

DOI: 10.11779/CJGE201908007

# 单向冻结时开放条件下饱和砂岩冻胀试验 及 THM 耦合冻胀模型

吕志涛<sup>1, 2</sup>, 夏才初<sup>\*1, 2</sup>, 李 强<sup>1, 2</sup>, 王岳嵩<sup>1, 2</sup>

(1. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 为研究寒区岩石在梯度温度场中补水条件下的冻胀变形规律, 进行了单向冻结时开放条件下饱和砂岩冻胀试验。试验结果表明, 单向冻结时开放条件下饱和岩石冻胀过程中, 沿冻结方向的冻胀位移变化过程可分为冷缩阶段、原位冻胀阶段、分凝冻胀阶段 3 个阶段。分凝冻胀阶段冻结锋面趋于稳定, 冻胀变形持续增长, 与时间基本呈线性关系。此外, 分凝冻胀阶段补水量换算的迁移水分凝冻位移与冻结方向冻胀位移比较接近。随着平均温度梯度增大, 分凝冻胀变形速率增大, 且分凝冰位置与平均温度梯度线性相关。然后, 建立了考虑孔隙水原位冻胀与迁移水分凝冻胀的 THM 耦合冻胀模型。模型中, 孔隙水原位冻胀计算基于未冻水含量, 并引入约束系数表征岩石骨架对孔隙水冻胀约束程度; 迁移水分凝冻胀计算基于分凝势理论, 水分迁移速率与冻结缘处的温度梯度成正比。模型计算结果与试验结果对比表明, 建立的 THM 耦合冻胀模型能够比较准确地计算单向冻结时开放条件下饱和岩石冻胀位移, 并能够模拟出分凝冻胀时分凝冰层引起的位移突变及分凝冰位置, 可用于寒区冻胀敏感性岩石开放条件下冻胀变形计算。

**关键词:** 岩石; 冻胀试验; 开放条件; 分凝冻胀; THM 耦合冻胀模型

中图分类号: TU45 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)08-1435-10

作者简介: 吕志涛(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事寒区岩体力学及寒区工程方面的研究工作。E-mail: lvzhitao90@126.com。

## Frost heave experiments on saturated sandstone under unidirectional freezing conditions in an open system and coupled THM frost heave model

LÜ Zhi-tao<sup>1, 2</sup>, XIA Cai-chu<sup>1, 2</sup>, LI Qiang<sup>1, 2</sup>, WANG Yue-song<sup>1, 2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory

of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** To study the frost heave of rocks in cold regions under temperature gradient with water supply, the frost heave experiments on saturated sandstone under unidirectional freezing conditions are conducted in an open system. The results show that the variation process of the frost heave parallel to freezing direction can be divided into three stages during the freezing process of rocks under unidirectional freezing conditions in an open system, namely, thermal contraction stage, in-situ frost heave stage, and segregation frost heave stage. During the segregation frost heave stage, the frost front tends to be stable, and the frost heave increases continuously in an approximately linear relationship with time. Moreover, the frost heave calculated by water migration amount is close to the measured frost heave parallel to freezing direction during the segregation frost heave stage. The segregation frost heave rate increases with the increase of the average temperature gradient, and the location of the segregation ice is in a linear relationship with the average temperature gradient. Furthermore, a coupled THM frost heave model considering the in-situ frost heave of pore water and the segregation frost heave of migrating water is proposed. In the model, the calculation of the in-situ frost heave is based on the unfrozen water content, and a constraint coefficient is introduced to consider the constraint extent of the rock skeleton to the frost heave of the pore ice. Besides, the calculation of the segregation frost heave is based on the segregation potential theory. Comparisons between the experimental and calculated results show that the proposed THM frost heave model is reliable to calculate the frost heave of rocks under unidirectional freezing conditions in an open system, and to simulate the displacement mutation due to segregation ice layer. Therefore, the proposed THM frost heave model is applicable to the frost heave calculation of

基金项目: 国家自然科学基金项目(41472248, 51778475)

收稿日期: 2018-07-02

\*通讯作者(E-mail: tjxiaccb@126.com)

rock with frost susceptibility in cold regions.

**Key words:** rock; frost heave experiment; open system; segregation frost heave; coupled THM frost heave model

## 0 引言

寒区岩石冻胀会对隧道、公路等基础设施造成损害。以寒区隧道为例，含水围岩冻胀会对衬砌产生冻胀力作用，冻胀力作用下衬砌开裂是寒区隧道冻害的主要原因之一<sup>[1]</sup>。因此，岩石冻胀变形规律及冻胀量计算是寒区工程冻害防治的重要基础。

根据水的补给条件，岩石的冻结可分为“封闭条件”与“开放条件”两种情况。封闭条件指冻结过程中岩石孔隙水不与外界发生交换而只在原位冻结的情况；开放条件指冻结过程有充分的水分补给，岩石在水热迁移作用下冻结的情况。

封闭条件下，岩石的冻胀取决于孔隙水的冻胀，陶履彬<sup>[2]</sup>、康永水等<sup>[3]</sup>进行的岩石冻胀试验均证明了这一结论。封闭条件下，对于孔隙率为  $n$  的饱和岩石，若假定孔隙水完全冻结且弹性模量为零，则可能产生  $9\%n$  的冻胀体应变<sup>[4]</sup>。然而，夏才初等<sup>[5]</sup>对已有冻胀试验实测数据<sup>[2-3, 6]</sup>进行统计，得出封闭条件下饱和岩石体积冻胀率约为  $2.17\%n$ 。岩石冻结过程中，孔隙水中未冻水含量随冻结温度变化<sup>[4]</sup>，进而影响岩石冻胀率<sup>[7]</sup>。Lü 等<sup>[8]</sup>基于未冻水含量，建立了封闭条件下能够考虑冻结温度及岩石自身对冻胀约束作用影响的热力耦合冻胀模型。此外，上述试验均在各向均匀冻结条件下进行，得出的岩石冻胀各向均匀，而夏才初等<sup>[9]</sup>进行了封闭条件下饱和岩石单向冻结试验证明，单向冻结时，沿冻结方向的冻胀应变大于垂直于冻结方向的冻胀应变。

开放条件下，迁移水和孔隙水的冻胀共同决定了岩石的冻胀，且通常迁移水的冻胀更显著，因此开放条件下岩石的冻胀一般比封闭条件下显著得多。Akagawa 等<sup>[10]</sup>进行了饱和凝灰岩的冻胀试验，证明在开放条件下梯度温度场中，岩石冻胀过程中同样会出现分凝冻胀现象，存在引起水分向冻结锋面迁移的水力梯度，这与土体冻胀相似。Hallet 等<sup>[11]</sup>、Murton 等<sup>[12-13]</sup>也在饱和岩石开放条件下的冻胀试验中观察到了分凝冻胀现象。Matsuoka<sup>[6]</sup>对饱和凝灰岩、安山岩、页岩等进行了开放条件下的冻胀试验，结果表明，冻结岩石的水热迁移现象受岩石比表面积、冻结速率、冻结持续时间及未冻水含量的影响。此外，试验证明岩石的抗拉强度影响分凝冰产生位置处的温度<sup>[14-15]</sup>，抗拉强度越高，分凝冰产生位置的温度越低。

