

DOI: 10.11779/CJGE201907013

考虑大变形特征的超深冻结壁弹塑性设计理论

张 博, 杨维好*, 王宝生

(中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘 要: 冻结法是深厚不稳定、含水地层中最主要的凿井方法, 冻结壁设计理论是冻结法凿井的技术核心之一。以往的深井冻结壁(表土层厚度超过 400 m)设计理论忽略冻结壁变形对其尺寸、位置的影响, 既偏于不安全, 又低估开挖土方量。为了考虑超深表土层内大变形的影响, 采用有限应变推导出变形前冻结壁的开挖半径与有效厚度的求解公式, 建立冻结壁厚度设计新理论; 与数值计算结果对比, 分析了地应力、冻土黏聚力、冻土内摩擦角、弹性模量等参数对冻结壁厚度与井帮位移的影响。结果表明: 新理论既能解决小变形问题, 又能解决大变形问题, 忽略弹性应变的理论公式能适用于应变达 0.15 的大变形情况, 新理论还能准确地计算开挖土方量, 为超深表土层冻结壁设计提供理论参考。
关键词: 大变形; 超深冻结壁; 弹塑性; 有效厚度; 设计理论

中图分类号: TU471.7; TD265

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)07-1288-08

作者简介: 张 博(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事人工地层冻结技术与理论研究工作。E-mail: tb14220020@cumt.edu.cn。

Elastoplastic design theory for ultra-deep frozen wall considering large deformation features

ZHANG Bo, YANG Wei-hao, WANG Bao-sheng

(State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: The freezing method is a key sinking method used in deep aquifer. The frozen-wall design theory is a key technique for the freezing method. However, the previous design theories for a deep artificial frozen wall have neglected the influences of side-wall deformation on its sizes and locations. Thus, the associated designs tend to be unsafe and the earthwork excavations tend to be underestimated. In order to consider the influences of a large deformation, new solution formulas for excavation radius and outer radii before deformation occurs are deduced by finite strains, and a new design theory for frozen-wall thickness is established. The analytical results are compared with numerical ones by analyzing the effects of various parameters, such as the crustal stress, and the cohesion, internal friction angle, and elastic modulus of frozen soil, on the side-wall displacement and frozen-wall thickness. The results indicate that both the small deformation and large deformation problems can be solved by the new formulas, the theoretical formula neglecting elastic strains can be applied to large deformation with strain up to 0.15, and the new formulas can accurately calculate the amount of excavation earthwork, and provide a theoretical reference for the design of frozen wall in ultra-deep soil layers.

Key words: large deformation; ultra-deep frozen wall; elastoplasticity; effective thickness; design theory

0 引 言

冻结法是深厚不稳定、含水地层中最主要的凿井方法^[1], 占 90%以上。自 1883 年德国工程师 Poetsch 发明冻结法以来, 冻结法在世界上被广泛应用, 成为通过复杂地层建井的有效手段。在国外, 表土层厚度超过 400, 500 m 的冻土井筒分别有 8, 4 个, 最大为 571 m^[2]。自 1955 年至今, 中国已建成近 1100 个冻结井筒, 其中, 2002 年以后建成穿过表土层厚度超过 400, 500, 600, 700 m 的冻结井筒分别为 71, 28, 4,

3 个, 穿过表土层厚度最大达 753.95 m, 为世界之最。

实际工程中, 冻结法凿井的难度随表土层厚度增大而急剧增大, 这给冻结壁的设计带来很大困难, 然而冻结壁的设计理论又是冻结法凿井工程成败的技术

基金项目: 国家重点研发计划专项项目 (2016YFC0600904); 国家自然科学基金项目 (41472224)

收稿日期: 2018-05-20

***通讯作者** (E-mail: whyang@cumt.edu.cn)

核心之一。一般情况下,使用厚壁筒公式设计冻结壁厚度。工程实践表明:拉梅公式适用表土层深度约为150 m;多姆克公式适用表土层深度约为300 m;当深度为300~400 m时,使用里别尔曼和维亚洛夫公式进行设计还是比较合理的。杨维好等^[3-4]假设冻结壁为均质理想弹塑性和理想塑性材料且遵从莫尔-库仑屈服准则,考虑其与围土间的相互作用和初始地应力场,基于平面应变轴对称卸载模型,推导出严格解析解,并据此建立深厚表土层冻结壁厚度计算公式,成功用于400~800 m表土层中冻结壁设计。现场实测发现:随表土层深度增加至400~800 m,尽管冻结壁的平均温度达-15℃~-25℃,厚度达6~12 m,但是,立井冻结壁的径向绝对位移可达到开挖半径的5%~10%^[5-6]以上。当深度达800~1000 m时,冻结壁的径向绝对位移会更大。如此大的位移,使得冻结壁呈现出明显的大变形特征。

当冻结壁发生大变形时,变形前、后的冻结壁相关尺寸、位置有显著差异。然而,此前的所有冻结壁设计公式均是基于小变形假设条件的,忽略了变形对冻结壁尺寸、位置的影响,这将给超深冻结壁内、外半径的设计结果带来较高的误差。鉴于冻结壁厚度设计与小孔收缩(扩张)问题类似,因此,小孔收缩(扩张)的弹塑性、理想塑性、应变硬化与软化的有限应变解析解^[7-14]对本文冻结壁的设计具有很重要的参考意义。本文所研究的冻结壁设计问题,既考虑初始地应力,又考虑冻结壁与未冻地层之间的相互作用。基于有限应变,导出冻结壁厚度设计新公式,为超深土层冻结壁的设计提供一定的理论参考。

