

DOI: 10.11779/CJGE201907004

# 强夯的物质点法模拟及其能量转化规律分析

张芮瑜, 孙玉进, 宋二祥\*

(清华大学土木工程系土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 提出大应力范围内的密度相关土体本构模型, 适用于分析强夯等作用下的土体变形问题。对刚柔接触算法进行了修正, 用物质点法结合提出的本构模型模拟了强夯过程。与其他数值模拟将荷载假设为三角形应力波作为输入荷载不同, 通过输入夯锤与土体的碰撞速度实现加载。模拟结果与承德机场 4 标段某处试验数据进行了对照, 吻合较好。提出强夯过程中的能量转化率的概念, 对能量转化的规律进行了研究, 为研究强夯问题提供了新视角。模拟分析表明, 能量转化率的提高不总意味着每击夯沉量的提高, 因为能量在较大范围的扩散可能导致高能量转化率下的低夯沉量; 剪切变形过程中吸收较多的塑性应变能, 可能会使体积压缩变形吸收的塑性应变能向局部集中。通过数值模拟还发现, 重锤低落时的能量转化率高于轻锤高落, 一般可产生更大的夯沉量。

**关键词:** 强夯; 密度相关土体本构模型; 物质点法; 能量转化率; 塑性应变能

中图分类号: TU472 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)07-1208-07

作者简介: 张芮瑜(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事岩土数值计算的研究工作。E-mail: zrylltsinghua@163.com。

## Simulation of dynamic compaction using material point method and analysis of its energy conversion law

ZHANG Rui-yu, SUN Yu-jin, SONG Er-xiang

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** A density-dependent soil constitutive model for large stress range is proposed for the analysis of large deformation of soil subjected to high stresses under dynamic compaction. A rigid-flexible contact algorithm is further developed and the material point method combined with the proposed constitutive model is used to simulate the dynamic compaction process. In contrast to some previous numerical simulations, in which the input load is assumed to be a triangular stress wave, the loading procedure here is achieved by controlling the collision speed between the hammer and the soil. The computed results are in good agreement with the experimental data on the construction site of Chengde Airport. A new concept, the “energy conversion rate” in the process of dynamic compaction, is introduced, and the laws of energy conversion are studied, which provides a new perspective on the study of dynamic compaction. The numerical simulations indicate that an increase in the energy conversion rate does not necessarily mean an increase of the crater depth per impact, since the distribution of energy in a larger domain may result in a lower crater depth under a high energy conversion rate. A greater shear plastic strain energy absorbtion may contribute to a local concentration of the absorbed plastic strain energy in volume compression of soil. It is also found that the energy conversion rate under low drop of a heavy hammer is higher than that under high drop of a light hammer, and consequently produces in general a larger crater depth.

**Key words:** dynamic compaction; density-dependent soil constitutive model; material point method; energy conversion rate; plastic strain energy

## 0 引言

强夯是一种高效经济的地基处理方法, 利用夯锤自由下落后的动能在土体中产生较大冲击波和较高的动应力以提高土体的密实程度, 从而提高其强度、降低其压缩性, 对于黄土或填土可同时降低其湿陷性, 对可液化土可提升其抗液化能力等。密实程度的提高, 也有助于减小高填方地基的工后变形。强夯的基本思

想源自古老的夯击法, 作为一种现代地基处理技术, 它的形成和应用始于 Menard 等<sup>[1-2]</sup>。之后该法被世界工程界广泛关注和应用, 其加固机理和效果的研究也受到高度重视。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2014CB047003)

收稿日期: 2018-09-20

\*通讯作者(E-mail: songex@tsinghua.edu.cn)

目前对强夯的研究主要通过试验与数值模拟。而强夯的数值模拟大多采用有限元方法<sup>[3-15]</sup>, 也有少数研究者如 Ebrahimian 等<sup>[16]</sup>采用了光滑粒子流体动力学方法 (smoothed particle hydro-dynamics, SPH), Pasdarpour 等<sup>[17]</sup>采用了模糊理论和基因算法, 贾敏才等<sup>[18]</sup>采用了离散元法。

