

DOI: 10.11779/CJGE201910007

张开度影响的裂隙体破断机制探讨

蒲成志¹, 杨仕教¹, 张春阳^{*2}

(1. 南华大学资源环境与安全工程学院, 湖南 衡阳 421001; 武汉理工大学资源与环境工程学院, 湖北 武汉 430070)

摘 要: 预制裂隙闭合形态是影响裂隙体模型破坏模式及破断机制的重要因素。为了系统探索裂隙闭合形态对裂隙体试件破断机理的影响, 基于插片法用水泥砂浆材料制备了具有 4 种不同张开度的裂隙体试件, 在 RMT-150B 试验机上开展了单轴加载试验, 发现: 裂隙体张开度为 0.1 mm 时, 不同倾角裂隙体峰值强度变化规律与滑动裂纹模型理论 ($\mu=0$) 揭示规律相吻合; 张开度为 0.2, 0.4, 0.8 mm 时, 不同倾角裂隙体峰值强度变化规律与滑动裂纹模型理论预测规律不一致。为探索压缩条件下张开裂隙模型的破断力学机制, 基于弹性力学椭圆孔渐进应力场环境, 结合应力叠加原理, 分析了渐进应力场中法向压应力和横向压应力对孔口应力集中现象的贡献, 给出了任意倾角椭圆型裂纹孔口环向集中应力的表达式, 然后对试验过程中水平展布预制裂隙微裂纹发育特征与破断屈服过程的力学机理进行了分析和讨论; 并基于线弹性断裂力学理论, 讨论了渐进应力场中剪应力对尖端微裂纹发育的力学作用机理。

关键词: 裂隙体; 闭合型裂纹; 张开型裂纹; 张开度; 渐进应力场

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)10-1836-09

作者简介: 蒲成志(1986—), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩石断裂力学方面的试验与理论研究工作。E-mail: puchengzhi@foxmail.com。

Fracture mechanism of pre-cracked specimens influenced by opening width

PU Cheng-zhi¹, YANG Shi-jiao¹, ZHANG Chun-yang²

(1. School of Resources Environment and Safety Engineering, University of South China, Hengyang 421001, China; 2. School of Resources and Environment Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: The closed form of pre-crack specimens is an important factor affecting their failure mode and breaking mechanism. In order to systematically explore the influence of the form of crack closure on the fracture mechanism of fracture specimens, four kinds of pre-cracked specimens with different opening widths are made of concrete by inserting thin slices, then the uniaxial compression tests are carried out using the RMT-150B tester after the curing process. The results show that the variation of the peak strength of pre-cracked specimens with different dip angles is consistent with the theory of sliding crack model when the friction coefficient (μ) of crack surfaces is zero and the opening width is 0.1 mm except 0.2, 0.4 and 0.8 mm. In order to explore the breaking mechanism of the specimens with an opened crack under compression, the contribution of normal and transverse compressive stresses to the stress concentration on the crack faces is analyzed based on the superposition principle and progressive field of stress in the region of the elliptic hole, and the formula for the circumferential concentrated stress of an elliptical crack with an arbitrary inclination angle is proposed. In addition, the development characteristics of micro-cracks and the breaking mechanism of pre-cracked specimens during the failure process are also analyzed and discussed. Finally, based on the theory of linear elastic fracture mechanics, the mechanism of shear stress on the development of microcracks at the pre-cracked tip is discussed.

Key words: pre-cracked specimen; closed crack; opened crack; opening width; progressive stress field

0 引 言

由于岩石、混凝土等脆性材料内部包含大量的节理、裂隙和孔洞等缺陷, 自断裂力学理论建立以来, 岩石力学工作者一直尝试将其引入岩石力学领域, 用以揭示这类材料在压缩荷载作用下的破断机理。滑动裂纹模型理论一经提出, 便得到岩石力学界的关注,

其滑移破坏的力学模型简洁而适用, 很快获得岩石力学界的认可, 并被广泛应用于岩石类材料压剪断裂分析及损伤分析^[1]。

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (51704168, 51404179); 中国博士后科学基金项目 (2016M602417)

收稿日期: 2018-12-04

***通讯作者:** (E-mail: zcl2722@163.com)

裂隙的存在对裂隙体模型力学特性、破断规律的影响为学界所共识,并成为岩石力学领域的研究热点。郭少华^[2]通过控制预制裂隙拔片时间,制备了中心含单一倾斜裂纹的裂隙体模型,得到了张开型、闭合型和不完全闭合型裂隙试件,对裂隙体破断模式及力学响应规律进行了研究;陈枫^[3]采用 0.8 mm 直径钻头在巴西圆盘上预制中心裂纹,研究了微断裂与宏观力学量之间的关系;尹祥础等^[4]采用预先划痕背面三点弯试验方法在岩石材料内制备了闭合中心裂纹,基于有效剪力原理分析了闭合裂隙面的相互作用。刘文德等^[5]基于薄片抽条法制备了厚度为 0.5 mm 和 3.0 mm 的中心斜裂纹模型,研究了裂隙倾角及厚度对裂隙体断裂力学特征和起裂角的影响;李碧勇等^[6]采用填充钢片的方法制作了闭合裂隙,对比分析了压缩条件下张开型与闭合型裂隙尖端微裂纹起裂角及强度规律上的差异性;杨庆等^[7]制备了张开度为 0.2 mm 的裂隙体试件,发现 30° 倾角下微裂纹起裂强度最低;赵永红^[8]在大理岩试件预制裂隙中填充水泥砂浆材料,制备闭合裂纹模型,扫描电镜下对微裂纹的萌生、扩展、连通过程进行了实时显微观测研究。郭彦双等^[9-10]试验研究了树脂材料和砂浆材料内置椭圆形裂隙的三维始裂、扩展过程及其破裂过程中声发射信号特征,并基于最大拉应力准则分析了压剪和拉剪应力状态下倾斜椭圆形裂纹的三维始裂状态;郭少华等^[11]指出:在压应力作用下,岩石类椭圆型裂纹表面达到闭合之前就出现了开裂现象;李强等^[12]以裂隙面变形参数作为基本参量,建立了不受加载模式影响的裂隙面闭合分析模型;Mcclintock 等^[13]认为存在一个临界压应力使张开型裂纹发生闭合;刘东燕等^[14]也讨论了张开型裂纹受压过程中的闭合问题,并给出了使裂纹闭合的最小压应力表达式。郑安兴等^[15]基于建立了考虑摩擦效应的闭合裂纹失稳扩展的压剪断裂判据;李强等^[16-17]基于滑动裂纹模型研究了闭合斜裂纹的 I 型分支裂纹的渐近扩展特点。岑章志等^[18]基于边界元理论研究了考虑摩擦效应的闭合裂纹尖端应力强度因子表达式。