1 力学模型

1.1 基本假设

(1) 冻结壁和未冻土呈轴对称分布,处于平面应变状态。

(2) 冻结壁是均质理想弹塑性材料,弹性模量与泊松比分别为 E_f , μ_f ;冻结壁进入塑性后体积不可压缩,且满足莫尔-库仑屈服准则。未冻土是均质线弹性材料,弹性模量与泊松比分别为 E_u , μ_u 。

(3) 一次性瞬间挖除开挖半径 r_1 范围内的土体。

(4) 冻结前、后,地层的初始应力不变,初始位移为0。

1.2 定解条件

力学模型(见图1)分成3个部分:①表示冻结壁塑性区;②表示冻结壁弹性区;③表示未冻地层。3个区域内的径向、环向应力分别为 σ_{ir} , $\sigma_{i\theta}$,位移为 u_{ir} ,其中 $i=1,2,3$ 。变形前冻结壁的内、外半径与塑

性半径分别为 r_1 , r_2 与 r_p ;变形后对应的半径分别为 r'_1 , r'_2 , r'_p 。变形前、后的径向坐标分别表示为 r , r' 。

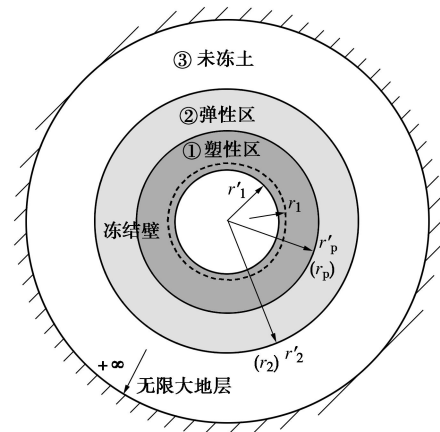


图1 力学模型

Fig. 1 Mechanical model

初始地应力场表示为

$$\sigma_{r0} = \sigma_{\theta0} = -p_0, \quad (1)$$

式中, p_0 为水平地压(MPa)。

立井开挖之后,冻结壁内缘的径向应力为0,即

$$\sigma_{1r}|_{r=r_1} = 0. \quad (2)$$

地层无限远处的位移与应力边界条件分别为

$$u_{3r}|_{r \rightarrow +\infty} = 0, \quad (3)$$

$$\sigma_{3r}|_{r \rightarrow +\infty} = \sigma_{3\theta}|_{r \rightarrow +\infty} = -p_0. \quad (4)$$

冻结壁内塑性半径处的应力与位移连续条件为

$$\sigma_{1r}|_{r=r_p} = \sigma_{2r}|_{r=r_p}, \quad (5)$$

$$\sigma_{1\theta}|_{r=r_p} = \sigma_{2\theta}|_{r=r_p}, \quad (6)$$

$$u_{1r}|_{r=r_p} = u_{2r}|_{r=r_p}. \quad (7)$$

冻结壁与未冻地层界面上的径向应力与位移的连续性表示为

$$\sigma_{2r}|_{r=r_2} = \sigma_{3r}|_{r=r_2}, \quad (8)$$

$$u_{2r}|_{r=r_2} = u_{3r}|_{r=r_2}. \quad (9)$$

2 应力和位移的解

2.1 冻结壁塑性区的应力与位移解

塑性区的平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_{1r}}{dr} + \frac{\sigma_{1r} - \sigma_{1\theta}}{r} = 0. \quad (10)$$

冻土是一种岩土材料,根据文献[15]直接写出其遵从的莫尔-库仑屈服条件为

$$a\sigma_{1r} - \sigma_{1\theta} = Y, \quad (11)$$

式中, $a = \frac{1 + \sin \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f}$, $Y = \frac{2c_f \cos \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f}$, φ_f 和 c_f 分别为冻土的内摩擦角和黏聚力。

将式(11)代入式(10),并结合边界条件(2),求得塑性区的应力为

$$\begin{cases} \sigma_{1r} = -\frac{Y}{a-1} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{a-1} - 1 \right], \\ \sigma_{1\theta} = -\frac{aY}{a-1} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{a-1} - 1 \right] - Y. \end{cases} \quad (12)$$

为了考虑大变形的影响,采用Chadwick^[16]定义的对数应变为

$$\begin{cases} \varepsilon_{1r} = \ln \left(\frac{dr'}{dr} \right), \\ \varepsilon_{1\theta} = \ln \left(\frac{r'}{r} \right), \\ \varepsilon_{1z} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

式中, ε_{1r} , $\varepsilon_{1\theta}$ 和 ε_{1z} 分别为冻结壁塑性区的径向、环向和轴向应变。

塑性区的总应变等于其弹性应变和塑性应变之和,即

$$\begin{cases} \varepsilon_{1r} = \varepsilon_{1r}^e + \varepsilon_{1r}^p, \\ \varepsilon_{1\theta} = \varepsilon_{1\theta}^e + \varepsilon_{1\theta}^p. \end{cases} \quad (14)$$

式中, ε_{1r}^e , $\varepsilon_{1\theta}^e$ 分别为径向、环向弹性应变; ε_{1r}^p , $\varepsilon_{1\theta}^p$ 分别为径向、环向的塑性应变。