本文采用较新的数值方法物质点法 (material point method, MPM)<sup>[19]</sup>, 改进了刚柔接触算法对强夯过程进行模拟, 与承德机场 4 标段某处强夯现场数据进行了对比。物质点法最先由 Sulsky 等<sup>[20]</sup>在 Harlow<sup>[21]</sup>、Dawson<sup>[22]</sup>、Brackbill 等<sup>[23]</sup>研究工作的基础上提出。它综合了拉格朗日方法和欧拉方法的优势, 易于追踪材料界面、物质边界, 记录变形历史, 又无网格畸变问题, 在模拟大变形问题方面, 有较高的计算精度和效率。经过不断发展, 产生了很多关于 MPM 的改进算法如 GIMP<sup>[24]</sup>和 DDMP<sup>[25]</sup>等。Solowski 等<sup>[26]</sup>曾采用 GIMP 方法对强夯置换过程进行过粗略的模拟。本文采用 DDMP 方法并结合适宜的本构和接触算法来进行强夯过程的模拟。

强夯模拟或理论分析过程中, 一些学者将土体视为弹性体, 如钱家欢<sup>[5]</sup>、王钟琦等<sup>[27-28]</sup>、孔令伟等<sup>[29]</sup>; 或视为黏弹性体, 如 Chow 等<sup>[3-4]</sup>。还有学者, 如 Pan 等<sup>[8]</sup>、Ebrahimian<sup>[16]</sup>、姚仰平等<sup>[14]</sup>, 则采用了较为简单的弹塑性模型如莫尔库伦模型。本文建立了适宜于描述土体在大应力水平下的密度相关弹塑性本构模型, 适于分析诸如强夯作用下的土体变形问题。

对于强夯加固效果, 有输入能量相同的情况下, 是重锤低落还是轻锤高落更有效, 一直是工程中关心的问题, 一些学者通过数值模拟基于夯沉量的表现对此问题进行分析, 如杨建国等<sup>[9]</sup>、姚仰平<sup>[14]</sup>, 但关于有关机理的研究还较少。本文分析了强夯过程中土体所吸收塑性应变能的变化规律, 从能量转化的角度尝试阐述其中的作用机理。

## 1 物质点法刚柔接触算法修正

物质点法采用拉格朗日与欧拉双重描述, 把连续体离散成质点, 质点携带所有物质信息如质量、位移、动量、能量等, 用来表征材料区域的运动变形状态, 规则的欧拉背景网格用于动量方程求解与空间导数计算, 插值函数用来完成质点和欧拉背景网格间的信息交互。每一时间步中, 物质点与背景网格固连, 物质信息从质点映射到网格结点, 在网格结点上建立动量方程并求解, 其后再映射回物质点, 网格结点上物质信息置零。该方法无需处理对流项且避免了网格畸变, 适于处理材料大变形问题。Zhang 等<sup>[25]</sup>将标准物质点

法的形函数梯度和 FLIP 里基于背景网格结点的形函数梯度加权平均建立了一种新的形函数梯度的计算方法, 以降低质点穿越背景网格时引起的数值振荡, 称为双域物质点法 (DDMP)。本文采用此物质点法, 在更新应力时使用 MUSL (modified update stress last)<sup>[30]</sup> 格式。物质点法的控制方程、数值过程及具体程序实现可见文献[25, 31~33]。

夯锤撞击土体后, 并非与土体绑定, 其局部可与土体脱离。为较真实地模拟实际情况, 需采用适宜的接触处理技术。目前常用的接触算法为 Bardenhagen 接触算法<sup>[24]</sup>。其做法是每一时间步求出相互接触物体间的相互作用力, 然后据此修正互相接触的物体在接触区域内的背景网格结点速度。但对于很多土工接触问题, 结构体与土体之间刚度差异巨大, Bardenhagen 接触算法处理这种接触问题时不是很理想。