目前针对裂隙体物理模型的试验及理论研究工作主要集中在裂隙展布形态、裂隙数量、裂隙尖端微裂纹发育形态上,不同学者开展试验测试项目时,所制作裂隙的张开度各不相同,导致所得试验结果也存在较大差异。但是并没有学者正视客观存在的试验结果差异性,更没有深究产生这种差异性的原因。滑动裂纹模型理论给出的理论解表明:模型材料相同时,裂隙面上有效剪力最大值对应裂隙倾角不小于 45° (裂隙面摩擦系数为 0 时为 45°),也即裂隙体强度最小值对应裂隙倾角不会小于 45°。这是因为滑动裂纹模型理论认为,裂隙面发生相互滑动时,垂直裂隙面主

应力是相对滑动的阻力,对裂隙尖端的应力集中没有积极贡献,只有弱化效果。但是现有研究成果中,大部分试验结果是裂隙体强度最小值对应裂隙倾角小于 45°,试验环境与理论模型的边界条件不一致(物理模型中预制裂隙的不闭合)是导致试验结果与理论解存在矛盾的最主要原因之一。

弹性力学理论表明:裂隙处于张开状态时(扁椭圆孔),垂直裂隙面作用的正应力不仅不会阻止裂隙面的相对滑动,还将对裂隙尖端的应力集中现象有贡献。另一方面,受限于物理模型试件制备技术,原岩试件中,切割法制备裂隙厚度普遍大于 0.5 mm,弯曲预裂法制备裂隙虽然可以实现闭合裂纹的制作,但是裂纹展布形态随机性大,且不平整;相似模型中,受限于插片的强度与刚度,插片法制作裂隙厚度普遍大于 0.5 mm;小张开度裂隙体物理模型的制作成为制约这方面研究工作进展的另一个原因。笔者在十多年试验经验与理论研究基础上,经过大量的实践尝试,在相似材料中成功制备了厚度 0.1 mm 的裂隙体试件,开展了单轴加载试验,研究并分析了裂隙张开度及倾角对裂隙体强度规律及破断机理的影响机制,以期将张开度对裂隙体破断机制的影响规律呈现在后续研究学者面前,在吸引更多学者关注的同时,以实现在裂隙体断裂破坏机制研究领域提供一些贡献的目的。

1 试件制备与加载

本次试验的水泥砂浆材料按白水泥(标号 425):细砂:水=5:5:2 的质量比混合制成,细砂通过 1.25 mm 孔径筛子筛分后,进行水洗再晾干,以消除河砂中土对试验结果的干扰。预制裂纹通过试件初凝后拔出预埋钢片的方式形成,24 h 后拔片、拆模,将合格试件放入养护箱养护 28 d。

试件外形尺寸为 200 mm×150 mm×50 mm,裂纹长度为 30 mm,裂隙张开度裂隙张开度均为 1 mm 以下,分别为 0.1, 0.2, 0.4, 0.8 mm,共计 4 种张开度,预制裂隙倾角为 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 共计 7 个角度,每种类型试件外加完整试件各制备 8 个,以便减小数据离散性带来的误差,试件共计 232 个。

试件及钢片厚度量测示意图见图 1。

加载试验采用 RMT-150B 岩石力学试验机,结合试件情况对试验机进行改装(如图 2),改装后的试验机能够实现矩形试件进行力及位移控制加载。本次试验加载方式为力控,加载速度为 200 N/S。在相同试验条件下,对相同配比水泥砂浆材料制备的完整试件进行单轴压缩试验、巴西劈裂试验和直剪试验等,得到材料的物理力学参数见表 1。

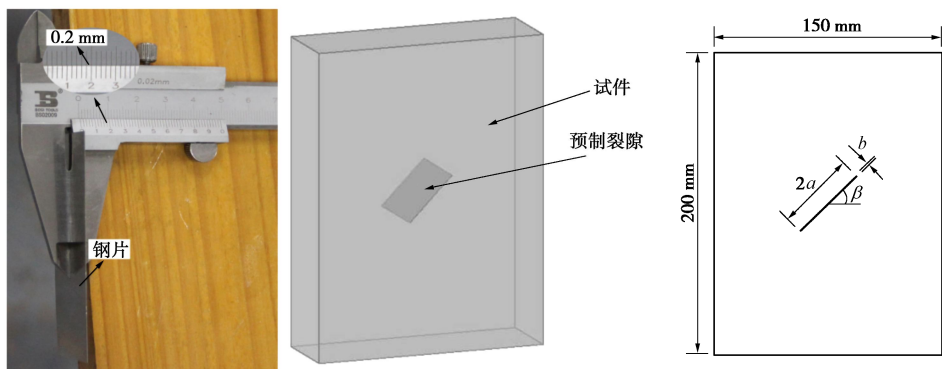


图 1 钢片厚度与试件模型示意图

Fig. 1 Specimen model and thickness of steel sheet



图 2 RMT-150B 岩石力学试验机

Fig. 2 Rock mechanics testing machine RMT-150B

表 1 类岩材料物理力学参数

Table 1 Mechanical parameters of rock-mass materials						
密度 /($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	单轴抗 压强度 /MPa	弹性 模量 /GPa	泊松 比	抗拉 强度 /MPa	内聚 力 /MPa	摩擦 角 /($^{\circ}$)
2145	33.28	7.63	0.211	2.64	6.49	33.75