在理论计算方面，Neaupane 等<sup>[16]</sup>、Kang 等<sup>[17]</sup>先后建立了估算岩石冻结-融化过程中应力与变形特性的 THM 耦合模型，然而两者均没有实现对分凝冻胀

量的模拟计算。Duca 等<sup>[18]</sup>从分凝冻胀导致岩石开裂的角度，基于非饱和孔隙介质的热力学理论建立 THM 耦合模型，模拟了冻结过程中分凝冻胀力超过岩石的抗拉强度导致岩石开裂的现象。然而，对于目前工程中亟待解决的开放条件下岩石冻胀变形量计算的问题，尚无比较可行的方法。而关于开放条件下土体冻胀变形计算的研究相对比较成熟，已提出了如毛细理论<sup>[19]</sup>、刚冰模型<sup>[20]</sup>、分凝势理论<sup>[21]</sup>等理论模型。其中，分凝势理论得到广泛认可，并被认为同样适用于开放条件下岩石冻胀现象<sup>[10]</sup>。

因此，为建立适用于开放条件下岩石冻胀变形计算的冻胀模型，本文首先进行单向冻结时开放条件下饱和砂岩冻胀试验，研究饱和岩石在梯度温度场中补水条件下的冻胀变形规律。然后，建立了考虑孔隙水原位冻胀与迁移水分凝冻胀的 THM 耦合冻胀模型，模型中孔隙水原位冻胀计算基于未冻水含量，迁移水分凝冻胀计算基于分凝势理论。最后利用试验结果对模型进行验证。

## 1 冻胀试验方案

单向冻结试验在自行设计的试验装置<sup>[9]</sup>中进行，示意图如图 1 所示。恒温液分别循环流经冷端板、暖端板，按试验工况控制两端板温度恒定均匀。恒温液的温度由两台低温恒温液浴循环槽分别控制。试验过程中，试件侧面、冷端板和暖端板表面利用聚氨酯保温材料与外界隔热。

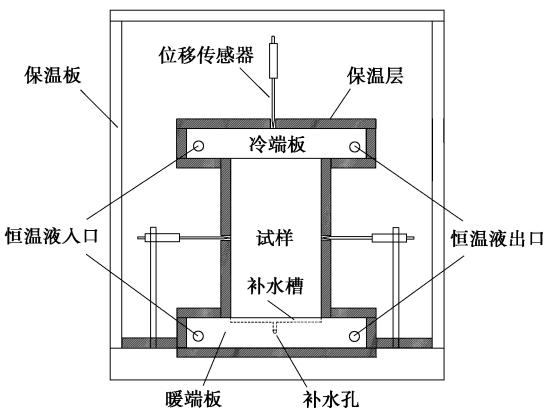


图 1 开放条件下单向冻结试验装置示意图

Fig. 1 Scheme of unidirectional freezing tests in an open system

为模拟岩石在有水分补给条件下的冻胀，开放条件下试验中，需要设计能够提供无压补水的装置。故根据 Mariotte 瓶原理设计了能够实现无压补水的装置如图 2(a)所示，其单次最大补水量为 30 mL。Mariotte 瓶身标有刻度，可根据液面变化直接读取补水量，读

数可精确到0.2 mL。Mariotte瓶出水口设置阀门可方便控制水分补给的开始与停止。暖端板设计时也预留了补水通道, 如图2(b)所示。同时, 为防止补水过程中, 水分溢出, 暖端板上设计了深10 mm的集水槽。试验过程中, 将Mariotte瓶出水口与暖端板补水通道入口通过塑料管相连, Mariotte瓶夹持在支架上, 通过调整Mariotte瓶的夹持高度可调节补水液面的高度。补水槽中铺一层滤纸以保证试验过程中试件底面均匀补水。补水为常温蒸馏水, 将补水槽与暖端板结合, 可将补水水分的温度在补水过程中降低至与试样底端温度基本相同, 以减少补水水分温度对试验的影响。

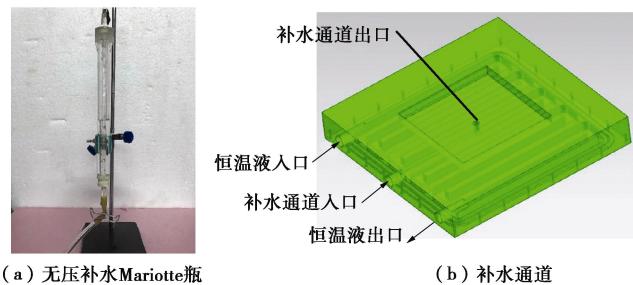


图2 无压补水系统

Fig. 2 Water supply system with no pressure

试验所用砂岩的基本物理力学性质见表1, 加工成 $8\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 长方体试件。试验设计冷端板 $-5^\circ\text{C}$ 、 $-10^\circ\text{C}$ 、 $-15^\circ\text{C}$ 三种温度工况, 暖端板的温度均为 $+1^\circ\text{C}$ 。

表1 砂岩基本物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of sandstone

干密度 $/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	饱和密度 $/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	孔隙率 /%	抗拉强度/MPa	抗压强度/MPa	弹性模量/GPa	泊松比
2.08	2.27	18.4	1.00	8.52	2.30	0.24

沿冻结方向的冻胀位移由固定在冷端板上竖直的位移传感器测量, 垂直于冻结方向的冻胀位移由布置在同一水平线两个位移传感器测量, 如图1所示。将热敏电阻传感器埋入试件侧面中部测量温度变化情况, 埋深2 cm。试验前对试件进行真空饱和, 试验过程中, 试件外侧包裹聚氯乙烯薄膜, 防止水分蒸发。

## 2 冻胀试验结果

### 2.1 冻胀变形规律

3种温度工况下, 冻胀位移与试件中部温度变化过程如图3所示, 图4截取了0~350 min的温度变化以突出相变过程。

由图3, 4可见, 试件温度变化过程可分为4个阶段: 快速降温阶段、相变阶段、缓慢降温阶段、稳定阶段。试验开始, 岩石试件在温度梯度作用下, 从冷端开始冻结, 冻结锋面不断向下迁移。冻结锋面处,

孔隙水开始相变成冰, 释放潜热。随着冻结锋面继续向下迁移, 温度场逐渐达到平衡, 进入稳定阶段。由于 $-5^\circ\text{C}$ 工况下, 相变温度与稳定温度差值较小, 相变阶段与缓慢降温阶段的界限不明显, 而 $-10^\circ\text{C}$ 、 $-15^\circ\text{C}$ 工况下四阶段特征比较明显。此外, 冷端温度越低, 相变阶段的持续时间越短, 越早达到稳定阶段。