根据文献[17],结合方程(1),塑性区的弹性应变表示为

$$\begin{cases} \varepsilon_{1r}^e = \frac{(1-\mu_f)(\sigma_{1r} + p_0) - \mu_f(\sigma_{1\theta} + p_0)}{2G_f}, \\ \varepsilon_{1\theta}^e = \frac{(1-\mu_f)(\sigma_{1\theta} + p_0) - \mu_f(\sigma_{1r} + p_0)}{2G_f} \end{cases}, \quad (15)$$

式中, $G_f = \frac{E_f}{2(1+\mu_f)}$ 。

莫尔-库仑塑性势函数的表达式为

$$\phi = \beta \sigma_{1r} - \sigma_{1\theta}, \quad (16)$$

式中, ϕ 为塑性势函数, $\beta = (1 + \sin \psi) / (1 - \sin \psi)$, ψ 为冻土的剪胀角。内摩擦角与剪胀角相等时,塑性势与屈服条件相同,得关联的莫尔-库仑流动法则;剪胀角小于内摩擦角时,得非关联的莫尔-库仑流动法则。

参考文献[18],求得塑性应变为

$$\begin{cases} \varepsilon_{1r}^p = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1r}} = \lambda \beta, \\ \varepsilon_{1\theta}^p = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{1\theta}} = -\lambda, \end{cases} \quad (17)$$

式中, λ 为塑性标量因子。

根据式(17),得到塑性应变之间的关系式为

$$\varepsilon_{1r}^p + \beta \varepsilon_{1\theta}^p = 0. \quad (18)$$

联合式(13)~(15)和式(18),得到

$$(r')^\beta dr' = e^{-\omega_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{a-1} + \omega_2} r^\beta dr, \quad (19)$$

式中, $\omega_1 = \frac{1 - (a+1)\mu_f + [a - (a+1)\mu_f]\beta}{2G_f(a-1)} Y$,

$$\omega_2 = \frac{(1-2\mu_f)(\beta+1)[Y + (a-1)p_0]}{2G_f(a-1)}.$$

积分式(19)得变形前、后的径向坐标之间的关系式为

$$\int_{r_1}^{r'} (r')^\beta dr' = \int_{r_1}^{r_p} e^{-\omega_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{a-1} + \omega_2} r^\beta dr, \quad (20)$$

则塑性区的位移为, $u_{1r} = r' - r$ 。

2.2 冻结壁弹性区与未冻地层的应力和位移解

冻结壁弹性区和未冻地层的应力与位移解等于卸载模型(图2)的解与初始地应力和位移的叠加。因此,依据厚壁圆筒公式,且考虑到冻结壁与未冻地层之间的相互作用^[19],结合式(3),(4),(8),(9),得到冻结壁弹性区和未冻地层的应力和位移解为

$$\sigma_{2r} = -p_0 + p_u \frac{r_2^2/r^2 - m}{r_2^2/r_p^2 - m}, \quad (21)$$

$$\sigma_{2\theta} = -p_0 - p_u \frac{r_2^2/r^2 + m}{r_2^2/r_p^2 - m}, \quad (22)$$

$$u_{2r} = -r \frac{p_u}{2G_f} \frac{(1-2\mu_f)m + r_2^2/r^2}{r_2^2/r_p^2 - m}, \quad (23)$$

$$\sigma_{3r} = -p_0 + p_u \frac{1-m}{r_2^2/r_p^2 - m} \left(\frac{r_2}{r} \right)^2, \quad (24)$$

$$\sigma_{3\theta} = -p_0 - p_u \frac{1-m}{r_2^2/r_p^2 - m} \left(\frac{r_2}{r} \right)^2, \quad (25)$$

$$u_{3r} = -\frac{p_u}{2G_u} \frac{1-m}{r_2^2/r_p^2 - m} \frac{r_2^2}{r}, \quad (26)$$

式中, $m = 1 - 2/M$, $M = \frac{E_f}{E_u} \frac{1 + \mu_u}{1 - \mu_f^2} - \frac{1}{1 - \mu_f} + 2$ 。

根据式(5),求得塑性半径处的径向卸载量为

$$p_u = p_0 - \frac{Y}{a-1} \left[\left(\frac{r_p}{r_1} \right)^{a-1} - 1 \right]. \quad (27)$$

根据式(6)得到塑性半径的迭代关系式为

$$\left(\frac{r_p}{r_1} \right)^{a-1} = \frac{2 \left(\frac{p_0}{Y} + \frac{1}{a-1} \right)}{\frac{a+1}{a-1} - m \left(\frac{r_p}{r_2} \right)^2}. \quad (28)$$

塑性半径处、冻结壁外缘的位移分别为

$$u_{2r}|_{r=r_p} = -r_p \frac{p_u}{2G_f} \left[\frac{2(1-\mu_f)m}{r_2^2/r_p^2 - m} + 1 \right], \quad (29)$$