2 试验结果与分析

2.1 裂隙体强度规律

图 3 所示为裂隙体峰值强度与裂隙倾角之间的关系曲线，从图 3 可以看出，裂隙体峰值强度受控于裂隙倾角，且强度变化规律受预制裂隙张开度影响显著。裂隙张开度依次为 0.1，0.2，0.4 mm 时，裂隙体峰值强度均随裂隙倾角增大而呈先减小后增大的变化规律，并且依次于裂隙倾角为 45°，30° 和 15° 时峰值强度达到最低；当裂隙张开度增大为 0.8 mm 时，裂隙体峰值强度随裂隙倾角增加呈现递增规律：裂隙倾

角 0° 时强度最小、90° 时强度最大。

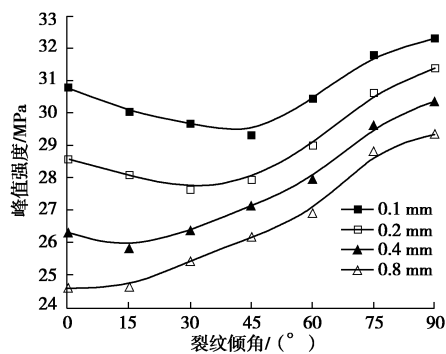


图 3 不同张开度裂隙体峰值强度与裂隙倾角关系曲线

Fig. 3 Relation curves of peak strength and fissure inclinational angle for fissure bodies with different opening widths

2.2 裂隙体强度分析

滑动裂纹模型理论认为：裂隙面上的有效剪力是导致压剪应力作用下裂纹体发生剪切型断裂的根本原因。如图 4 所示的压缩荷载下滑动裂纹模型被广泛用

来描述裂隙体模型微裂纹破断机制^[1], 主裂隙面上对有效剪力有贡献的分力为裂隙面上的法向应力 σ_n 和剪应力 τ , 设 μ 为裂隙面的摩擦系数, 在裂隙面上法向应力 σ_n 、剪应力 τ 和裂隙面上摩擦阻力的联合作用下, 裂隙面上的有效剪应力表述为

$$\tau_{\text{eff}} = \tau - \mu \cdot \sigma_n, \quad (1)$$

τ_{eff} 即为闭合型裂隙面间相互滑动的“驱动力”, 它是引起裂隙尖端微裂纹起裂扩展的主要因素^[17]。

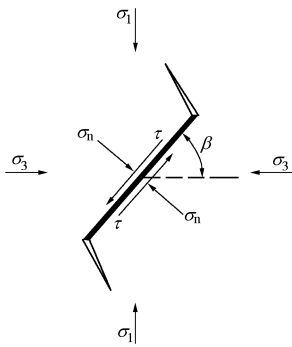


图 4 滑动裂纹模型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of sliding crack model

由弹性力学理论可知, 裂隙体在远场均布荷载 σ_1 和 σ_3 作用下, 闭合型裂隙面上的法向应力 σ_n 和剪应力 τ 分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_3 \sin^2 \beta, \\ \tau &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(2\beta). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

特别地, 单轴加载条件下, $\sigma_3 = 0$, 将其代入上式后, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \beta, \\ \tau &= \frac{\sigma_1}{2} \sin(2\beta). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (1) 后可以得到

$$\tau_{\text{eff}}(\beta) = \frac{\sigma_1}{2} \sin(2\beta) - \mu \cdot \sigma_1 \cos^2 \beta. \quad (4)$$

在裂隙体材料一定、裂隙长度不变的情况下, 裂隙面上有效剪应力最大时, 裂隙体模型承载能力最低。此时, 对式 (4) 关于裂隙倾角 β 求一阶导数, 并令其为零, 得到

$$\beta_0 = \frac{1}{2} \arccot(-\mu) = \frac{1}{2} (\pi - \arccot \mu). \quad (5)$$

特别地, 当闭合型裂纹处于理想状态 ($\mu=0$), 即裂隙面闭合但无摩擦现象时, $\beta_0 = 45^\circ$; 当 $\mu > 0$ 时, $\beta_0 > 45^\circ$ 。

式 (5) 表明: 当预制裂隙处于闭合状态时, 强度最小值对应裂隙倾角不小于 45° , 并随闭合裂隙面摩擦系数的增大而增大, 表 1 中已经给出物理模型的内

摩擦角为 33.75° , 在不考虑裂隙面接触时的黏聚力效应前提下, 裂隙体峰值强度最小值对应裂隙倾角应该在 60° 附近; 但是图 3 所揭示的不同张开度裂隙体试件峰值强度与裂隙倾角之间的关系, 与式 (5) 描述的理论解显然不一致, 图 3 中裂隙体强度最小值对应裂隙倾角均不大于 45° 。这表明滑动裂纹模型理论并不适用于本文所制作裂隙体模型的破断机制分析, 已有研究结果证明, 经典的滑动裂纹模型理论对于闭合裂纹压剪断裂分析是适合的^[19], 这就意味着本文所制作裂隙体试件所含裂纹并不是闭合状态。

图 5 所示为采用厚 0.1 mm 插片制作的水平展布裂隙体试件, 根据经典滑动裂纹模型理论, 水平展布裂隙面上有效剪力为 0, 即裂隙尖端没有发育微裂纹的“驱动力”, 而垂直作用在闭合裂隙面上的法向应力 σ_n 对尖端应力集中没有贡献, 意味着水平展布闭合裂隙试件的破坏模式应与完整试件相近, 但是图 5 所示水平展布裂隙体试件的破坏模式并不是个例, 而是普遍现象。本次试验结果表明: 在制作裂隙体试件时, 采用在试件养护前期拔出预埋插片的方法制作预制裂隙, 并试图依靠试件养护后期水泥水化而使裂纹闭合, 这种制作闭合裂隙的方法并不可取。

