

DOI: 10.11779/CJGE201907010

双向耦合循环剪切条件下饱和砂土体应变发展规律 试验研究

赵 凯, 吴 琪, 熊 浩, 茅文博, 陈国兴

(南京工业大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210009)

摘要: 砂土的剪胀与循环应力路径密切相关。针对饱和南京细砂, 利用空心圆柱扭剪仪 (HCA) 进行了一系列均等固结条件下轴向-扭转耦合循环剪切排水试验, 研究了复杂应力路径下饱和砂土的剪胀性及其体应变量化方法。研究表明: 双向耦合循环剪切条件下饱和砂土的剪胀由一个完全可逆的循环体应变分量和一个不可逆的累积体应变分量构成, 循环应力路径对累积体应变发展规律影响显著; 以等效循环应力比 ESR 作为表征复杂应力路径下动应力大小的指标, 饱和砂土累积体应变与 ESR 值具有事实上的唯一性关系, 累积体应变随 ESR 的增加而线性累积; 通过引入参数 ESR, 提出了双向耦合剪切条件下饱和砂土累积体应变规范化方法。验证性试验表明新的体应变增量模型的预测值与试验结果的吻合度较高, 而基于循环直剪试验结果建立的 Byrne 模型对双向耦合剪切条件下饱和南京细砂的体应变预测偏小。

关键词: 剪胀; 均等固结; 应力主轴旋转; 应力路径; 等效循环应力比

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)07-1260-10

作者简介: 赵 凯(1982—), 男, 博士, 副教授, 主要从事土动力学方面的研究工作。E-mail: zhaokaiseu@aliyun.com。

Experimental investigations on volumetric strain behavior of saturated sands under bi-directional cyclic loadings

ZHAO Kai, WU Qi, XIONG Hao, MAO Wen-bo, CHEN Guo-xing

(Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 210009, China)

Abstract: The dilatancy of sands highly depends on the cyclic stress path. A series of axial-torsional coupling shear tests are performed on the Nanjing fine sand under isotropically consolidated condition by using the hollow cyclic apparatus (HCA). The dilatant behavior of saturated sands is investigated under complex stress paths, using the correspondent mathematical model. The results are summarized as follows: the volumetric strain of sands is composed of a completely reversible component and an irreversible component. The cyclic stress path has significant effects on the development of the volumetric strain. The equivalent cyclic stress ratio (ESR), which is defined as the ratio of the mean value of the maximum shear stress in a loading cycle to the initial effective confining pressure, can be used as an index to quantitatively characterize the cyclic stress paths of the soil samples under bi-directional shear loadings. The volumetric strain increment may be uniquely correlated to the applied ESR, which accumulates linearly with the increase of ESR. By introducing ESR, a normalized incremental model for volumetric strain of the saturated sands under bi-directional shear loadings is proposed. Retrospective simulation of a laboratory test using the proposed model shows good agreement, calibrating the reliability of the model. However, the Byrne model based on the data of direct shear tests significantly underestimates the volumetric strain accumulation of the Nanjing fine sand under the axial-torsional coupling shear loadings.

Keywords: dilatancy; isotropical consolidation; rotation of principal stress direction; stress path; equivalent cyclic stress ratio

0 引言

复杂循环应力条件下饱和砂土的变形与强度特性是已得到国内外学术界与工程界的重视但仍未解决好的难点研究课题。Ishihara 等^[1]最早注意到了行波引起的海床土体主应力轴连续旋转的现象, 并求出了等波长谐波的表面波浪在弹性海床中引起的交替变化的剪

应力和偏应力的解析解, 且发现主应力轴连续地旋转 180° 而偏应力保持不变。王忠涛等^[2]基于线性规则波浪作用下有限厚度海床动力响应的解析解, 证明了有

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51608267, 51438004); 国家重点研发计划项目 (2017YFC15004003)

收稿日期: 2018-04-10

限厚度弹性海床在线性规则波浪作用下的应力路径为非标准椭圆形。周晓智等^[3]基于驻波作用下有限厚度海床动力响应的解析解, 推导了海床内土体单元的动应力路径, 得出土体单元位于波节处的动应力路径为纵轴上的一条线段; 位于波腹处为横轴上的一条线段; 位于波节与波腹之间为非标准椭圆形。黄博等^[4]基于半无限弹性空间地震波的传播理论, 推导了地震波斜入射引起土单元体中的动应力路径, 发现剪应力和偏应力存在幅值和相位差, 在偏应力平面里表现为不同倾角和形状的斜椭圆, 特定角度时, 可近似为圆形。上述椭圆形应力路径都有共同的作用效应, 即主应力轴连续旋转及动应力幅值连续变化, 需要同时考虑竖向与剪切向双向力的耦合作用影响。

大量试验研究表明^[5-8]: 应力主轴旋转将导致砂土产生明显的塑性变形, 在不排水条件下孔压随应力主轴的循环旋转不断累积, 甚至导致液化; 主应力轴连续旋转会导致动强度的降低。来茂田等^[9]对饱和松散($D_f = 30\%$)的福建标准砂进行了主应力轴连续旋转条件下的椭圆应力路径试验, 发现当应力路径的椭圆面积不变时竖向偏应力与剪应力的幅值之比为某一值时动强度最大, 且两者的应力幅值之比偏离此值越大, 则土样的动强度越低; 主应力方向角与固结偏应力比对饱和砂土的动强度影响显著。李男等^[10]模拟地震波斜入射条件, 对饱和松散的福建标准砂开展了不排水循环斜椭圆应力路径试验研究, 发现循环孔压的发展存在陡升型和陡降型两种模式; 归一化孔压与斜椭圆的倾角无关, 但受斜椭圆长短轴比及动应力比影响; 不排水动强度与动应力路径密切相关。许成顺等^[11]模拟波浪与地震共同作用的应力路径, 研究了轴向偏差应力和剪应力的初始相位差为60°时的椭圆形应力路径, 指出初始相位差可能对砂土的动强度造成较大的影响。Pan等^[12]研究了椭圆应力路径对南京细砂不排水动力特性的试验研究, 发现饱和南京细砂在相同累积损失能量下, 残余孔压随着主应力方向角及偏应力比的增大而减小, 随着中主应力系数b值的增大而增大; 动强度随初始主应力方向角增大而降低, 初始应力状态参数对动力特性有显著影响。然而, 对于主应力轴连续旋转及动应力幅值连续变化下饱和砂土的排水剪切试验研究尚未见报道。

值得一提的是, 多位学者(如Symes等^[13]、Miura等^[14]、Gutierrez等^[15]、蔡燕燕等^[16]和Xiong等^[17])利用空心圆柱扭剪仪对饱和砂土开展了纯主应力轴旋转条件下的排水单调剪切试验, 结果表明: 纯应力主轴旋转将导致土产生体缩趋势; 砂土的塑性应变增量主轴与应力主轴不一致, 即存在明显的非共轴现象。童朝霞等^[18]进行了纯应力主轴循环旋转排水试验, 即在

