

DOI: 10.11779/CJGE201908012

# 真空预压处理填埋污泥的固结解析解

田 乙<sup>1</sup>, 吴文兵<sup>\*1, 2, 3</sup>, 梅国雄<sup>1, 2, 3</sup>, 蒋国盛<sup>1</sup>, 梁荣柱<sup>1, 2</sup>

(1. 中国地质大学工程学院岩土钻掘与防护教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430074; 2. 广西大学土木建筑工程学院广西防灾减灾与工程安全重点实验室, 广西 南宁 530004; 3. 广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西 南宁 530004)

**摘要:** 真空预压法是一种行之有效的填埋污泥原位加固方法。在考虑真空预压的时间效应条件下, 基于椭圆柱等效模型推导了真空预压联合塑料排水板的固结解析解。利用实际监测数据, 拟合得出了预压时间效应参数。通过对比研究, 分析了传统的圆柱形等效模型与椭圆柱等效模型的差异及预压时间效应参数对固结发展的影响。进一步, 将根据解析解计算出的沉降曲线与实测沉降值比较, 验证了解答的合理性与实用性。表明, 在考虑塑料排水板的“形状效应”时, 椭圆柱体等效模型的效果最佳, 且基于各周长等效模型的计算结果与椭圆柱等效模型结果较为接近; 预压时间效应参数的值越大代表真空预压施加得越快, 对应的土体固结发展越快。

**关键词:** 真空预压; 土体固结; 填埋污泥; 椭圆柱等效模型; 塑料排水板

中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)08-1481-08

作者简介: 田 乙(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事土体固结理论方面的研究工作。E-mail: tianyibox@163.com。

## Analytical solutions for the consolidation of sludge by vacuum preloading

TIAN Yi<sup>1</sup>, WU Wen-bing<sup>1, 2, 3</sup>, MEI Guo-xiaong<sup>1, 2, 3</sup>, JIANG Guo-sheng<sup>1</sup>, LIANG Rong-zhu<sup>1, 2</sup>

(1. Engineering Research Center of Rock-Soil Drilling & Excavation and Protection, Ministry of Education, Faculty of Engineering, China

University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 2. Guangxi Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety, College of

Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China; 3. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural

Safety, Ministry of Education, Guangxi University, Nanning 530004, China)

**Abstract:** The vacuum preloading is an effective method for the in-situ consolidation of sludge in landfills. Considering its time effects, the analytical solutions for the consolidation by the vacuum preloading combined with the prefabricated vertical drain are obtained based on the equivalent elliptical cylinder model. Then, the parameter reflecting the time effects is obtained by fitting the measured data. The comparative analysis is carried out to validate the rationality and the practicability of the proposed solutions by comparing the settlement curve calculated from the proposed solutions to the measured one. The analysis results show that the elliptic cylinder equivalent model is the optimum choice to consider the shape effects of the PVD, and the calculated results based on the perimeter equivalent models are closer to those based on the elliptic cylinder equivalent model. The larger parameter  $\alpha$  means the vacuum pressure is applied on the soil more quickly, which will lead to a quicker consolidation process.

**Key words:** vacuum preloading; consolidation of soil; sludge; elliptical cylinder equivalent model; prefabricated vertical drain

## 0 引言

城市污泥处理是当今市政卫生建设的重难点。目前中国各大中城市都建有规模不一的污泥填埋库, 但由于污泥产量大、处理不及时等方面的影响不仅严重缩减了填埋库的使用效率, 还增加了填埋库的安全隐患。故对污泥库的加固处理和库容的恢复是目前亟待解决的难题。对污泥库的污泥采用焚烧、土地利用、建材化等处置方式, 极易造成严重的二次污染<sup>[1]</sup>, 因此对污泥进行原位处理是比较合理的方法, 其不仅可以加固污泥填埋库, 同时还可以有效地扩大库容<sup>[2]</sup>。

目前鉴于真空预压法施工方便、安全、环保、成本低等优点, 常常被应用于污泥原位处理, 广受工程界青睐。

目前, 真空预压联合塑料排水板处理软基的固结计算主要是套用较为成熟的砂井固结理论。为此, 许多学者提出了多种不同的等效模型, 以将扁矩形截面

基金项目: 国家自然科学基金项目(51578164, 51678547, 51878185); 中国博士后科学基金面上项目(2016M600711)

收稿日期: 2018-09-27

\*通讯作者 (zjuwwb1126@163.com)

的塑料排水板等效为圆形截面的排水井, 如 Hansbo<sup>[3]</sup> 基于截面周长相等的原则, 建立了周长等效模型; Fellenius 等<sup>[4]</sup>基于截面面积相等原则, 提出了面积等效模型; 考虑到塑料排水板扁平形状造成的“形状效应”, Atkinson 等<sup>[5]</sup>、Long 等<sup>[6]</sup>、Abuel-Naga 等<sup>[7]</sup>提出了不同的修正周长等效模型方法, 分别建立了不同的等效模型; 《海堤工程设计规范》<sup>[8]</sup>及《真空预压加固软土地基技术规程》<sup>[9]</sup>也提出了一些修正后的周长等效法, 以供实际工程计算参考。近期, 卢萌盟等<sup>[10]</sup>提出一种环形等效模型, 将塑料排水板等效为外表面积和截面积与原排水板相等的环形柱排水体。以上诸类等效模型将塑料排水板等效为圆柱体或者圆环体的排水体, 进而沿用砂井固结理论进行计算, 一定程度上简化了塑料排水板的固结计算。但是这些等效模型仅对塑料排水板本身进行了等效, 而忽略了塑料排水板的“形状效应”从而会造成土体中渗流流线以及等势线与圆柱体排水体的差异。因此, 黄朝煊等<sup>[11-12]</sup>将塑料排水板等效为一种椭圆柱排水体, 并在椭圆柱坐标系中, 建立了一个渗流等势线为椭圆形、渗流流线为同焦双曲线的固结模型, 并求解了在堆载作用下的塑料排水板加固地基的固结解析解。在真空预压法中, 塑料排水板主要是受真空负压的作用来进行排水的, 因此, 将此椭圆柱等效模型推广至真空预压法的研究工作还有待开展。