当结构相对于土体刚度很大时, 可以将结构近似视为刚体。黄鹏<sup>[34]</sup>针对刚柔接触问题提出了一种刚柔接触算法解决恒速运动的刚体与变形体的接触问题, 其原理为: 先不考虑接触, 只对变形体进行时间积分以得到其背景网格结点试速度; 再判断该节点试速度是否满足接触条件, 如不满足则该试速度为真实解; 如满足接触条件, 则进一步计算接触力, 通过接触力修正变形体的背景网格结点试速度, 使其满足非穿透条件。因该方法假设刚体速度为事先给定的常数, 与实际有一定差异。为此, 本文对以上刚柔接触算法进行了修正。接触判断前将两物体信息映射到各自背景网格上并独立求解运动方程, 之后判断接触情况, 统计柔性体  $B$  发生接触的背景网格结点总质量与总动量, 将其视为一个等效质点与刚体  $A$  碰撞, 碰撞后一起运动, 以此确定每个时间步初始时刚体  $A$  对应的各背景网格结点的速度。根据动量守恒, 修正后刚体  $A$  的速度为

$$v_i^{A,n+1/2} = \frac{m^{A,n} v_i^{A,n-1/2} + m^{B,n} v_i^{B,n-1/2}}{m^{A,n} + m^{B,n}} \quad (1)$$

然后再按黄鹏<sup>[34]</sup>所述算法修正柔性体  $B$  中发生接触的结点的速度。这里允许夯锤局部与土体脱离, 但当两者保持接触时忽略它们之间的相对滑移。根据 Wang 等<sup>[28]</sup>的现场观测, 夯锤与土体在接触面上的相对滑移很小, 上述假设是近似可行的。

为了克服数值振荡并加快计算收敛, 本文采用局部非黏性阻尼<sup>[35]</sup>和运动阻尼<sup>[36]</sup>。

## 2 密度相关土体本构模型

为刻画强夯作用下的变形特性, 孙玉进<sup>[31]</sup>提出一种基于经典弹塑性理论的密度相关土体本构模型, 以

较好描述大应力水平下的土体变形。

Bauer<sup>[37]</sup>通过大量试验发现, 颗粒材料在大应力范围内的初始压缩中其孔隙比和压力的关系可表示为

$$e = e_0 \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \quad (2)$$

式中  $e_0$  为压力为 0 时的孔隙比;  $h_s$  称为颗粒硬度, 是反映土颗粒骨架特性的一个参数;  $n$  为与土体性质相关的常数。该关系在  $\ln e - p^n$  平面内是一条直线, 其表达式可写为

$$\ln e = \ln e_0 - \lambda_s p^n \quad (3)$$

参照回弹再压缩曲线与原始压缩曲线的关系, 可假设卸载再加载曲线在  $\ln e - p^n$  平面也为直线, 表达式为

$$\ln e = \ln e_\kappa - \kappa_s p^n \quad (4)$$

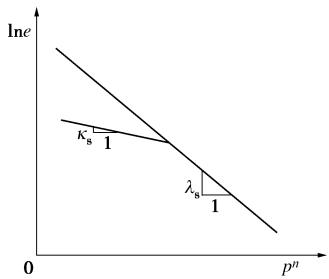


图 1  $\ln e - p^n$  平面内土体压缩—回弹曲线

Fig. 1 Compression and rebound curves of soil in  $\ln e - p^n$  plane

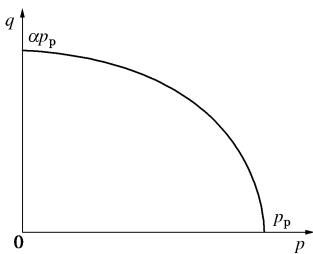


图 2 帽盖屈服面

Fig. 2 Cap yield surface

进而可得弹性体积模量为

$$K = \frac{1}{n\kappa_s} \frac{1+e}{e} p^{1-n} \quad (5)$$

对黏性土, 式 (5) 修正为<sup>[31]</sup>

$$K = \frac{1}{n\kappa_s} \frac{1+e}{e} (p + c \cot \varphi)^{1-n} \quad (6)$$

相应地, 剪切模量为

$$G = \frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \quad (7)$$

塑性体积模量为

$$K_p = \frac{1}{n(\lambda_s - \kappa_s)} \frac{1+e}{e} (p + c \cot \varphi)^{1-n} \quad (8)$$

弹塑性体积压缩模量为

$$K_{ep} = \frac{1}{n\lambda_s} \frac{1+e}{e} (p + c \cot \varphi)^{1-n} \quad (9)$$