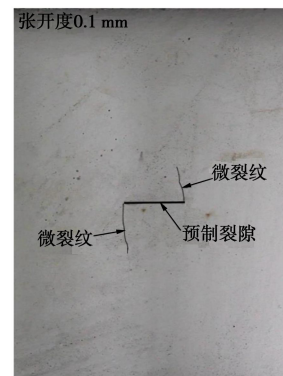


图 5 水平展布预制裂隙微裂纹发育形态

Fig. 5 Development morphology of micro-cracks in pre-cracked specimens with horizontal fissures

3 张开型裂纹破断机制

试验测试结果与滑动裂纹模型理论预测结果的不一致, 表明采用具有一定厚度的插片制作的裂隙并不是闭合的, 而是具有一定张开度的裂隙, 但是在滑动裂纹模型理论中, 裂隙尖端微裂纹的萌生与裂隙面的相互滑动有关, 该理论只考虑法向应力 σ_n 对裂隙面相互滑动的抑制作用, 而忽略其对裂隙环向应力场的贡献, 因此, 滑动裂纹模型理论并不适用于张开型裂隙模型的破断机理分析。

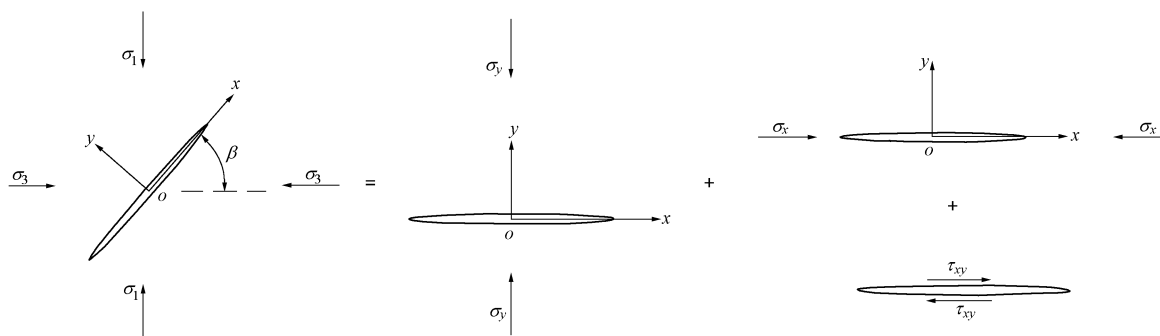


图6 椭圆形裂纹渐进应力场和应力叠加示意图

Fig. 6 Schematic diagram of progressive stress field and stress superposition for elliptical cracks

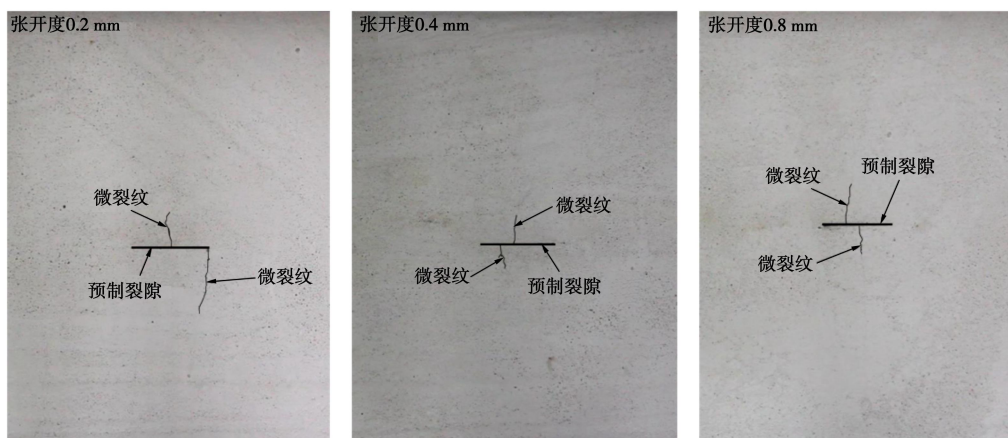


图7 水平展布张开型裂隙微裂纹发育形态

Fig. 7 Development morphology of micro-cracks in pre-cracked specimens with opening horizontal fissures

当裂隙为张开型时, 可将裂隙等价于二维平面内的椭圆形裂纹 (如图6所示)。其中, 裂纹长轴为 $2a$, 短轴为 $2b$, 裂纹与水平向夹角为 β , 裂隙体远场边缘施加均匀荷载 σ_1 和 σ_3 , 此时, 以裂纹中心为坐标原点, 裂纹展布方向为横轴建立 xoy 坐标系, 由弹性力学理论可知, 远场 σ_1 和 σ_3 在裂隙面上产生的横向压应力 σ_x 、法向应力 σ_y 和剪应力 τ_{xy} 分别表示为^[20]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \sin^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \beta, \\ \sigma_y &= \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_3 \sin^2 \beta, \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(2\beta). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据应力场叠加原理, 倾角为 β 的倾斜椭圆孔在远场压应力作用下的应力场可以视为3个分项应力场的叠加 (如图6所示)。

特别地, 单轴加载条件下, $\sigma_3=0$, 将其代入上式后, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \sin^2 \beta, \\ \sigma_y &= \sigma_1 \cos^2 \beta, \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1}{2} \sin(2\beta). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