采用真空预压处理超软土, 塑料排水板中的真空负压的传递特性直接影响到土体的加固效果(尤其是深部土体)<sup>[13]</sup>。为此, 许多学者进行了大量研究工作, Tang 等<sup>[14]</sup>通过现场试验测出: 在真空预压处理结束后, 不同深度土体中的孔压基本相等, 从而得出真空负压在排水板中传递效果较好, 衰减很小。Chu 等<sup>[15]</sup>先后通过工程实测曲线分析, 得出真空负压沿土体深度近似呈线性分布。Indraratna 等<sup>[16]</sup>通过室内模型试验测出真空负压沿塑料排水板深度的分布规律, 认为真空负压沿塑料排水板深度呈梯形递减分布。岑仰润<sup>[17]</sup>通过总结一些学者提出的真空负压分布模式以及对实测资料进行反分析, 得出: 当塑料排水板打设深度在 20 m 以内时, 在打设深度范围内, 负压分布沿深度基本一致, 其值一般在膜下真空度的 50% 左右, 部分点的负压值接近膜下真空度值; 当打设深度较深时, 负压分布模式离散性大, 需要进一步收集资料进行研究。基于此, 蒋基安等<sup>[18]</sup>和高广运等<sup>[19]</sup>对真空预压下的地基固结问题进行了一系列理论推导研究。但是, 实际上真空负压的施加总是需要一定时间才能到达设定的稳定值, 以上负压分布模式均未考虑到这种真空预压的时间效应, 因此会导致计算结果产生一定误差。

本文结合工程实测, 在已有塑料排水板中的真空

负压分布模式的基础上, 提出一种与时间相关的真空负压分布模式, 以考虑真空预压的时间效应; 进一步, 引入椭圆柱等效模型, 推导真空预压法加固污泥(或软基)的径向固结解析解, 并分析相关参数对污泥固结的影响, 最后结合试验实测资料进行计算验证。

## 1 真空负压沿塑料排水板的分布模式

根据岑仰润<sup>[17]</sup>和姜彦彬等<sup>[20]</sup>对真空负压与真空度的区分解释可知: 下文所述的真空负压是一种相对压力, 是相对于静止水压力而言的负孔隙水压力。在真空预压加固土体的固结过程中, 超孔隙水压力即为负压。而真空度是相对于大气压而言, 用于描述膜下砂垫层中的孔隙压力。

在一般的真空预压处理软土的过程中, 真空荷载的作用过程可概述为: 通过真空泵工作, 首先在密封膜下形成一个相对于大气压的真空度, 然后此真空度再经砂垫层传递至土体表面, 并在塑料排水板中造成一定的真空负压, 最后真空负压经排水板向周围土体传递, 从而排出土体中的孔隙水, 达到固结土体的效果(图 1)。

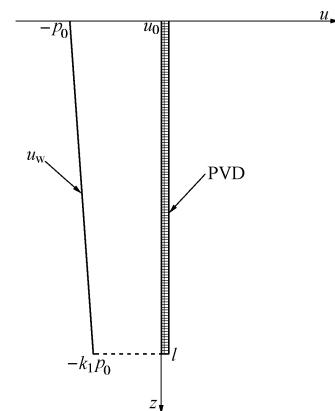


图 1 真空负压沿塑料排水板的分布

Fig. 1 Distribution pattern of vacuum pressure along PVD

基于 Indraratna 等<sup>[16]</sup>和岑仰润<sup>[17]</sup>的研究, 塑料排水板中的真空负压分布模式如图 1 所示, 可表示为

$$u_w = -p_0 \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right], \quad (1)$$

式中,  $p_0$  为排水板在土体深度为零处的稳定真空负压值, 一般为稳定后的膜下真空度  $p_v$  的 50% 左右,  $k_1$  为真空负压衰减系数。

从式(1)可以看出, 该分布形式并未考虑到真空预压的时间效应, 而实际上真空负压施加至稳定值需要一定的时间, 而不是瞬时完成的。在初始时刻( $t=0$  时), 膜下真空度为零, 排水板中的真空负压也为零; 随着真空泵持续抽真空, 膜下真空度也持续增大, 排水板中的负压值也随之增大; 到一定时间后, 膜下真

空度趋于一稳定值, 排水板中的真空负压分布也趋于稳定分布。基于此, 本文提出一种考虑预压时间效应的真空负压分布模式如下:

$$u_w = -p_0 \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] (1 - e^{-\alpha t}) \quad , \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  为反映真空预压施加快慢的时间效应参数, 其值越大, 表示真空预压施加得越快。