这里定义  $m = 1 - n$  为刚度压力相关指数。

弹性体积模量与弹塑性体积模量的关系为

$$K = k_{ul} K_{ep} \quad (10)$$

式中,  $k_{ul}$  为卸载模量与加载模量比, 即图 1 中两直线斜率的比值  $\lambda_s / \kappa_s$ 。同样有塑性模量与弹塑性模量的关系为

$$K_p = \frac{k_{ul}}{k_{ul} - 1} K_{ep} \quad (11)$$

土体的本构模型考虑土体的剪切破坏和帽盖屈服。考虑土体剪切破坏的强度准则采用 MC 准则, 相应的塑性变形采用非关联流动法则, 其塑性势面为

$$g = \sigma_1 (1 - \sin \psi) - \sigma_3 (1 + \sin \psi) \quad (12)$$

式中,  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$  分别是最大和最小主应力,  $\psi$  为剪胀角。

帽盖屈服相应的塑性变形采用相关联流动法则, 屈服面为椭圆<sup>[38]</sup>:

$$f = \frac{q^2}{M^2} + p^2 - p_p^2 = 0 \quad (13)$$

相应的塑性势面为

$$g = \frac{q^2}{M^2} + p^2 \quad (14)$$

式中,  $p_p$  为硬化参数, 其物理意义为土体等向压缩先期固结压力。 $q$  为广义修正剪应力<sup>[38]</sup>

$$q = \sigma_1 - (1 - \delta) \sigma_2 - \delta \sigma_3 \quad (15)$$

$$\delta = \frac{3 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (16)$$

此外, 正常固结侧压力系数取  $K_0^{nc} = 1 - \sin \varphi$ , 用以生成土体中的水平向初始应力场。

以上提出的土体本构模型的土体刚度与土体密度及平均应力相关, 因此本文称之为密度相关土体本构模型 (density dependent soil model, DDSM)。此模型使用时需标定 8 个参数: 初始孔隙比  $e_0$ , 颗粒硬度  $h_s$ , 刚度压力相关指数  $m$ , 卸载模量与加载模量比  $k_{ul}$ , 泊松比  $\nu$ , 为黏聚力  $c$ , 内摩擦角  $\varphi$ , 剪胀角  $\psi$ 。

### 3 现场试验的数值模拟及分析

#### 3.1 现场试验

本文采用物质点法模拟的强夯算例参照承德机场 4 标段某处强夯现场试验。该处填方区每 1 m 厚度分层填筑, 并用推土机排压, 刷除 0.8 m 粒径以上的大石块。试验填料是碎石料, 以安山岩、砂砾岩为主, 新鲜基岩饱和抗压强度大于 30 MPa。填筑完成后在此试验段进行多点强夯试验, 夯点布置见图 3。试验先在 #0 夯点夯击, 夯锤底面直径为 2.25 m, 质量为 20 t,

落距为 6.0 m, 夯击能 1200 kN·m。

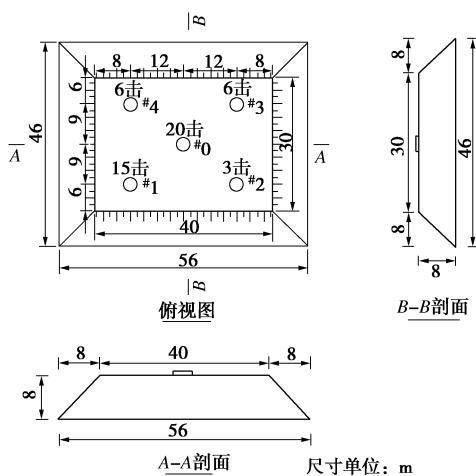


图 3 强夯方案设计图

Fig. 3 Dynamic compaction project design

本文仅对试验中心#0 夯点做数值模拟, 因试验结果在第 10 击时因大颗粒破碎致夯沉量突然变大, 连续介质力学方法难以模拟这样的颗粒破碎问题, 因此这里仅对前 9 击结果整理分析。试验给出的单击夯沉量见图 4, 整体上单击夯沉量随夯击次数增加而减小, 但第 5 击夯沉量突增, 可能是因为第 5 击较多大颗粒破碎致夯沉量突然变大。本文采用的密度相关土体本构模型的两个参数需经夯沉量反分析确定, 需对连续介质力学难以解释的异常数据进行修正, 故将第 4 击与第 6 击夯沉量的平均值取作第 5 击夯沉量, 所得修正的累积夯沉量见图 5。

