

DOI: 10.11779/CJGE201909015

# 基于颗粒破碎特性的堆石材料级配演化模型

赵飞翔<sup>1, 2</sup>, 迟世春<sup>\*1, 2</sup>, 米晓飞<sup>1, 2</sup>

(1. 海岸与近海工程国家重点实验室(大连理工大学), 辽宁 大连 116024; 2. 工程抗震研究所建设工程学部水利工程学院(大连理工大学), 辽宁 大连 116024)

**摘 要:** 颗粒破碎会改变土体级配, 进而影响其应力应变等力学行为。针对现有技术手段难以实时确定加载过程中颗粒破碎与级配变化的现状, 依据天然岩石颗粒的破碎特性, 建立了一个基于颗粒强度的级配演化模型。模型中应力参数采用增量加载法, 可预测加载过程中的级配演化。由单粒强度试验确定颗粒破碎特性和模型参数, 试验结果表明颗粒强度服从 Weibull 分布。筛分颗粒破碎后的碎片发现, 粒径累计分布可用正态曲线拟合, 且不同粒组的粒径累计分布相似。最后, 模型计算结果与三轴试验数据的对比分析表明, 模型可以较好地预测试样在加载过程中的级配变化。

**关键词:** 颗粒破碎特性; 堆石料; 粒径分布; 级配演化; 三轴试验

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)09-1707-08

**作者简介:** 赵飞翔(1991—), 男, 博士研究生, 主要从事岩石颗粒破碎特性的研究工作。E-mail: zhaofx0506@163.com。

## Gradation evolution model based on particle breakage characteristics for rockfill materials

ZHAO Fei-xiang<sup>1, 2</sup>, CHI Shi-chun<sup>1, 2</sup>, MI Xiao-fei<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Institute of Earthquake Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** Particle crushing will change the density and gradation curves of geotechnical materials, and then influence their stress-strain behavior. The proposed gradation evolution model, based on the particle breakage characteristics of natural rocks, is to obtain the information of particle breakage and gradation which is difficult to be dealt with by normal technical means during loading process. The stress parameter of the model adopts the incremental loading method, so the model can predict the evolution of gradation during experimental process. The particle breakage characteristics and model parameters are determined through the crushing tests on a single particle. The experimental data obtained from the tests show that the particle strength obeys the Weibull distribution. In addition, the grain-size distributions after crushing tests are normally distributed, and the distributions of different groups are similar. Finally, the proposed model is proved to be able to predict the gradation variation of rockfill materials correctly through comparative analysis of the calculated results and triaxial test data.

**Key words:** particle breakage characteristic; rockfill material; grain-size distribution; gradation evolution; triaxial test

## 0 引 言

粗粒土是铁路、路基和土石坝等工程中大量使用的建筑材料。粗粒土中的颗粒具有受力破碎的特性, 尤其在桩端地基、大型堆石坝等结构中颗粒破碎现象十分明显<sup>[1]</sup>。颗粒破碎会改变土体级配, 而级配是最重要的土体物理性质指标之一。颗粒破碎和级配变化对土体力学特性产生重要影响, 尤其对粗粒土。

贾宇峰等<sup>[2]</sup>分析堆石料室内三轴试验数据后发现, 剪切过程中的颗粒破碎不可忽略, 尤其高围压下剪切试验前后的级配发生了显著变化。刘汉龙等<sup>[3]</sup>研究了峰值内摩擦角与颗粒破碎间的关系, 结论表明颗粒破碎引起的级配变化会使粗粒土抗剪强度降低, 影

响粗粒土的变形特性。Indraratna 等<sup>[4]</sup>分析道砟颗粒固结排水三轴试验数据后发现, 颗粒破碎会影响土体临界状态。颗粒破碎使得堆石料达到临界状态时的级配与初始级配相比发生了很大变化, 临界状态线逐渐偏离颗粒不破碎时的直线形式<sup>[5]</sup>。Ueng 等<sup>[6]</sup>在 Rowe 剪胀方程的基础上加入颗粒破碎耗能, 建立了考虑颗粒破碎耗能的热力学方程, 其研究结果表明颗粒破碎消耗了能量使土体抗剪强度提高, 又因削弱了剪胀而导

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFB0201001)

收稿日期: 2018-11-21

\*通讯作者(E-mail: schchi@dlut.edu.cn)

致抗剪强度降低。

综上所述,颗粒破碎引起的级配变化对土体的影响全面且复杂,但目前仍缺少描述级配演化的有效方法,所以很难揭示级配变化对粗粒土力学特性影响的内在机理。另一方面,由于技术与试验设备的限制,室内三轴试验只能得到试验终止时的级配数据,而级配变化在加载过程中是渐变的,与试验材料、围压和应力水平等有着复杂的关系。获得加载过程中土体级配的演化过程,有助于研究级配变化对土体应力应变的影响。因此建立一个可准确预测级配演化的模型具有重要的实际意义。

McDowell 等<sup>[7]</sup>分析试样一维压缩时的级配变化后指出,随着荷载不断增大,颗粒集合体的级配曲线逐渐趋向于一个符合分形分布的最终状态,定性地揭示了级配的演化规律。Ozkan 等<sup>[8]</sup>基于颗粒破碎的 Markov 性,提出了一个级配演化模型,但是模型中简单地假设颗粒破碎后生成不同粒径新颗粒的概率相等,与实际颗粒破碎特性不符。童晨曦等<sup>[9]</sup>运用 Weibull 分布描述颗粒的破碎状态,建立了能描述颗粒破碎演化规律的模型。Sun 等<sup>[10]</sup>基于临界状态理论建立了一个可预测道砟级配演化的边界模型,采用线性临界状态线的概念,适用于低围压的情况。迟世春等<sup>[11]</sup>在单粒强度试验基础上,推求了基于应力全量的三轴试样级配演化过程。