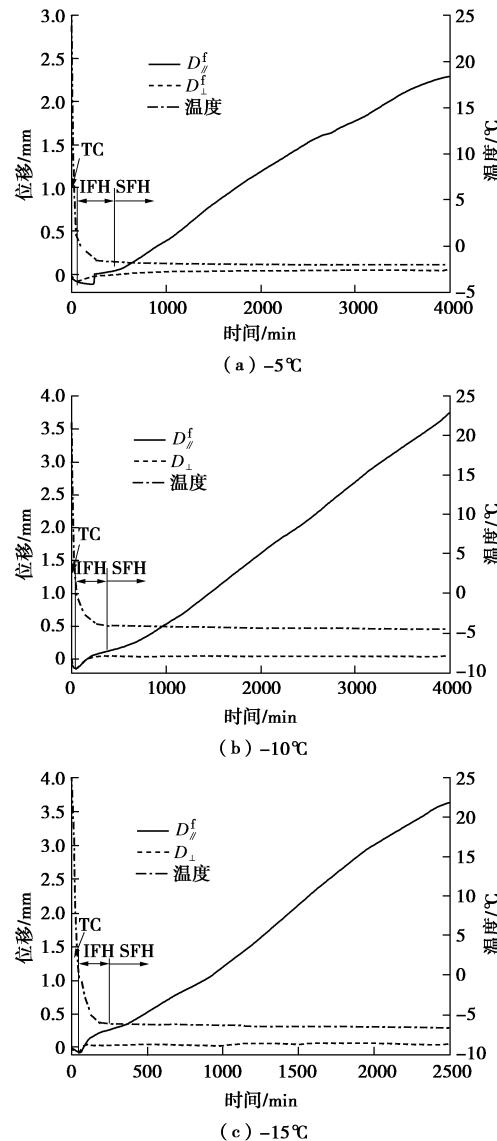


图3 冻胀位移与温度随时间变化曲线

Fig. 3 Variation of frost heave displacement and temperature

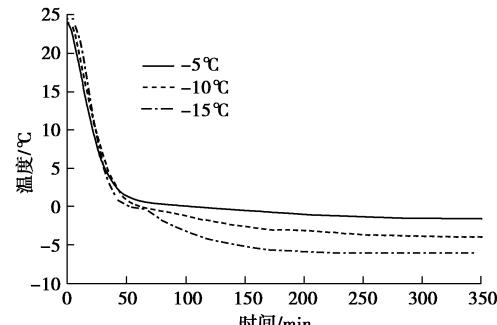


图4 不同工况下温度变化曲线

Fig. 4 Variation of temperature under different conditions

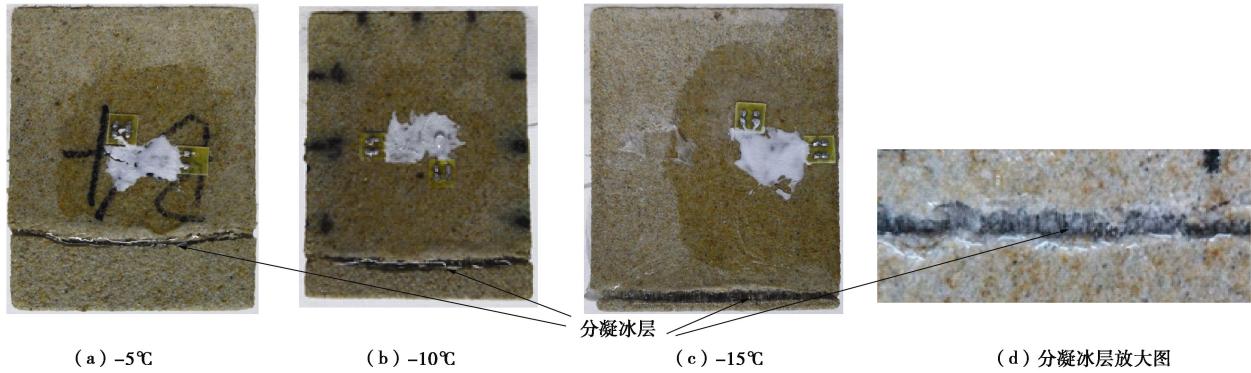


图 5 冻胀后试件中分凝冰层照片

Fig. 5 Photos of segregation ice layer in specimens after experiments

由图 3 可见, 试验初始阶段, 由于冷缩作用, 冻结方向位移  $D_{\parallel}^f$  与垂直冻结方向位移  $D_{\perp}^f$  均为负值。其后, 随着试件局部温度降至 0℃ 以下, 岩石中部分孔隙水开始冻结,  $D_{\perp}^f$  逐渐增长为正值并最终达到稳定。然而, 与  $D_{\perp}^f$  显著不同,  $D_{\parallel}^f$  的变化过程可分为 3 个阶段: 冷缩 (thermal contraction, TC) 阶段、原位冻胀 (in-situ frost heave, IFH) 阶段、分凝冻胀 (segregation frost heave, SFH) 阶段, 如图 3 所示。

**冷缩阶段:** 试验开始, 在梯度温度场作用下, 试件开始降温, 并表现为冷缩变形,  $D_{\parallel}^f$  为负值。

**原位冻胀阶段:** 在梯度温度场作用下, 试件从冷端面开始冻结, 冻结锋面向下迁移, 当冻胀作用大于冷缩作用时,  $D_{\parallel}^f$  开始增长, 并逐渐变为正值。此阶段变形速率先大后小, 并有趋于平稳的趋势。由于此阶段持续时间较短, 且冻结锋面持续向下迁移, 此阶段的冻胀变形由孔隙水原位冻结产生。

**分凝冻胀阶段:** 此阶段冻结锋面趋于稳定,  $D_{\parallel}^f$  持续增长, 与时间基本呈线性关系。冻结锋面趋于稳定后, 在温度梯度作用下, 冻结锋面下暖端未冻结部分岩石中水分向上迁移, 迁移水在冻结锋面处不断分凝成冰。冻结锋面冰晶体的不断生长在岩石内部形成沿冻结方向的冻胀力, 当冻胀力大于岩石抗拉强度时, 沿冻结锋面逐渐形成垂直于冻结方向的裂隙。随后, 迁移水不断在裂隙处分凝成冰, 形成分凝冰层, 如图 5 所示, 冰层不断增长使得沿冻结方向位移不断增加。由图 3 可见, 迁移水分凝冻胀量比孔隙水原位冻胀量大得多。此外, 随着平均温度梯度增大, 分凝冻胀变形速率增大。

## 2.2 补水量与冻胀变形的关系

开放条件下试验过程中, 从暖端通过 Mariotte 瓶提供无压水分补给, 补水量随时间变化曲线如图 6 所示。3 种梯度温度工况下, 补水量变化曲线具有相同的变化特征, 均可分为两个阶段。试验初始阶段, 补

水量保持为零, 此阶段在冷端板低温作用下, 试件上部开始冻结, 冻结锋面迅速向下迁移。虽然有温度梯度存在, 由于渗透路径较长且冻结锋面持续迁移, 没有明显的水分补给。随着冻结锋面逐渐稳定, 水分开始补给, 补水量随时间基本呈线性增长。冷端板温度越低, 温度梯度越大, 冻结锋面稳定的时间越早, 补水量开始增长的时间越早, 补水量增长的速率越快。