根据式(2)中的真空负压分布模式, 可将膜下真空度表示为

$$P_v = -p_v (1 - e^{-\alpha t}) \quad , \quad (3)$$

式中,  $p_v$  为膜下真空度稳定后的值, 可由实际监测结果直接得出。

将罗小勇<sup>[21]</sup>在模型试验中的膜下真空度监测结果与本文提出的膜下真空度增长模式(如式(3))相拟合, 结果如图2所示, 拟合得出的时间效应参数  $\alpha$  为  $0.194 \text{ d}^{-1}$ 。从图2可以看出, 实测的膜下真空度并不是瞬时恒定的, 而是经过一段时间的增长后达到一个相对稳定的值  $p_v$ , 实测结果与本文提出的增长模式拟合较好, 验证了本文提出的考虑时间效应的真空负压分布模式的合理性。

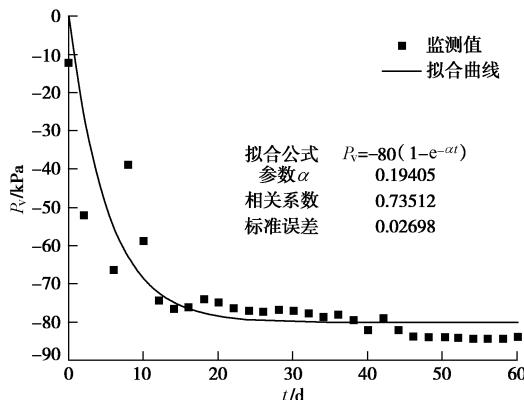


图2 膜下真空度拟合曲线

Fig. 2 Fitting curves of vacuum degree under sealing film

## 2 塑料排水板的椭圆柱等效模型

基于Huang等<sup>[11]</sup>提出的椭圆柱等效模型, 根据面积、周长同时最优等效的原则, 将宽度为  $b$ , 厚度为  $\delta$  的塑料排水板等效为长轴和短轴分别为  $1.04b$  和  $1.22\delta$  的椭圆柱体, 如图3所示。

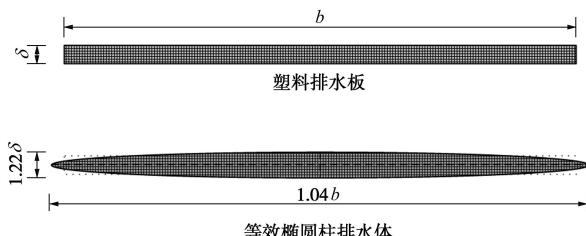


图3 塑料排水板等效示意图

Fig. 3 Sketch of equivalent model for PVD

为了模拟塑料排水板扁平形状对加固土体的渗流场的影响, 建立如图4所示的同焦椭圆曲线族和双曲线族, 分别表示塑料排水板加固土体中的孔压等势线和渗流流线。根据椭圆柱坐标系理论可得如下坐标变换:

$$\begin{cases} x = a\eta\xi, \\ y = \pm a\sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}, \\ z = z. \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $a$  为椭圆族和双曲线族的焦点坐标, 也是等效椭圆柱排水体的焦点坐标, 且  $a = \frac{\sqrt{(1.04b)^2 - (1.22\delta)^2}}{2}$ ,  $\eta, \xi, z$  为椭圆柱坐标系中的坐标变量。

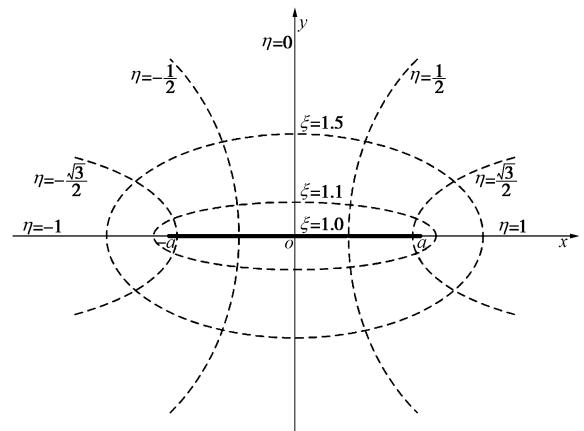


图4 椭圆柱坐标系简图

Fig. 4 Sketch of ellipse coordinate

由式(4)可得椭圆曲线族和双曲线族分别为

$$\frac{x^2}{\xi^2} + \frac{y^2}{\xi^2 - 1} = a^2 \quad , \quad (5)$$

$$\frac{x^2}{\eta^2} - \frac{y^2}{1 - \eta^2} = a^2 \quad . \quad (6)$$

由此可看出,  $\xi$  取不同值时代表不同的椭圆曲线,  $\eta$  取不同值代表不同的双曲线, 且两族曲线相互垂直。

根据以上坐标转换关系, 将等效椭圆柱排水体的长轴  $1.04b$  代入式(5)中, 可求得椭圆柱等效排水板对应的径长坐标为

$$\xi_w = \frac{1.04b}{2a} \quad . \quad (7)$$

结合工程实际, 为真空预压下的土体固结作如下基本假设: ①满足等应变条件, 即同一深度平面上任一点的竖向变形相等, 无侧向变形; ②仅考虑同焦椭圆柱法向渗流, 渗流均符合Darcy定律; ③加固土体为饱和各向同性线弹性体; ④仅考虑土体的径向渗流, 忽略土体中的竖向渗流。

