值循环加载 (UV $\gamma$ -CTX) 的四类动三轴试验,从能量的角度探究了剪应变幅值  $\gamma_a$  和土体损伤状态  $P_d$  对饱和珊瑚砂动剪切模量  $G$  的影响,给出了珊瑚砂动剪切模量预测模型。

## 1 试验材料与试验过程

### 1.1 试验材料

本试验珊瑚砂取自南沙某岛礁,颜色为白色。物

相分析结果表明,珊瑚砂的主要矿物为文石、高镁方解石和方解石,其质量百分含量分别为 55.5%, 41.5% 和 3.0%。如图 1 所示,珊瑚砂颗粒棱角度高、形状不规则,多杆状和片状颗粒,多内孔隙。本试验所取试样的级配曲线如图 2 所示。珊瑚砂的物理性质见表 1,根据 ASTM D2487—11 规范<sup>[13]</sup>可知,该珊瑚砂试样为级配不良的砂,土的分类代号为 SP。

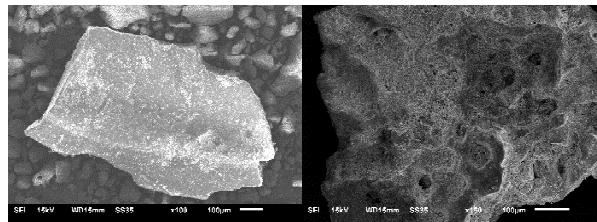


图 1 珊瑚砂颗粒电镜扫描图像

Fig. 1 Scanning electron microscope image of coral particles

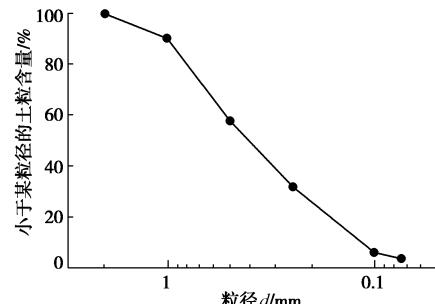


图 2 珊瑚砂级配曲线

Fig. 2 Grain-size distribution curve of coral sand

表 1 珊瑚砂物理性质

Table 1 Physical properties of coral sand

颗粒相对密度 $G_s$	最大孔隙比 $e_{\max}$	最小孔隙比 $e_{\min}$	平均粒径 $d_{50}/\text{mm}$	不均匀系数 $C_u$
2.77	1.14	0.69	0.40	4.47

### 1.2 试验设备

试验采用 GCTS 循环加载试验仪。该试验仪通过电液伺服,能独立控制轴向、扭向、外围压、内围压和反压五向动态荷载;可进行围压  $< 3 \text{ MPa}$  的实心或空心试样的动力试验。本试验采用的内置轴向位移传感器量程土 7.5 mm, 内置轴力传感器量程土 4 kN。位移和轴力传感器测试精度均优于 0.1% FS (FS 为满量程)。

### 1.3 试样制备及饱和

试样直径 50 mm、高度 100 mm,采用干装振捣法制样。根据试样的相对密度和体积计算所需干砂质量,等分 5 份,均匀装入模具内。试样制备完成后安装至三轴仪内。采用抽真空法对试样进行饱和,然后将反压上升至 400 kPa。最终,当  $B$  值大于 0.95 时认为试样完全饱和。详细的制样和饱和过程参考文献[14]。

### 1.4 试验方案

试样饱和完成后,等压固结 6 h 以上,然后对试

样进行 4 种不同模式的循环加载, 共计 44 个试样。①不排水应变控制分级循环加载 (UM $\gamma$ -CTX): 对同一试样按轴向应变幅值  $\varepsilon_a$  从  $1 \times 10^{-5}$  至  $1 \times 10^{-2}$  逐级增大, 分 28 级进行加载, 每级循环加载 5 圈, 进行下一级加载之前均对试样进行不少于 15 min 的恢复至初始固结状态的过程; ②不排水等应变幅值循环加载 (US $\gamma$ -CTX): 以同一应变幅值对试样进行循环加载, 加载至孔压比  $r_u$  达到 1.0, 或圈数  $N$  达到 300; ③不排水等应力幅值循环加载 (US $\tau$ -CTX): 以同一应力幅值对试样进行循环加载, 加载至孔压比  $r_u$  达到 1.0, 或双幅剪应变达到 5.0%, 或圈数  $N$  达到 300; (4) 不排水非等应变幅值循环加载 (UV $\gamma$ -CTX): 以不同的应变序列对试样进行不排水循环加载, 其中, 若某一圈的  $\gamma_a$  为当前加载历史上的最大应变幅值  $\gamma_{a,\max}$ , 称该圈为升幅加载周, 反之, 则称该圈为降幅加载周。所有试样的加载频率为 0.5 Hz。研究工况及相应的试验目的见表 2。

除 UMy-CTX 试验, 所有试样在加载之前均进行一系列小应变幅值的循环预加载, 用以确定试样的最大动剪切模量  $G_0$ 。加载三级,  $\varepsilon_a$  分别为  $1 \times 10^{-5}$ ,  $2 \times 10^{-5}$  和  $4 \times 10^{-5}$ 。这 3 个应变幅值均在非线性弹性应变范围内, 因此, 对后续循环加载的试验结果几乎没有影响。

## 2 试验结果

### 2.1 $\gamma_a$ , $G$ 和 $G_0$ 的确定

为避免小应变幅值下滞回圆法计算的  $G$  精度差的问题, 本试验采用相关函数法计算饱和珊瑚砂在循环加载过程中每一周的  $\varepsilon_a$  和应力幅值  $\sigma_a$ , 进而计算  $E$  ( $E = \sigma_a / \varepsilon_a$ )<sup>[2]</sup>。由于珊瑚砂饱和且加载时不排水,

假设泊松比  $\nu = 0.5$ , 据此, 可根据弹性理论计算  $\gamma_a$  与  $G$ :  $\gamma_a = (1+\nu) \cdot \varepsilon_a$ ,  $G = E / [2 \cdot (1+\nu)]$ <sup>[1, 15-16]</sup>。