本文从天然岩石颗粒破碎特性的角度入手,建立了一个可预测静力常规三轴试样在加载过程中级配演化的模型,模型参数由单粒强度试验和室内三轴试验确定。应力采用增量加载法,因此模型可预测复杂应力路径下和中间过程的级配演化。模型计算结果与三轴试验数据的对比分析说明,模型可以较准确地预测堆石料室内三轴试样的级配演化过程,为深入研究粗粒土的力学和工程特性提供了新的思路 and 工具。

## 1 天然岩石颗粒的破碎特性

### 1.1 天然岩石颗粒强度

建筑用天然岩石材料大多由爆破得到,内部存在着随机的缺陷,如微裂缝和节理等,导致岩石颗粒的强度具有离散性<sup>[12]</sup>。大量研究表明,岩石颗粒的强度服从 Weibull 分布<sup>[7, 11-13]</sup>,

$$p_s = \exp \left[ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (1)$$

式中  $p_s$  为颗粒存活概率;  $\sigma_0$  为存活概率等于 1/e 时的特征强度, e 为自然常数;  $m$  为 Weibull 模量,表示颗粒强度的离散程度。 $\sigma$  为单粒强度试验中颗粒受到的破碎应力,其计算式为<sup>[7, 11]</sup>

$$\sigma = f / d^2 \quad (2)$$

式中,  $f$  为单粒强度试验中颗粒破碎时的轴向力,  $d$  为颗粒粒径。由于岩石颗粒的形状不规则,如图 1(b)所示,颗粒受力部分的长度往往不等于其所在粒组的直径,因此本文中的  $d$  使用每个颗粒的实际受力长度。

不同材料的  $m$  值差异较大<sup>[12]</sup>,所以需要对具体的研究材料进行单粒强度试验以确定其 Weibull 参数。试验仪器采用单粒岩块强度测试仪,仪器示意图如图 1(a)所示。试验材料为大连石灰石颗粒,粒径范围为 20~40 mm,每 2 mm 划分为一个粒组,共 10 个粒组,每组进行 100 次试验,试验过程参考文献<sup>[13]</sup>。颗粒破碎前后的状态如图 1(b), 1(c)所示。

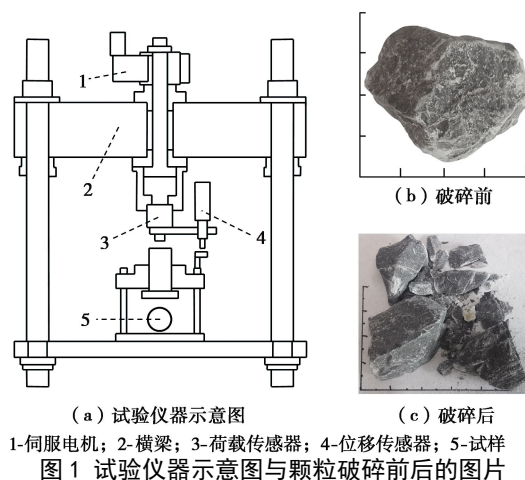


Fig. 1 Schematic diagram of test instrument and photos of particles

将试验得到的颗粒破碎力  $f$  代入到式(2)中可得到颗粒的破碎应力  $\sigma$ , 把同一粒组所有颗粒的破碎应力依大小排序即可得到颗粒存活概率,最后将数据绘制在  $\ln(\ln(1/p_s)) - \ln \sigma$  坐标中,如图 2 所示。颗粒强度可用直线拟合,直线斜率即为 Weibull 模量  $m$ , 直线截距为  $m \ln \sigma_0$ , 所有粒组的强度参数见表 1。

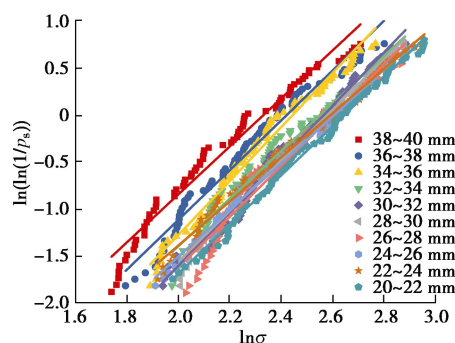


图 2 各粒组颗粒强度的 Weibull 分布

Fig. 2 Weibull distributions of strength of various grain-size groups

由图 2 和表 1 可见,颗粒强度随着粒径的增加而减小,表现出“尺寸效应”;颗粒特征强度的范围为 10~15 MPa, 模量参数  $m$  的值在 2~3 之间,而且特征强度和模量  $m$  的均值与文献<sup>[11]</sup>中 20~40 mm 粒组的数据接近,见表 2。

表 1 单粒强度 Weibull 分布参数

Table 1 Weibull distribution parameters of fracture strength for single particle

粒径/mm	20~22	22~24	24~26	26~28	28~30	30~32	32~34	34~36	36~38	38~40	均值
$m$	2.7	2.3	2.4	2.7	2.7	2.8	2.5	2.8	2.6	2.6	2.6
$\sigma_0/\text{MPa}$	13.9	13.7	13.7	13.6	13.2	13.0	12.8	11.5	11.2	10.2	12.7