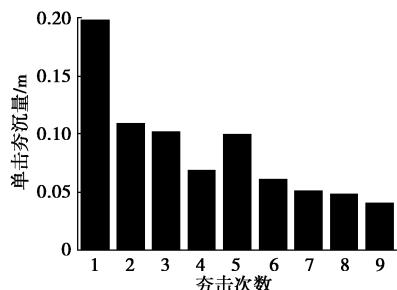


图 4 强夯试验单击夯沉量

Fig. 4 Crater depth of every strike

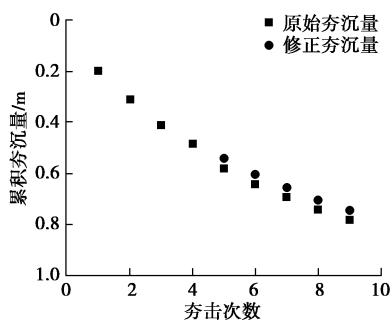


图 5 强夯试验累积夯沉量

Fig. 5 Cumulative crater depth

### 3.2 数值模拟

本文仅模拟#0 夯点, 该点位于试验段中心, 受填筑边界的影响小, 且具有对称性, 取以该点为中心的中间的矩形区域进行模拟, 为提高计算效率, 采用 1/4 模型, 尺寸见图 6。

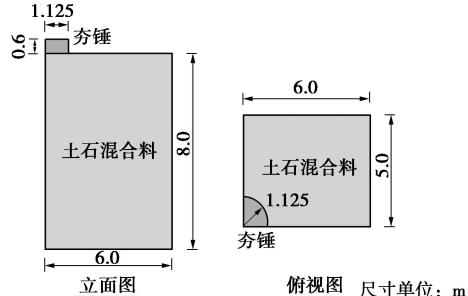


图 6 强夯数值模型剖面

Fig. 6 Profiles of numerical model

所采用物质点法离散模型计算单元尺寸为 0.2 m × 0.2 m × 0.2 m。夯锤附近土体变形大的区域物质点加密, 距夯锤中心 2 m 的范围内单元内物质点间距 0.05 m, 其他单元内物质点间距 0.1 m。

采用物质点法刚柔接触算法, 将夯锤视作刚体, 土体则采用前述密度相关土体本构模型, 材料参数见表 1, 其中的土体颗粒硬度  $h_s$  与刚度压力相关指数  $m$  参考 Herle 等<sup>[39]</sup>的一些试验数据并由现场试验所测前两击夯沉量经数值模拟反分析而得, 初始孔隙比  $e_0$  经试验确定, 其他参数由工程经验确定。

表 1 土体材料参数

Table 1 Material parameters of the soil

$e_0$	$h_s$ /MPa	$m$	$k_{ul}$	$\nu$	$c$ /kPa	$\phi$ /(°)	$\psi$ /(°)
0.5	2600	0.7	8.0	0.3	5	35	0

夯击过程中, 体系能量空间上与传播距离平方成反比, 时间上因阻尼影响成指数衰减, 故能量在边界上反射很小, 对计算结果影响较小, 因而本文将底部与四周边界取为对称边界。为节省计算时间, 初始时刻夯锤与土体恰好接触, 每次夯击赋予其初速度 11 m/s, 9 次夯击每次计算 0.3 s, 前 0.2 s 取前述局部非黏性阻尼系数  $\alpha_D = 0.05$  用以克服数值振荡, 后 0.1 s 取  $\alpha_D = 0.8$  并施加运动阻尼以使土体中弹性应变能尽快耗散以达到静止, 计算过程持续 2.7 s, 时间步长因予取 0.2。本文数值模拟采用  $K_0$  法产生初始应力场。

数值模拟的 9 击夯沉量结果与实测结果的对比见图 7。各击夯沉量在前两击反分析所得参数条件下的预测结果与实测结果基本相符, 说明本文模型和数值模拟方法能够较准确反映此强夯过程中土石混合料主要变形特征。土体初始孔隙比为 0.5, 夯击结束后的土体孔隙比见图 8, 夯锤下土体最小孔隙比约为 0.25, 降低了 50%。孔隙比等值线近似呈椭球形, 随着深度