试样的最大动剪切模量  $G_0$  通过外推法确定<sup>[16-17]</sup>: 土的  $\tau_a - \gamma_a$  骨架曲线可以用 Hardin 双曲线模型来描述<sup>[4]</sup>, 据此可得  $1/G = a + b\gamma_a$ 。根据试验数据线性拟合  $1/G - \gamma_a$ , 其截距为  $a$ , 相应地,  $G_0 = 1/a$ 。

### 2.2 循环加载第一周的 $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$ 曲线

根据不排水应变控制分级循环加载试验, 可以获得不同  $\sigma'_0$  和  $D_r$  下, 每级循环加载第一周计算的饱和珊瑚砂的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线, 如图 3 所示。 $G_{1st}/G_0$  随  $\gamma_a$  的增大而减小; 相同  $\sigma'_0$  下,  $D_r$  对  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线几乎没有影响;  $\sigma'_0$  越大,  $G_{1st}/G_0$  随  $\gamma_a$  衰退越缓慢, 土的非线性越弱<sup>[18]</sup>。

分级加载对同一试样进行不同应变幅值的循环加载, 虽可方便地获得不同  $\gamma_a$  下的  $G$ , 但是在非线性应变范围, 由于每一级加载之后都会改变试样的状态, 导致后续加载获得的  $G_{1st}$  与对未扰动试样加载获得的试验结果有一定的误差。这部分差异主要来自于两个方面: ①加载过后试样受到扰动, 再加载时, 土体结构稍有改变; ②每级加载结束后对试样进行排水再固结的过程导致加载时试样  $D_r$  逐级增大。图 4 为分级加载试验每级加载前试样的  $D_r$  变化情况, 当  $\gamma_a > 5 \times 10^{-4}$  时, 试样的  $D_r$  开始快速增加, 该范围内  $D_r$  的增大对试验结果的影响不可忽略。

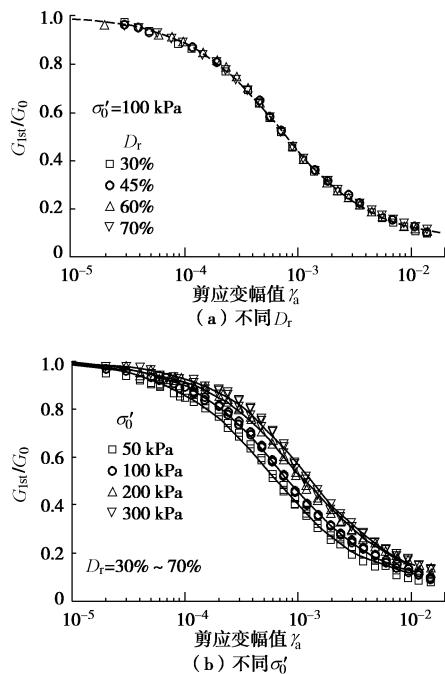
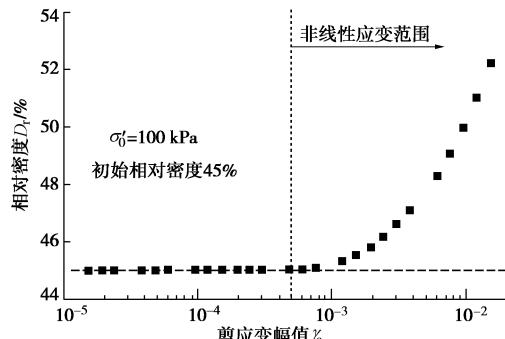
为消除加载历史对后续试验结果的影响, 对 US $\gamma$ -CTX 试验的循环加载第一周计算的  $G_{1st}$  进行分析。图 5 给出了不同工况下 US $\gamma$ -CTX 试验获得的  $G_{1st}/G_0$ 。当  $\gamma_a < 3 \times 10^{-4}$  时, 应变幅值低于砂类土的门槛应变<sup>[19]</sup>, 两类试验得到的  $G_{1st}/G_0$  几乎没有差异; 当  $\gamma_a > 3 \times 10^{-4}$  时, UMy-CTX 试验获得的  $G_{1st}/G_0$  逐渐大

表 2 试样列表及试验目的

Table 2 Test schemes and purposes

系 列 序 号	固结条件			加载条件		试样 个数	试验目的
	相对密度 $D_r/\%$	有效围压 $\sigma'_0/kPa$	加载 模式	A: 剪应变幅值 $\gamma_a$	B: 剪应力幅值 $\tau_a$		
1	30, 45, 60, 70	50, 100, 200, 300	UM $\gamma$	A: 0.001%~1.0%逐级增大	A: 0.015%, 0.03%, 0.075%, 0.15%, 0.3% A: 0.075%, 0.15%, 0.3% A: 0.075%, 0.15%, 0.3%	16	研究循环加载第一周的动剪切模量比 $G_{1st}/G_0$ 与 $\gamma_a$ 的关系
	45	100	US $\gamma$	5	1. 修正 $G_{1st}/G_0$ 与 $\gamma_a$ 的关系; 2. 研究 $G/G_0$ 与圈数的关系;		
	30, 60	100	US $\gamma$	6	3. 建立 $G/G_0$ 随损伤参数 $P_d$ 的变化关系		
2	45	50, 200, 300	US $\gamma$	9			
	30	100	US $\tau$	B: 15 kPa, 22kPa, 25 kPa, 30 kPa, 32.5 kPa	5	研究 $G/G_0 - P_d$ 预测公式在升幅加载下的适用性	
	30	100	UV $\gamma$	C: (0.15% + 0.075%) × 12	1	修正并验证 $G/G_0 - P_d$ 预测公	
3	30	100	UV $\gamma$	C: 0.15% × 3 + 0.075% × 50	1	式, 使其适用于复杂的非等	
	30	100	UV $\gamma$	C: (0.15% + 0.075% + 0.03% + 0.075%) × 30	1	幅循环加载	
	30	100	UV $\gamma$				

注: UMy 表示不排水应变控制分级循环加载; US $\gamma$  表示不排水等应变幅值循环加载; US $\tau$  表示不排水等应力幅值循环加载; UV $\gamma$  表示不排水非等应变幅值循环加载。

图 3 饱和珊瑚砂的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线Fig. 3  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  curves of saturated coral sand图 4 US $\gamma$ -CTX 试验每级加载前试样的  $D_r$ Fig. 4 Real values of  $D_r$  of samples at the beginning of each stage of US $\gamma$ -CTX tests