表 2 单粒强度试验的基本参数<sup>[11]</sup>

Table 2 Parameters of single particle strength in tests<sup>[11]</sup>

粒径/mm	5~10	10~20	20~40	40~60
$m$	2.10	2.74	2.57	2.93
$\sigma_0/\text{MPa}$	51.05	23.33	12.43	5.50

1.2 级配演化模型中颗粒强度的确定方法

当颗粒受力大于其强度时发生破碎, 即

$$\sigma \geq [\sigma] \quad , \quad (3)$$

式中,  $[\sigma]$  为颗粒强度。显然颗粒强度  $[\sigma]$  并不是一个定值, 而是服从式 (1) 的 Weibull 分布, 使用反变换采样法即求式 (1) 的反函数可得到颗粒强度的分布式为

$$[\sigma] = \sigma_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{p_s} \right) \right]^{1/m} \quad . \quad (4)$$

根据反变换法, 将 (0, 1) 区间上均匀分布的独立随机数带入到式 (4)  $p_s$  的位置, 即可得到服从式 (1) 分布的随机强度值。

使用反变换法得到的 100 个随机强度, 然后与试验数据的统计特性进行对比分析, 见表 3, 表中 T 表示试验数据, I 表示反变换法数据。由表可知, 由反变换法得到的随机强度, 其均值和标准值与试验数据接近。P 值为 T 检验的显著性指标, 所有粒组的 P 值都大于 0.1 说明反变换法数据和试验数据在统计上无显著差异。因此使用式 (4) 模拟颗粒强度是可行的。

模型运算时, 所有颗粒都要由式 (4) 随机获得一个强度值并保持不变, 只有满足式 (3) 时颗粒才会破碎。对于静力常规三轴试验即低加载速率的试验, 颗粒是否破碎不受应力路径的影响, 所以  $\sigma$  可以用增量表示, 进而级配演化模型中的应力参数也可采用增量进行计算。由此便可获得加载过程中的级配演化数据, 而不仅仅是试验结束时的级配数据。

1.3 颗粒破碎后生成新颗粒的粒径分布

由于不同天然岩石颗粒的形状和内部缺陷等属性有差异, 使得破碎后生成新颗粒的数量和粒径也具有离散性, 所以建立级配演化模型前必须确定破碎后新颗粒的粒径分布。Nakata 等<sup>[13]</sup>在三轴试验制样时, 将一些染色的颗粒分层放入试样中, 以研究试样中颗粒的破碎特性。但是该方法存在试验后染色颗粒很难全部找回, 以及破碎后生成的新颗粒会再次破碎的问题, 所以该方法并不能准确的获得同一粒组颗粒破碎后的粒径分布。而单粒强度试验得到的新颗粒粒径分布与

实际土中颗粒的破碎特性具有一定相关性<sup>[14]</sup>, 且没有多级破碎的问题, 所以本文采用单粒强度试验确定颗粒破碎后的粒径分布。

单粒强度试验完成后, 收集同一粒组颗粒破碎生成的新颗粒并筛分, 筛孔直径区间设置如下: <0.5, 1~2, 2~5, 5~10, 10~15, 15~18, 18~20, 20~40 mm 之间的筛孔直径间隔均为 2 mm。图 3 为所有粒组颗粒破碎后生成新颗粒的粒径累计分布, 可见当筛分区间接级较密时, 新颗粒的粒径累计分布可用正态曲线进行拟合, 拟合公式为

$$y = y_0 + A \exp \left( - \frac{(x - \mu)^2}{2\omega^2} \right) \quad . \quad (5)$$

式中  $y_0$  和  $A$  为幅值参数, 且  $y_0 + A = 1$ ;  $\mu$  为正态分布的位置参数;  $\omega$  为形状参数。图 3 中拟合曲线均取正态曲线的左半部分, 即  $x \in (0, \mu]$ 。

由粒径分布的数据特性可知, 各粒组拟合曲线的位置参数等于各粒组区间范围的上限值, 因为破碎后新颗粒的粒径必然小于等于颗粒破碎前的粒径。此外, 若筛孔区间等于当前粒组粒径, 比如用 38~40 mm 筛子筛分 38~40 mm 粒组破碎后的颗粒, 则通过筛子的颗粒质量与总质量之比必为 1, 因此拟合曲线必过纵坐标为 1 的点, 该点也是图 3 中正态曲线在竖轴方向上的最大值点。

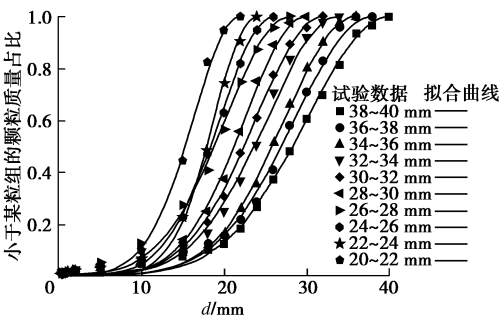


图 3 单粒强度试验后新颗粒的粒径累计分布

Fig. 3 Cumulative grain-size distribution curves after crushing tests

正态公式的形状参数  $\omega$  也与粒径有关, 各粒组形状参数  $\omega$  如图 4 所示, 图中横坐标为各粒组平均粒径。可见  $\omega$  随着粒径的增大而增大, 而且可用直线拟合, 拟合直线的斜率为 0.25, 说明形状参数与颗粒粒径之间具有线性关系。由此即可推求出 20~40 mm 以外粒组颗粒破碎后粒径分布的形状参数, 然后带回式 (5) 即可得到相应的粒径分布曲线。但是其它粒组或材料