试验过程中控制作用在试样上的有效主应力的幅值不变, 仅应力主轴在0°~180°循环旋转, 发现纯应力主轴循环旋转可产生与应力主轴固定单调剪切同一数量级的塑性变形; 中主应力系数对这一应力路径下砂土的变形特性有显著影响。这些研究对深入了解复杂动应力路径下土体的排水剪切特性非常有益。

土的排水剪胀(缩)性是土最为重要的力学特性之一, 也是土动力本构理论的重要组成部分。正确地预测动荷载作用下土中体应变发展规律是利用有效应力法分析动力问题的关键^[19-21]。为了探讨椭圆形动应力路径下土的排水剪切特性, 针对饱和南京细砂, 利用空心圆柱扭剪仪进行了一系列均等固结的轴向-扭转双向耦合循环加载试验。引入量化椭圆形应力路径形状和大小的特征参数, 研究复杂应力路径下饱和砂土的剪胀特性及其体应变的量化方法。

1 排水双向耦合剪切试验

1.1 试验设备及试样应力状态

试验采用英国GDS公司的空心圆柱仪(HCA)进行轴向-扭剪双向耦合排水循环加载试验。HCA可以实现轴向-扭剪双向耦合循环加载, HCA在试样底部进行轴向和扭剪加载, 轴向力和扭剪力传感器位于试样顶部, 轴向位移和角位移传感器位于试样底部, 最大动态轴向和扭剪负荷为10 kN和30 N·m, 最大轴向和扭剪加载频率为5 Hz; 外围压、内围压和反压由标准的压力/体积控制器控制加载和测量, 最大可达1 MPa, 在试样底部施加反压, 在试样顶部测量孔压。关于HCA设备测试精度和测试数据处理过程详细的描述见文献[22, 23]。

图1为HCA壁试样单元体的受力状态, 图中仪器的控制加载参数如下: r_i 、 r_o 分别为试样内径、外径; u_i 、 u_o 分别为剪切过程中试样内径向和外径向位移; p_i 为内围压; p_o 为外围压; W 为轴力; M_T 为扭矩。薄壁试样单元体的应力参量如图1(b)所示: σ_z 为轴向正应力; σ_r 为径向正应力; σ_θ 为切向正应力; $\tau_{z\theta}$ 为 z 垂直于径向切应力; σ_1 、 σ_2 、 σ_3 分别为单元体的大、中、小主应力; α 为主应力方向角; θ 为剪切过程中试样体所产生的扭转位移。

1.2 试验材料、制备、饱和与固结

试验选用南京细砂, 南京细砂属于典型的河漫滩相土, 富含石英碎屑、少量的绿泥石和白云母片及其他黏土矿物, 颗粒呈角状-片状, 其颗粒相对密度 G_s 为2.70, 平均粒径为0.15 mm, 不均匀系数为2.11, 曲率系数为0.97, 最大孔隙比 e_{max} 为1.29, 最小孔隙比 e_{min} 为0.63, 图2为南京细砂的级配曲线。

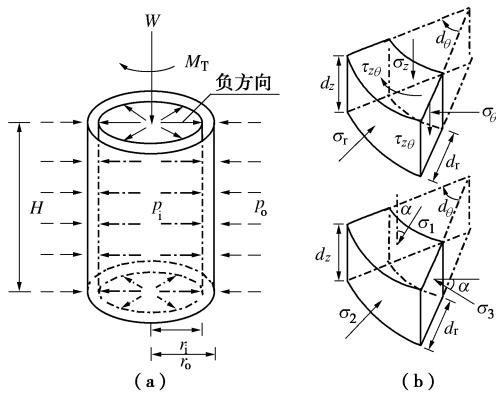


图 1 空心圆柱样应力状态

Fig. 1 Stress conditions of hollow cylindrical soil sample

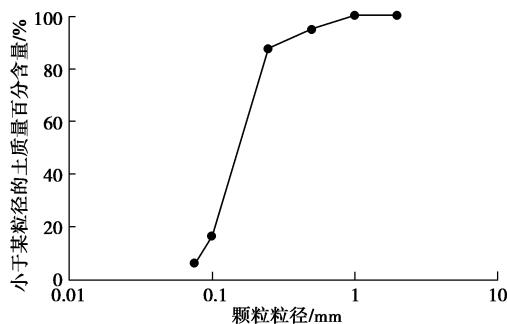


图 2 南京细砂颗粒级配曲线

Fig. 2 Grain-size distribution curve of Nanjing fine sand

试样为外径100 mm, 内径60 mm, 高200 mm的空心圆柱样, 为保证试样制备的均匀性, 采用分层振捣法制备试样, 共分5层, 并按级配单独配制试样每层所需的各粒径颗粒的质量, 均匀混合后缓慢倒入承模筒内, 然后用击实器对每一层击实至指定高度, 落锤质量为1 kg, 落锤高度为15 cm。试样的饱和分为3步: ①通15 min的CO₂以除去试样中空气; ②从试样底部到顶部通无气水直到顶部没有气体排出; ③进行分级反压饱和。对分级反压饱和后的试样进行孔压系数B值测定, 若B>0.95, 认为试样达到饱和。对饱和试样进行均等固结, 初始有效围压 σ'_{3c} 为100 kPa。

1.3 试验方案

控制加载路径在 $(\tau_{z\theta}, (\sigma_z - \sigma_\theta)/2)$ 应力空间内为椭圆, 实现主应力轴连续旋转且正应力偏差与剪应力及由两者组合而成的总偏差应力都在循环变化的应力变化模式。如图3所示, 决定椭圆形应力路径形状的主要因素有椭圆长轴b, 短长轴比a/b以及倾角β。只要这3个特征参数确定, 应力路径也即确定。当a=0时, 椭圆退化为斜线, 当a=b时, 椭圆进化为圆。

为系统地探讨密实状态和应力路径对饱和南京细砂剪胀特性的影响, 将南京细砂的相对密实度 D_r 分为3个等级: 35%, 50%, 70%, 分别对应土体松散、中密和密实3个状态。对 D_r 相同的试样分别施加具有不同

CSR、a/b以及β的循环椭圆应力路径, 加载频率为1 Hz, 动应力比CSR = q_{cyc}/σ'_{3c} , 其中, 循环动应力 $q_{cyc} = \sqrt{\tau^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2/4}_{max}$, 在双向耦合循环加载试验中, 通常选用 q_{cyc} 作为动应力, 描述偏应力幅值的变化, 其物理含义为椭圆的长轴b。具体试验方案如表1所示。试样的命名规则为: E-相对密度-短长轴比值-倾角-循环应力比。