于 US $\gamma$ -CTX 试验获得的结果, 且两者的差距随着  $\gamma_a$  的增大而增大。该临界应变稍小于 UMy-CTX 试验中  $D_r$  快速增长的临界应变。因此, 当  $\gamma_a > 3 \times 10^{-4}$  时, 取 US $\gamma$ -CTX 的试验结果, 采用如下 Davidenkov 模型对  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线进行拟合:

$$\frac{G_{1st}}{G_0} = 1 - \left[ \frac{(\gamma_a / \gamma_r)^{2B}}{1 + (\gamma_a / \gamma_r)^{2B}} \right]^A, \quad (1)$$

式中,  $\gamma_r$  为参考剪应变,  $A, B$  为曲线的形状参数。现有研究表明, 不同工况下  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a / \gamma_r$  曲线几乎重合<sup>[8]</sup>, 说明参数  $A, B$  仅与土的类别有关。经最佳拟合, 饱和珊瑚砂的参数  $A, B$  分别为 0.992 和 0.550, 围压为 50, 100, 200, 300 kPa 下的  $\gamma_r$  分别为  $5.788 \times 10^{-4}, 7.296 \times 10^{-4}, 8.810 \times 10^{-4}$  和  $1.060 \times 10^{-3}$ 。图 5 中实线为不同  $\sigma'_0$  下修正的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  平均曲线。

## 2.3 不同加载模式下 $G$ 的变化趋势

图 6 (a) 为 US $\gamma$ -CTX 典型试验结果, 随着循环

加载圈数  $N$  的增加, 滞回圈不断倾倒,  $G$  也不断衰减, 并且  $G$  的衰退速度逐渐减小。图 6 (b) 为 US $\tau$ -CTX

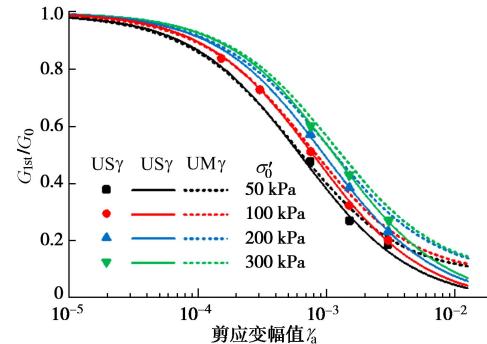
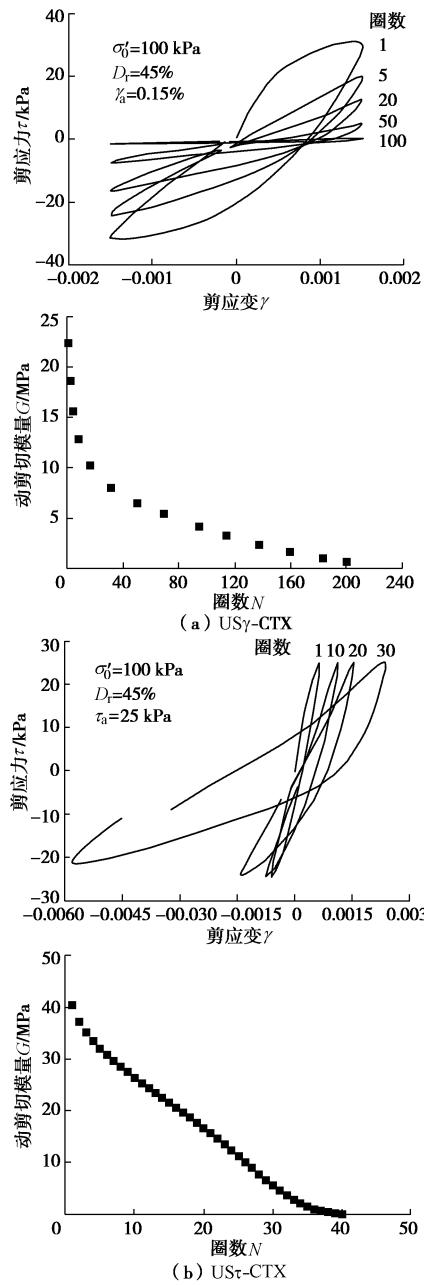
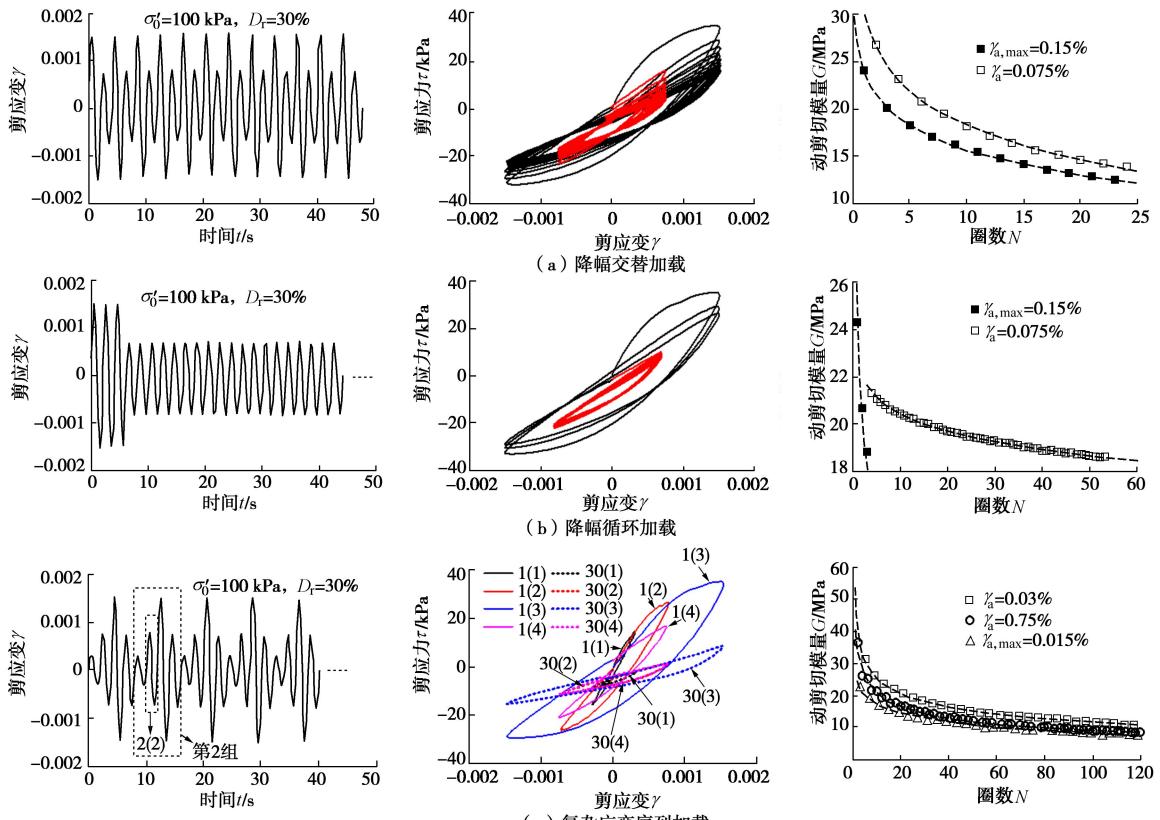
图 5 加载历史对  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线的影响Fig. 5 Influences of loading history on  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  curves