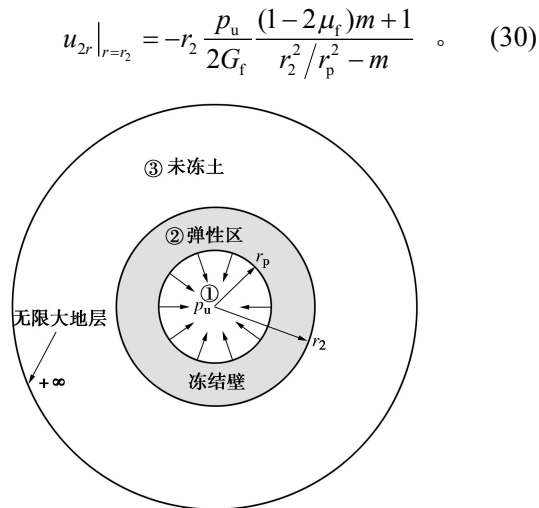


图 2 卸载模型

Fig. 2 Unloading model

3 计算冻结壁厚度的新公式

3.1 新公式的导出

冻结壁大、小变形的示意图见图 3。立井开挖之后，冻结壁的内、外半径、塑性半径和厚度分别由 r_1 , r_2 , r_p 和 T 变为 r'_1 , r'_2 , r'_p 和 T' 。

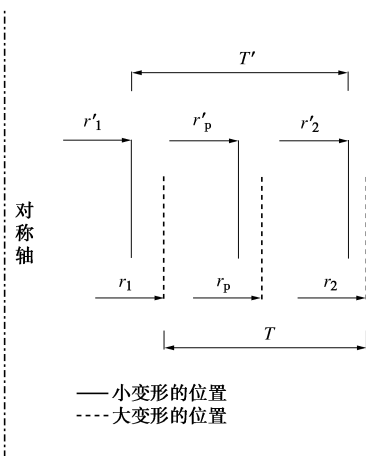


图 3 冻结壁大、小变形的示意图

Fig. 3 Locations of large and small deformations for frozen wall

在设计冻结壁的厚度时，Domke 选取塑性半径等于内、外半径的几何平均数，鉴于小变形等同于没有变形，所以小变形的的位置等同于冻结壁变形后的位置，则有 $r'_p = \sqrt{r'_1 r'_2}$ 成立。根据文献[3]，求得变形后无量纲的冻结壁外半径的迭代关系式为

$$y' = \sqrt[n]{A + B(y')^{n-1}}, \quad (31)$$

式中， $y' = r'_2/r'_1$, $A = 1 + nq/(n+1)$, $B = nm/(n+1)$, $n = (a-1)/2$, $q = 2p_0/Y - 1$ 。

变形后的量纲为“1”冻结壁厚度为

$$t' = y' - 1, \quad (32)$$

式中， $t' = T'/r'_1$ 。

考虑大变形的影响，开挖之后，冻结壁内、外半径和塑性半径处的位移表示为

$$u_{1r}|_{r=r_1} = r'_1 - r_1, \quad (33)$$

$$u_{2r}|_{r=r_2} = r'_2 - r_2, \quad (34)$$

$$u_{2r}|_{r=r_p} = r'_p - r_p. \quad (35)$$

联合式 (20), (27), (29), (30), (33) ~ (35), 得到考虑大变形影响的量纲为“1”的冻结壁内、外半径与塑性半径的迭代关系式为

$$\begin{cases} \int_1^{\sqrt{y'}} (\xi')^\beta d\xi' = \int_x^\rho e^{-\omega_1 \left(\frac{\xi}{x}\right)^{2n} + \omega_2} \xi^\beta d\xi, \\ F = 1 - j(\rho^{2n} x^{-2n} - 1), \\ \rho = \sqrt{y'} + \rho(1 + \mu_1) \bar{p}_0 F \left[\frac{2(1 - \mu_1)m}{y^2 \rho^{-2} - m} + 1 \right], \\ y = y' + \frac{y(1 + \mu_1) \bar{p}_0 k F}{y^2 \rho^{-2} - m}. \end{cases} \quad (36)$$

式中， $\xi' = r'/r'_1$, $\xi = r/r'_1$, $x = r_1/r'_1$, $y = r_2/r'_1$, $\rho = r_p/r'_1$, $j = n^{-1}(q+1)^{-1}$, $\bar{p}_0 = p_0/E_f$, $k = m(1 - 2\mu_f) + 1$ 。式 (36) 即为考虑到大变形特征的冻结壁内、外半径的计算新公式。很显然，式 (36) 不能直接求解，需要将第一式转化成合理的形式。式 (36) 中的第一式变为

$$\frac{e^{-\omega_2}}{\beta+1} \left[(y')^{\frac{\beta+1}{2}} - 1 \right] = \int_x^\rho e^{-\omega_1 \left(\frac{\xi}{x}\right)^{2n}} \xi^\beta d\xi. \quad (37)$$

指数函数可以在其定义域内展成无穷级数，则有

$$e^{-\omega_1 \left(\frac{\xi}{x}\right)^{2n}} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{\omega_1^i}{i!} \left(\frac{\xi}{x}\right)^{2ni}. \quad (38)$$

注意到式 (38) 中的无穷级数能够迅速收敛，因此，取其很少项便可获得精确的结果。将典型参数代入式 (38)，经计算与对比，无穷级数取其前 6 项的计算结果与真值十分接近，误差远小于万分之一。将式 (38) 代入式 (37) 并积分，得到

$$\frac{e^{-\omega_2}}{\beta+1} \left[(y')^{\frac{\beta+1}{2}} - 1 \right] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \omega_1^i}{(2ni + \beta + 1)i!} \frac{\rho^{2ni + \beta + 1} - x^{2ni + \beta + 1}}{x^{2ni}}, \quad (39)$$