增大, 孔隙比逐渐增大, 水平方向上由于面波影响, 约 2 m 厚的土层孔隙比略有下降。因计算过程中采用拉伸截断, 对拉伸破坏的点不更新材料孔隙比。

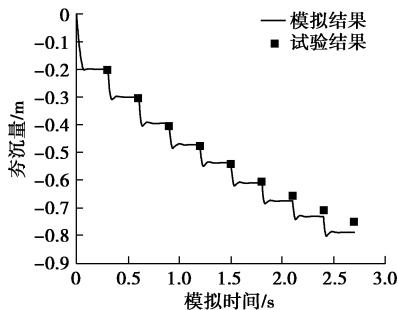


图 7 数值模拟结果与实测夯沉量对比

Fig. 7 Comparison between numerical results and measured crater depths

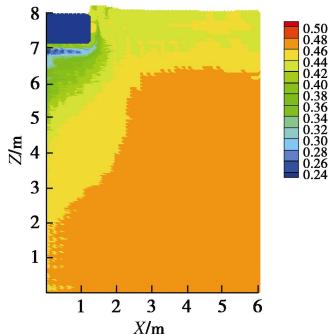


图 8 强夯结束后孔隙比分布

Fig. 8 Distribution of void ratio after dynamic compaction

夯击第 9 击开始后某瞬间竖向动应力云图见图 9, 近似呈梯形向下传递, 与 Mayne 等<sup>[40]</sup>的假设基本相符。但此某瞬时的分布并非最大动应力, 按照贾敏才等<sup>[18]</sup>的研究, 强夯过程中土体中各点的最大动应力并非同时发生, 在深度方向上存在滞后性。

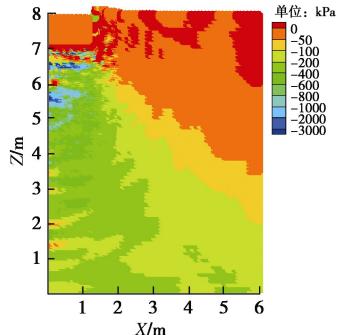


图 9 第 9 击开始后某瞬间竖向动应力分布

Fig. 9 Distribution of vertical dynamic stress at a certain moment after 9th strike

由图 10 可见, 等向压缩先期固结压力的等值线近似呈椭球形, 在深度上呈指数衰减。椭球在夯锤边缘处切线与水平方向的夹角基本为定值, 数值上约为土体内摩擦角  $\varphi$ 。先期固结压力等值线上的土体也同时处于相同帽盖屈服面上, 而当土体应力状态在同一

帽盖屈服面上移动时,  $d\varepsilon_v^p = 0$ , 亦即土体的塑性体应变相等, 强夯过程中土体的体应变可认为基本是塑性体应变, 亦即可认为总的体应变相等。也就是说, 强夯后土体体应变的分布同等向压缩先期固结压力等值线一样, 也是椭球形, 并随深度呈指数衰减, 这与 Poran 等<sup>[41]</sup>、姚仰平等<sup>[14]</sup>的研究结果一致。

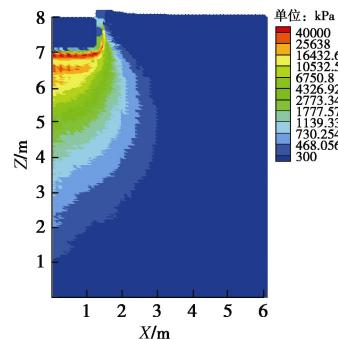
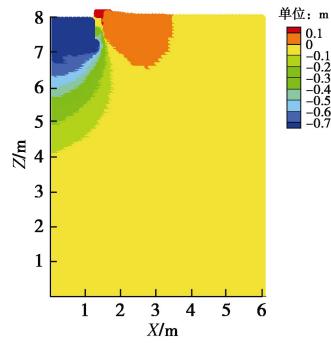


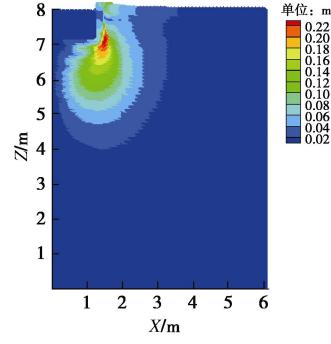
图 10 等向压缩先期固结压力 (压力为正)