图 6 典型应力及应变控制的等幅循环加载试验结果

Fig. 6 Critical results of stress- and strain-controlled cyclic triaxial tests

图 7 典型的 UV $\gamma$ -CTX 试验结果Fig. 7 Critical results of UV $\gamma$ -CTX tests

典型试验结果, 加载过程中  $\gamma_a$  随  $N$  的增加而增大, 所以循环加载的每一周均为升幅加载周, 滞回圈同样随  $N$  不断倾倒, 但  $G$  随  $N$  的衰退模式与 US $\gamma$ -CTX 的试验结果明显不同: 该加载模式下  $G$  衰退更快, 且衰退速度相对稳定, 主要原因是: 应力控制循环加载下试样的应变幅值逐渐增大, 因此, US $\tau$ -CTX 试验中  $G$  的衰退主要由  $\gamma_a$  增大和  $N$  增加两方面原因同时引起的。

图 7 为 UV $\gamma$ -CTX 试验结果。图 7 (a) 以 0.15% 和 0.075% 的  $\gamma_a$  逐圈交替加载; 图 7 (b) 先以 0.15% 的  $\gamma_a$  循环加载三周后降幅, 继续以 0.075% 的  $\gamma_a$  循环加载 50 周; 图 7(c) 以 0.03%, 0.075%, 0.15%, 0.075% 的  $\gamma_a$  序列重复加载 30 次。图中列出了各加载模式下的  $G - N$  曲线, 发现: ①同一  $\gamma_a$  水平下的  $G - N$  曲线形状与 US $\gamma$ -CTX 试验的  $G - N$  曲线形状类似, 且  $\gamma_a$  越小,  $G - N$  曲线越高; ②对于图 7 (a) 和 (c) 的加载模式, 随着  $N$  的增加, 不同  $\gamma_a$  水平下的  $G$  逐渐趋于一致。

### 3 饱和珊瑚砂的动剪切模量预测模型

#### 3.1 预测模型的建立

图 8 中阴影区域面积表示单位体积的最大弹性应变能, 一定程度上可以近似反映加载过程中外力对单位体积的试样所做的功的大小。循环加载每一周的弹

性应变能可以用如下公式表示:

$$W_i = W_{\text{load},i} + W_{\text{unload},i} = n \cdot G_i \cdot \gamma_{a,i}^2, \quad (2)$$

式中,  $i$  表示循环加载周数,  $W_{\text{load},i}$  和  $W_{\text{unload},i}$  分别表示第  $i$  周的加载和卸载段的弹性应变能;  $n$  为计算系数。如图 8, 对于循环加载的第一周来说, 当滞回圈由  $O$  点发展到  $B$  点时可以确定第一周的剪切模量, 应力-应变发展路径为  $O-A-B$ , 其加载段弹性应变能  $W_{\text{load},1}$  可用  $OAD$  三角区域面积表示; 卸载时  $W_{\text{unload},1}$  可用  $ABC$  区域面积表示, 因此, 第一周的  $n = 5/2$ 。对于循环加载的第二周及之后的每一周, 应力-应变发展路径为  $B-A-B$ , 每周加载的弹性应变能均可用 2 倍的  $ABC$  三角区域面积表示, 故  $n = 4$ 。弹性应变能是加载过程中试样应力状态和应变状态的综合反映。某一时刻之前所有循环加载周的弹性应变能的总和称为累积弹性应变能  $W$ :

$$W = \sum W_i. \quad (3)$$

图 9 为不同工况下饱和珊瑚砂 US $\gamma$ -CTX 试验的  $(1-G/G_0) - W$  关系。当  $(1-G/G_0) < 0.9$  时, 在双对数坐标中,  $(1-G/G_0) - W$  可用直线表示; 当  $(1-G/G_0) > 0.9$  时, 试样接近液化, 随着  $W$  的增加,  $(1-G/G_0)$  的变化趋势发生改变。其可能的原因是: 在试样接近液化时, 土体已发生结构性破坏, 土颗粒间的接触应力逐渐消失, 因此导致土体动剪切模量的衰退趋势发生突变。

由于  $(1-G/G_0) - W$  发展趋势仅在试样接近液化时稍有改变, 后续数据分析时可忽略该范围。因此, 某一应变幅值下,  $(1-G/G_0)$  与  $W$  的关系可以用如下公式表示:

$$\lg(1-G/G_0)=s \cdot [\lg(W) - \lg(W_{\max})] \quad , \quad (4)$$

式中,  $s$  为等幅衰退指数,  $W_{\max}$  为最大累积弹性应变能, 即  $G/G_0=0$  时对应的累积弹性应变能。

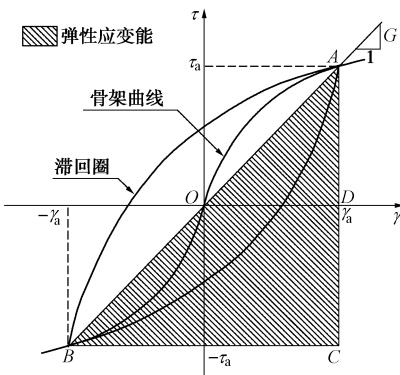


图 8 应力 - 应变滞回圈示意图

Fig. 8 Stress-strain hysteresis loop

等幅衰退指数  $s$  表示  $(1-G/G_0) - W$  曲线在双对数坐标中的斜率, 反映  $G$  随  $W$  的衰退速度:  $s$  越大,  $G$  衰退越快, 反之越慢。由图 9(a) 可知, 相同固结条件下, 不同  $\gamma_a$  水平下的  $(1-G/G_0) - W$  曲线的斜率  $s$  几乎不变。因此, 可取各固结工况下不同  $\gamma_a$  对应的  $s$  平均值进行分析。由图 9(b) 可知, 在相同的  $D_r$  下,  $\sigma'_0$  对  $s$  的影响也不明显。根据图 9(c) 可知, 在相同的  $\sigma'_0$  下,  $s$  随  $D_r$  的增大而减小。图 10 为不同固结状态下  $s$  的平均值, 同样可以看出,  $D_r$  是  $s$  的主要影响因素, 不同  $\sigma'_0$  下  $s$  的变化较小, 且变化趋势不明显。

最大累积弹性应变能  $W_{\max}$  表示等应变幅值循环加载下试样液化时的最大累积弹性应变能。由上述可知, 循环加载第一周对应的累积弹性能  $W_1 = (5/2) \cdot G_{1st} \cdot \gamma_a^2$ 。将第一周的  $G_{1st}/G_0$  和  $W_1$  代入式(4) 得

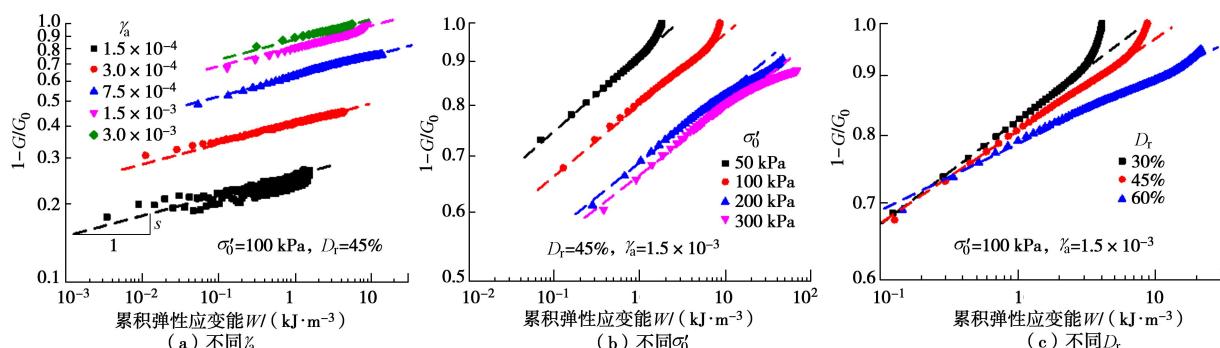


图 9 USγ-CTX 试验的  $(1-G/G_0)$  与  $W$  关系

Fig. 9 Relationship between  $(1-G/G_0)$  and  $W$  according to USγ-CTX tests

$$W_{\max} = \frac{5G_{1st}\gamma_a^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{1-G_{1st}/G_0} \right)^{1/s} \quad , \quad (5)$$

$W_{\max}$  是关于  $\gamma_a$  的函数, 式(1)代入式(5)得

$$W_{\max} = \frac{5}{2} G_0 \gamma_a^2 \left[ \frac{(\gamma_a/\gamma_r)^{2B}}{1 + (\gamma_a/\gamma_r)^{2B}} \right]^{-A/s} \cdot \left\{ 1 - \left[ \frac{(\gamma_a/\gamma_r)^{2B}}{1 + (\gamma_a/\gamma_r)^{2B}} \right]^A \right\}, \quad (6)$$

式中, 参数  $G_0$ ,  $A$ ,  $B$  和  $\gamma_r$  通过 UMY-CTX 试验标定; 等幅衰退指数  $s$  通过 USγ-CTX 试验标定。图 11 给出了根据公式(6)预测的饱和珊瑚砂的  $W_{\max}$  -  $\gamma_a$  曲线, 发现  $W_{\max}$  随  $\gamma_a$  的增大而减小, 随  $D_r$  和  $\sigma'_0$  的增大而增大。图 11 中数据点为通过对图 9 中的试验数据进行非线性拟合获得的  $W_{\max}$  最佳拟合值。由图 11 的对比结果可知, 式(6)能有效且连续地预测珊瑚砂的  $W_{\max}$ 。

将每周的  $W_i$  按相应  $\gamma_a$  作用下的最大累积弹性应变能  $W_{\max,i}$  进行归一化, 则归一化的弹性应变能  $W_i/W_{\max,i}$  表示每周加载对试样损伤状态的相对改变量。描述试样损伤状态的参数  $P_d$  可表示为

$$P_d = \sum (W_i/W_{\max,i}) \quad . \quad (7)$$

特殊地, 当每周应变幅值相同时,  $P_d = W/W_{\max}$ , 式(4)可改写为

$$G/G_0 = 1 - P_d^s \quad . \quad (8)$$

式(8)可以表示同一  $\gamma_a$  水平、不同损伤状态下珊瑚砂的  $G/G_0$  发展规律。在双对数坐标中,  $(1-G/G_0) - P_d$  关系呈斜率为  $s$  的直线, 从该模型的数学形式可知, 损伤状态参数  $P_d$  介于 0~1.0, 当试样发生液化时, 动剪切模量趋于 0, 相应地,  $P_d$  趋于 1.0。该模型形式简单, 在当前广泛使用的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  模型的基础上引入不排水等应变幅值循环加载 (USγ-CTX) 试验的等幅衰退指数  $s$ , 即可预测珊瑚砂在不同损伤状态下的  $G$ 。

图 12 为不同工况下的 USγ-CTX 试验结果, 以及根据上述模型预测的  $G/G_0$  曲线。根据图 9 可知, 当试样接近液化时 ( $G/G_0 < 0.1$ ), 颗粒间的接触应力逐渐消失, 土体发生结构性破坏, 导致动剪切模量随损伤状态的变化趋势稍有改变。因此, 在图 12 的试验结果