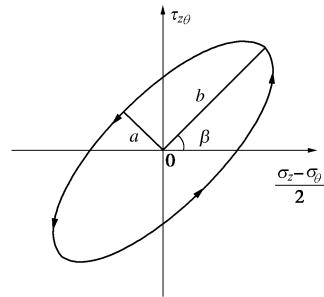


图 3 典型应力路径示意图

Fig. 3 Schematic illustration of typical loading path

2 试验结果及分析

2.1 典型试验结果分析

图4分别给出了椭圆形应力路径下的试验结果, 包括 $(\tau_{z\theta}, (\sigma_z - \sigma_\theta)/2)$ 应力空间中实测与理论的应力路径对比、轴应力-轴应变滞回曲线、剪应力-剪应变滞回曲线和体应变的时程曲线。由图可知: ①HCA可以较精确地模拟本试验设定的双向耦合循环剪切应力路径; ②轴应力-轴应变关系曲线存在明显的滞回圈, 在初始阶段滞回圈未封闭, 表明产生了明显的塑性变形; ③随着循环周数的增加, 滞回圈由未封闭型转化为封闭型, 且滞回圈面积逐渐减小, 土体接近临界状态; ④整个试验过程, 轴向应变随循环周数增加分为快速增长和平稳累积两个阶段, 这主要与开始几个周期内不可逆性剪胀分量的变化有关。

每一循环周期内体应变 ε_{vd} ($\varepsilon_{vd} = \varepsilon_z + 2\varepsilon_r$) 的最大值与最小值之差的一半为循环体应变^[24], 体应变最大值与最小值之和的一半为累积体应变。从图4可以看出, 体应变存在一个可逆的循环应变分量 $\varepsilon_{vd,re}$ 和一个不可逆的累积应变分量 $\varepsilon_{vd,ir}$, 这与张建民^[20]、Duku等^[25]和Wichtmann等^[26]的试验结果一致, 循环体应变分量本质为弹性变形, 并不引起土体有效应力的变化。在土动力学中, 更关注土体产生的永久变形和累积孔隙水压力(与 $\varepsilon_{vd,ir}$ 密切相关)。因此, 主要探讨各密实状态和应力路径对饱和砂土 $\varepsilon_{vd,ir}$ 的影响。

由试验结果可知: ① $\varepsilon_{vd,ir}$ 具有不可恢复性, 本质为塑性变形; ② $\varepsilon_{vd,ir}$ 总是呈现出体积的单调压缩, 即 $\varepsilon_{vd,ir} \geq 0$ (定义剪胀时体应变为负, 剪缩时体应变为

表1 排水双向耦合循环剪切试验方案
Table 1 Drained bi-directional cyclic loading test schemes

试样编号	$D_f = 35\%$			试样编号	$D_f = 50\%$			试样编号	$D_f = 70\%$		
	a/b	$\beta/(^\circ)$	CSR		a/b	$\beta/(^\circ)$	CSR		a/b	$\beta/(^\circ)$	CSR
E-35-1.0-45-0.15	1.0	45	0.15	E-50-1.0-45-0.15	1.0	45	0.15	E-70-1.0-45-0.15	1.0	45	0.15
E-35-1.0-45-0.20	1.0	45	0.20	E-50-1.0-45-0.20	1.0	45	0.20	E-70-1.0-45-0.20	1.0	45	0.20
E-35-1.0-45-0.25	1.0	45	0.25	E-50-1.0-45-0.25	1.0	45	0.25	E-70-1.0-45-0.25	1.0	45	0.25
E-35-1.0-45-0.30	1.0	45	0.30	E-50-1.0-45-0.30	1.0	45	0.30	E-70-1.0-45-0.30	1.0	45	0.30
E-35-0.5-30-0.15	0.5	30	0.15	E-50-0.5-30-0.15	0.5	30	0.15	E-70-0.5-30-0.15	0.5	30	0.15
E-35-0.5-45-0.15	0.5	45	0.15	E-50-0.5-45-0.15	0.5	45	0.15	E-70-0.5-45-0.15	0.5	45	0.15
E-35-0.5-60-0.15	0.5	60	0.15	E-50-0.5-60-0.15	0.5	60	0.15	E-70-0.5-60-0.15	0.5	60	0.15
E-35-0.5-30-0.20	0.5	30	0.20	E-50-0.5-30-0.20	0.5	30	0.20	E-70-0.5-30-0.20	0.5	30	0.20
E-35-0.5-45-0.20	0.5	45	0.20	E-50-0.5-45-0.20	0.5	45	0.20	E-70-0.5-45-0.20	0.5	45	0.20
E-35-0.5-60-0.20	0.5	60	0.20	E-50-0.5-60-0.20	0.5	60	0.20	E-70-0.5-60-0.20	0.5	60	0.20
E-35-0.5-30-0.25	0.5	30	0.25	E-50-0.5-30-0.25	0.5	30	0.25	E-70-0.5-30-0.25	0.5	30	0.25
E-35-0.5-45-0.25	0.5	45	0.25	E-50-0.5-45-0.25	0.5	45	0.25	E-70-0.5-45-0.25	0.5	45	0.25
E-35-0.5-60-0.25	0.5	60	0.25	E-50-0.5-60-0.25	0.5	60	0.25	E-70-0.5-60-0.25	0.5	60	0.25
E-35-0.5-30-0.30	0.5	30	0.30	E-50-0.5-30-0.30	0.5	30	0.30	E-70-0.5-30-0.30	0.5	30	0.30
E-35-0.5-45-0.30	0.5	45	0.30	E-50-0.5-45-0.30	0.5	45	0.30	E-70-0.5-45-0.30	0.5	45	0.30
E-35-0.5-60-0.30	0.5	60	0.30	E-50-0.5-60-0.30	0.5	60	0.30	E-70-0.5-60-0.30	0.5	60	0.30
E-35-0.0-45-0.15	0.0	45	0.15	E-50-0.0-45-0.15	0.0	45	0.15	E-70-0.0-45-0.15	0.0	45	0.15
E-35-0.0-45-0.20	0.0	45	0.20	E-50-0.0-45-0.20	0.0	45	0.20	E-70-0.0-45-0.20	0.0	45	0.20
E-35-0.0-45-0.25	0.0	45	0.25	E-50-0.0-45-0.25	0.0	45	0.25	E-70-0.0-45-0.25	0.0	45	0.25
E-35-0.0-45-0.30	0.0	45	0.30	E-50-0.0-45-0.30	0.0	45	0.30	E-70-0.0-45-0.30	0.0	45	0.30