表 3 单粒强度与反变换法随机强度的分布特性

Table 3 Distribution characteristics of particle strength and data from inverse transform sampling											
粒径/mm		20~22	22~24	24~26	26~28	28~30	30~32	32~34	34~36	36~38	38~40
均值/MPa	T	12.90	12.58	12.65	12.95	12.36	12.23	11.96	10.96	10.67	9.11
	I	12.31	12.46	12.20	13.20	12.21	11.85	11.42	10.58	10.35	9.49
标准差/MPa	T	5.57	5.81	5.83	5.96	5.08	5.32	5.50	5.04	5.14	3.81
	I	5.32	5.93	5.71	5.23	5.31	4.95	4.99	4.20	4.34	3.89
<i>P</i> 值		0.443	0.894	0.578	0.755	0.832	0.604	0.464	0.562	0.635	0.487

破碎后生成新粒径的累计粒径分布是否服从正态曲线有待进一步的研究和验证。

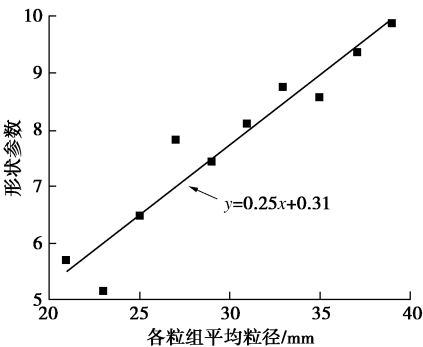


图 4 不同粒组颗粒粒径累计分布曲线的形状参数

Fig. 4 Shape parameters of cumulative grain-size distribution curves for various size groups

由图 4 可知形状参数与粒径具有线性关系，将图 3 中的横轴由粒径替换为归一化粒径比  $d/d_{\max}$ ， $d_{\max}$  表示各粒组粒径范围的上限值，整理后的数据如图 5 所示。可见粒径归一化处理后，大多数新颗粒分布于粒径比为 0.5~0.8 的范围内。而且所有粒组颗粒破碎后的粒径累计分布相似，可用一条统一的正态曲线拟合，此时正态曲线的幅值参数  $y_0=0.02$ ， $A=0.98$ ，位置参数  $\mu=1$ ，形状参数  $\omega=0.25$ 。

在加载过程中，颗粒不仅会发生图 1 (c) 所示的劈裂破碎，还会因相互摩擦和滑移等引起棱角破碎或磨损，使得细小颗粒质量占比增大<sup>[15]</sup>。为综合考虑颗粒磨损等带来的影响，需适当调整图 5 中的质量分布曲线参数，即增加相对小尺寸和大尺寸颗粒的质量占比，降低中间尺寸颗粒的质量占比。对质量分布曲线参数作经验性调整后， $y_0=0.05$ ， $A=0.95$ ， $\omega=0.22$ ， $\mu$  不变，如图 5 所示。参数调整与颗粒材料的属性有关，颗粒形状越不规则，强度越低，则调整幅度越大。

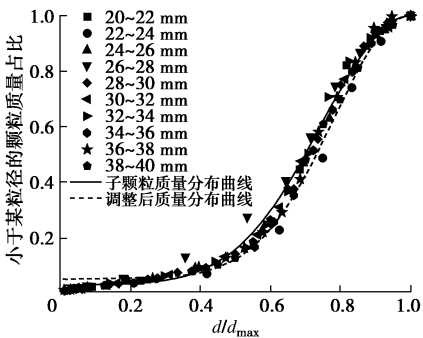


图 5 破碎后新颗粒的粒径累计分布

Fig. 5 Cumulative grain-size distribution curves after crushing tests

2 细观颗粒受力

使用式 (3) 判断颗粒是否发生破碎之前，需要确定颗粒的受力和强度，颗粒强度可由式 (4) 确定，本节主要推求颗粒受力。土中颗粒受力十分复杂，目前无有效的手段准确地获得每个颗粒的受力状态，所以需要建立土体宏观外力与颗粒细观受力之间的关系式，用以判断颗粒是否发生破碎。

2.1 宏观外力与颗粒细观受力的关系

Nakata 等<sup>[13]</sup>基于统计平均的方法推求出加载过程中试样内颗粒受力与宏观外力间的关系式，本文也采用统计平均的方法来推求颗粒平均受力。若试样中颗粒均匀分布，则包含一个  $i$  粒组颗粒的平均体积  $\bar{V}_i$  为

$$\bar{V}_i = V / N_i, \tag{6}$$

式中， $V$  为试样总体积， $N_i$  为  $i$  粒组颗粒的数量，本文中下标  $i$  均表示粒组，不再赘述。 $N_i$  的计算式为

$$N_i = \frac{M_i}{\frac{4}{3}\pi(\bar{d}_i/2)^3\rho}, \tag{7}$$

式中， $M_i$  为颗粒质量， $\bar{d}_i$  为平均粒径， $\rho$  为天然岩石颗粒密度，本文取  $2.6 \text{ g/cm}^3$ 。由式 (6) 可得到平均体积  $\bar{V}_i$  的投影面积  $\bar{S}_i$ ，

$$\bar{S}_i = (\bar{V}_i)^{2/3} = \left(\frac{\pi\rho V}{6M_i}\right)^{2/3} \bar{d}_i^2. \tag{8}$$