相比适用于闭合裂隙的滑动裂纹模型, 在张开裂

隙面邻域内, 除法向应力 σ_y 和剪应力 τ_{xy} 外, 还有横向压应力 σ_x 的存在, 在这里分类进行讨论。

3.1 压应力作用

弹性力学给出了单轴压缩条件下无限大板中穿透椭圆孔周边环向应力解析解的表达式^[21]:

$$\sigma_\theta = \sigma_y \frac{1 + 2 \cos 2(\theta + \beta) - 2m \cos(2\beta) - m^2}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2}, \quad (8)$$

式中, $m = (a-b)/(a+b)$, θ 角为以图6所示 x 轴正方向为起始位置顺时针方向旋转确定的夹角。

(1) 当 $\beta=0^\circ$ 时, 即远场压应力垂直椭圆孔长轴作用 (图6), 由式(8)得到

$$\sigma_\theta = \sigma_y \frac{1 + 2 \cos 2\theta - 2m - m^2}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2}. \quad (9a)$$

对式(9a)关于 θ 角求一阶导数, 并令 $d\sigma_\theta/d\theta=0$, 可以得到

$$\sin 2\theta(m^3 + m^2 - m - 1) = 0, \quad (10a)$$

式中, m 取值 $[0,1]$ 区间时, $f(m) = m^3 + m^2 - m - 1 < 0$ 始终成立, 据此得到

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_\theta)_{\min} &= \sigma_\theta \Big|_{\theta=\pm\frac{\pi}{2}} = -\sigma_y, \\ (\sigma_\theta)_{\max} &= \sigma_\theta \Big|_{\theta=0,\pi} = \sigma_y \frac{3+m}{1-m}. \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

式 (11a) 表明, 对于水平展布的椭圆形裂纹, 最大拉应力出现在短轴端点处, 据此可以合理解释在压缩荷载作用下, 水平展布张开裂隙中部发育竖向拉伸裂纹 (图 7 所示) 的试验现象。

为了更为清晰、直观地观察式 (9a) 所揭示 m 对椭圆孔环向应力 σ_θ 的影响规律, 基于 MATLAB 对几个特征值条件下的 σ_θ 给出变化曲线, 见图 8 所示。

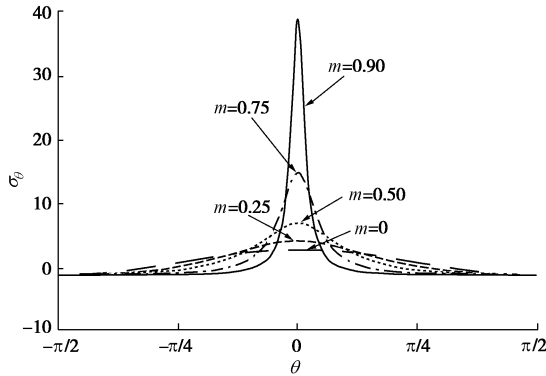


图 8 法向压应力作用下 m 值影响的椭圆孔口环向应力集中现象 ($\sigma_y=1$)

Fig. 8 Stress concentration phenomenon of circumferential stress for elliptical cracks influenced by m under action of normal compressive stress ($\sigma_y=1$)

如前文所述, 闭合型裂纹中, 对裂隙面上有效剪力有贡献的包括法向应力 σ_y 和剪应力 τ_{xy} , 而法向应力 σ_y 主要是起到“抵抗”裂隙面相对滑动的作用, 当裂隙面处于张开状态时, 由法向应力 σ_y 带来的裂隙面摩阻力将不存在, 但是其在椭圆形裂纹长轴尖端所产生的应力集中现象 (式 (11a) 所示), 已经得到学界认可。因此, 在进行裂隙体在压缩荷载作用下的断裂破坏机制分析时, 有学者将其在裂隙尖端产生的应力强度因子直接视为拉应力对应应力强度因子的负值, 即

$$K_I = -\sigma_y \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

值得注意的是, 椭圆孔在压缩荷载作用下的力学响应 (式 (8)), 是类比拉应力作用下的椭圆孔力学响应规律得到的, 并限定椭圆孔应力边界条件为 0, 即式 (9a) 给出的椭圆形裂纹边界上的环向应力解析解, 是在椭圆孔边界应力为 0 的条件下才能得到, 意味着式 (12) 的成立应满足一定条件, 即尖端微裂纹发育前, 裂隙面不能相互接触! 而对于任意的张开型裂纹, 是否满足上述条件, 值得商榷。

理论上讲, 裂隙闭合时, 垂直于裂隙面的法向应力 σ_y 对裂隙尖端的应力集中现象没有贡献, 在裂隙张开度达到特定值 (尖端微裂纹发育前裂隙面没有闭合) 时, 垂直于裂隙面的法向应力 σ_y 对裂隙尖端的应力集中现象可以用式 (12) 表达, 在两种状态之间存在一个过渡区, 在此过渡区内, 由于椭圆孔的应力边界条

件不为 0, 因此并不能直接用式 (12) 表征裂隙面法向应力 σ_y 对裂隙尖端应力集中的贡献。

比如, 图 3 中所示预制裂隙张开度为 0.1 mm 时, 裂隙体峰值强度最小值对应裂隙倾角为 45° , 这与式 (5) 所揭示的特殊解相一致, 表明当插片厚度为 0.1 mm 时, 所制作的裂隙虽然没有闭合, 但是在远场压应力作用下, 裂隙面发生了闭合, 法向应力 σ_y 对裂隙尖端应力集中现象的贡献极为有限, 但是随着裂隙张开度的增大, 法向应力 σ_y 对裂隙尖端应力集中现象的贡献逐渐增大, 裂隙体峰值强度最小值对应裂隙倾角逐渐减小。已有研究成果也表明^[15], 法向应力 σ_y 以式 (12) 的形式参与裂隙体破断过程中, 裂隙体峰值强度最小值对应裂隙倾角是小于 45° 的。

另外, 本文的裂隙张开度是建立在裂隙长度为 30 mm 条件下, 当裂隙长度增大或减小后, 其规律性有待进一步研究, 笔者认为, 用文献[22]中引入的相对张开度概念描述或许更为合适。