式 (39) 右边无穷级数取其前 6 项，并替换式 (36) 中的第一式。把 1 作为 y' 的初值，利用式 (31) 进行迭代，经过 4 次迭代之后，得到误差小于 1‰的 y' 终值。把 1, y' 和 $\sqrt{y'}$ 作为 x , y 和 ρ 的初值，利用式 (36) 进行迭代，一般经过 4, 5 次迭代之后得到误差小于 1‰的 x , y 和 ρ 的终值。

考虑一种完全不关联的情况：即冻土的剪胀角

$\psi = 0^\circ$ ，则 $\beta = 1$ ；同时，忽略塑性区的弹性应变，则式 (20) 变为

$$x = \sqrt{1 + \rho^2 - y'} \quad (40)$$

用式 (40) 替换式 (36) 中的第一式可得更为简单的设计公式。

变形前量纲为“1”的冻结壁厚度为

$$t = y - x \quad (41)$$

式中， $t = T/r'_1$ 。

定义量纲为“1”的井帮位移为

$$\bar{u} = x - 1 \quad (42)$$

比较考虑与不考虑井帮位移的设计理论，得到被低估的土方开挖量百分比为

$$w_1 = 100(x^2 - 1) \quad (43)$$

3.2 比较与验证

取典型工程参数，使用式 (31)，(36)，(39) ~ (42) 计算大变形冻结壁的井帮位移和其厚度。用净空间半径 (量纲为“1”的净空间半径为 1) 结合式 (31) 求得冻结壁的外半径，并以此作为初始尺寸，输入有限元软件进行建模计算，数值模拟的基本流程为：以初始尺寸建立轴向单位深度的有限元模型，对模型施加正确的边界条件，先模拟出正确的初始地应力，然后对模型实施开挖计算，输出冻结壁模型内、外半径的位移，将此位移反加到初始尺寸上，作为一个新的尺寸重新建模计算，如此反复，直至相邻两步计算结果的误差小于 1%，输出上一步的结果作为本次计算的最终结果。将理论公式的计算结果和数值模拟结果罗列于图 4~6 和表 1~3。另外，记量纲为“1”的黏聚力为 $\bar{c}_f = c_f/E_f$ ，量纲为“1”的未冻土弹性模量 $\bar{E}_u = E_u/E_f$ ，冻土与未冻土的泊松比取值 0.2。

由图 4~6 可见，量纲为“1”的井帮位移 \bar{u} 随量纲为“1”地压 \bar{p}_0 的增大而非线性快速增大，随量纲为“1”的冻土黏聚力 \bar{c}_f 和冻土内摩擦角 φ_f 的增大而非线性快速减小。由表 1~3 可见，量纲为“1”冻结壁厚度 t 随 \bar{p}_0 的增大而非线性快速增大，随 \bar{c}_f 和 φ_f 的增大而非线性快速减小；几种方式计算得到的冻结壁厚度的变化规律完全一致，在数值上存在很微小的差异，这主要是因为冻结壁的外半径处在弹性区域 (弹性变形很小)。对井帮位移而言：关联公式的理论计算结果最大，次之为完全不关联的理论结果和小变形数值解，最小为大变形数值解和忽略弹性应变的理论计算结果；几种方式计算得到的规律基本一致，完全不关联理论解的规律与大变形数值解的规律高度一致；完全不关联解与小变形数值解在数值上存在较小的差异；当冻结壁变形较小时，忽略弹性应变的理论解与小变形数值解相符，井帮位移较大时与大变形的数值

计算结果很相符。

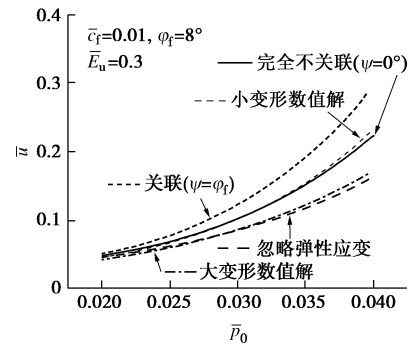


图 4 \bar{p}_0 对 \bar{u} 的影响

Fig. 4 Influences of \bar{p}_0 on \bar{u}

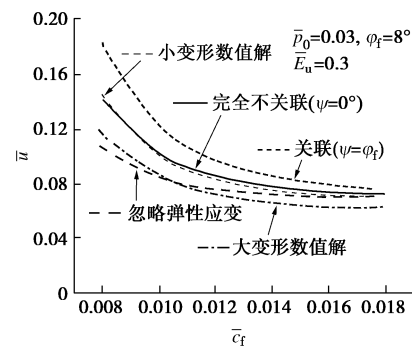


图 5 \bar{c}_f 对 \bar{u} 的影响

Fig. 5 Influences of \bar{c}_f on \bar{u}

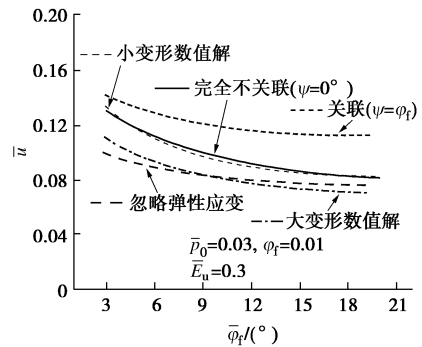


图 6 φ_f 对 \bar{u} 的影响

Fig. 6 Influences of φ_f on \bar{u}

表 1 \bar{p}_0 对 t 的影响

Table 1 Influences of \bar{p}_0 on t

\bar{p}_0	t				
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	小变形数值解	大变形数值解
0.02	1.269	1.273	1.275	1.274	1.276
0.025	1.972	1.981	1.988	1.982	1.987
0.03	2.878	2.897	2.914	2.900	2.909
0.035	4.032	4.069	4.102	4.073	4.095
0.04	5.486	5.554	5.612	5.553	5.601