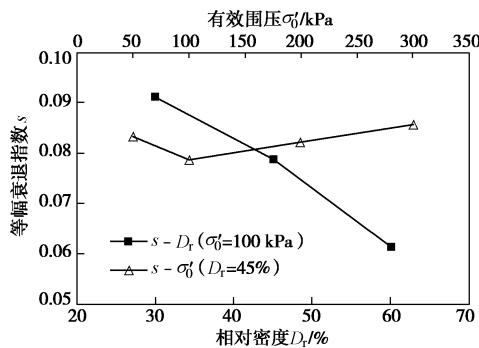
图 10 不同固结条件下的平均等幅衰减指数  $s$ 

Fig. 10 Average constant-amplitude degradation index  $s$  under different consolidation conditions

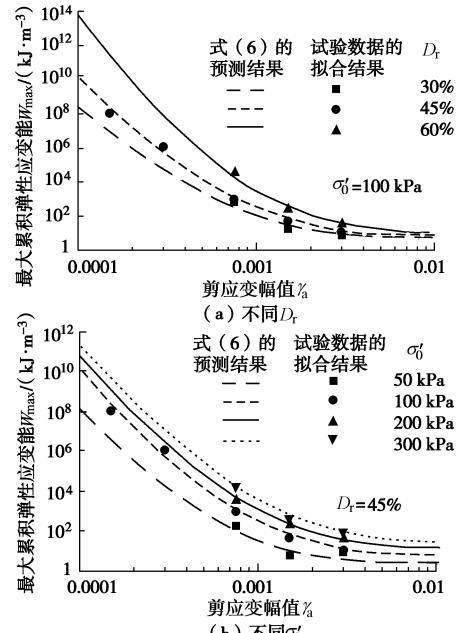
图 11 珊瑚砂的  $W_{\max}$  及其预测曲线

Fig. 11  $W_{\max}$  of coral sand and prediction curves

中, 当试样液化时 ( $G/G_0 = 0$ ),  $P_d$  介于 0.6~3.0 之间, 与液化时  $P_d$  的理论值 1.0 存在 2~3 倍的误差, 但由于  $(1-G/G_0)$  与  $P_d$  为幂函数关系, 该误差对于  $G/G_0$  预测的影响是十分微小的, 并且图 12 也表明, 式 (8) 对等应变幅值循环加载下珊瑚砂的  $G/G_0$  具有很好的预测效果。

### 3.2 非等幅加载下的预测模型

上述动剪切模量的预测模型是根据等应变幅值循环加载试验结果获得的。为探究非等应变幅值循环加载下该模型是否适用, 本节针对 US $\tau$ -CTX 和 UV $\gamma$ -CTX 试验结果进行分析。

US $\tau$ -CTX 试验时循环加载每一周的  $\gamma_a$  均为当前加载历史上的  $\gamma_{a,\max}$ , 为升幅加载过程。图 13 为不同工况下的  $G/G_0 - P_d$  关系, 液化时, 试样的实际损伤状态参数介于 0.3~3.0, 其误差对  $G/G_0$  预测的影响同样很小; 虚线为根据公式 (8) 给出的预测曲线。由图可知, 上述模型依旧能够很好地预测升幅加载下  $G$  随

$P_d$  的衰退情况。

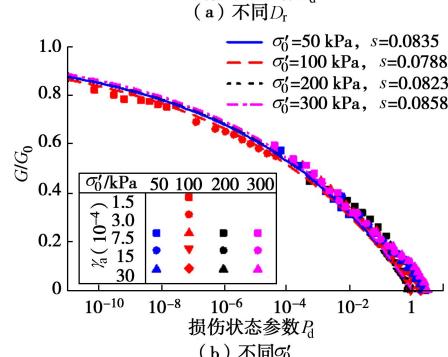
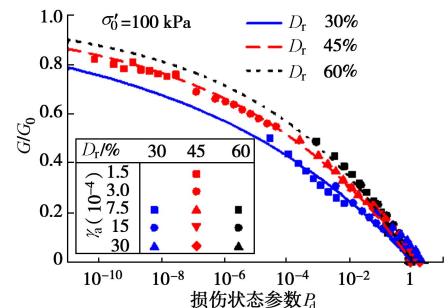
图 12 USy-CTX 试验的  $G/G_0$  及其预测曲线

Fig. 12  $G/G_0$  obtained from USy-CTX tests and prediction curves

图 14 为图 7 (a), 7 (b) 加载模式下的  $(1-G/G_0) - P_d$  关系。最大应变幅值  $\gamma_{a,\max} = 0.15\%$ , 且  $\gamma_a = 0.075\%$  的循环加载周为降幅加载。由图可知, 即使应变序列不同, 两种加载模式下, 相同  $\gamma_a$  下的  $(1-G/G_0) - P_d$  关系在双对数坐标中可用同一直线表示, 其斜率具有如下规律: ①  $\gamma_{a,\max}$  作用下, 双对数坐标中  $(1-G/G_0) - P_d$  关系的斜率为 0.094, 与  $D_r=30\%$  时的等应变幅值循环加载的斜率, 即等幅衰减指数  $s$  (0.091) 相近, 说明在加载过程中, 如果循环加载某一周的  $\gamma_a$  为当前加载历史上的最大应变幅值, 则该周的  $G/G_0$  可以用公式 (8) 预测; ② 降幅加载下的斜率  $s' = 0.108$ , 大于  $s$ , 说明相同  $P_d$  下,  $\gamma_a$  减小导致  $G/G_0$  增大, 同时  $G/G_0$  随  $P_d$  衰退的速度加快, 称  $s'$  为衰退指数; ③ 降幅循环加载时, 衰退指数  $s'$  的大小与加载过程中的降幅应变幅值的序列无关, 仅与当前应变幅值  $\gamma_a$  和最大应变幅值  $\gamma_{a,\max}$  有关。

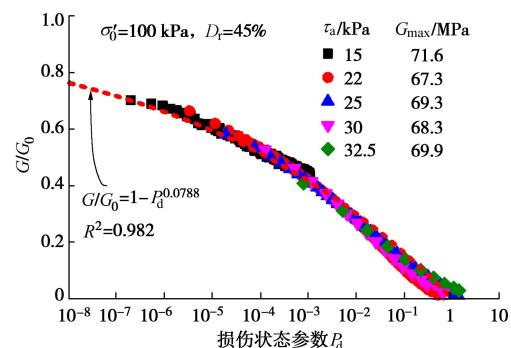
图 13 US $\tau$ -CTX 试验的  $G/G_0$  及其预测曲线