(2) 当 $\beta=90^\circ$ 时, 即远场压应力平行椭圆孔长轴作用 (图 6 所示), 由式 (8) 得到

$$\sigma_\theta = \sigma_x \frac{1 - 2\cos 2\theta + 2m - m^2}{1 - 2m\cos 2\theta + m^2} \quad (9b)$$

对式 (9b) 关于 θ 角求一阶导数, 并令 $d\sigma_\theta/d\theta=0$, 可以得到

$$\sin 2\theta(m^3 - m^2 - m + 1) = 0 \quad (10b)$$

式中, m 取值 $[0,1]$ 区间时, $f(m) = m^3 - m^2 - m + 1 < 0$ 始终成立, 据此得到

$$\begin{cases} (\sigma_\theta)_{\min} = \sigma_\theta|_{\theta=0,\pi} = -\sigma_x, \\ (\sigma_\theta)_{\max} = \sigma_\theta|_{\theta=\pm\pi/2} = \sigma_x \frac{3-m}{1+m}. \end{cases} \quad (11b)$$

对公式 (9a) 所揭示的 m 对椭圆孔环向应力 σ_θ 的影响规律, 同样基于 MATLAB 对几个特征值条件下的 σ_θ 给出变化曲线。

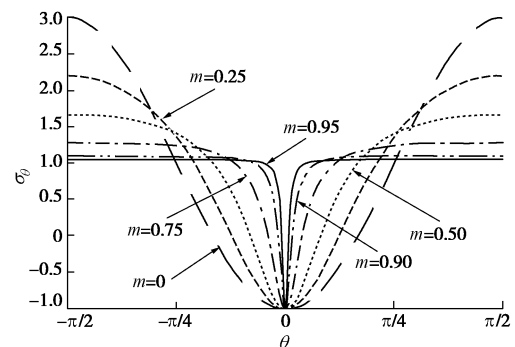


图 9 横向压应力作用下 m 值影响的椭圆孔口环向应力集中现象 ($\sigma_x=1$)

Fig. 9 Stress concentration phenomenon of circumferential stress for elliptical cracks influenced by m under action of transverse compressive stress ($\sigma_x=1$)

Muskhelishvili^[23]指出, 横向压应力 σ_x 将在顶点附近产生与 σ_x 垂直的拉伸应力, 最大值出现在顶点处, 并指出其值和横向应力相等。本文公式 (11b) 的结果也与其研究成果相一致。

综上, 对于单轴压缩条件下任意角度展布的椭圆孔裂纹边界上长短轴端部环向应力大小可表示为

$$\left. \begin{aligned} \text{长轴端部: } \sigma_\theta &= \sigma_y \frac{3+m}{1-m} - \sigma_x, \\ \text{短轴端部: } \sigma_\theta &= \sigma_x \frac{3-m}{1+m} - \sigma_y. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式 (7) 代入式 (13) 得到

$$\left. \begin{aligned} \text{长轴端部: } \sigma_\theta &= \sigma_1 (\cos^2 \beta \times \frac{3+m}{1-m} - \sin^2 \beta), \\ \text{短轴端部: } \sigma_\theta &= \sigma_1 (\sin^2 \beta \times \frac{3-m}{1+m} - \cos^2 \beta). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

据式 (14) 分析可得: 水平展布张开型裂隙, 中部 (短轴端部) 应力集中现象与张开度无关, 尖端 (长轴端部) 应力集中现象则对张开度极为敏感 (m 越趋近于 1, 应力集中现象越显著); 裂隙面横向压应力虽然对尖端拉应力集中有贡献, 但是由于法向压应力对尖端压应力集中现象的贡献更为突出, 当裂隙倾角较小时, 裂隙面横向压应力对尖端微裂纹的发育可以忽略不计。

图 5 与图 7 显示, 随张开度的增大, 水平展布裂隙发育微裂纹的位置从尖端向中部转移。从破坏机制上讲, 张开度大于 0.2 mm 时, 张开型裂隙中部产生的拉应力超过了材料的抗拉强度, 从而导致张开裂隙中部的拉伸裂纹出现。从图 3 所示裂隙体强度规律曲线可以发现, 随张开度的增大, 水平展布裂隙的峰值强度越来越低, 意味着张开度为 0.1 mm 时, 理论上裂隙中部的拉应力也超过了材料抗拉强度, 但是裂隙中部并没有发育拉伸裂纹, 反而是在尖端出现了微裂纹。这是因为虽然在理论上张开裂隙中部的拉应力等于远场均布荷载, 但是由于裂隙张开度过小, 允许裂隙面发生的挠曲变形很小, 导致裂隙面在压应力作用下很快发生闭合, 变形无法充分表现, 从而导致裂隙中部拉应力无法达到理论值, 也就意味着裂隙中部拉应力值无法达到中部拉伸裂纹发育的阈值。但是当张开度增大至裂隙面中部变形能够充分表现时, 裂隙中部拉应力能够增大至拉伸裂纹发育的阈值。正是由于裂隙中部拉伸裂纹的出现, 导致裂隙尖端的集中应力并没有达到材料屈服强度, 从而无法优先发育微裂纹。

3.2 剪应力作用

根据断裂力学理论, 裂纹渐进应力场为剪应力时, 为滑开型断裂。线弹性断裂力学给出了滑开型裂隙尖

端邻域应力场的极坐标表达式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(r, \theta) &= -\tau \sqrt{\frac{a}{2r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right], \\ \sigma_{yy}(r, \theta) &= \tau \sqrt{\frac{a}{2r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right), \\ \sigma_{xy}(r, \theta) &= \tau \sqrt{\frac{a}{2r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