表 2 \bar{c}_f 对 t 的影响
Table 2 Influences of \bar{c}_f on t

\bar{c}_f	t				
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	小变形数值解	大变形数值解
0.008	4.765	4.803	4.837	4.805	4.826
0.01	2.878	2.897	2.914	2.900	2.909
0.012	1.960	1.971	1.980	1.973	1.979
0.014	1.436	1.444	1.449	1.446	1.450
0.016	1.105	1.110	1.113	1.112	1.116
0.018	0.879	0.883	0.884	0.885	0.887

表 3 φ_f 对 t 的影响
Table 3 Influences of φ_f on t

$\varphi_f /(^{\circ})$	t				
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	小变形数值解	大变形数值解
3	4.737	4.747	4.777	4.748	4.766
5	3.829	3.844	3.867	3.847	3.860
10	2.420	2.441	2.455	2.445	2.452
15	1.639	1.664	1.672	1.665	1.671
20	1.155	1.183	1.188	1.184	1.189

4 工程算例

某井筒穿过第三系厚黏土层, 冻结壁的平均温度为 -20°C , 未冻土和 -20°C 冻土的弹性模量与泊松比分别为 $E_u = 100\text{ MPa}$, $\mu_u = 0.2$, $E_f = 300\text{ MPa}$, $\mu_f = 0.2$ 。 -20°C 冻土的黏聚力 $c_f = 3.5\text{ MPa}$, 内摩擦角 $\varphi_f = 8^{\circ}$, 屈服强度 $\sigma_s = 8.0\text{ MPa}$ 。变形后井帮的半径为 $r'_1 = 5\text{ m}$ (井筒的净半径)。试算 400~800 m 深度内立井的开挖半径、冻结壁外半径、冻结壁厚度与低估土方开挖量百分比。

水平地压的计算公式^[1]为

$$p_0 = 0.013h \quad , \quad (44)$$

式中, p_0 为水平地压 (MPa), h 为深度 (m)。

根据式 (31), (32), (36), (39), (40) ~ (44), 求得立井的开挖半径、冻结壁外半径、厚度、低估土方开挖量百分比见表 4~6。据表 4~6 可以得到以下结论:

(1) 由表 4 可见, 开挖半径随深度非线性增大。400~550 m 深度范围内, 开挖半径的公式 (40) 计算结果与小变形数值计算结果相符很好; 550~650 m 深度内, 公式 (40) 计算结果介于大、小变形数值计算结果之间; 650~800 m 深度内, 由式 (40) 得到的开挖半径偏离小变形计算结果越来越远, 而与大变形数值计算结果相一致。关联理论公式计算结果较大, 完全不关联公式计算结果与小变形数值计算结果差异较小。据表 5, 冻结壁外半径随深度非线性增大, 几种方式计算得到的结果差异很微小。

(2) 由表 6 可见, 冻结壁厚度随深度增加而非线性增大。新理论与文献[3]的设计理论差别在于: 新理论考虑了井帮位移对开挖半径与冻结壁外半径以及

其厚度的影响。新理论与文献[3]设计理论的差异随深度增加, 最大差距分别为: 53 cm (关联)、42 cm (完全不关联) 和 32 cm (忽略弹性应变)。图 7 展示出依据文献[3]设计理论的冻结壁内缘变形之大, 且随深度非线性增大。实际工程中, 这部分变形要再次被挖除以获取井筒净空间, 如此做法必然削减冻结壁的厚度, 降低其安全性。

(3) 基于式 (40) 计算得到的低估土方开挖量见表 6, 低估的土方开挖量百分比介于 7.5%~20.5% 之间。深度越大, 被低估的百分比越大。

表 4 不同方法得到的开挖半径

Table 4 Excavation radii of frozen wall obtained by different methods (m)

h	r_1				
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	小变形数值解	大变形数值解
400	5.197	5.190	5.192	5.189	5.176
450	5.228	5.217	5.214	5.213	5.198
500	5.265	5.248	5.240	5.243	5.223
550	5.310	5.286	5.269	5.278	5.252
600	5.364	5.329	5.302	5.320	5.287
650	5.428	5.381	5.340	5.371	5.327
700	5.506	5.441	5.383	5.431	5.374
750	5.597	5.511	5.432	5.501	5.427
800	5.707	5.593	5.488	5.580	5.488

表 5 不同方法得到的冻结壁外半径

Table 5 Outer radii of frozen wall obtained by different methods (m)

h	r_2				
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	小变形数值解	大变形数值解
400	8.649	8.648	8.648	8.650	8.641
450	9.581	9.580	9.580	9.581	9.570
500	10.615	10.614	10.614	10.615	10.602
550	11.763	11.761	11.760	11.762	11.748
600	13.033	13.031	13.029	13.033	13.016
650	14.437	14.435	14.432	14.437	14.417
700	15.988	15.984	15.981	15.988	15.964
750	17.697	17.692	17.688	17.699	17.670
800	19.578	19.572	19.566	19.581	19.547