基于以上基本假设, 在椭圆柱坐标系中建立单排

水板固结模型, 如图 5 所示, 其中,  $l$  为塑料排水板的打设深度,  $k_s$ ,  $k_h$  分别为排水板的渗透系数、扰动土体的水平渗透系数和原状土体的水平渗透系数,  $\xi_w$ ,  $\xi_s$ ,  $\xi_e$  分别为排水板的等效径长坐标、涂抹区的径长坐标和影响区的径长坐标, 且  $s_{el} = \xi_s / \xi_w$ 。另外,  $u$  为土体中的超孔隙水压力,  $\bar{u}_\xi$  为土体中任意深度处的平均超孔隙水压力,  $u_w$  为排水板内的超孔隙水压力,  $u_0$  为土体在真空预压前的静止孔隙水压力,  $\varepsilon_v$  为土体的体积应变,  $m_v$  为土体的体积压缩系数。

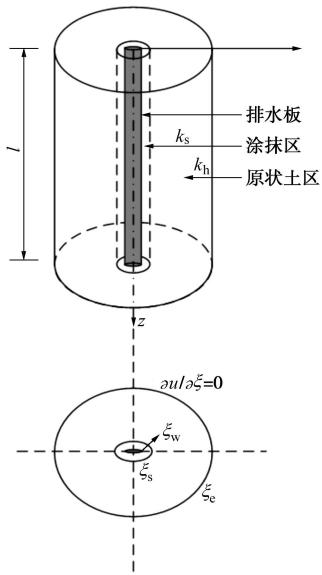


图 5 单排水板固结示意图

Fig. 5 Sketch of consolidation with single PVD

### 3 固结解析解的推导

参照砂井固结理论, 根据饱和土体中排出的孔隙水的体积等于土体体积的变化量的原则, 推导得出椭圆柱坐标系中的固结基本微分方程<sup>[11]</sup>为

涂抹区 (D 区) 微分方程:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{a^2 \gamma_w}{2k_s} \left( \frac{\xi_e \sqrt{\xi_e^2 - 1}}{\sqrt{\xi_s^2 - 1}} - \xi \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (\xi_w \leq \xi \leq \xi_s) \quad (8)$$

原状土区 (U 区) 微分方程:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{a^2 \gamma_w}{2k_h} \left( \frac{\xi_e \sqrt{\xi_e^2 - 1}}{\sqrt{\xi_s^2 - 1}} - \xi \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (\xi_s \leq \xi \leq \xi_e) \quad (9)$$

加固土体中任意深度处的平均超孔隙水压可表示为

$$\bar{u}_\xi = \frac{\left( \int_D u_\xi dA + \int_U u_\xi dA \right)}{\pi a^2 (\xi_e \sqrt{\xi_e^2 - 1} - \xi_w \sqrt{\xi_w^2 - 1})} \quad (10)$$

将式 (8), (9) 作积分变换后代入式 (10) 中得

$$\bar{u}_\xi = F \frac{a^2 \gamma_w}{k_h} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + u_w \quad (11)$$

式中,

$$F = \frac{1}{32(\sinh 2\rho_e - \sinh 2\rho_w)} \cdot \begin{aligned} & \{\kappa \cdot [4(\rho_s - \rho_w) \cosh 4\rho_e + \sinh 4\rho_s - \sinh 4\rho_w - \\ & 8 \cosh 2\rho_s \cdot \sinh 2\rho_e + 8 \cosh 2\rho_w \cdot \sinh 2\rho_e] + \\ & 4(\rho_e - \rho_s) \cosh 4\rho_e - 3 \sinh 4\rho_e - \sinh 4\rho_s + \\ & 8 \cosh 2\rho_s \cdot \sinh 2\rho_e\} \quad (12) \end{aligned}$$

其中,  $\kappa = k_h / k_s$ ,  $\rho_e = \operatorname{acosh} \xi_e$ ,  $\rho_s = \operatorname{acosh} \xi_s$ ,  $\rho_w = \operatorname{acosh} \xi_w$ , “acosh” 表示双曲余弦函数 “cosh”的反函数。

研究表明<sup>[22-23]</sup>, 真空预压加固机理与传统的堆载预压加固机理有所不同, 在真空预压过程中, 土体内的总应力不变, 通过抽真空, 真空负压向土体中逐渐扩散, 同时, 由于土体的渗透性以及固结过程中存在的水力梯度, 土体内的孔隙水被逐渐排出, 从而使土体内的孔隙水压力降低, 有效应力增大, 产生相应的沉降。因此, 真空预压下土体的应力应变关系可表示为

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -m_v \frac{\partial \bar{u}_\xi}{\partial t} \quad (13)$$

将式 (2), (13) 代入式 (11) 得

$$\frac{\partial \bar{u}_\xi}{\partial t} + \frac{c_h}{R_{el}^2} \bar{u}_\xi = -\frac{c_h}{R_{el}^2} p_0 \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] (1 - e^{-\alpha t}), \quad (14)$$

式中,  $c_h = k_h / (\gamma_w m_v)$ , 为径向固结系数,  $R_{el} = \sqrt{Fa}$ , 可视为土体在椭圆柱坐标系中的平均等效径向排水距离。

求解方程 (14) 得其通解为

$$\bar{u}_\xi = C e^{-\frac{c_h}{R_{el}^2} t} - \left( 1 - \frac{c_h}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\alpha t} \right) \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] p_0. \quad (15)$$

土体固结的初始条件为

$$\bar{u}_\xi(z, 0) = 0 \quad (16)$$

将初始条件 (16) 代入式 (15) 得

$$C = -\frac{\alpha R_{el}^2}{c_h - \alpha R_{el}^2} \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] p_0. \quad (17)$$

将式 (17) 代入式 (15), 可得真空预压下土体内任意深度处的平均超孔隙水压力为

$$\bar{u}_\xi = p_0 \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] \left( \frac{c_h}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\alpha t} - \frac{\alpha R_{el}^2}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\frac{c_h}{R_{el}^2} t} - 1 \right). \quad (18)$$