虽然滑动裂纹模型理论不能够用于定量揭示张开型裂纹的破断模式与强度规律, 但是其核心内容“裂隙面的相对滑动诱发尖端翼形裂纹的出现”依然适用。滑动裂纹模型理论认为, 由于岩石类材料抗拉强度低的原因, 裂隙面上的剪应力并不会直接驱动 II 型断裂现象的发生, 而是会遵从周向最大拉应力理论, 在尖端邻域内产生最大拉应力的位置诱导拉伸型翼裂纹的出现, 从而导致断裂现象的发生。

根据式 (7), 单轴压缩下, 预制裂隙倾角为 45° 时, 裂隙面上剪应力强度最大, 此时裂隙尖端发育翼形裂纹的条件最充分。图 10 所示为张开度为 0.4 mm 时, 45° 倾角裂隙尖端翼形裂纹发育形态。图 10 也从侧面印证了滑动裂纹模型理论在定性解释张开型裂隙尖端翼形裂纹发育方面的适用性。

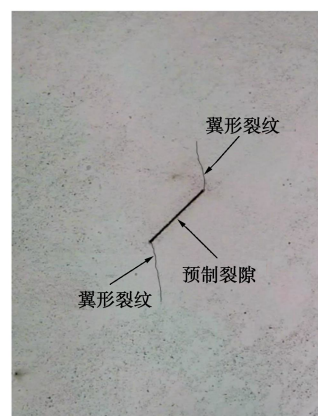


图 10 45° 倾角裂隙体试件翼形裂纹发育模式 (0.4 mm)

Fig. 10 Wing cracks at tips of pre-fissure with inclinational angle being 45° (opening width=0.4 mm)

综上所述, 对于张开型裂隙, 当裂隙渐进应力场中剪应力较小而无法驱动翼形裂纹起裂时, 由于法向压应力和横向压应力 (可忽略不计) 对边界应力集中现象的贡献, 导致小角度下裂隙边界上仍然有拉伸型微裂纹发育, 并诱导裂隙体断裂现象的发生, 是裂隙体强度降低的控制因素; 当倾角增大至剪应力能够驱动翼形裂纹起裂时, 裂隙体破坏现象的发生可用滑动裂纹模型理论定性解释, 但是不能用其进行定量分析, 已有研究成果表明^[7], 此时法向压应力和横向压应力的存在对微裂纹起裂角及扩展路径有影响。

4 结 论

在不同张开度裂隙体试件单轴压缩试验基础上, 讨论了滑动裂纹模型理论在揭示裂隙体试件破断机理方面的适用性与局限性, 并基于压缩荷载作用下椭圆孔口环向应力理论解, 给出了张开型裂纹在压缩条件下的破断机理。得到以下结论:

(1) 基于养护早期拔出预埋插片的方法制作裂隙, 其形态为张开型裂隙, 水泥养护后期发热并不能使预制裂隙面发生闭合。

(2) 预制裂隙张开度对裂隙体峰值强度影响显著: 预制裂隙张开度为 0.1, 0.2, 0.4, 0.8 mm 时, 裂隙体峰值强度最小值对应裂隙倾角分别为 45° , 30° , 15° 和 0° 。

(3) 由于张开裂隙渐进应力场中法向压应力和横向压应力的存在, 滑动裂纹模型理论不适用于张开裂隙试件的破断机理的定量分析, 但是可用于定性分析尖端翼形拉伸裂纹的发育机制。

(4) 基于拉伸条件下张开型裂隙尖端应力强度因子表达式计算法向压应力对裂隙尖端应力集中现象的贡献时, 并不是所有条件都适合, 具有一定的限制条件。

(5) 对于任意角度展布的张开型裂隙, 平行作用在裂隙上的横向压应力, 对裂隙尖端拉应力集中现象有贡献, 但是垂直作用在裂隙面上的法向压应力, 对裂隙尖端压应力集中现象的贡献更显著, 横向压应力的贡献可以忽略不计。

参考文献:

- [1] 李银平, 伍佑伦, 杨春和. 岩石类材料滑动裂纹模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(2): 278 - 284. (LI Yin-ping, WU You-lun, YANG Chun-he. Comparison of sliding crack models for rock-like materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(2): 278 - 284. (in Chinese))
- [2] 郭少华. 岩石类材料压缩断裂的实验与理论研究[D]. 长沙: 中南大学, 2003. (GUO Shao-hua. The experimental and the oretical investigationon fracture of rock-type materials under compressive loading[D]. Changsha: Central South University, 2003. (in Chinese))
- [3] 陈 枫. 岩石压剪断裂的理论与实验研究[D]. 长沙: 中南大学, 2002. (CHEN Feng. The theoretical and experimental investigation on rock fracture due to shear compression loading[D]. Changsha: Central South University, 2003. (in Chinese))
- [4] 尹祥础, 李世愚, 李 红, 等. 闭合裂隙面相互作用的实验研究[J]. 地球物理学报, 1988, **31**(3): 306 - 314. (YIN Xiang-chu, LI Shi-yu, LI Hong, et al. Experimental study of interactions between two flanks of a closed crack[J]. Acta Geophysicas Inica, 1988, **31**(3): 306 - 314. (in Chinese))
- [5] 刘文德, 吴礼舟, 李 部. 含预制裂纹砂浆材料压剪断裂试验分析[J]. 科学技术与工程, 2016, **16**(26): 98 - 103. (LIU Wen-de, WU Li-zhou, LI Bu. Experimental research on pre-existing cracks in mortar under compression[J]. Science Technology and Engineering, 2016, **16**(26): 98 - 103. (in Chinese))
- [6] 李碧勇, 朱哲明. 压缩荷载作用下分支裂纹断裂与扩展的数值和实验研究[J]. 煤炭学报, 2013, **38**(7): 1207 - 1214. (LI Bi-yong, ZHU Zhe-ming. Numerical and experimental research on the fracture and propagation of the branch crack under compression[J]. Journal of China Coal Society, 2013, **38**(7): 1207 - 1214. (in Chinese))
- [7] 杨 庆, 李 强, 赵 维, 等. 翼型裂纹扩展特性的试验和数值分析[J]. 水利学报, 2009, **40**(8): 934 - 940. (YANG Qing, LI Qiang, ZHAO Wei, et al. Experimental study and numerical simulation on propagation characteristics of wing type cracks under compression[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, **40**(8): 934 - 940. (in Chinese))
- [8] 赵永红. 受单轴压缩大理岩填充割缝周围的微裂纹生长[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(15): 2504 - 2509. (ZHAO Yong-hong. Mini-crack development from a cemented fracture in marble specimen under uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(15): 2504 - 2509. (in Chinese))
- [9] 郭彦双, 朱维申. 压剪条件下预埋椭圆裂纹三维扩展实验研究[J]. 固体力学学报, 2011, **32**(1): 64 - 73. (GUO Yan-shuang, ZHU Wei-shen. Experimental study on three-dimensional propagation from a pre-existing ellipse flaw under compression-shearing[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, **32**(1): 64 - 73. (in Chinese))
- [10] 郭彦双, 马 瑾, 汲云涛. 倾斜椭圆形裂纹的三维始裂状态[J]. 地球物理学进展, 2011, **26**(4): 1206 - 1213. (GUO Yan-shuang, MA Jin, JI Yun-tao. Three-dimensional initial fracture states of an inclined elliptical flaw[J]. Progress in Geophysics, 2011, **26**(4): 1206 - 1213. (in Chinese))
- [11] 郭少华, 孙宗颀. 压应力下脆性椭圆型裂纹的断裂规律[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2001, **32**(5): 457 - 460. (GUO Shao-hua, SUN Zong-qi. Fracture law of an elliptical brittle