Fig. 13  $G/G_0$  obtained from US $\tau$ -CTX tests and prediction curves

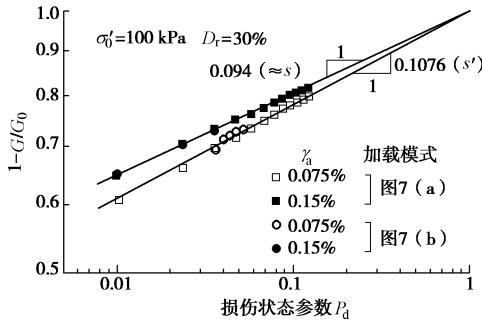
图 14 不同应变序列加载的 $(1-G/G_0)$ - $P_d$ 关系Fig. 14  $(1-G/G_0)$ - $P_d$  relationships with different loading forms

图 15 中实线为相同固结状态下, 应变幅值为 0.15% 和 0.075% 的等应变幅值循环加载试验得到的  $(1-G/G_0)$ - $W$  曲线, 虚线为  $\gamma_{a,\max} = 0.15\%$  试验的曲线末端 (对应的  $W = W_{\max}$ ) 和  $\gamma_a = 0.075\%$  试验的曲线左端 (对应的  $W = \beta \cdot W_1$ ) 的连线, 当  $\beta = 10^{-4}$  时, 该连线的斜率为: 0.1082, 与图 14 中  $s'$  (0.1076) 相近。因此衰退指数  $s'$  可以表示为

$$s' = \frac{s \cdot [\lg(W_{\max,\gamma}) - \lg(\beta \cdot W_1)]}{\lg(W_{\max,\gamma_m}) - \lg(\beta \cdot W_1)}, \quad (9)$$

其中,  $\beta$  为与土类有关的系数, 表示  $\gamma_a$  应变水平下  $(1-G/G_0)$ - $W$  曲线左端点对应的弹性应变能  $W_0$  与循环加载第一周的弹性应变能  $W_1$  的比值, 如前所述,  $W_1 = (5/2) \cdot G_{1st} \cdot \gamma_a^2$ 。 $W_{\max,\gamma}$  和  $W_{\max,\gamma_m}$  分别是应变幅值为  $\gamma_a$  和  $\gamma_{a,\max}$  时等应变幅值循环加载对应的最大累积弹性应变能, 由式 (6) 计算。当  $\gamma_a = \gamma_{a,\max}$  时,  $s' = s$ , 即等幅、升幅和降幅加载的衰退指数均可以用式 (9) 表示。因此,  $G/G_0$  的预测公式可改写为

$$G/G_0 = 1 - P_d^{s'}, \quad (10)$$

式中,  $P_d$  反映了加载过程中的损伤状态, 而应变幅值的大小及其序列由参数  $s'$  体现。该模型适用于不同加载模式下珊瑚砂在不同损伤状态下的动剪切模量预测。

### 3.3 模型的运用及验证

为验证非等幅循环加载下, 式 (10) 预测动剪切模量的可靠性, 对如图 7(c) 的复杂应变序列加载下的动剪切模量按式 (10) 进行预测。该应变序列含 3 个剪应变幅值, 前三圈为增幅加载周, 之后的加载中,  $\gamma_a = 0.075\%$  和 0.03% 的加载周期均为降幅加载周。各参数的取值如下:  $G_0=66.01 \text{ MPa}$ ,  $A=1.092$ ,  $B=0.496$ ,  $\gamma_r=7.30 \times 10^{-4}$ ,  $s=0.098$ ,  $\beta=1 \times 10^{-4}$ 。

运用该模型时, 逐圈计算饱和珊瑚砂的  $G/G_0$ , 计算步骤为: ①根据式 (6) 计算该周对应  $\gamma_a$  下的最大累积弹性应变能  $W_{\max}$ ; ②根据式 (2) 计算该周的弹性应变能, 并按式 (7) 计算加载至当前周数的破坏状态参数  $P_d$ ; ③若该周的应变幅值为当前加载历史上最大应变幅值, 则  $\gamma_{a,\max}$  变更为当前加载周的应变幅值, 否则不改变  $\gamma_{a,\max}$ ; ④根据式 (9) 计算当前应变幅值下的

衰退指数  $s'$ ; ⑤按式 (10) 计算当前加载周期的  $G/G_0$ 。

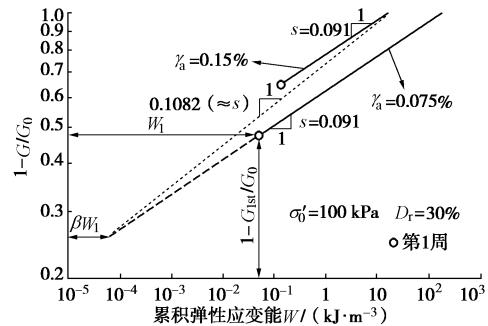
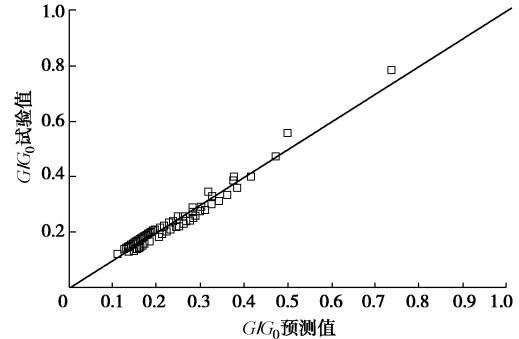
图 15 衰退指数  $s'$  的计算示意图Fig. 15 Schematic diagram for determining degradation index  $s'$ 

图 16 对比了  $G/G_0$  的试验值和预测值, 发现上述的预测模型能很好地预测复杂非等应变幅值循环加载下的饱和珊瑚砂动剪切模量 ( $R^2 = 0.967$ )。

图 16 复杂应变幅值序列循环加载下饱和珊瑚砂  $G/G_0$  的试验值和预测值对比Fig. 16 Measured and predicted  $G/G_0$  of saturated coral sand under cyclic loading form with complex  $\gamma_a$  order