$\bar{V}_i$  和  $\bar{S}_i$  的示意图见图 6。

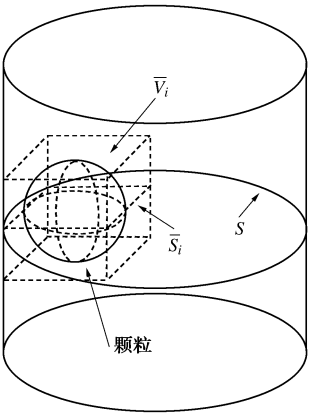


图 6 平均体积和投影面积

Fig. 6 Average volume and projected area

选取任一垂直于三轴试样第一主应力方向的横截面, 则该横截面所切割  $i$  粒组颗粒的数量  $\bar{n}_i$  为

$$\bar{n}_i = \frac{S}{\bar{S}_i} = \frac{S}{\bar{d}_i^2} \left( \frac{6M_i}{\pi\rho V} \right)^{2/3}, \quad (9)$$

式中,  $S$  为横截面的面积。假设颗粒为球形, 式 (9) 乘以颗粒的大圆面积可得到等效面积  $E_i$ , 所有粒组的等效面积求和得

$$E = \sum_i E_i = \sum_i \bar{n}_i \pi (\bar{d}_i / 2)^2 = \sum_i \frac{\pi S}{4} \left( \frac{6M_i}{\pi\rho V} \right)^{2/3}, \quad (10)$$

式中,  $E$  为横截面上的总等效面积, 表示试样横截面上承担外力的颗粒骨架面积。若忽略试样边界处的摩擦作用, 宏观外力  $F$  将由颗粒骨架承担, 则

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{F}{E} = \frac{4F}{S} \left( \frac{V\rho}{6\sqrt{\pi}} \right)^{2/3} \frac{1}{\sum_i M_i^{2/3}}, \quad (11)$$

式中,  $\sigma_{\text{avg}}$  为土骨架的平均应力。由平均应力可得到每个颗粒分担的轴力  $f_i$  为

$$f_i = \sigma_{\text{avg}} \pi (\bar{d}_i / 2)^2, \quad (12)$$

将式 (12) 代入到式 (2) 即可得到颗粒应力为

$$\sigma_i^p = \frac{f_i}{\bar{d}_i^2} = \sigma_1 \frac{(\pi\rho V)^{2/3}}{\sqrt[3]{36} \sum_i M_i^{2/3}}, \quad (13)$$

式中,  $\sigma_i^p$  为试样第一主应力引起的颗粒应力, 通过上标  $p$  与三轴试样的主应力  $\sigma_1$  进行区分。

由式 (13) 可知, 试样内颗粒的应力与粒径大小无关<sup>[13, 16]</sup>。虽然表 1 中的颗粒特征强度  $\sigma_0$  具有“尺寸效应”, 但实际土中颗粒的配位数会随颗粒体积的增大而增加, 一定程度上抵消了尺寸对强度的影响<sup>[17]</sup>。此外, 式 (13) 中试样体积  $V$  会随着加载的进行而改变, 产生体积应变  $d\varepsilon_v$ , 若  $d\varepsilon_v$  为正则表示剪胀。

## 2.2 考虑多各接触力对颗粒破碎的影响

Tsoungui 等<sup>[18]</sup>研究发现, 较高的配位数产生了类似静水压力的效果, 使颗粒更难破碎。Mcdowell 等<sup>[19]</sup>利用八面体剪应力公式来计算颗粒受多个接触力作用时的破碎应力, 即

$$\sigma = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1^p - \sigma_2^p)^2 + (\sigma_2^p - \sigma_3^p)^2 + (\sigma_3^p - \sigma_1^p)^2}, \quad (14)$$

式中,  $\sigma_2^p$  和  $\sigma_3^p$  为颗粒的第二和第三主应力。PFC3D 的数值分析表明<sup>[19]</sup>, 式 (14) 与单粒强度试验计算式 (2) 之间存在比例关系。

虽然无法确定土中每个颗粒的受力状态, 但假设颗粒除了受  $\sigma_1^p$  作用外, 还受试样围压  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  引起的  $\sigma_2^p$  和  $\sigma_3^p$  的影响。类似于式 (13) 的推导过程, 将式中  $\sigma_1$  替换为三轴试样的第二和第三主应力可相应得到  $\sigma_2^p$  和  $\sigma_3^p$ , 然后分别带入到式 (14) 中即可得考虑围压影响的颗粒应力, 即

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{(\pi\rho V)^{2/3}}{\sqrt[3]{36} \sum_i M_i^{2/3}} \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{3} \\ &= \frac{(\pi\rho V)^{2/3}}{3\sqrt[3]{36} \sum_i M_i^{2/3}} Q, \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $Q$  为三轴试样的广义剪应力。将式 (15) 带入式 (3) 中便可判断试样中颗粒是否发生破碎。