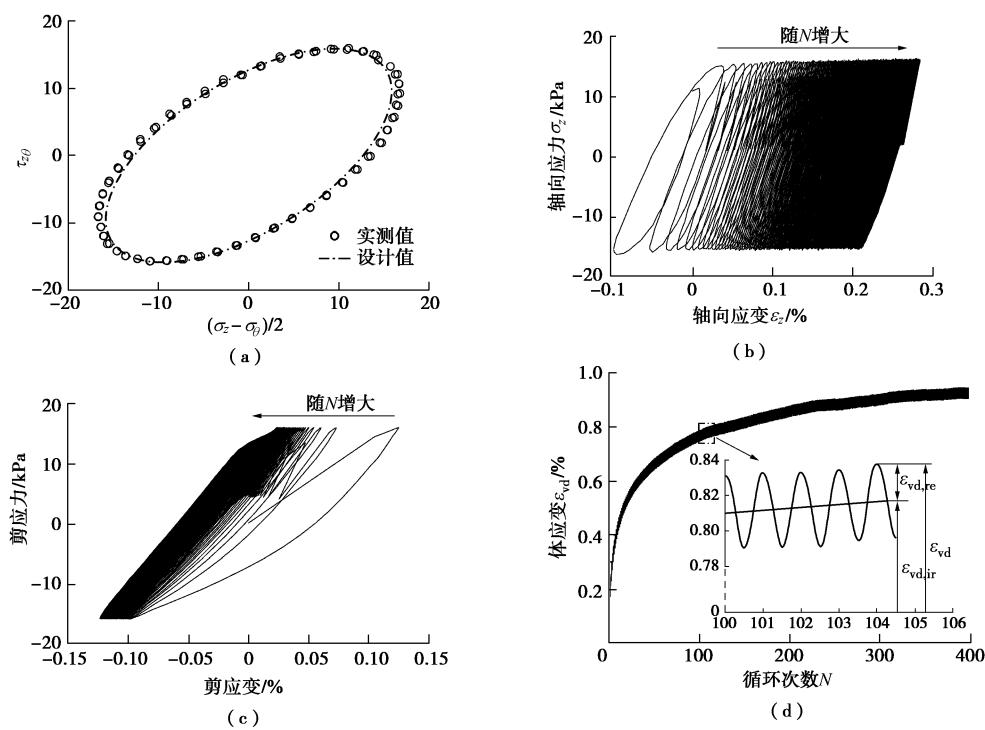


图4 排水双向耦合剪切试验的典型试验结果

Fig. 4 Typical results of drained bi-directional cyclic loading tests

正。); ③ $\varepsilon_{vd,ir}$ 的变化速率在循环加载的初始阶段较大, 且各个半周内的最大变化率总是出现在剪应力的反向点处; ④随着循环振次 N 的增加, $\varepsilon_{vd,ir}$ 的变化速率逐渐减小趋于 0, 即达到临界状态。

为验证试验测得体应变量的准确性, 图 5 给出了编号为 E-50-0.5-45-0.20 的试样在排水循环剪切过程中孔隙水压力时程曲线。由图可知, 在轴向-扭转耦合循环剪切过程中, 试样的孔隙水压力始终保持在 400~401 kPa, 并没有明显的超孔隙水压力累积现象的产生, 这表明, 试样的孔隙水可以充分流入或者排出, 进一步可说明, 本次试验获得的各加载工况下南京细砂的体应变量是准确有效的。

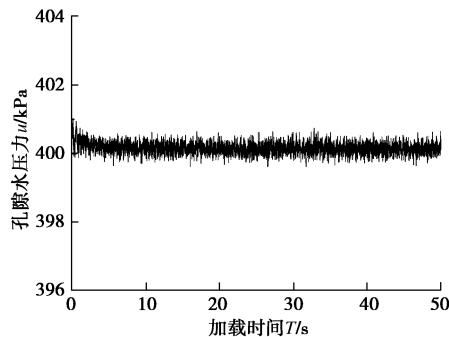


图 5 孔隙水压力时程曲线

Fig. 5 Time-history curves of pore water pressure

为进一步探讨复杂应力路径与单一应力路径作用下饱和砂土体应变增量的差异, 对 $D_r = 50\%$ 的饱和南京细砂补做了纯拉压循环加载试验和纯扭剪循环加载试验, 加载中控制 CSR = 0.20。图 6 给出 $D_r = 50\%$ 的饱和南京细砂在纯拉压、纯扭剪以及双向耦合剪切作用下 ε_{vd} 与 N 的关系曲线。

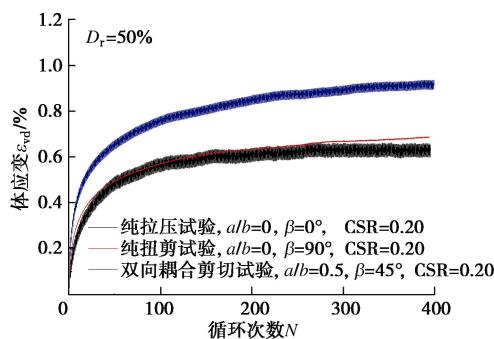


图 6 复杂应力路径与单一应力路径作用下饱和砂土体应变

Fig. 6 Volumetric strains of saturated sands under complex and single stress paths

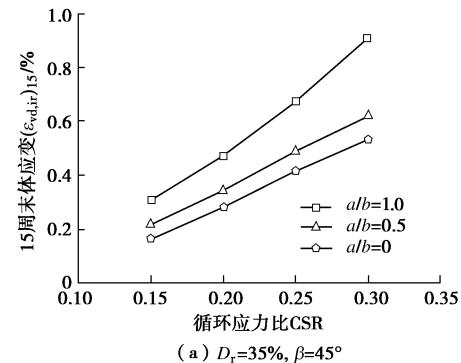
由图 6 可知, 与双向耦合剪切作用下饱和南京细砂 $\varepsilon_{vd,ir}$ 的增长规律一致, 纯拉压或纯扭剪作用下 $\varepsilon_{vd,ir}$ 都随 N 的增加而增大, 且 $\varepsilon_{vd,ir}$ 的增长速率随 N 增大先迅速减小, 然后逐渐趋于 0; 当 CSR 相同时, 两种单一应力路径 (纯拉压与纯扭剪) 作用下试样的 $\varepsilon_{vd,ir}$ 随 N 的增加基本保持一致; 复杂应力路径作用下试样的 $\varepsilon_{vd,ir}$ 明显大于单一应力路径作用下试样的 $\varepsilon_{vd,ir}$ 。这表明, 以往基于单

一应力路径 (纯拉压或纯扭剪) 的试验研究低估了饱和砂土 $\varepsilon_{vd,ir}$ 的发展。此外, 纯拉压作用下试样的 $\varepsilon_{vd,re}$ 明显大于双向耦合剪切作用下试样的 $\varepsilon_{vd,re}$, 而纯扭剪作用下试样的 $\varepsilon_{vd,re}$ 基本保持为 0, 这是由于 $\varepsilon_{vd,re}$ 是由周期变化的有效球应力 p' 引起的。