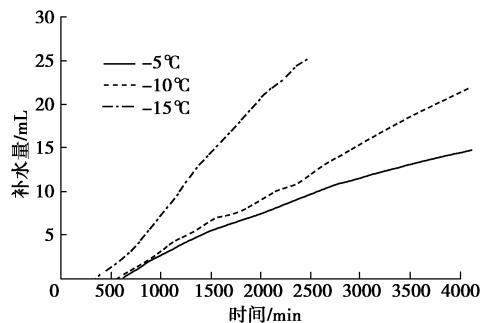


图 6 不同工况下补水量曲线

Fig. 6 Variation of water migration under different conditions

可将补水量按下式换算为迁移水分凝冻胀位移  $\Delta h$ :

$$\Delta h = 1.09Q/A \quad , \quad (1)$$

式中, 1.09 为水冻结成冰的体积膨胀系数,  $Q$  为水分迁移补给量,  $A$  为试件截面积。

由补水量换算得到的迁移水分凝冻胀位移与试验测得的冻结方向位移对比如图 7 所示。在分凝冻胀阶段, 补水量换算的迁移水分凝冻胀位移与冻结方向冻胀位移曲线形态相近, 量值也比较接近。从而证明了分凝冻胀阶段的冻胀位移由迁移水分凝产生。理论上, 试验测得的沿冻结方向冻胀位移为孔隙水原位冻胀与迁移水分凝冻胀之和, 因此, 冻结方向冻胀位移应大于迁移水分凝冻胀位移。图 7 中曲线基本上符合这一规律, 局部不符合是由于开放条件下孔隙水原位冻胀产生的冻胀位移较小, 且试验测量存在一定误差所致。

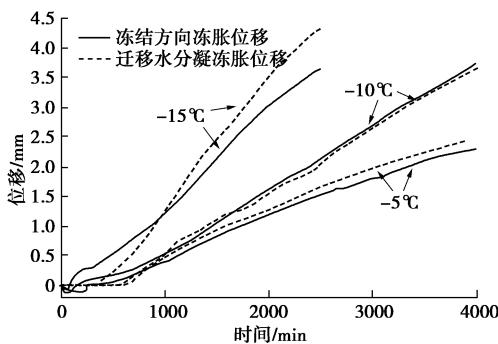


图 7 迁移水分凝冻胀与冻结方向冻胀位移对比

Fig. 7 Comparison between segregation frost heave and frost heave parallel to freezing direction

### 2.3 分凝冰形成位置

试验中, 实测冷端板-5℃, -10℃, -15℃ 3 种工况下, 分凝冰形成位置距试件底面的平均距离分别为 22.67, 12.58, 4.25 mm。分凝冰位置与平均温度梯度的关系如图 8 所示。3 种温度梯度条件下, 分凝冰位置与平均温度梯度线性相关, 拟合相关系数  $R^2=0.997$ 。Nakamura 等<sup>[15]</sup>曾利用直径 55 mm、高 70 mm 的凝灰岩、砂岩试件进行单向冻结时开放条件下冻胀试验, 分凝冰位置与平均温度梯度对应关系见图 8。与本文试验结果相似, 对于相同岩石, 分凝冰位置与平均温度梯度线性相关, 尽管不同岩石在相同的平均温度梯度时分凝冰位置不同。

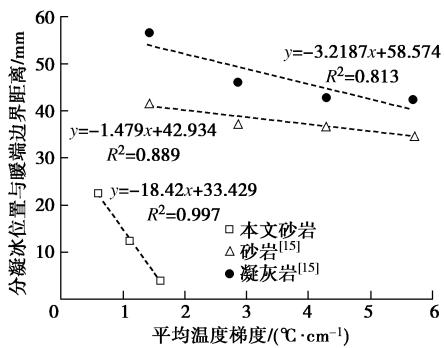


图 8 分凝冰位置与平均温度梯度的关系

Fig. 8 Location of segregation ice with temperature gradient

## 3 THM 耦合冻胀模型

为便于研究, THM 耦合冻胀模型的提出基于以下假定: ①岩石内部的热传导满足 Fourier 定律; ②岩石与冰均为均质、各向同性弹性材料; ③忽略岩石与冰的力学性质随温度的变化; ④水分迁移只发生在冻结锋面以下的未冻结岩石部分。

### 3.1 热传导控制方程

温度场计算是冻胀量计算的基础。Zhou 等<sup>[22]</sup>的研究表明, 孔隙水对温度场的影响较大, 应予以考虑, 而迁移水对温度场的影响较小, 可忽略。

考虑饱和岩石内孔隙水水冰相变的热传导控制方程可以表示为<sup>[8]</sup>

$$C_{\text{eq}} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\lambda_{\text{ef}} \nabla T) = 0 \quad , \quad (2)$$

式中,  $T$ ,  $t$  分别为温度与时间,  $C_{\text{eq}}$  为饱和岩石考虑水冰相变潜热的等效体积热容,  $\lambda_{\text{ef}}$  为水、冰、岩石颗粒混合物的有效导热系数。

$C_{\text{eq}}$  可表示为<sup>[8]</sup>

$$C_{\text{eq}} = \begin{cases} C + L \rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial T} & (T \leq T_0) \\ C & (T > T_0) \end{cases} \quad , \quad (3)$$

式中,  $L$  为单位质量的水相变时释放的潜热, 取 334 kJ/kg,  $\rho_w$  为水的密度,  $\theta_w$  为未冻水的体积含水率,  $T_0$  为孔隙水的相变起点, 本文取为 0℃。 $C$  为水、冰、岩石颗粒混合物的体积热容, 可表示为<sup>[23]</sup>

$$C = (1-n)C_s + \theta_w C_w + \theta_i C_i \quad , \quad (4)$$

式中,  $C_s$ ,  $C_w$ ,  $C_i$  分别为岩石骨架、水、冰的体积热容,  $n$  为岩石孔隙率,  $\theta_i$  为体积含冰量, 取  $\theta_i = n - \theta_w$ 。

$\lambda_{\text{ef}}$  采用对数法则可表示为<sup>[23]</sup>

$$\lambda_{\text{ef}} = \lambda_s^{1-n} \lambda_w^{\theta_w} \lambda_i^{\theta_i} \quad , \quad (5)$$

式中,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_w$ ,  $\lambda_i$  分别为岩石骨架、水、冰的导热系数。

$\theta_w$  可表示为

$$\theta_w = (1-n) \rho_s \omega / \rho_w \quad , \quad (6)$$

式中,  $\rho_s$  为岩石颗粒密度,  $\omega$  为未冻水含量<sup>[24]</sup>,

$$\omega = \omega^* + (\omega_0 - \omega^*) e^{a(T-T_0)} \quad , \quad (7)$$

式中,  $\omega^*$  为低温残余未冻水含量,  $\omega_0$  为温度为  $T_0$  时的未冻水含量,  $a$  为描述未冻水冻结速率的材料参数。文中试验用砂岩与文献[8]所用砂岩为同一批试件, 参考文献[8],  $\omega^*=0.0062$ ,  $\omega_0=0.0884$ ,  $a=0.5$ 。

### 3.2 孔隙水原位冻胀应变

孔隙水原位冻胀产生的冻胀体应变  $\varepsilon_v^{\text{fi}}$  为<sup>[8]</sup>

$$\varepsilon_v^{\text{fi}} = \Delta V_{\text{pi}} / V_0 = 0.09 \zeta (n - \theta_w) \quad , \quad (8)$$

式中,  $\Delta V_{\text{pi}}$  为孔隙水冻胀导致的岩石体积增量,  $V_0$  为岩石的初始体积,  $\zeta$  为表征岩石骨架对孔隙水冻胀约束程度的约束系数, 对文中试验用砂岩, 参考文献[8], 取  $\zeta=0.5009$ 。