表 6 不同设计理论的比较

Table 6 Comparison among different design theories (m)

h	T				$w_1/\%$
	关联	完全不关联	忽略弹性应变	文献[3]	
400	3.45	3.46	3.46	3.52	7.8
450	4.35	4.36	4.37	4.45	8.7
500	5.35	5.37	5.37	5.48	9.8
550	6.45	6.48	6.49	6.62	11.0
600	7.67	7.70	7.73	7.89	12.5
650	9.01	9.05	9.09	9.29	14.1
700	10.48	10.54	10.60	10.83	15.9
750	12.10	12.18	12.26	12.54	18.0
800	13.87	13.98	14.08	14.40	20.5

由新公式 (36), (39) ~ (44) 计算得到 600 m 深度的井帮位移和冻结壁厚度随冻土与未冻土弹模、冻土黏聚力与内摩擦角的变化情况分别见图 8~11。

由图8~11可以看出：①井帮位移随各影响因素的变化规律基本一致，随其增大而非线性减小；比较井帮位移随各影响因素的变化情况，得出冻土的弹性模量对井帮位移的影响最显著，其他因素影响相对较弱。②冻结壁的厚度随冻土弹性模量的增大而减速增大，当冻土弹模达到一定值后，对冻结壁的厚度基本没有影响；随未冻土的弹模、冻土的黏聚力与内摩擦角的增大，冻结壁厚度非线性减小；比较冻结壁厚度随各影响因素的变化情况，得出冻土的黏聚力和内摩擦角对冻结壁厚度的影响最显著，尤其影响因素取值较小时，冻结壁厚度受其影响敏感。

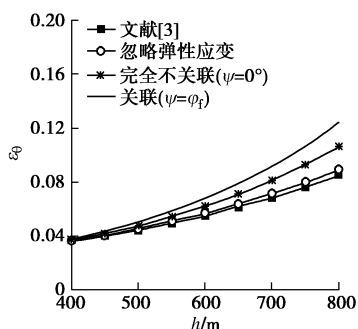


图7 不同设计理论内缘应变的比较

Fig. 7 Comparison of inner-edge strains by different design theories

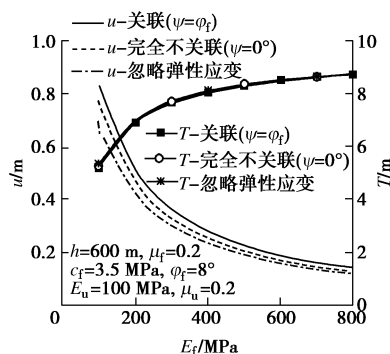


图8 冻土弹模对井帮位移和冻结壁厚度的影响

Fig. 8 Effects of frozen-soil elastic modulus on side-wall displacement and frozen-wall thickness

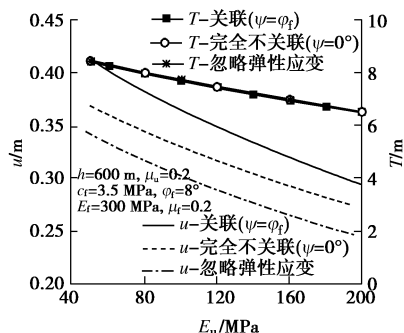


图9 未冻土弹模对井帮位移和冻结壁厚度的影响

Fig. 9 Effects of unfrozen-soil elastic modulus on side-wall displacement and frozen-wall thickness

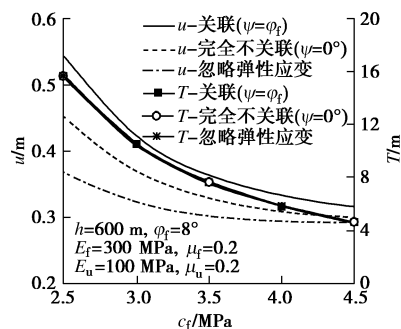


图10 冻土黏聚力对井帮位移和冻结壁厚度的影响

Fig. 10 Effects of frozen-soil cohesion on side-wall displacement and frozen-wall thickness

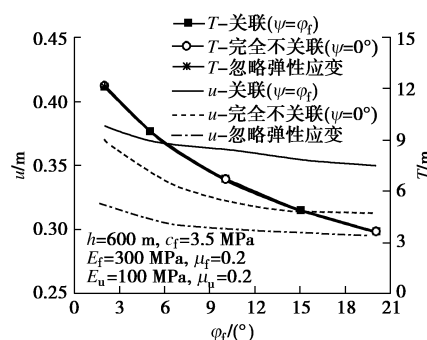


图11 冻土内摩擦角对井帮位移和冻结壁厚度的影响

Fig. 11 Effects of frozen-soil internal friction angle on side-wall displacement and frozen-wall thickness

5 结 论

本文建立了考虑大变形特性的开挖半径、冻结壁外半径与厚度的设计新理论；分析了地应力、冻土黏聚力、冻土内摩擦角、弹性模量等参数对冻结壁有效厚度、井帮位移等的影响，得到以下3点结论。