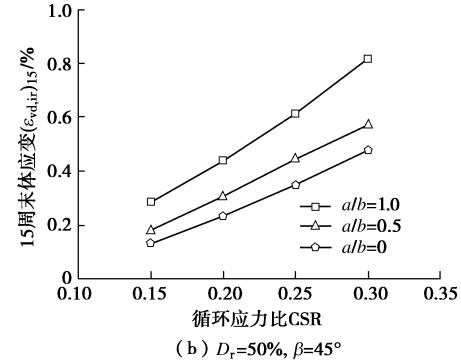
2.2 饱和砂土剪胀特性及影响因素

通常, 在地震作用下的场地沉降预估中, 采用 $N = 15$ 时的体应变 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 估算震级 $M = 7.5$ 级下的沉降量^[25], 当将任意周数下的体应变 $(\varepsilon_{vd,ir})_N$ 采用 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 进行归一时, 归一化后的体应变比 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 曲线能限定在一个较窄的范围内, 并以此获取不同震级对应 N 下的体应变^[25, 27-28]。基于上述思想, 对 15 周末的体应变 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 进行分析来研究复杂循环荷载下土的体应变发展规律。

图 7 为饱和砂土 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 CSR 的关系曲线。有图可知, CSR 对 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 发展影响显著, 当 a/b , β 和 D_r 相同时, $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 随 CSR 的增大而迅速增大。然而, 当 D_r 相同时, 具有相同 CSR 和 β 的试样的 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 随着 a/b 的增大而增大, 且 a/b 对 CSR 和 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 关系曲线的影响不能归一化。究其原因, CSR 仅能描述偏应力幅值的变化 (即椭圆长轴 b), 而无法正确反映应力路径形状 (如椭圆短长轴比 a/b) 的变化。椭圆形应力路径表现出偏应力连续变化且主应力轴连续旋转的特征。试样的变形实质上是由于轴向应力幅值与剪应力幅值的耦合作用引起的。对于 b 值相同而 a/b 不同的双向耦合剪切试验, 对试样所施加应力路径不一致, 因此受到的剪切效果也不相同 (如非共轴现象)。



(a) $D_r = 35\%, \beta = 45^\circ$



(b) $D_r = 50\%, \beta = 45^\circ$

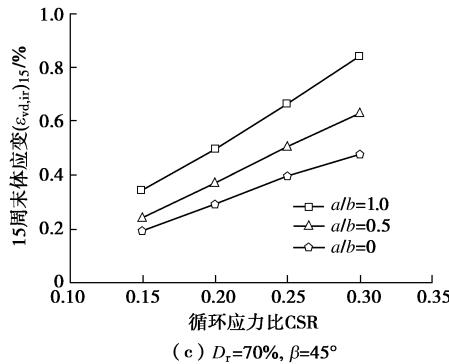


图 7 第 15 周末体应变与循环应力比关系曲线

Fig. 7 Relationship between volumetric strain at 15th cycle and CSR

CSR

图 8 给出了相同 CSR 下, 椭圆倾角 β 对 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 的影响。由图可见 β 对 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 没有显著的影响, 即 CSR 小于某一值后, $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 β 几乎无关。对于具有不同 D_r 的南京细砂, 该 CSR 值均在 0.20 左右。许成顺等^[11]也发现椭圆倾角 β 对动强度没有显著影响。

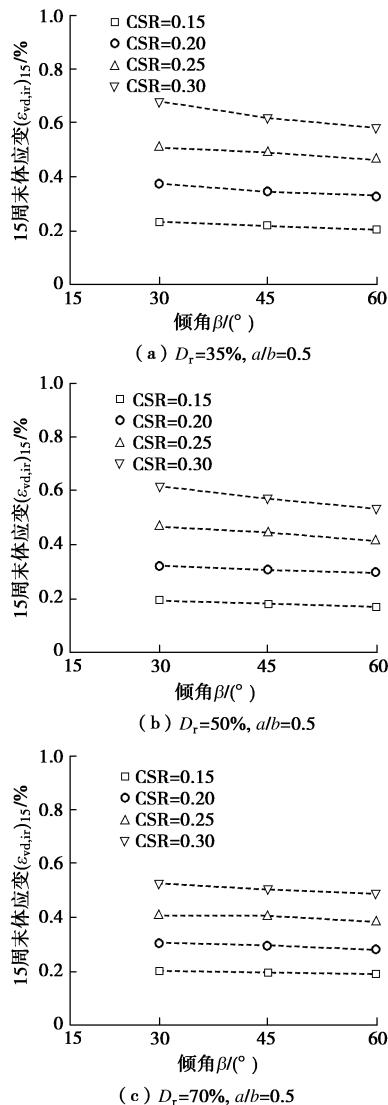


图 8 第 15 周末体应变与倾角关系曲线

Fig. 8 Relationship between volumetric strain at 15th cycle and β

3 双向耦合剪切条件下饱和砂土的体应变规准化方法

3.1 等效循环应力比

前述试验结果已说明 CSR 在用于分析双向耦合循环加载试验时的局限性, 即无法合理反映应力主轴连续旋转下土单元所经历的应力水平。Huang 等^[29]提出术语等效循环应力比 (ESR) 描述复杂应力路径的动应力大小, $ESR = \bar{q}/\sigma'_{3c}$, \bar{q} 为土的等效循环应力, 表达式如下:

$$\bar{q} = \frac{1}{T} \int_0^T |q(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma_v - \sigma_\theta}{2} \right)^2} dt, \quad (1)$$

式中, T 为动荷载周期, $|q(t)|$ 为应力路径上任意一点与原点的距离。因此, \bar{q} 的物理含义为循环荷载的平均强度, 即土单元最大剪应力的平均值。

对于椭圆应力路径,

$$\left. \begin{aligned} q(t) &= \sqrt{\left[\tau_d \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right]^2 + \left[\frac{\sigma_d}{2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \right]^2}, \\ \bar{q} &= \frac{1}{T} \int_0^T |q(t)| dt = (0.64 \sim 1) q_{cyc}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, τ_d 为剪应力幅值, σ_d 为轴应力幅值。对于无法直接积分获得 \bar{q} 的椭圆应力路径, 可通过数值积分方法求解。

3.2 复杂应力路径下体应变的规准化方法

图 9 为各工况下体应变比 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 N 的关系曲线。由图可知, 当 D_r 相同时, 各复杂应力路径下试样的 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 随 N 的增加分布在较窄的范围内, 这表明, 应力路径对 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 的影响较小, 因此, 可仅考虑 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 N 的变化关系, 即 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 可以简单合理地表示为 N 的对数函数:

$$f(N) = (\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15} = C_2 \ln(C_1 N + 1), \quad (3)$$

式中, C_1 和 C_2 为拟合参数。

将 Tokimatsu 等^[28]等给出的一系列具有不同 D_r 的纯砂体应变比包络线也绘制于图 7。结合文献[28]可知, 即使本试验所用南京细砂与 Tokimatsu 等^[28]试验所用的砂的矿物成分, 试验中的初始有效固结应力和应力路径均有较大差异, 但试验结果具有较好的一致性。因此, 这说明采用 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 对双向耦合剪切下饱和砂土体应变增长曲线进行规准化是适宜的。

图 10 为各 D_r 试样 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 ESR 的关系。由图 10 可知, 当 D_r 确定时, 无论应力路径是否相同, 具有不同 ESR 的饱和砂土的 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 分布于一条窄带内, 且 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 随 ESR 的增加呈线性增加, 且具有强相关