将式 (15) 中的广义剪应力  $Q$  用下式代替:

$$Q = n_Q \delta Q, \quad (16)$$

式中,  $n_Q$  为当前计算步的步数,  $\delta Q$  为每个计算步的应力增量大小。累加一次应力增量定义为一个计算步。

## 2.3 颗粒集合体内部接触力的分布

颗粒集合体受自重和外力作用时, 内部颗粒将形成力链或接触力网络以承担外荷载<sup>[20]</sup>。大多数颗粒间接触力约等于平均接触力<sup>[21-22]</sup>, 而平均接触力的数值相对较小, 所以此类颗粒的破碎概率较低; 往往主力链上的颗粒受力较大更易破碎。显然式 (11) 中的平均应力不能准确地反映上述颗粒间接触力的不均匀分布和力链现象。因此引入接触力系数来描述颗粒间接触力的不均匀分布, 设  $P(f_n)$  为接触力系数的分布函数<sup>[21]</sup>,

$$P(f_n) = k f_n \exp(-(f_n)^k). \quad (17)$$

式中  $f_n$  为接触力系数, 等于  $f_c / \bar{f}_c$ ,  $f_c$  和  $\bar{f}_c$  分别为颗粒间接触力和平均接触力;  $P(f_n)$  为接触力系数的分布函数;  $k$  为拟合参数, 取值 1.5。获得服从式 (17) 分布的随机接触力系数后, 与平均应力相乘即可描述颗粒间接触力的不均匀分布。同样, 每个颗粒的接触力系数是随机且独立的。

## 3 级配演化过程

### 3.1 级配演化的计算方法

若有  $t$  个粒组, 则在某计算步开始时, 各粒组颗粒的初始质量  $M$  为

$$M = \{M_1, M_2, \dots, M_i, \dots, M_t\}. \quad (18)$$

若该计算步有颗粒发生破碎, 每个粒组发生破碎的颗粒质量记为  $M^B$ ,

$$M^B = \{M_1^B, M_2^B, \dots, M_i^B, \dots, M_t^B\}, \quad (19)$$

式中,  $M_i^B$  为第  $i$  个粒组发生破碎的颗粒质量。

根据破碎后颗粒粒径分布式 (5), 可计算出破碎后生成各粒组新颗粒的质量占比

$$g_{i,j} = A \left[ \exp \left( -\frac{(d_j / d_i - \mu)^2}{2\omega^2} \right) - \exp \left( -\frac{(d_{j-1} / d_i - \mu)^2}{2\omega^2} \right) \right], \quad (20)$$

式中,  $g_{i,j}$  为  $i$  粒组颗粒破碎后生成  $j$  粒组颗粒的质量占比。将式 (20) 应用于所有粒组即可得到颗粒破碎

后的质量分布矩阵  $G$ :

$$G = \begin{bmatrix} g_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{2,1} & g_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{t,1} & g_{t,2} & \cdots & g_{t,t} \end{bmatrix} \quad (21)$$

由式 (19) 和式 (21) 得

$$M^G = M^B G \quad (22)$$

式中,  $M^G$  为各粒组颗粒质量的增加量。初始颗粒质量  $M$  减去破碎质量  $M^B$ , 然后加上新增质量  $M^G$  即得到当前计算步结束时的颗粒质量数据。

颗粒发生破碎往往代表局部颗粒应力的瞬时消散或降低, 同时周围的颗粒会产生相对较大的位移。在很小的应力增量或短时间内, 颗粒还没有完成位置的调整, 因此新生成颗粒的受力较小, 不易发生破碎。所以当计算步足够小时, 认为新生成颗粒不会在一个计算步中再次破碎<sup>[8]</sup>。

### 3.2 级配演化模型的计算过程

首先依据实际需求确定围压、目标应力、应力增量大小等数据, 由试样初始级配计算出各粒组颗粒数量, 然后将式 (4) 生成的随机强度 $[\sigma]$ 赋给每个颗粒。加载过程中, 由式 (15) 计算出平均颗粒应力后, 乘以服从式 (17) 分布的接触力系数得到颗粒应力 $\sigma$ , 将颗粒应力代入式 (3) 以判断颗粒是否发生破碎。若破碎发生, 则依照式 (21) 的质量分布矩阵生成新颗粒, 同时赋予新颗粒强度并剔除已破碎的颗粒。最后更新试样级配数据, 累加应力增量后计算下一步。

## 4 算例分析

使用模型对三轴试样的级配演化进行了模拟计算, 然后与试验数据进行对比分析, 验证级配演化模型的有效性。

三轴试验所用材料为 20~40 mm 均一粒径的大连石灰石。围压分别为 200, 400, 600 和 800 kPa, 每次试验至试样应变为 15% 时停止, 此时试样的第一主应力即为目标应力。颗粒强度参数见表 1, 粒径 20 mm 以下颗粒强度参数见表 2。应力增量  $\delta Q = 0.01$  MPa。

试验数据与模型计算结果如图 7 所示, 可见模型的计算结果与试验数据接近, 表明本文提出的级配演化模型可以较好地模拟堆石材料室内三轴试验的级配演化。此外, 随着围压和剪应力的增大, 试验结束时试样的级配曲线逐渐偏离初始级配曲线, 颗粒破碎量逐渐增大, 说明剪切过程中的颗粒破碎与级配变化不容忽视。