(1) 在设计超深表土层冻结壁厚度时，应该计入井帮大变形的影响；深度越大，井帮变形的影响越大。冻土的弹性模量对井帮位移影响显著，冻土的黏聚力和内摩擦角则对冻结壁的厚度影响显著。

(2) 本文建立的冻结壁厚度设计新理论不但适用于小变形冻结壁，而且适用于大变形冻结壁；忽略弹性应变的理论公式能够适用于应变高达0.15的大变形冻结壁。鉴于非关联性引起更弱的材料行为，建议选用非关联理论公式（或者忽略弹性应变的理论公式）作为超深表土层冻结壁设计的理论参考。

(3) 新理论能够准确地计算开挖土方量。算例显示：按以往理论设计冻结壁厚度，会低估开挖土方量约7.5%~20.5%，且低估土方量随深度增加而增大。

参考文献：

[1] 翁家杰. 井巷特殊施工[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1991:

- 4 - 72. (WENG Jia-jie. Special construction engineering of mine shaft and drift [M]. Beijing: Coal Industry Press, 1991: 4 - 72. (in Chinese))
- [2] 杨维好. 十年来中国冻结法凿井技术的发展与展望[C]//中国煤炭学会成立五十周年高层学术论坛. 北京, 2012: 1 - 7. (YANG Wei-hao. Development and prospect of freezing shaft sinking technology in China over the past decade[C]// High-level Academic Forum for the 50th Anniversary of China Coal Society, China Coal Society. Beijing, 2012: 1 - 7. (in Chinese))
- [3] 杨维好, 杨志江, 柏东良. 基于与围岩相互作用的冻结壁弹塑性设计理论[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(1): 175 - 180. (YANG Wei-hao, YANG Zhi-jiang, BAI Dong-liang. The elastic-plastic design theory of frozen soil wall based on the interaction between frozen wall and surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(1): 175 - 180. (in Chinese))
- [4] 杨维好, 杜子博, 杨志江, 等. 基于与围岩相互作用的冻结壁塑性设计理论[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1857 - 1862. (YANG Wei-hao, DU Zibo, YANG Zhi-jiang. Plastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(10): 1857 - 1862. (in Chinese))
- [5] VRAKAS A, ANAGNOSTOU G. A finite strain closed-form solution for the elastoplastic ground response curve in tunneling[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2014, **38**: 1131 - 1148.
- [6] 陈晓祥, 杜贝举, 王雷超, 等. 综放面动压回采巷道帮部大变形控制机理及应用[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(3): 460 - 467. (CHEN Xiao-xiang, DU Bei-ju, WANG Lei-chao, et al. Control mechanism and application of large deformation of dynamic pressure roadway of fully mechanized top-coal caving face[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(3): 460 - 467. (in Chinese))
- [7] CARTER J P, BOOKER J R, YEUNG S K. Cavity expansion in cohesive frictional soil[J]. Géotechnique, 1986, **36**(3): 349 - 358.
- [8] DECTOURNAY E. Elastoplastic model of a deep tunnel for a rock with variable dilatancy[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1986, **19**: 99 - 108.
- [9] YU H S, HOULSBY G T. Finite cavity expansion in dilatant soils: loading analysis[J]. Géotechnique, 1991, **41**(2): 173 - 183.
- [10] YU H S, ROWE R K. Plasticity solutions for soil behavior around contracting cavities and tunnels[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, **23**: 1245 - 1279.
- [11] YU H S, CARTER J P. Rigorous similarity solutions for cavity expansion in cohesive-frictional soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2002, **2**(2): 233 - 258.
- [12] ZHAO J D, WANG G. Unloading and reverse yielding of a finite cavity in a bounded cohesive-frictional medium[J]. Computers and Geotechnics, 2010, **37**: 239 - 245.
- [13] COHEN T, DURBAN D. Fundamental solutions of cavitation in porous solids: a comparative study[J]. Acta Mechanica, 2013, **224**: 1695 - 1707.
- [14] VRAKAS A, ANAGNOSTOU G. Finite strain elastoplastic solutions for the undrained ground response curve in tunneling[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2015, **39**: 738 - 761.
- [15] 张常光, 张成林, 周 菲, 等. 圆形隧道弹塑性分析的强度理论效应研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(8): 1449 - 1456. (ZHANG Chang-guang, ZHANG Cheng-lin, ZHOU Fei, et al. Effect of strength theory in elastic-plastic analysis of a circular tunnel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(8): 1449 - 1456. (in Chinese))
- [16] CHADWICK P. The quasi-static expansion of a spherical cavity in metals and ideal soils[J]. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1959, **12**: 52 - 71.
- [17] 杜修力, 马 超, 路德春. 正常固结黏土的三维弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 235 - 241. (DU Xiu-li, MA Chao, LU De-chun. Three-dimensional elastoplastic constitutive model for normal consolidated clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 235 - 241. (in Chinese))
- [18] 郭万里, 朱俊高, 彭文明. 粗粒土的剪胀方程及广义塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(6): 1103 - 1110. (GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, PENG Wen-ming. Dilatancy equation and generalized plastic constitutive model for coarse-grained soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(6): 1103 - 1110. (in Chinese))
- [19] 杨维好, 杨志江, 韩 涛, 等. 基于与围岩相互作用的冻结壁弹性设计理论[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(3): 516 - 519. (YANG Wei-hao, YANG Zhi-jiang, HAN Tao, et al. Elastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(3): 516 - 519. (in Chinese))