性。这表明, ESR 可以作为合理描述含应力主轴旋转复杂应力路径的特征参数。同一 D_r 下, 采用 ESR 能够较为理想地描述不同应力路径下的体应变:

$$(\varepsilon_{vd,ir})_{15} = C_3(ESR - ESR_t) \quad (4)$$

式中, C_3 和 ESR_t 为模型参数。

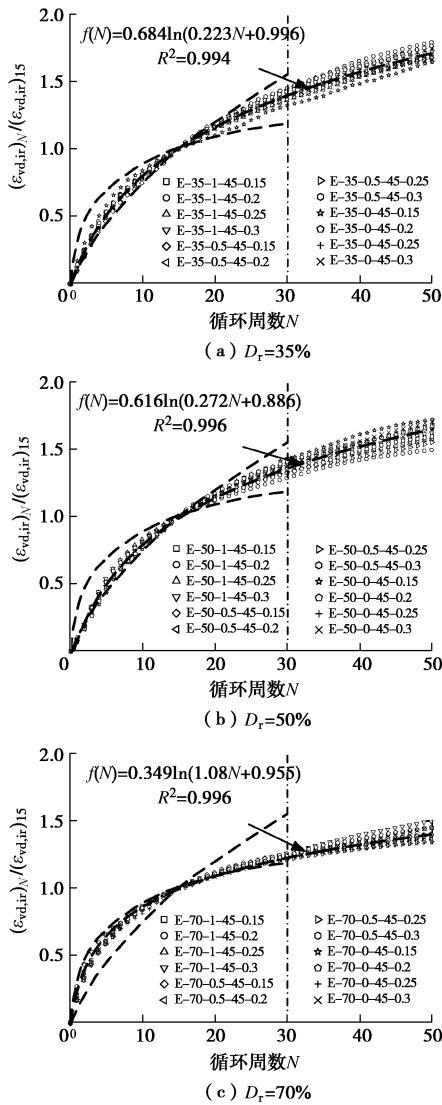


图 9 体应变比与循环周数的变化关系拟合

Fig. 9 Correlation between volumetric strain ratio and N from all tests

由图 10 可知, 饱和南京细砂存在明显的体积门槛循环应力比 ESR_t , 当 ESR 小于 ESR_t 时, 体应变不发展, 超过该值时, 体应变随 ESR 的增长而迅速发展。不排水条件下的孔压比与排水条件下的体应变具有相同的物理基础, 因此, ESR_t 对于理解和解决由于地震荷载、海洋波浪荷载以及打桩振动等循环荷载作用而引发土动力学问题具有重要意义。Ivsic^[30]和 Park 等^[31]建议可通过门槛剪应变来确定对应的门槛循环应力比, 对于南京细砂的门槛剪应变取值范围: $\gamma_{tv} = 0.014\% \sim 0.023\%$, 对应的 $ESR_t = 0.05 \sim 0.06$ 。联立式

(3), (4) 可得

$$(\varepsilon_{vd,ir})_N = C_3 \cdot C_2 \ln[C_1 N + 1] \cdot \lambda \quad (5)$$

对式 (5) 中的 N 求导后可得参数化体应变增量表达式:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd,ir}}{\lambda} = C_1 C_2 C_3 \cdot \exp\left(-\frac{1}{C_2 C_3} \frac{\varepsilon_{vd,ir}}{\lambda}\right) \quad (6)$$

令 $k_1 = C_1 C_2 C_3$, $k_2 = 1/(C_2 C_3)$, 则

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd,ir}}{\lambda} = k_1 \cdot \exp\left(-k_2 \frac{\varepsilon_{vd,ir}}{\lambda}\right) \quad (7)$$

其中,

$$\lambda = ESR - ESR_t \quad (8)$$

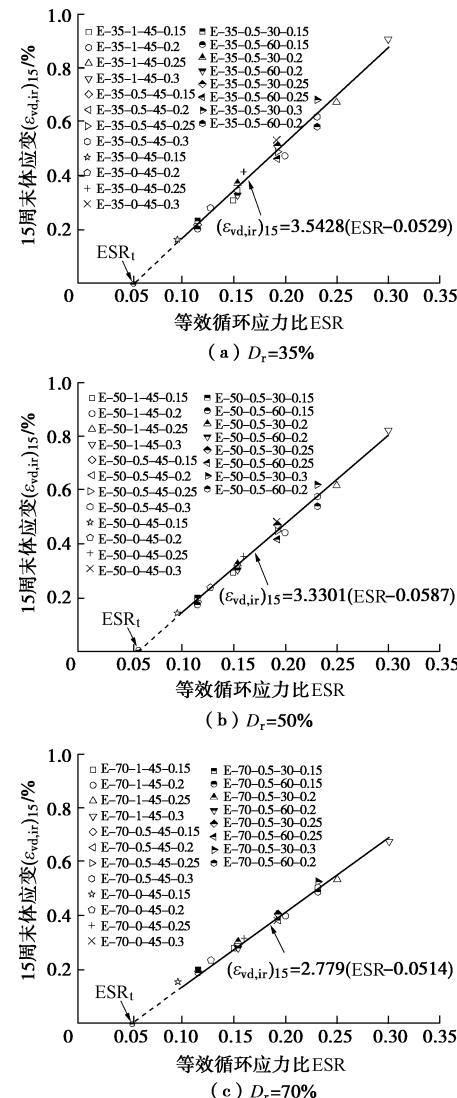


图 10 第 15 循环周末体应变与等效循环应力比关系曲线

Fig. 10 Correlation between volumetric strain at 15th cycle and ESR from all tests

模型参数仅 k_1 和 k_2 需要确定。由分析可知, k_1 和 k_2 与 D_r 密切相关, 为更加精确地获得 k_1 和 k_2 与 D_r 的关系, 对 $D_r = 60\%$ 的饱和南京细砂补充了 3 个试验, 具体试验工况如表 2。图 11 给出了 k_1 和 k_2 与 D_r 的关

系曲线。如图所示, k_1 和 k_2 都随 D_r 的增加而迅速增大, 且 k_1 和 k_2 的增加速率也随 D_r 的增加而增大, 但两者的变化速率有所差异, 对于试验采用的南京细砂, k_1 和 k_2 可表示为 D_r 幂函数形式:

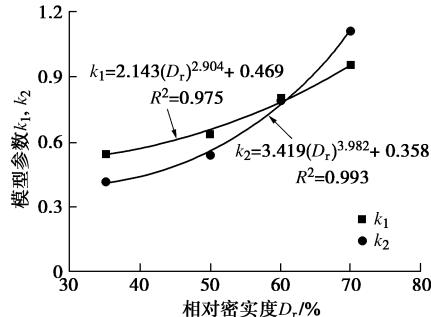
$$k_1 = 2.143(D_r)^{2.904} + 0.469 \quad (R^2 = 0.975), \quad (9)$$

$$k_2 = 3.419(D_r)^{3.982} + 0.358 \quad (R^2 = 0.993). \quad (10)$$

表 2 补充试验工况

Table 2 Cases of supplementary tests

试样编号	$D_r/%$	a/b	$\beta/(^\circ)$	CSR
E-60-0.0-45-0.20	60	1.0	45	0.15
E-60-0.5-45-0.20	60	1.0	45	0.20
E-60-1.0-45-0.20	60	1.0	45	0.25