根据土体总沉降与应变之间的关系, 可得真空预压下土体表面在任意时刻的沉降量为

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^l \varepsilon_v dz \\
 &= \int_0^l -m_v \bar{u}_\xi dz \\
 &= -\frac{1}{2} m_v p_0 l (1 + k_1) \cdot \\
 &\quad \left( \frac{c_h}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\alpha t} - \frac{\alpha R_{el}^2}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\frac{c_h - t}{R_{el}^2}} - 1 \right) \quad (19)
 \end{aligned}$$

加固区土体的平均固结度<sup>[17]</sup>为

$$\begin{aligned}
 \bar{U} &= \frac{\int_0^l \bar{u}_\xi dz}{\int_0^l -p_0 \left[ 1 - (1 - k_1) \frac{z}{l} \right] dz} \\
 &= \frac{\alpha R_{el}^2}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\frac{c_h - t}{R_{el}^2}} - \frac{c_h}{c_h - \alpha R_{el}^2} e^{-\alpha t} + 1 \quad (20)
 \end{aligned}$$

## 4 比较分析

### 4.1 不同等效模型的比较分析

在堆载作用下, 黄朝煊等<sup>[12]</sup>分析了基于各种圆柱形等效模型的固结计算结果和基于椭圆柱等效模型的计算结果之间的差异。通过分析 Indraratna 等<sup>[24]</sup>和 Lu 等<sup>[25]</sup>基于圆柱形等效模型的固结理论推导, 并将其与本文推导相比较, 可发现圆柱形等效模型和椭圆柱等效模型的不同之处在于平均等效径向排水距离的不同。如上文所述, 椭圆柱等效模型中的平均等效径向排水距离可表示为

$$R_{el} = \sqrt{Fa} \quad (21)$$

圆柱形等效模型中的平均等效径向排水距离可表示为

$$R_{cy} = r_e \cdot \sqrt{\frac{F_{cy}}{2}} \quad (22)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 F_{cy} &= \left[ \ln \left( \frac{n_{cy}}{s_{cy}} \right) + \kappa \ln s_{cy} - \frac{3}{4} \right] \frac{n_{cy}^2}{n_{cy}^2 - 1} + \\
 &\quad \frac{s_{cy}^2}{n_{cy}^2 - 1} (1 - \kappa) \left( 1 - \frac{s_{cy}^2}{4n_{cy}^2} \right) + \kappa \frac{1}{n_{cy}^2 - 1} \left( 1 - \frac{1}{4n_{cy}^2} \right) \quad (23)
 \end{aligned}$$

式中  $r_e$  为影响区的半径;  $n_{cy} = r_e/r_w$ ,  $r_w$  为塑料排水板的等效半径;  $s_{cy} = r_s/r_w$ ,  $r_s$  为涂抹区半径。

如表 1 所示, 国内外众多学者基于塑料排水板横截面的面积等效或者周长等效原则提出了不同的等效模型, 根据式 (21), (22), 可以分别计算出不同等效模型对应的平均等效径向排水距离。为了进一步探讨塑料排水板的“形状效应”对土体固结的影响, 在不考虑涂抹效应的情况下作出基于不同等效模型计算出的固结度曲线, 结果如图 6 所示, 其中, 为了使土体在有限时间内能达到完全固结, 其固结系数取

$1.18 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , 渗透系数取  $1 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ 。

表 1 塑料排水板的不同等效模型

Table 1 Different equivalent models of PVD

等效模型	等效式 ( $b \times \delta = 100 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ )	平均等效径 $R_{cy}$ 或 $R_{el}/\text{mm}$
Hansbo <sup>[3]</sup>	$r_w = (b + \delta)/\pi$	0.497
Fellenius 等 <sup>[4]</sup>	$r_w = (b\delta/\pi)^{1/2}$	0.617
Long 等 <sup>[6]</sup>	$r_w = 0.25b + 0.35\delta$	0.524
Abuel-Naga 等 <sup>[7]</sup>	$r_w = 0.225b$	0.543
GB/T 51015—2014 <sup>[8]</sup>	$r_w = 0.75[(b + \delta)/\pi]$	0.532
椭圆柱等效法	$\zeta_w = \frac{1.04b}{\sqrt{(1.04b)^2 - (1.22\delta)^2}}$	0.520

如图 6 所示, 不同等效模型的固结度计算结果有所不同。椭圆柱等效模型的固结度曲线与 Long & Covo 等效模型的固结度曲线最相近, 与《海堤工程设计规范》(GB/T 51015—2014) 中的等效模型、Abuel-Naga & Bouazza 等效模型以及 Hansbo 等效模型的固结度曲线也较为接近。其中, 基于 Hansbo 等效模型计算的固结度发展最快, 而基于 Long & Covo 等效模型、《海堤工程设计规范》中的等效模型模型以及 Abuel-Naga & Bouazza 等效模型计算的固结度曲线都较椭圆柱等效模型的发展慢。Fellenius & Castonguay 等效模型的固结度计算结果与本文的椭圆柱等效模型的计算结果相差最大, 且计算出的固结度发展偏慢。进一步分析可知, 相比于面积等效模型, 各周长等效模型或者改进周长等效模型与椭圆柱等效模型较为接近。因为对于可忽略井阻的塑料排水板而言, 塑料排水板的外表面积的大小更能体现其排水能力的强弱。此分析结论与黄朝煊等<sup>[12]</sup>得出的结论相一致。