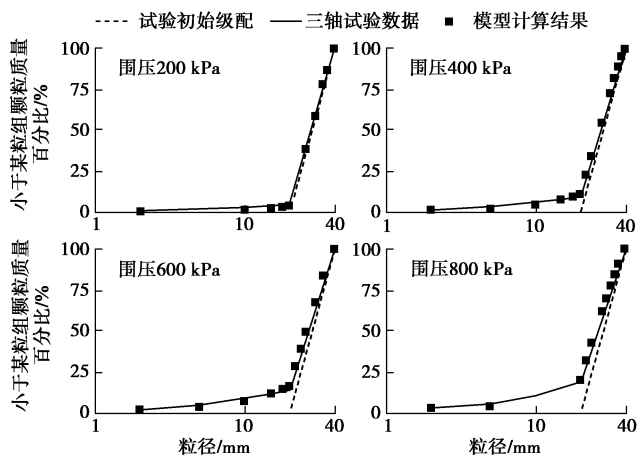


图 7 三轴试验的级配曲线与模型计算结果

Fig. 7 Grain-siz distribution curves of triaxial tests and calculated results of gradation model

另一方面, 由于颗粒强度和接触力系数都是随机确定的, 若不指定随机种子会使每次得到的随机数值不一样, 这可能导致同条件的计算结果之间产生巨大偏差。为此, 对不同围压条件下的三轴试验又分别进行了两次模拟计算, 每次使用不同的随机种子, 然后与图 7 中的第一次计算结果作对比分析, 如图 8 所示。可见使用不同随机种子得到的粒径分布之间差异很小, 且差异并没有随着围压的增大而显著增大。实际上同条件的室内三轴试验也会存在一定的数据差异。因此可以认为本文建立的级配演化模型具有一定稳定性。

级配演化模型采用应力增量加载法。为分析不同大小应力增量对计算结果的影响, 分别设置应力增量为 0.001, 0.01 和 0.1 MPa 后进行模拟计算 (见图 9), 所有计算采用同一个种子号, 围压为 800 kPa。由图 9 可见应力增量不同对计算结果的影响十分微弱, 进一步验证了本文所建立的级配演化模型的稳定性。

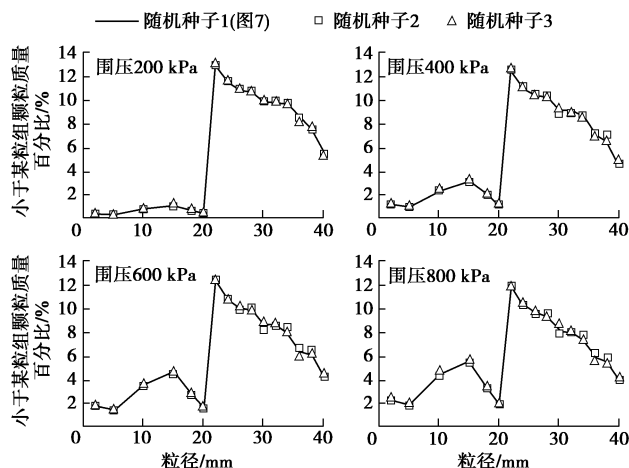


图 8 使用不同随机种子计算得到的粒径分布

Fig. 8 Grain-siz distribution curves for different random seeds



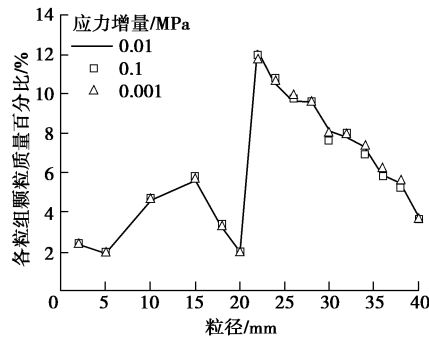


图9 使用不同大小应力增量计算得到的粒径分布

Fig. 9 Grain-size distribution curves for different stress increments

使用前文表2中40~60 mm粒组颗粒的单粒强度数据,对连续级配静力常规三轴试验的级配进行了预测,试验围压为800 kPa,峰值应力为3100 kPa,结果如图10所示。可见本文所建立的模型对常规静力三轴试验的级配演化具有较好的预测效果。

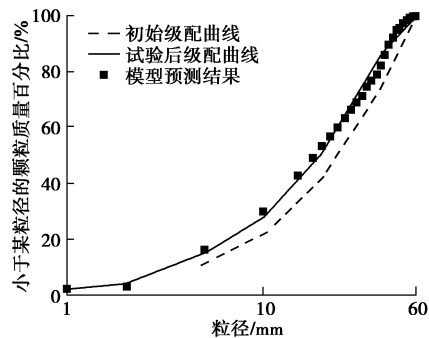


图10 三轴试验数据与模型计算结果

Fig. 10 Data and model results of triaxial tests

## 5 结 论

颗粒破碎引起的级配变化是影响土体力学特性的重要因素之一,为此本文在天然岩石颗粒材料的破碎特性基础上,建立了一个级配演化模型,以模拟三轴试样的级配演化。得到如下结论:

(1) 对单粒强度试验后生成的新颗粒筛分后发现,当筛孔直径间隔较小时,新颗粒的粒径累计分布服从正态分布,且形状参数与平均粒径间具有线性关系。粒径归一化后,所有粒组的粒径累计分布相似,并可用一个统一的正态公式拟合。此外,颗粒强度可以使用 Weibull 分布进行较好地拟合。