Fig. 10 Isotropic compressive preconsolidation pressures

强夯结束后土体竖向及水平位移见图 11。夯锤下三角形区域内土体竖向位移基本相同, 此区域是在夯锤底部形成的刚性核, 整体向下移动。夯锤侧面三角形区域内土体则发生了向上隆起。因摩擦作用的存在, 夯锤底部水平位移为 0; 由于侧向挤压, 夯锤边缘水平位移最大, 约 0.22 m, 远离夯锤方向产生的水平位移逐渐变小。



(a) 竖向位移



(b) 水平位移

图 11 强夯结束后位移云图

Fig. 11 Distribution of displacement after dynamic compaction

对夯锤中心点下方土体考察竖向位移与应变, 见图 12,  $z=8$  m 对应于土体表面。沿深度方向竖向位移

整体衰减很快, 土体表面附近由于形成刚性核, 1 m 深度范围内土体竖向位移的衰减幅度相对小于 1~2 m 深度范围内土体竖向位移的衰减幅度; 竖向应变开始有所增加, 之后和竖向位移几乎同比例衰减, 同样说明在夯锤底部, 由于水平向摩擦力约束等因素, 土体不易膨胀, 其刚度大, 压缩性小, 形成了刚性核; 刚性核之下, 竖向应变和竖向位移几乎同比例衰减, 说明可认为竖向位移和应变为深度的指数函数(只有指数函数导数和其本身同幅变化)。

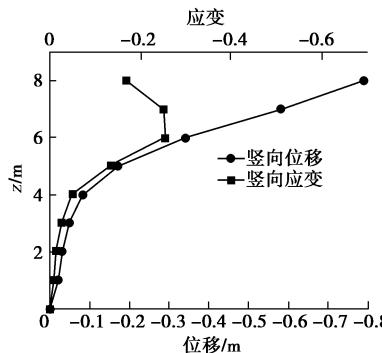


图 12 夯锤中心点下方土体竖向位移与应变

Fig. 12 Vertical displacements and vertical strains of soil under center point of hammer

实际工程应用中, 因夯锤撞击土体作用力极大, 锤底土体颗粒会发生破碎, 部分能量转化为颗粒表面能; 夯锤撞击土体时也会有部分能量转化为热能、声能等, 使土体起压缩作用的能量比夯锤动能要小。因此, 土体吸收的塑性应变能要小于夯击能。另外, 在本文模型中, 剪切变形吸收的塑性应变能对土体压缩未起直接作用, 仅体积压缩变形所吸收的塑性应变能对土体压缩起直接作用, 故本文定义夯击过程中的能量转化率为

$$\eta^{pv} = \frac{E_1^{pv}}{E_h}, \quad (17)$$

$$E_1^{pv} = \iint p d\epsilon_v^p dV. \quad (18)$$

式中  $E_1^{pv}$  为土体体积压缩变形吸收的塑性应变能,  $E_h$  为夯击能。

本文数值模拟给出夯击过程中土体所吸收能量的变化规律。塑性应变能如下计算: 每次夯击下发生的塑性应变增量与相应应力的乘积为塑性应变能密度增量, 将此塑性应变能密度增量在体积域上积分并对夯击次数求和即给出总的塑性应变能。图 13 给出了多击模拟下的能量转化率等能量比率关系。由图 13 可见, 本文定义的能量转化率随着夯击次数的增加在有收敛地提高, 而剪切变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能的比率则随着夯击次数的增加在下降, 相应地, 体积压缩变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能的比率在上升。但是, 能量转化率随夯击次数的增加有收敛

地提升并不意味着每击的夯沉量将随着夯击次数的增加而增大。由累积塑性体应变大于 6% 的局部土体的能量转化率曲线可见, 除前两击外, 局部土体的能量转化率是在减少的。这是因为, 随着夯击次数的增加, 夯锤附近的土体的刚度不断增加, 压缩性减小, 附近土体能吸收的塑性应变能减小, 能量向近锤土体外围和更深处扩散。虽然体积压缩变形吸收的塑性应变能有收敛地增加了, 但因为能量向周围的扩散而并未使每击的夯沉量增大。局部土体前两击的能量转化率虽然在提升, 可能是因为前两击体积压缩变形吸收的塑性应变能主要使局部土体产生竖向塑性应变, 而随后几击侧向塑性应变也更加明显。