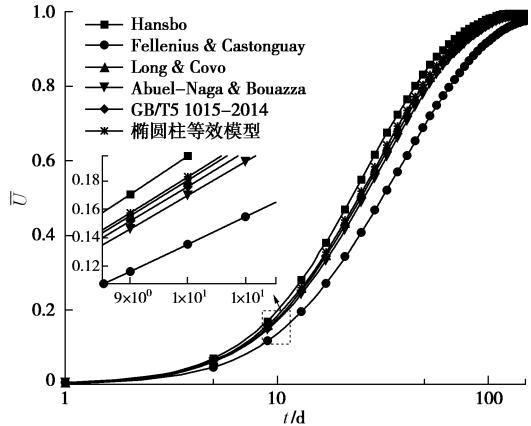


图 6 不同等效模型下的固结度曲线

Fig. 6 Curves of consolidation degree in different equivalent models

结合表 1 分析, 从平均等效径向排水距离方面看, 椭圆柱等效模型与 Long & Covo 等效模型最相近, 并且后者的平均等效径向排水距离比前者的略大, 故基

于两者计算出的固结度曲线最接近, 且前者的固结比后者略快。以此类推, Hansbo 等效模型、椭圆柱等效模型、《海堤工程设计规范》中的等效模型、Abuel-Naga & Bouazza 等效模型、Fellenius & Castonguay 等效模型, 它们的平均等效径向排水距离依次增大, 其对应的固结度曲线发展也依次减慢。

综合表 1 和图 6 分析, 基于不同的等效模型计算出的固结度曲线有所差异, 究其根本, 造成这种差异的本质原因是不同的等效模型的平均等效径向排水距离不同, 并且平均等效径向排水距离越大, 土体固结就越慢。此解释合乎常理, 同时也验证了本文提出的平均等效径向排水距离概念的合理性。另外, 从等效模型的本质方面考虑, 椭圆柱等效模型是目前最能反映由塑料排水板扁平形状对固结造成的“形状效应”的模型, 并且各周长等效模型比面积等效模型更接近椭圆柱等效模型。

#### 4.2 预压时间效应参数对土体固结的影响

本文提出了考虑预压时间效应的真空负压分布模型, 其中预压时间效应参数  $\alpha$  对真空荷载的施加快慢起着决定性作用。为探讨该参数对土体固结的影响, 在膜下稳定真空度为一定值的情况下, 分别取  $\alpha$  为 0.194, 1.94, 19.4, 194  $\text{d}^{-1}$ , 作出对应的固结度曲线, 结果如图 7 所示。显而易见, 预压时间效应参数  $\alpha$  的不同会造成土体固结发展的快慢有别, 其值越大代表真空负压施加得越快, 对应的固结度曲线发展越快, 土体越早完成固结。另外, 随着预压时间效应参数的增大, 不同固结度曲线的差距减小, 当其增大到一定的值 (194  $\text{d}^{-1}$ ) 时, 真空预压相当于瞬时施加, 土体固结最快, 并且与预压时间效应参数取 0.194  $\text{d}^{-1}$  (上文实测拟合值) 对应的固结度曲线之间存在一定差距, 这也说明不考虑真空预压的时间效应会对计算结果造成一定误差。

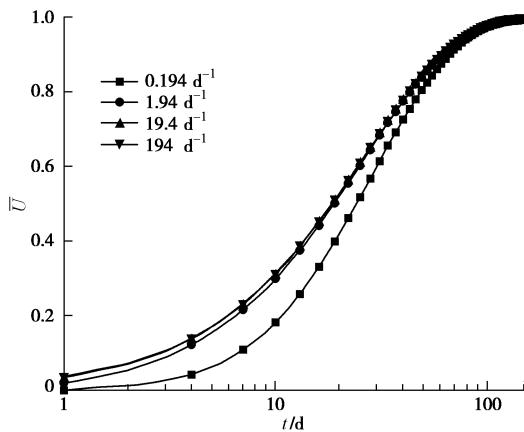


图 7 不同预压时间效应参数  $\alpha$  下的固结曲线

Fig. 7 Curves of consolidation degree at different values of parameter  $\alpha$

#### 5 实例验算

罗小勇<sup>[21]</sup>曾设计并开展了污泥真空预压模型试验, 验证了真空预压法处理污泥库中污泥的效果和可行性, 并了解到污泥在真空预压下的固结沉降效果及其随时间的变化规律。该试验采用上海老港垃圾填埋场降解 2~3 a 的污泥进行真空预压, 其基本土工性质参数如表 2 所示。试验装置采用浙江大学岩土工程研究所自主研制的大型地基处理模拟试验装置, 模型筒内径为 1 m, 即试验中排水板的加固区为内径为 1 m 的圆柱形区域。试验中沿着模型筒轴心打设一根 100 mm×4 mm 的塑料排水板, 污泥填埋高度为 1.8 m, 在上表面设置两处沉降监测点 CJ1 和 CJ2, 试验模型俯视图如图 8 所示。

表 2 上海污泥库中污泥的基本土工性质参数

Table 2 Basic geotechnical parameters of sludge from Shanghai sludge landfill

密度 /( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	含水 率/%	颗粒相对 密度	渗透系数 /( $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ )	固结系数 /( $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ )
1.06	520	1.94	$1.0 \times 10^{-7}$	$1.18 \times 10^{-5}$