图 11 模型参数 k_1 和 k_2 与 D_r 的关系Fig. 11 Relationships between D_r and model parameters k_1 , k_2

3.3 模型的验证

Martin 等^[32]基于干砂的常幅循环直剪试验, 建立了剪应变幅值相关的体应变增量模型, 由于数学形式非常简单, 该模型在数值计算中已被广泛应用。Byrne^[33]将 Martin 等^[32]采用多项式给出的体应变增量表达式改为指数函数形式, 该模型仅有两个参数且物理意义也更明确, 广泛用于有效应力动力分析法^[34-36]:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd}}{\gamma} = C_1 \cdot \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_{vd}}{\gamma}\right) \quad (11)$$

赵丁凤等^[37]基于 Byrne 体应变增量模型, 利用应变控制的排水/不排水分级和单级加载循环三轴试验结果建立了适用于南京细砂的修正 Byrne 体应变增量模型, 并验证了修正 Byrne 体应变增量模型对于南京细砂的适用性, 该模型具体如下:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd}}{\gamma^*} = C_1 \cdot \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_{vd}}{\gamma^*}\right), \quad (12)$$

$$\gamma^* = (\gamma - 0.02)^{C_3}, \quad (13)$$

$$C_1 = 7.05(D_r)^{-0.5}, \quad (14)$$

$$C_2 = 0.15/C_1, \quad (15)$$

$$C_3 = 0.125. \quad (16)$$

现分别利用修正 Byrne 体应变增量模型以及笔者提出的体应变增量模型对复杂循环荷载作用下 $D_r = 60\%$ 的南京细砂体应变增长规律进行预测, 其结果如图 12 所示。由图 12 可知, 采用修正 Byrne 模型的体

应变预测结果小于试验结果, 而笔者建立的模型预测结果与试验数据均吻合较好。这是由于修正 Byrne 模型由直剪试验的数据建立, 难以反映轴向应力幅值与剪应力幅值的耦合变化引起土单元的体应变发展规律。

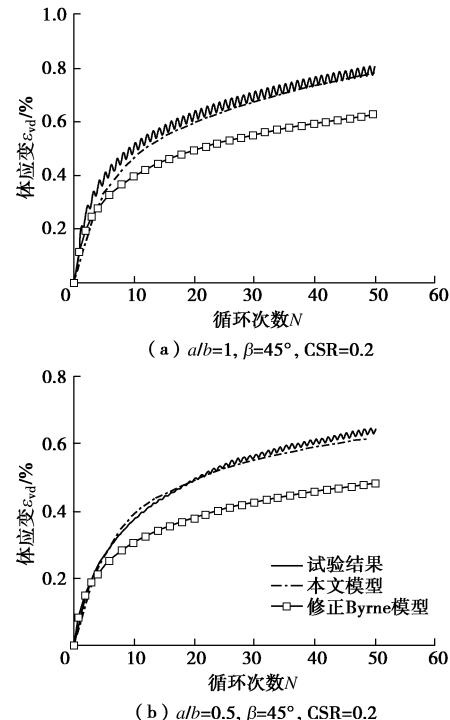


图 12 不同体应变模型预测值与实测值的对比

Fig. 12 Comparison between measured and predicted volumetric strains based on different models

4 结 论

利用 HCA 动态试验系统开展了一系列双向耦合剪切条件下饱和砂土的排水循环加载试验, 研究了复杂应力路径下饱和砂土的剪胀特性, 并建立了体应变发展曲线的规范化方法, 得到以下 3 点结论。

(1) 饱和砂土的剪胀与动应力路径密切相关。双向耦合剪切试验中, 土体表现出塑性应变增量主轴与应力主轴非共轴。CSR 和椭圆短长轴比 a/b 对饱和砂土的体应变发展影响显著, 而倾角 β 对 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 没有明显的影响, 当 CSR 小于某一值后, $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 β 几乎无关。

(2) 无论应力路径和 D_r 是否相同, 饱和砂土的累积体应变 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 均随 ESR 的增大而增大, 且 $(\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 与 ESR 都呈较好的线性函数关系, 这说明 ESR 是一个可以合理表征双向耦合循环剪切荷载作用下土单元动应力大小的指标。

(3) 以体应变比 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 曲线对双向耦合剪切下饱和砂土体应变增长曲线进行规范化是适宜

的,对于不同相对密度的饱和砂土在不同应力路径下的 $(\varepsilon_{vd,ir})_N / (\varepsilon_{vd,ir})_{15}$ 均可表示为循环周数N的对数函数。

参考文献:

- [1] ISHIHARA K, TOWHATA I. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. *Soils and Foundations*, 1983, **23**(4): 11 - 26.
- [2] 王忠涛, 刘鹏, 杨庆. 非标准椭圆形应力路径下饱和松砂动强度的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(6): 1133 - 1139. (WANG Zhong-tao, LIU Peng, YANG Qing. Dynamic strength of saturated loose sand under nonstandard elliptical stress path[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(6): 1133 - 1139. (in Chinese))
- [3] 周晓智, 陈育民, 刘汉龙. 驻波作用下有限厚度海床动应力路径特性研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(5): 890 - 899. (ZHOU Xiao-zhi, CHEN Yu-min, LIU Han-long. Study on characteristic of dynamic stress path of finite thickness seabed under standing waves[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(5): 890 - 899. (in Chinese))
- [4] 黄博, 凌道盛, 丁浩, 等. 斜入射地震波在土体中产生的动应力路径及试验模拟[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 276 - 283. (HUANG Bo, LING Dao-sheng, DING Hao, et al. Seismic stress path induced by obliquely incident waves and its simulation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(2): 276 - 283. (in Chinese))
- [5] SYMES M, GENS A, HIGHT D W. Undrained anisotropy and principal stress rotation in saturated sand[J]. *Géotechnique*, 1984, **34**(1): 11 - 27.
- [6] 王洪瑾, 沈瑞福, 马奇国. 双向振动下土的动强度[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1996, **36**(4): 93 - 98. (WANG Hong-jin, SHEN Rui-fu, MA Qi-guo. Dynamic strength of soil under multi-direction loading[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 1996, **36**(4): 93 - 98. (in Chinese))
- [7] NAKATA Y, HYODO M, MURATA H, ET AL. Flow deformation of sands subjected to principal stress rotation[J]. *Soils and Foundations*, 1998, **38**(2): 115 - 128.
- [8] YANG Z X, LI X S, YANG J. Undrained anisotropy and rotational shear in granular soil[J]. *Géotechnique*, 2007, **57**(4): 371 - 384.
- [9] 栾茂田, 金丹, 张振东, 等. 饱和松砂的双向耦合剪切特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(3): 319 - 325. (LUAN Mao-tian, JIN Dan, ZHANG Zhen-dong, et al. Liquefaction of sand under bi-directional cyclic loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(3): 319 - 325. (in Chinese))
- [10] 李男, 黄博, 凌道盛, 等. 斜椭圆应力路径下饱和松砂动力特性试验研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(1): 156 - 162. (LI Nan, HUANG Bo, LIN Dao-sheng, et al. Experimental research on behaviors of saturated loose sand subjected to oblique ellipse stress path[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, **36**(1): 156 - 162. (in Chinese))
- [11] 许成顺, 高英, 杜修力, 等. 双向耦合剪切条件下饱和砂土动强度特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(12): 2335 - 2340. (XU Cheng-shun, GAO Ying, DU Xiu-li, et al. Dynamic strength of saturated sand under bi-directional cyclic loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(12): 2335 - 2340. (in Chinese))
- [12] PAN H, CHEN G X, SUN T, ET AL. Characteristics of excess pore water pressure of Nanjing saturated fine sand under the interaction of wave and earthquake loading[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2012, **30**(1): 32 - 51.
- [13] SYMES M J, GENS A, HIGHT D W. Drained principal stress rotation in saturated sand[J]. *Géotechnique*, 1988, **38**(1): 59 - 81.
- [14] MIURA K, MIURA S, TOKI S. Deformation behavior of anisotropic dense sand under principal stress axes rotation[J]. *Soils and Foundations*, 1986, **26**(1): 36 - 52.
- [15] GUTIERREZ M, ISHIHARA K, TOWHATA I. Flow theory for sand during rotation of principal stress direction[J]. *Soils and Foundations*, 1991, **31**(4): 121 - 132.
- [16] 蔡燕燕, 俞缙, 余海岁, 等. 考虑主应力轴旋转的砂土变形特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(2): 417 - 424. (CAI Yan-yan, YU Jin, YU Hai-sui, et al. Experimental study of deformation behavior of sand under rotation of principal stress axes[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, **32**(2): 417 - 424. (in Chinese))
- [17] XIONG H, GUO L, CAI Y, ET AL. Experimental study of drained anisotropy of granular soils involving rotation of principal stress direction[J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2016, **20**(4): 431 - 454.
- [18] 童朝霞, 张建民, 于艺林, 等. 中主应力系数对应力主轴循环旋转条件下砂土变形特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(6): 946 - 952. (TONG Zhao-xia, ZHANG Jian-min, YU Yi-min, et al. Effects of intermediate principal stress parameter on deformation behavior of under cyclic rotation of

- principal stress axes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(6): 946 - 952. (in Chinese))
- [19] 张建民. 砂土动力学若干基本理论探究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 1-50. (ZHANG Jian-min. New advances in basic theories of sand dynamics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 1 - 50. (in Chinese))
- [20] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(1): 12-17. (ZHANG Jian-min. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(1): 12 - 17. (in Chinese))
- [21] ZIENKIEWICZ O C, CHANG C T, BETTESS P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behavior assumptions in soils[J]. Géotechnique, 1980, **30**(4): 385 - 395.
- [22] CHEN G X, ZHOU Z L, PAN H, et al. The influence of undrained cyclic loading patterns and consolidation states on the deformation features of saturated fine sand over a wide strain range[J]. Engineering Geology, 2016, **204**: 77 - 93.
- [23] 黄博, 丁浩, 陈云敏. GDS 空心圆柱仪动力试验能力探讨[J]. 岩土力学, 2010, **31**(2): 314 - 320. (HUANG Bo, DING Hao, CHEN Yun-min. Preliminary study of dynamic testing performance of hollow cylinder apparatus[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(2): 314 - 320. (in Chinese))
- [24] 谢定义, 张建民. 周期荷载下饱和砂土瞬态孔隙水压力的变化机理与计算模型[J]. 土木工程学报, 1990, **23**(2): 51 - 60. (XIE Ding-yi, ZHANG Jian-min. Research on transient change mechanism of pore water pressure in saturated sand under cyclic loading[J]. China Civil Engineering Journal, 1990, **23**(2): 51 - 60. (in Chinese))
- [25] DUKU P M, STEWART J P, WHANG D H, et al. Volumetric strains of clean sands subject to cyclic loads[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, **134**(8): 1073 - 1085.
- [26] WICHTMANN T, NIEMUNIS A, TRIANTAFYLLOIDIS T. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: drained triaxial tests[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005, **25**(12): 967 - 979.
- [27] YEE E, DUKU P M, STEWART J P. Cyclic volumetric strain behavior of sands with fines of low plasticity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, **140**(4): 04013042.
- [28] TOKIMATSU K, SEED H B. Evaluation of settlements in sands due to earthquake shaking[J]. Journal of the Geotechnical Engineering, 1987, **113**(8): 861 - 878.
- [29] HUANG B, CHEN X Y, ZHAO Y. A new index for evaluating liquefaction resistance of soil under combined cyclic shear stresses[J]. Engineering Geology, 2015, **199**: 125 - 139.
- [30] IVSIC T. A model for presentation of seismic pore water pressures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, **26**: 191 - 199.
- [31] PARK T, PARK D, AHN J K. Pore pressure model based on accumulated stress[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015, **13**: 1913 - 1926.
- [32] MARTIN G R, FINN W D L, SEED H B. Fundamentals of liquefaction under cyclic loading[J]. Journal of the Geotechnical Engineering, 1975, **101**(5): 423 - 438.
- [33] BYRNE P M. A cyclic shear-volume coupling and pore pressure model for sand[C]//Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Missouri, USA, 1991: 47 - 55.
- [34] AZADI M, MIR MOHAMMAD HOSSEINI S M. Analyses of the effect of seismic behavior of shallow tunnels in liquefiable grounds[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2010, **25**(5): 543 - 552.
- [35] 龙慧, 陈国兴, 庄海洋. 可液化地基上地铁车站结构地震反应特征有效应力分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(6): 1731 - 1737. (LONG Hui, CHEN Guo-xing, ZHUANG Hai-yang. Effective stress analysis of seismic response characteristics of metro station structure in liquefiable foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(6): 1731 - 1737. (in Chinese))
- [36] ZHAO K, XIONG H, CHEN G, et al. Cyclic characterization of wave-induced oscillatory and residual response of liquefiable seabed[J]. Engineering Geology, 2017, **227**(21): 32 - 42.
- [37] 赵丁凤, 梁珂, 陈国兴, 等. 剪切-体积应变耦合的孔压增量模型试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(5): 1832 - 1840. (ZHAO Ding-feng, LIANG Ke, CHEN Guo-xing, et al. Experimental investigation on a new incremental excess pore pressure model characterized by cyclic shear-volume coupling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(5): 1832 - 1840. (in Chinese))