冻胀体应变的变化率  $\dot{\varepsilon}_v^{\text{fi}}$  为

$$\dot{\varepsilon}_v^{\text{fi}} = -0.09 \zeta \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = -0.09 \zeta \frac{\partial \theta_w}{\partial T} \left( T < T_0, \frac{\partial T}{\partial t} < 0 \right) \quad . \quad (9)$$

将式(6), (7) 代入式(9), 并将其对时间积分可得

$$\varepsilon_v^{\text{fi}} = -\int_0^t 0.09 \zeta \frac{(1-n)\rho_s}{\rho_w} (\omega_0 - \omega^*) e^{a(T-T_0)} a \frac{\partial T}{\partial t} dt \\ \left( T < T_0, \frac{\partial T}{\partial t} < 0 \right) . \quad (10)$$

利用量纲为“1”的参数 $\xi$ 将孔隙水原位冻胀体应变 $\varepsilon_v^{\text{fi}}$ 分配到 $x, y, z$ 方向<sup>[24]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\text{fix}} &= 0.5(1-\xi)\varepsilon_v^{\text{fi}}, \\ \varepsilon_{\text{fy}} &= 0.5(1-\xi)\varepsilon_v^{\text{fi}}, \\ \varepsilon_{\text{fz}} &= \xi\varepsilon_v^{\text{fi}}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中,  $\varepsilon_{\text{fix}}$ ,  $\varepsilon_{\text{fy}}$ ,  $\varepsilon_{\text{fz}}$ 分别为沿 $x, y, z$ 轴的孔隙水原位冻胀应变分量, 其中 $z$ 轴方向为冻结方向。假定孔隙水冻胀沿各方向相等, 则 $\xi$ 取 $1/3$ 。

### 3.3 迁移水分凝冻胀应变

对于冻胀敏感性岩石, 引入分凝势理论以计算迁移水分凝冻胀量。任意时刻, 水分迁移速率 $v$ 可按下列式计算<sup>[21, 25]</sup>:

$$v = S_p \cdot \text{grad}T , \quad (12)$$

式中,  $S_p$ 为分凝势,  $\text{grad}T$ 为冻结缘处的温度梯度。

迁移水分凝冻胀产生的冻胀体应变 $\varepsilon_v^{\text{fs}}$ 可表示为

$$\varepsilon_v^{\text{fs}} = \Delta V_{\text{ps}}/V_0 = 1.09 V_w/V_0 , \quad (13)$$

式中,  $\Delta V_{\text{ps}}$ 为迁移水冻胀导致的岩石体积增量,  $V_w$ 为迁移水体积。

迁移水分凝冻胀体应变变化率 $\dot{\varepsilon}_v^{\text{fs}}$ 为

$$\dot{\varepsilon}_v^{\text{fs}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varepsilon_v^{\text{fs}}(t + \Delta t) - \varepsilon_v^{\text{fs}}(t)}{\Delta t} \\ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1.09 \frac{V_w(t + \Delta t) - V_w(t)}{\Delta t}}{V_0} = \frac{1.09 v \cdot A}{V_0} \\ = \frac{1.09 v \cdot A}{A \cdot l} = \frac{1.09 v}{l} \quad \left( T_s - \Delta T < T < T_s, \frac{\partial T}{\partial t} \leqslant 0 \right) , \quad (14)$$

式中,  $A$ 为冻结锋面的面积,  $l$ 为冻结缘沿冻结方向的长度,  $T_s$ 为分凝冰产生位置处的温度,  $\Delta T$ 为冻结缘的温度区间跨度。

将式(12)代入式(14), 并将其对时间积分可得

$$\varepsilon_v^{\text{fs}} = \int_{t_{\text{ini}}}^t \dot{\varepsilon}_v^{\text{fs}} dt = \int_{t_{\text{ini}}}^t \frac{1.09 \cdot S_p \cdot \text{grad}T}{l} dt , \quad (15)$$

式中,  $t_{\text{ini}}$ 为分凝冻胀起始时间。

分凝冰层的生长沿冻结方向, 因此可假定分凝冻胀体应变全部作用于冻结方向, 则可得

$$\varepsilon_{\text{fx}} = \varepsilon_{\text{fy}} = 0, \varepsilon_{\text{fz}} = \varepsilon_v^{\text{fs}} , \quad (16)$$

式中,  $\varepsilon_{\text{fx}}$ ,  $\varepsilon_{\text{fy}}$ ,  $\varepsilon_{\text{fz}}$ 分别为沿 $x, y, z$ 轴的迁移水分凝冻胀应变分量。

### 3.4 力学平衡方程

在冻结过程中, 岩石的总应变 $\varepsilon_t$ 包括岩石内部力学相互约束产生的应变分量 $\varepsilon_e$ 、孔隙水原位冻胀应变

分量 $\varepsilon_{\text{fi}}$ 、迁移水分凝冻胀应变 $\varepsilon_{\text{fs}}$ 、热应变 $\varepsilon_T$ , 可得

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_{\text{fi}} + \varepsilon_{\text{fs}} + \varepsilon_T . \quad (17)$$

将式(11), (16)及虎克定律代入式(17)可得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{tx} &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + 0.5(1-\xi)\varepsilon_v^{\text{fi}} + \alpha(T - T_i) , \\ \varepsilon_{ty} &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + 0.5(1-\xi)\varepsilon_v^{\text{fi}} + \alpha(T - T_i) , \\ \varepsilon_{tz} &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \xi\varepsilon_v^{\text{fi}} + \varepsilon_v^{\text{fs}} + \alpha(T - T_i) , \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中,  $\varepsilon_{tx}$ ,  $\varepsilon_{ty}$ ,  $\varepsilon_{tz}$ 分别为沿 $x, y, z$ 轴的总应变分量,  $E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ ,  $T_i$ 分别为岩石的弹性模量、泊松比、热膨胀系数、初始温度。

由式(18)解出 $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ 并代入弹性力学平衡微分方程, 可得冻胀过程的力学平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial x} + G \nabla^2 u - [\lambda + G(1-\xi)] \cdot \\ \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fi}}}{\partial x} - \lambda \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fs}}}{\partial x} - \alpha(3\lambda + 2G) \frac{\partial(T - T_i)}{\partial x} = 0 , \\ (\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial y} + G \nabla^2 v - [\lambda + G(1-\xi)] \cdot \\ \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fi}}}{\partial y} - \lambda \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fs}}}{\partial y} - \alpha(3\lambda + 2G) \frac{\partial(T - T_i)}{\partial y} = 0 , \\ (\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial z} + G \nabla^2 w - (\lambda + 2G\xi) \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fi}}}{\partial z} - \\ (\lambda + 2G) \frac{\partial \varepsilon_v^{\text{fs}}}{\partial z} - \alpha(3\lambda + 2G) \frac{\partial(T - T_i)}{\partial z} = 0 , \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中,  $\lambda$ 为拉梅常数,  $G$ 为剪切模量,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ 分别为沿 $x, y, z$ 轴的位移分量,  $\theta = \varepsilon_{tx} + \varepsilon_{ty} + \varepsilon_{tz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ 。

## 4 基于 THM 耦合冻胀模型的冻胀过程数值模拟

利用 COMSOL Multiphysics 软件求解 THM 耦合模型的控制方程(式(2), (10), (15), (19)), 对单向冻结时开放条件下砂岩冻胀试验进行数值模拟。