- crack under compressive loading[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2001, **32**(5): 457 - 460. (in Chinese))
- [12] 李 强, 杨 庆. 压缩作用下岩石裂纹闭合判据的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(增刊 1): 2721 - 2729. (LI Qiang, YANG Qing. Study on closing law of crack in rock mass under compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(S1): 2721 - 2729. (in Chinese))
- [13] MCCLINTOCK F A, WALSH J B. Friction on Griffith cracks in rocks under pressure[C]// Proceedings of the Fourth US National Congress on Applied Mechanics. New York, 1961: 1015 - 1021.
- [14] 刘东燕, 刘东升. 含裂隙岩体抗压强度的理论探讨[C]// 岩石力学与工程学会第一届学术讨论会. 重庆, 1992: 35 - 40. (LIU Dong-yan, LIU Dong-sheng. Theoretical study on compressive strength of fractured rock mass[C]// First Symposium of the Society of Rock Mechanics and Engineering. Chongqing, 1992: 35 - 40. (in Chinese))
- [15] 郑安兴, 罗先启. 压剪应力状态下岩石复合型断裂判据的研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(7): 1892 - 1898. (ZHENG An-xing, LUO Xian-qi. Research on combined fracture criterion of rock under compression-shear stress[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(7): 1892 - 1898. (in Chinese))
- [16] 李 强, 王 伟, 韩现民. 压缩载荷下闭合斜裂纹的分支裂纹渐近扩展分析[J]. 工程力学, 2012, **29**(9): 223 - 229. (LI Qiang, WANG Wei, HAN Xian-min. Asymptotic propagation of the branch crack path of the closed inclined flaw under compressive loading[J]. Engineering Mechanics, 2012, **29**(9): 223 - 229. (in Chinese))
- [17] 李 强, 张力霆, 齐清兰, 等. 压缩载荷下闭合裂纹的曲线分支裂纹模型研究[J]. 工程力学, 2013, **30**(4): 294 - 300. (LI Qiang, ZHANG Li-ting, QI Qing-lan, et al. Study of the curve branch crack model for the closed flaw under compressive loading[J]. Engineering Mechanics, 2013, **30**(4): 294 - 300. (in Chinese))
- [18] 岑章志, 秦 飞, 杜庆华. 虑摩擦作用闭合裂纹应力强度因子计算的边界元分区算法[J]. 固体力学学报, 1989, **10**(1): 1 - 11. (CEN Zhang-zhi, QIN Fei, DU Qing-hua. Two dimensional stress intensity factor computations by multi-domain boundary element method for crack closure with friction[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 1989, **10**(1): 1 - 11. (in Chinese))
- [19] 李银平, 杨春和. 裂纹几何特征对压剪复合断裂的影响分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(3): 462 - 466. (LI Yin-ping, YANG Chun-he. Influence of geometric characteristics of pre-existing cracks on mixed mode fractures under compression-shear loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(3): 462 - 466. (in Chinese))
- [20] 朱传奇, 殷志强, 李传明. 压缩状态下张开型裂纹起裂扩展规律[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2016, **35**(10): 1105 - 1110. (ZHU Chuan-qi, YIN Zhi-qiang, LI Chuan-ming. Crack initiation extension law of opening type crack under compression state[J]. Journal of Liaoning Technical University(Natural Science), 2016, **35**(10): 1105 - 1110. (in Chinese))
- [21] 程昌钧, 朱媛媛. 弹性力学[M]. 上海: 上海大学出版社, 2005. (CHENG Chang-jun, ZHU Yuan-yuan. Elastic mechanics[M]. Shanghai: Shanghai University Press, 2005. (in Chinese))
- [22] 蒲成志, 曹 平, 陈 瑜, 等. 不同裂隙相对张开度下类岩石材料断裂试验与破坏机理[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, **42**(8): 2394 - 2399. (PU Cheng-zhi, CAO Ping, CHEN Yu, et al. Fracture test and failure mechanism of rock-like material of relatively different fracture apertures[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2011, **42**(8): 2394 - 2399. (in Chinese))
- [23] MUSKHELISHVILI N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity[M]. Leyden: Noordhoff, 1953.