(2) 模型计算结果与试验数据的对比分析表明,级配演化模型可以较好地模拟静力三轴试样在加载过程中的级配演化。而不同随机种子和应力增量模拟结果的对比分析说明,颗粒强度和接触力系数的随机性以及应力增量的大小对计算结果的影响较小。

(3) 级配演化模型采用应力增量的加载方法,因

此可用于研究复杂加载路径下的级配演化问题,进一步可与相应的本构模型结合。由于只有应力增量 $\delta Q$ 为正数时才会引起颗粒破碎,因此本文建立的模型不适用于卸载和软化阶段的级配演化模拟。另一方面,除颗粒破碎强度,还可赋予颗粒流变和形状等属性,以研究其它因素对试样级配变化的影响。

## 参考文献:

- [1] 周 成, 陈生水, 何建村, 等. 考虑土石料颗粒破碎和密度变化的次塑性本构模型建模方法[J]. 岩土力学, 2013, **34**(2): 18 - 21. (ZHOU Cheng, CHEN Sheng-shui, HE Jian-cun, et al. Development of a hypo-plastic model for earth-rock dams considering rock crushing and density changing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(2): 18 - 21. (in Chinese))
- [2] 贾宇峰, 王丙申, 迟世春. 堆石料剪切过程中的颗粒破碎研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(9): 1692 - 1697. (JIA Yu-feng, WANG Bing-shen, CHI Shi-chun. Particle breakage of rockfill during triaxial tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(9): 1692 - 1697. (in Chinese))
- [3] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(4): 562 - 566. (LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(4): 562 - 566. (in Chinese))
- [4] INDRARATNA B, SUN Q D, NIMBALKAR S. Observed and predicted behavior of rail ballast under monotonic loading capturing particle breakage[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, **52**(1): 73 - 86.
- [5] 刘恩龙, 覃燕林, 陈生水, 等. 堆石料的临界状态探讨[J]. 水利学报, 2012, **43**(5): 505 - 511. (LIU En-long, TAN Yan-lin, CHEN Sheng-shui, et al. Investigation on critical state of rockfill materials[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **43**(5): 505 - 511. (in Chinese))
- [6] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2000, **50**(1): 65 - 72.
- [7] MCDOWELL G R, BOLTON M D. On the micromechanics of crushable aggregates[J]. Géotechnique, 1998, **48**(5): 667 - 679.
- [8] OZKAN G, ORTOLEVA P J. Evolution of the gouge particle size distribution: a Markov model[J]. Pure and Applied Geophysics, 2000, **157**(3): 449 - 468.
- [9] 童晨曦, 张 升, 李 希, 等. 基于 Markov 链的岩土材料

- 颗粒破碎演化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(5): 870 - 877. (TONG Chen-xi, ZHANG Sheng, LI Xi, et al. Evolution of geotechnical materials based on Markov chain considering particle crushing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(5): 870 - 877. (in Chinese))
- [10] SUN Y F, XIAO Y, JU W. Bounding surface model for ballast with additional attention on the evolution of particle size distribution[J]. Science China (Technological Sciences), 2014, **57**(7): 1352 - 1360.
- [11] 迟世春, 王 峰, 贾宇峰, 等. 考虑细观单粒强度的堆石料破碎特性研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(10): 1780 - 1785. (CHI Shi-chun, WANG Feng, JIA Yu-feng, et al. Modeling particle breakage of rockfill materials based on single particle strength[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(10): 1780 - 1785. (in Chinese))
- [12] LOBO-GUERRERO S, VALLEJO L E. Application of Weibull statistics to the tensile strength of rock aggregates[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(6): 786 - 790.
- [13] NAKATA Y, HYDE A F L, HYODO M, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. Géotechnique, 1999, **49**(5): 567 - 583.
- [14] 梁 军, 刘汉龙, 高玉峰. 堆石蠕变机理分析与颗粒破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(3): 479 - 483. (LIANG Jun, LIU Han-long, GAO Yu-feng. Creep mechanism and breakage behavior of rockfill[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(3): 479 - 483. (in Chinese))
- [15] DAOUADJI A, HICHER P Y. An enhanced constitutive model for crushable granular materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**(6): 555 - 580.
- [16] SAMMIS C, KING G, BIEGEL R. The kinematics of gouge deformation[J]. Pure and Applied Geophysics, 1987, **125**(5): 777 - 812.
- [17] WOOD D M, MAEDA K. Changing grading of soil: effect on critical states[J]. Acta Geotechnica, 2008, **3**(1): 3 - 14.
- [18] TSOUNGUI O, VALLET D, CHARMET J C. Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials[J]. Powder Technology, 1999, **105**(1): 190 - 198.
- [19] MCDOWELL G R, DE BONO J P. On the micro mechanics of one-dimensional normal compression[J]. Géotechnique, 2013, **63**(11): 895 - 908.
- [20] MAJMUDAR T S, BEHRINGER R P. Contact force measurement and stress-induced anisotropy in granular materials[J]. Nature, 2005, **435**(7045): 1079 - 1082.
- [21] JI S Y. Probability analysis of contact forces in quasi-solid-liquid phase transition of granular shear flow[J]. Science China (Physics, Mechanics & Astronomy), 2013, **56**(2): 395 - 403.
- [22] 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布[J]. 物理学报, 2008, **57**(8): 4667 - 4674. (SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. Force distribution in static granular matter in two dimensions[J]. Acta Physical Sinica, 2008, **57**(8): 4667 - 4674. (in Chinese))