### 4.1 数值建模与边界条件

由于模型的对称性, 取试件的 $1/4$ 进行建模, 几何尺寸如图9所示。侧面 $A, B$ 的温度与位移边界条件均为对称边界条件。边界 $D, E, F$ 的位移边界条件为自由位移边界, 底面 $C$ 的位移边界为固定边界。试验中试件周围用隔热材料绝热, 因此侧面 $D, F$ 假定为绝热边界。试验中, 恒温液在冷、暖端板空腔内循环流动, 恒温液与端板壁之间为对流换热。因此, 模型顶面 $E$ 、底面 $C$ 的温度边界条件为对流换热条件,

可表示为

$$-\mathbf{n} \cdot (-\lambda_{\text{ef}} \nabla T) = h(T_{\text{ext}} - T) , \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{n}$  为边界外法线单位向量,  $h$  为恒温液与端板壁之间的对流换热系数,  $T_{\text{ext}}$  为冷、暖端板中恒温液的温度。初始温度为  $T_i=24^\circ\text{C}$ , 岩石的热膨胀系数  $\alpha=18.0 \times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , 其余参数取值见表 2。

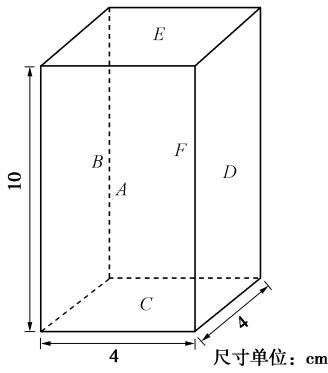


图 9 数值模型

Fig. 9 Numerical model

表 2 计算参数取值

Table 2 Values of parameters

介质	密度 /(kg·m <sup>-3</sup> )	导热系数 /(W·m <sup>-1</sup> ·°C <sup>-1</sup> )	体积热容 /(kJ·m <sup>-3</sup> ·°C <sup>-1</sup> )
岩石骨架	2551	1.00	1735
水	1000	0.58	4180
冰	917	2.22	1916

#### 4.2 温度场计算

温度场计算中, 首先需要确定恒温液与冷、暖端板之间的对流换热系数。由于恒温液在冷端板内的循环速率大于在暖端板内的速率, 恒温液与冷端板间的对流换热系数  $h_1$  大于与暖端板间的对流换热系数  $h_2$ 。利用冷端板-10℃工况的试验温度结果反演对流换热系数, 得出当  $h_1=250 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$ ,  $h_2=100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$  时, 与测量点对应位置坐标为 (0.02, 0, 0.05) 处温度计算结果与实测结果吻合较好, 如图 10 所示。然后, 利用冷端板-5℃、-15℃工况的试验温度结果对反演参数进行验证, 两种工况下测点温度计算结果与试验结果对比如图 11。-5℃工况试验温度与计算温度吻合较好, -15℃工况在缓慢下降段存在一定的误差, 整体上温度计算结果比较接近实测值。

以-15℃工况为例, 提取不同时刻模型对称轴线上温度变化曲线如图 12 所示。从 160 min 至 240 min, 冻结锋面 (0℃对应高度所在的面) 快速向下迁移, 但从 260 min 至 280 min, 冻结锋面下移很小距离, 基本达到稳定。因此, 可取-15℃工况下分凝冻胀起始时间  $t_{\text{ini}}=260 \text{ min}$ 。同理可确定-5℃, -10℃工况下,

分凝冻胀起始时间分别为 600, 540 min。

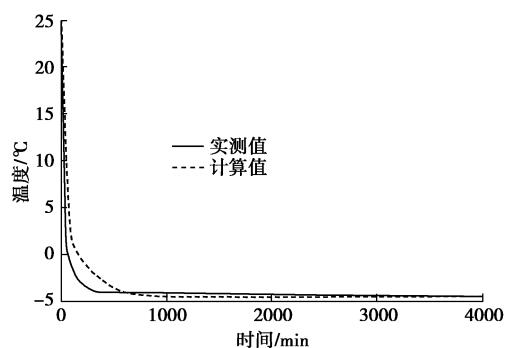


图 10 冷端板-10℃工况试验与计算温度对比

Fig. 10 Experimental and calculated temperatures under -10°C

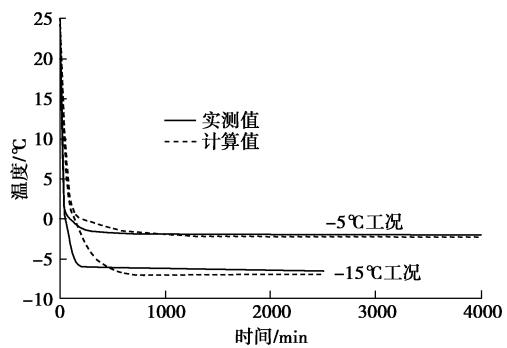


图 11 试验与计算温度对比

Fig. 11 Comparison between experimental and calculated temperatures

此外, 由图 12 可见, 冻结锋面迁移过程中, 温度沿试件高度的分布基本呈以冻结锋面为转折点的两段折线。随着冻结锋面逐渐稳定, 温度沿试件高度的分布逐渐过渡为线性分布。

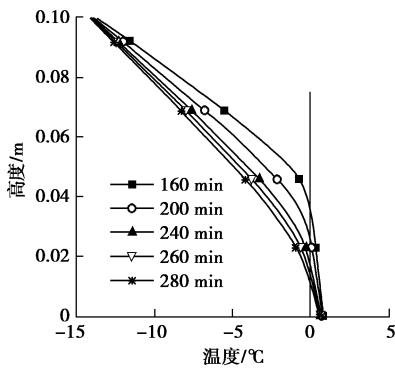


图 12 冻结锋面迁移

Fig. 12 Evolution of freezing front

#### 4.3 冻胀变形计算

Nakamura 等<sup>[15]</sup>证明分凝冰产生位置的温度取决于岩石的抗拉强度, Nakamura 的试验中凝灰岩的抗拉强度为 1.03 MPa, 分凝冰产生位置的温度为-0.92℃。本文砂岩的抗拉强度为 1.0 MPa, 因此, 计算中分凝

冰产生位置处的温度  $T_s$  取  $-1.0^{\circ}\text{C}$ ，冻结缘的温度区间跨度  $\Delta T$  取  $0.5^{\circ}\text{C}$ ，即迁移水在  $-1.0^{\circ}\text{C} \sim -1.5^{\circ}\text{C}$  范围内的岩石中形成冰晶体，并逐渐形成分凝冰层。

此外，冻胀变形计算中，仍需要确定分凝势  $S_p$ 。利用冷端板  $-1.0^{\circ}\text{C}$  工况的冻胀位移试验结果反演分凝势  $S_p$ ，得出当  $S_p = 1.4046 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{C/s}$  时，冻胀位移计算结果与试验结果吻合较好，如图 13 所示。