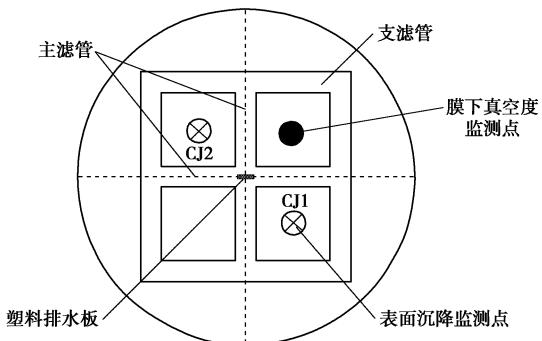


图 8 试验模型俯视图

Fig. 8 Top view of test model

考虑到该试验中的塑料排水板打设深度较浅, 根据岑仰润<sup>[17]</sup>曾总结得出的结论, 取  $p_0=50 \text{ kPa}$ ,  $k_1=1.0$ 。如图 2 的拟合结果所示, 预压时间效应参数  $\alpha = 0.194 \text{ d}^{-1}$ 。为了进一步验证本文推导得出的解析解的合理性, 将基于上文推导出的解析解计算出的沉降曲线与实测沉降值进行比较, 比较结果如图 9 所示。其中, 在模型试验中, 污泥土体本身并不是原状土体, 故在计算中忽略排水板对土体的扰动, 即  $\zeta_w = \zeta_s$ ; 另外, 根据等效前后影响区面积相等的原则, 即  $\pi a^2 \xi_e^2 \sqrt{\xi_e^2 - 1} = \frac{\pi}{4} d^2$ , 加固区的等效径长坐标为<sup>[11]</sup>

$$\xi_e = \cosh \left[ \frac{1}{2} \operatorname{asinh} \left( \frac{d^2}{2a^2} \right) \right], \quad (24)$$

式中,  $d$  为模型筒的内径长。

图9为不同模型计算结果与监测结果的对比, 同时表3列出了各模型对应的解析解与两个测点监测结果的平均拟合优度, 从中可以看出, 本文根据椭圆柱等效模型所得解析解计算出的沉降曲线与实测沉降值的吻合度较高, 说明本文的解答能够较好地反映实际的污泥固结情况, 也进一步验证了本文解答的合理性和实用性。

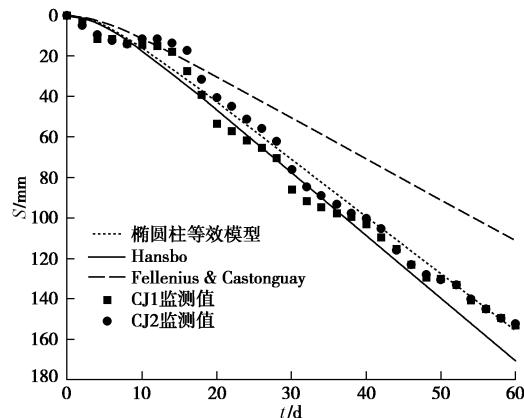


图9 计算沉降曲线与实测沉降曲线比较图

Fig. 9 Comparison between measured and calculated settlement curves

表3 各等效模型计算结果与监测值的拟合优度

Table 3 Goodness of fitting between calculated results from different models and measured results

椭圆柱等效模型	Hansbo	Fellenius & Castonguay
0.993	0.972	0.689

## 6 结 论

本文在考虑真空预压时间效应的条件下, 基于椭圆柱等效模型, 推导得出真空预压联合塑料排水板加固土体的固结解析解, 然后比较分析了椭圆柱等效模型与其它几种常见等效模型的差异, 并通过作图分析了预压时间效应参数对土体固结的影响, 最后通过实例验算, 验证了本文解答的合理性, 得到以下3点结论。

(1) 本文提出的考虑时间效应的负压分布模式能很好地与实测值拟合, 并得出相应的预压时间效应参数 $\alpha$ , 说明本文提出的负压分布模式较为合理。

(2) 基于周长等效模型或改进周长等效模型的计算结果与本文的椭圆柱等效模型结果较为接近。在考虑塑料排水板的“形状效应”时, 椭圆柱体等效模型的效果最佳, 是真空预压下联合塑料排水板固结计算的最优选择; 圆柱形周长等效模型或改进周长等效模型对于真空预压下联合塑料排水板的固结计算也较适用。