## 4 结 论

(1) 饱和珊瑚砂第一周的  $G_{1st}/G_0$  随  $\gamma_a$  的增加而减小, 平均有效围压  $\sigma'_0$  是  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线的主要影响因素,  $\sigma'_0$  越大,  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线衰退越慢, 珊瑚砂的非线性越弱; 由于加载历史的影响, 应变控制分级循环加载试验获得的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  曲线在  $\gamma_a > 3 \times 10^{-4}$  时偏高。

(2) 等应变幅值循环加载时, 饱和珊瑚砂的  $(1-G/G_0)$  与累积弹性应变能  $W$  在双对数坐标中呈直线关系。

(3) 最大累积弹性应变能  $W_{\max}$  随  $\gamma_a$  的增大而减小, 随  $D_t$  和  $\sigma'_0$  的增大而增大; 将循环加载每一周的弹性应变能  $W_i$  按  $W_{\max,i}$  归一化后求和, 得到表示珊瑚砂损伤状态的参数  $P_d$ ; 双对数坐标中, 相同  $\gamma_a$  下的  $(1-G/G_0)$ - $P_d$  关系为直线, 升幅加载与等幅加载的衰退指数一致且小于降幅加载的衰退指数。

(4) 结合传统的  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  模型分析了珊瑚砂  $G/G_0$  与  $P_d$  的关系, 并基于能量原理给出了可以综合考虑  $\gamma_a$  大小,  $\gamma_a$  序列变化和损伤状态影响的珊瑚砂  $G/G_0$  预测模型, 该模型在  $G_{1st}/G_0 - \gamma_a$  模型参数的基础上

上仅需增加  $s$ ,  $\beta$  两个参数。

## 参考文献:

- [1] KOKUSHO T. Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range[J]. Soils and Foundations, 1980, **20**(2): 45 – 60.
- [2] 梁 珂, 陈国兴, 何 杨, 等. 基于相关函数理论的动模量和阻尼比计算新方法[J]. 岩土力学, 2019, **40**(4): 1368 – 1376. (LIANG Ke, CHEN Guo-xing, HE Yang, et al. An innovative method for the calculation of dynamic modulus and damping ratio based on the theory of correlation function[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(4): 1368 – 1376. (in Chinese))
- [3] MENQ F. Dynamic properties of sandy and gravelly soils[D]. Austin: The University of Texas at Austin, 2003.
- [4] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, **98**(SM7): 667 – 692.
- [5] MARTIN P P, SEED H B. One-dimensional dynamic ground response analyses[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1982, **108**(7): 935 – 952.
- [6] MATASOVIC N, VUCETIC M. Cyclic characterization of liquefiable sands[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, **11**(119): 1805 – 1822.
- [7] DARENDELI M B. Develop of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves[D]. Austin: The University of Texas at Austin, 2001.
- [8] CHEN G, ZHOU Z, SUN T, et al. Shear modulus and damping ratio of sand-gravel mixtures over a wide strain range[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2019, **23**(8): 1407 – 1440.
- [9] POLITO C P, GREEN R A, LEE J. Pore pressure generation models for sands and silty soils subjected to cyclic loading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, **134**(10): 1490 – 1500.
- [10] JAFARIAN Y, TOWHATA I, BAZIAR M H, et al. Strain energy based evaluation of liquefaction and residual pore water pressure in sands using cyclic torsional shear experiments[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, **35**: 13 – 28.
- [11] 潘 坤, 杨仲轩. 不规则动荷载作用下砂土孔压特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(增刊 1): 79 – 84. (PAN Kun, YANG Zhong-xuan. Pore pressure characteristics of sand subjected to irregular loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(S1): 79 – 84. (in Chinese))
- [12] 赵丁凤, 梁 珂, 陈国兴, 等. 剪切–体积应变耦合的孔压增量模型试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(5): 1832 – 1840. (ZHAO Ding-feng, LIANG Ke, CHEN Guo-xing, et al. Experimental investigation on a new incremental excess pore pressure model characterized by cyclic shear-volume coupling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(5): 1832 – 1840. (in Chinese))
- [13] ASTM D2487—11 Standard practice for classification of soils for engineering purposes[S]. 2011.
- [14] 吴 琦, 陈国兴, 周正龙, 等. 细粒含量对细粒–砂粒–砾粒混合料动强度的影响[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(6): 1038 – 1047. (WU Qi, CHEN Guo-xing, ZHOU Zheng-long, et al. Influences of fines content on cyclic resistance ratio of fines-sand-gravel mixtures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(6): 1038 – 1047. (in Chinese))
- [15] 王 谦, 李 娜, 王 平, 等. 甘南地区黄土的动模量与阻尼比特性研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(增刊 1): 192 – 197. (WANG Qian, LI Na, WANG Ping, et al. Behaviors of dynamic modulus and damping ratio of loess in Gannan region of Gansu Province[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(S1): 192 – 197. (in Chinese))
- [16] 李瑞山, 陈龙伟, 袁晓铭, 等. 荷载频率对动模量阻尼比影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(1): 71 – 80. (LI Rui-shan, CHEN Long-wei, YUAN Xiao-ming, et al. Experimental study on influences of different loading frequencies on dynamic modulus and damping ratio[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(1): 71 – 80. (in Chinese))
- [17] 孔令伟, 臧 濛, 郭爱国. 湛江黏土动剪切模量的结构损伤效应与定量表征[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(12): 2149 – 2157. (KONG Ling-wei, ZANG Meng, GUO Ai-guo. Structural damage effect on dynamic shear modulus of Zhanjiang clay and quantitative characterization[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(12): 2149 – 2157. (in Chinese))
- [18] 梁 珂, 何 杨, 陈国兴. 南沙珊瑚砂的动剪切模量和阻尼比特性试验研究[J]. 岩土力学, 待刊. (LIANG Ke, HE Yang, CHEN Guo-xing. Experimental study on dynamic shear modulus and damping ratio characteristics of coral sand from Nansha Island[J]. Rock and Soil Mechanics, in press. (in Chinese))
- [19] CHEN G X, ZHAO D F, CHEN W Y, JUANG C H. Excess pore-water pressure generation in cyclic undrained testing[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, **145**(7): 04019022.