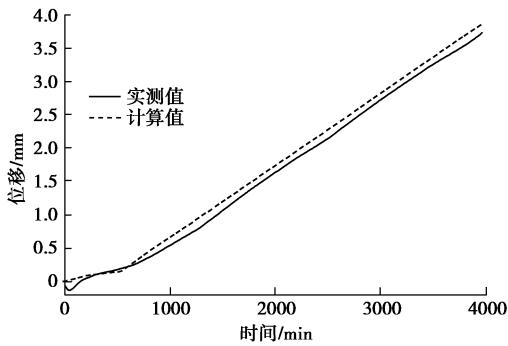


图 13 冷端板  $-10.0^{\circ}\text{C}$  工况试验与计算位移对比

Fig. 13 Experimental and calculated displacements under  $-10.0^{\circ}\text{C}$

利用反演参数取值对冷端板  $-5^{\circ}\text{C}$ ,  $-15^{\circ}\text{C}$  两种工况进行模拟，计算结果与试验结果对比如图 14 所示。图 14 中分凝冻胀变形段实测值与计算值吻合较好，说明 THM 耦合冻胀模型中利用分凝势理论构建的迁移水分凝冻胀应变可以较好地反映分凝冻胀的实际情况。此外，孔隙水原位冻胀段实测值与计算值有一定的误差，尤其是在冷端板  $-15^{\circ}\text{C}$  工况下。夏才初等<sup>[9]</sup>的研究表明，单向冻结条件下，孔隙水原位冻胀在冻结方向的冻胀量大于垂直于冻结方向的冻胀量，而 THM 耦合模型中计算孔隙水原位冻胀时假定为各向均匀冻胀，引起了一定的误差。

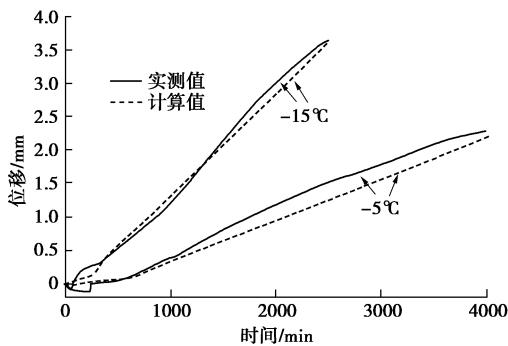


图 14 试验与计算位移对比

Fig. 14 Comparison between experimental and calculated displacements

THM 耦合冻胀模型计算得到的冷端板  $-5^{\circ}\text{C}$ ,  $-10^{\circ}\text{C}$ ,  $-15^{\circ}\text{C}$  3 种工况下试验结束时温度场分布、位移场分布及其与试件照片的对比如图 15~17 所示。3 种工况下计算得冻胀位移沿试件高度的变化如图 18 所示。

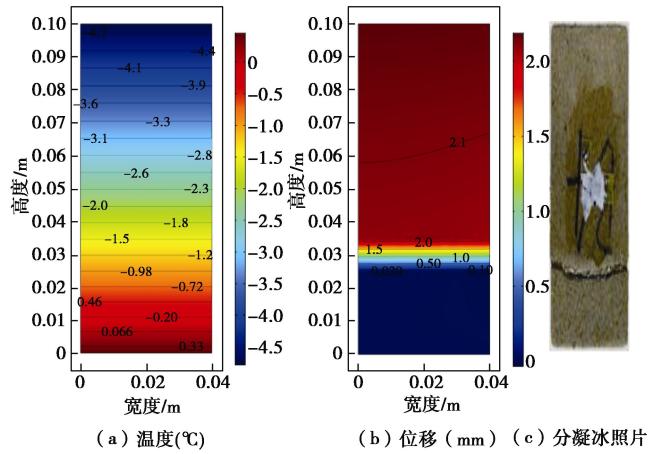


图 15 冷端板  $-5^{\circ}\text{C}$  工况下温度场与位移场

Fig. 15 Temperatures and displacements under  $-5^{\circ}\text{C}$

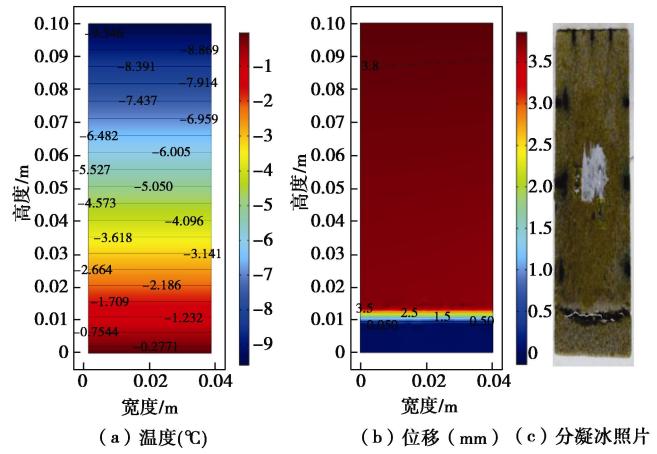


图 16 冷端板  $-10^{\circ}\text{C}$  工况下温度场与位移场

Fig. 16 Temperatures and displacements under  $-10^{\circ}\text{C}$

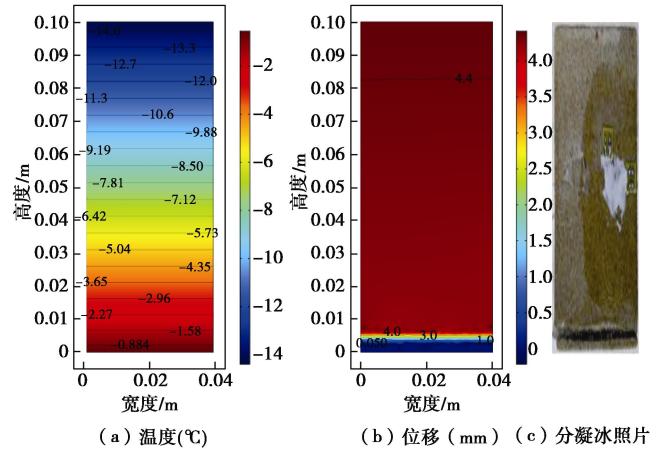


图 17 冷端板  $-15^{\circ}\text{C}$  工况下温度场与位移场

Fig. 17 Temperatures and displacements under  $-15^{\circ}\text{C}$

由图 15~17 可见，3 种工况下，照片中分凝冰位置对应温度场中温度均约为  $-1.0^{\circ}\text{C}$ ，说明文中分凝冰处温度确定合理。此外，计算得位移突变位置与照片中分凝冰位置对应基本吻合，且计算位移主要发生在分凝冰形成位置，与试验实际情况比较符合。试验实测 3 种工况下，分凝冰形成位置高度分别为 22.67,

12.58, 4.25 mm, 图 18 中计算得 3 种工况下冻胀位移的突变位置分别为 24.10, 10.30, 4.54 mm, 均比较接近。

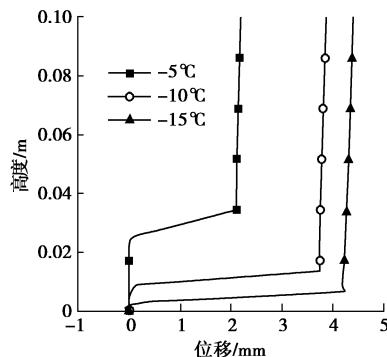


图 18 位移沿高度变化

Fig. 18 Variation of displacement with height

因此, 文中建立的 THM 耦合冻胀模型, 能够比较准确地计算单向冻结时开放条件下饱和岩石冻胀位移, 并能够模拟出分凝冻胀时分凝冰层引起的位移突变及分凝冰位置。

## 5 结 论

本文进行了单向冻结时开放条件下饱和砂岩冻胀试验, 研究了饱和岩石在梯度温度场中补水条件下的冻胀变形规律。然后, 建立了考虑孔隙水原位冻胀与迁移水分凝冻胀的 THM 耦合冻胀模型; 模型中, 孔隙水原位冻胀计算基于未冻水含量, 并引入约束系数  $\zeta$  表征岩石骨架对孔隙水冻胀约束程度, 迁移水分凝冻胀计算基于分凝势理论, 水分迁移速率与冻结缘处的温度梯度成正比。得出如下结论:

(1) 单向冻结时开放条件下饱和岩石冻胀过程中, 沿冻结方向的冻胀位移变化过程可分为 3 个阶段: 冷缩阶段、原位冻胀阶段、分凝冻胀阶段。

(2) 分凝冻胀阶段冻结锋面趋于稳定, 冻胀变形持续增长, 与时间基本呈线性关系。分凝冻胀阶段, 补水量换算的迁移水分凝冻胀位移与冻结方向冻胀位移比较接近。随着平均温度梯度增大, 分凝冻胀变形速率增大, 且分凝冰位置与平均温度梯度线性相关。

(3) 对于冻胀敏感性岩石, 文中建立的 THM 耦合冻胀模型, 能够比较准确地计算单向冻结时开放条件下饱和岩石冻胀位移, 并能够模拟出分凝冻胀时分凝冰层引起的位移突变及分凝冰位置, 可用于寒区岩石开放条件下冻胀变形计算。

## 参考文献:

- [1] 张俊儒, 仇文革. 昆仑山隧道冻胀力现场测试及其数据分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊 1): 564–568. (ZHANG Junru, QIU Wen-ge. In-situ test and data analysis of frost-heave force of Kunlun Mountain Tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(S1): 564–568. (in Chinese))

- [2] 陶履彬. 岩石冻胀性与其含水率关系的试验研究[C]//第一届华东岩土工程学术大会论文集. 无锡, 1990: 387–396. (TAO Lü-bing. Experimental study of the relationship between the frost heave ratio and the water content of the rock[C]// Proceedings of the First Session of the East China Geotechnical Conference. Wuxi, 1990: 387–396. (in Chinese))
- [3] 康永水, 刘泉声, 赵军, 等. 岩石冻胀变形特征及寒区隧道冻胀变形模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(12): 2518–2526. (KANG Yong-shui, LIU Quan-sheng, ZHAO Jun, et al. Research on frost deformation characteristics of rock and simulation of tunnel frost deformation in cold region[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(12): 2518–2526. (in Chinese))
- [4] MELLOR M. Phase composition of pore water in cold rocks[R]. Hanover: Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1970.
- [5] 夏才初, 黄继辉, 韩常领, 等. 寒区隧道岩体冻胀率的取值方法和冻胀敏感性分级[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(9): 1876–1885. (XIA Cai-chu, HUANG Ji-hui, HAN Chang-ling, et al. Evaluation of the frost-heave ratio and classification of the frost heave susceptibility for rock mass around cold region tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(9): 1876–1885. (in Chinese))
- [6] MATSUOKA N. Mechanisms of rock breakdown by frost action: an experimental approach[J]. Cold Regions Science and Technology, 1990, 17(3): 253–270.
- [7] 刘泉声, 黄诗冰, 康永水, 等. 低温饱和岩石未冻水含量与冻胀变形模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(10): 2000–2012. (LIU Quan-sheng, HUANG Shi-bing, KANG Yong-shui, et al. Study of unfrozen water content and frost heave model for saturated rock under low temperature[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(10): 2000–2012. (in Chinese))
- [8] LÜ Z, XIA C, LI Q. Experimental and numerical study on frost heave of saturated rock under uniform freezing conditions[J]. Journal of Geophysics and Engineering, 2018, 15(2): 593–612.
- [9] 夏才初, 李强, 吕志涛, 等. 各向均匀与单向冻结条件下饱和岩石冻胀变形特性对比试验研究[J]. 岩石力学与工程学报

- 学报, 2018, **37**(2): 274 – 281. (XIA Cai-chu, LI Qiang, LÜ Zhi-tao, et al. Comparative experimental study on frost deformation characteristics of saturated rock under uniform freezing and uni-directional freezing conditions[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(2): 274 – 281. (in Chinese))
- [10] AKAGAWA S, FUKUDA M. Frost heave mechanism in welded tuff[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 1991, **2**(4): 301 – 309.
- [11] HALLET B, WALDER J, STUBBS C. Weathering by segregation ice growth in microcracks at sustained subzero temperatures: verification from an experimental study using acoustic emissions[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 1991, **2**(4): 283 – 300.
- [12] MURTON J, COUTARD J, LAUTRIDOU J, et al. Physical modelling of bedrock brecciation by ice segregation in permafrost[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 2001, **12**(3): 255 – 266.
- [13] MURTON J, PETERSON R, OZOUF J. Bedrock fracture by ice segregation in cold regions[J]. Science, 2006, **314**: 1127 – 1129.
- [14] AKAGAWA S, SATOH M, KANIE S, et al. Effect of tensile strength on ice lens initiation temperature[C]//Cold Regions Engineering 2006. Orono, 2006: 1 – 12.
- [15] NAKAMURA D, GOTO T, SUZUKI T, et al. Basic study on the frost heave pressure of rocks: dependence of the location of frost heave on the strength of the rock[C]//Cold Regions Engineering 2012: Sustainable Infrastructure Development in a Changing Cold Environment. Quebec City, 2012: 124 – 133.
- [16] NEAUPANE K, YAMABE T, YOSHINAKA R. Simulation of a fully coupled thermo-hydro-mechanical system in freezing and thawing rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, **36**(5): 563 – 580.
- [17] KANG Y, LIU Q, HUANG S. A fully coupled thermo-hydro-mechanical model for rock mass under freezing/thawing condition[J]. Cold Regions Science and Technology, 2013, **95**: 19 – 26.
- [18] DUCA S, ALONSO E, SCAVIA C. A permafrost test on intact gneiss rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2015, **77**: 142 – 151.
- [19] EVERETT D. The thermodynamics of frost damage to porous solids[J]. Transactions of the Faraday Society, 1961, **57**: 1541 – 1551.
- [20] O'NEILL K, MILLER R. Exploration of a rigid ice model of frost heave[J]. Water Resources Research, 1985, **21**(3): 281 – 296.
- [21] KONRAD J. Sixteenth Canadian Geotechnical Colloquium: Frost heave in soils: concepts and engineering[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(2): 223 – 245.
- [22] ZHOU J, WEI C, WEI H, et al. Experimental and theoretical characterization of frost heave and ice lenses[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014, **104/105**: 76 – 87.
- [23] TAN X, CHEN W, TIAN H, et al. Water flow and heat transport including ice/water phase change in porous media: Numerical simulation and application[J]. Cold Regions Science and Technology, 2011, **68**(1/2): 74 – 84.
- [24] MICHALOWSKI R, ZHU M. Frost heave modelling using porosity rate function[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, **30**(8): 703 – 722.
- [25] KONRAD J. Prediction of freezing-induced movements for an underground construction project in Japan[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, **39**(6): 1231 – 1242.