(3) 预压时间效应参数 $\alpha$ 的不同会造成土体固

结发展的快慢有别, 其值越大代表真空负压施加得越快, 对应的固结度发展越快。

## 参 考 文 献:

- [1] 韦小颖, 肖细元, 张 琅, 等. 城市污泥中重金属和有机污染物的净化与污泥土地利用[J]. 环境工程, 2010(增刊 1): 235 - 240. (WEI Xiao-ying, XIAO Xi-yuan, ZHANG Long, et al. Heavy metal and organic contaminants removal from sewage sludge for land application[J]. Chinese Journal of Environment Engineering, 2010(S1): 235 - 240. (in Chinese))
- [2] 郭清嵩, 顾 漾, 武博然, 等. 真空预压处理非规范填埋污泥的中试[J]. 环境工程, 2017(12): 124 - 128. (GUO Qing-song, GU Xiao, WU Bo-ran, et al. Pilot test on the piled sewage sludge by air-boosted vacuum preloading[J]. Chinese Journal of Environment Engineering, 2017(12): 124 - 128. (in Chinese))
- [3] HANSBO S. Consolidation of clay by band-shaped prefabricated drains[J]. Ground Engineering, 1979, **12**(5): 16 - 18, 21.
- [4] FELLENIUS B H, CASTONGUAY N G. The efficiency of band shaped drains: a full scale laboratory study[R]. Ottawa: National Research Council and the Industrial Research Assistance Programme, 1985.
- [5] ATKINSON M S, ELDRED P J L. Consolidation of soil using vertical drains[J]. Géotechnique, 1981, **31**(31): 33 - 43.
- [6] LONG R P, COVO A. Equivalent diameter of vertical drains with an oblong cross section[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **120**(9): 1625 - 1630.
- [7] ABUEL-NAGA H, BOUAZZA A. Equivalent diameter of a prefabricated vertical drain[J]. Geotextiles & Geomembranes, 2009, **27**(3): 227 - 231.
- [8] GB/T 51015—2014 海堤工程设计规范[S]. 2014. (GB/T 51015—2014 Code for design of sea dike project[S]. 2014. (in Chinese))
- [9] JTS 147—2—2009 真空预压加固软土地基技术规程[S]. 2009. (JTS 147—2—2009 Technical specification for vacuum preloading technique to improve soft soils[S]. 2009. (in Chinese))
- [10] 卢萌萌, 张 强, 靖洪文, 等. 基于环形等效的排水板地基固结[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(2): 513 - 520. (LU Meng-meng, ZHANG qiang, JING Hong-wen, et al. Consolidation of band-shaped drain based on equivalent annular drain[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(2): 513 - 520. (in Chinese))

- [11] HUANG C, DENG Y, CHEN F. Consolidation theory for prefabricated vertical drains with elliptic cylindrical assumption[J]. *Computers & Geotechnics*, 2016, **77**(1): 156 - 166.
- [12] 黄朝煊, 方咏来. 线性加载下塑料排水板地基固结理论探讨[J]. *工程地质学报*, 2017, **25**(3): 678 - 685. (HUANG Chao-xuan, FANG Yong-lai. Consolidation theory for prefabricated vertical drain with linear preloading[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2017, **25**(3): 678 - 685. (in Chinese))
- [13] 占鑫杰. 市政污泥的化学调理和真空预压联合作用固结机理及应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2015. (ZHAN Xin-jie. Study on the consolidation mechanism of sewage sludge under combined effect of chemical conditioning and vacuum preloading and its application[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015. (in Chinese))
- [14] TANG M, SHANG J Q. Vacuum preloading consolidation of Yaoqiang Airport runway[J]. *Géotechnique*, 2004, **50**(6): 613 - 623.
- [15] CHU J, YAN S W. Estimation of degree of consolidation for vacuum preloading projects[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2005, **5**(2): 158 - 165.
- [16] INDRARATNA B, BAMUNAWITA C, KHABBAZ H. Numerical modeling of vacuum preloading and field applications[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2004, **41**(6): 1098 - 1110.
- [17] 岑仰润. 真空预压加固地基的试验及理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003. (CEN Yang-run. Vacuum preloading: experiment and theory[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003. (in Chinese))
- [18] 蒋基安, 陈海英, 陈 越, 等. 排水板真空度损耗的排水固结解析解[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(3): 406 - 418. (JIANG Ji-an, CHEN Hai-ying, CHEN Yue, et al. Analytical solutions to drainage consolidation considering vacuum loss in prefabricated vertical drain[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(3): 406 - 418. (in Chinese))
- [19] 高广运, 聂春晓, 张海丘, 等. 塑料排水板结合真空预压法的径向固结解析解[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2017, **45**(9): 1290 - 1297. (GAO Guang-yun, NIE Chun-xiao, ZHANG Hai-qi, et al. Radial consolidation solution of plastic wick drain combined vacuum preloading[J]. *Journal of Tongji University (Nature Science)*, 2017, **45**(9): 1290 - 1297. (in Chinese))
- [20] 姜彦彬, 何 宁, 许滨华, 等. 真空预压负压分布规律模型试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2017, **39**(10): 127 - 136. (JIANG Yan-bin, HE Ning, XU Bin-hua, ZHOU Yan-zhang, et al. Model tests on negative pressure distribution in vacuum preloading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, **39**(10): 127 - 136. (in Chinese))
- [21] 罗小勇. 处置库污泥工程特性测试及其对垃圾堆体稳定性影响评估[D]. 杭州: 浙江大学, 2012. (LUO Xiao-yong. Measurement of geotechnical properties for sewage sludge at a disposal site and evaluation of its influence on slope stability of MSW landfill[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012. (in Chinese))
- [22] 龚晓南, 岑仰润. 真空预压加固软土地基机理探讨[J]. *哈尔滨建筑大学学报*, 2002, **35**(2): 7 - 10. (GONG Xiao-nan, CEN Yang-run. Mechanism of vacuum preloading[J]. *Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture*, 2002, **35**(2): 7 - 10. (in Chinese))
- [23] 梅国雄, 徐 锷, 宰金珉, 等. 真空预压加固软土地基变形机理的探讨[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(9): 1168 - 1172. (MEI Guo-xiong, XU Kai, ZAI Jin-min, et al. Deformation mechanism of soft foundation under vacuum preloading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(9): 1168 - 1172. (in Chinese))
- [24] INDRARATNA B, RUJIKIATKAMJORN C, SATHANANTHAN I. Analytical and numerical solutions for a single vertical drain including the effects of vacuum preloading[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2005, **42**(4): 994 - 1014.
- [25] LU M M, XIE K H, GUO B. Consolidation theory for a composite foundation considering radial and vertical flows within the column and the variation of soil permeability within the disturbed soil zone[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2010, **47**(2): 207 - 217.