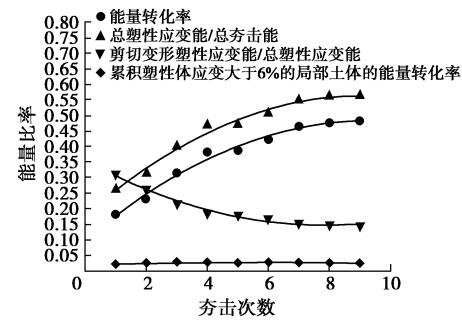


图 13 多击模拟的单击能量比率关系

Fig. 13 Energy ratio relationship for multi-tamping simulation

将夯击次数、锤底面积、夯锤厚度和提锤高度四个参数变化对夯沉量或上述某一能量比率的影响放在一起比较, 见图 14~17。由图 14 可见, 夯锤密度不变时, 夯沉量与夯击次数、夯锤厚度和提锤高度正相关, 与锤底面积轻微正相关。夯沉量和 4 个变量有较好的幂函数关系, 夯沉量和 4 个强夯参数的关系可以拟合为

$$\begin{aligned} u_z &= k_0 n_b^{0.626} A^{0.013} t_h^{0.773} H^{0.456} \\ &= k_1 n_b^{0.626} m^{0.773} A^{-0.760} H^{0.456} \\ &= k_1 n_b^{0.626} (mH^{0.5})^{0.634} (mH)^{0.139} A^{-0.760} \\ &= k_2 n_b^{0.626} P_h^{0.634} E_h^{0.139} A^{-0.760}. \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $n_b$  为夯击次数;  $A$  为夯锤底面积 ( $m^2$ );  $t_h$  为夯锤厚度 (m);  $H$  为提锤高度 (m);  $m$  为夯锤质量 (t);  $k_0$ ,  $k_1$  及  $k_2$  是与上述变量无关的常数。

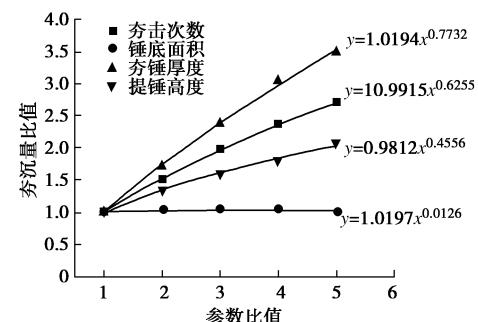


图 14 几个参数对夯沉量的影响

Fig. 14 Effects of several parameters on crater depth

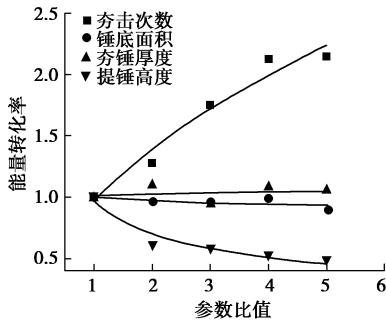


图 15 几个参数对能量转化率的影响

Fig.15 Effects of several parameters on energy conversion ratio

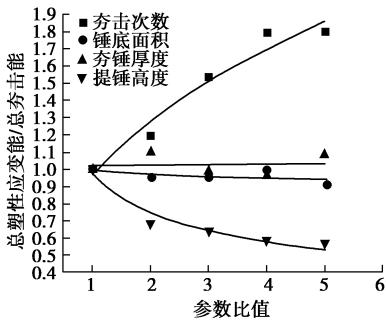


图 16 几个参数对总塑性应变能占总夯击能比率的影响

Fig.16 Effects of several parameters on ratio of total plastic strain energy to total tamping energy

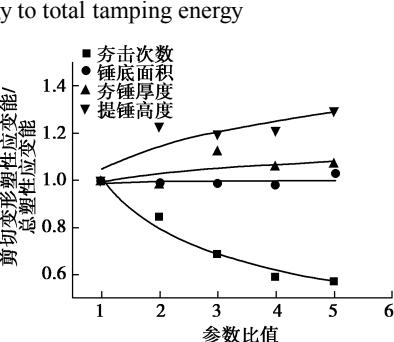


图 17 几个参数对剪切变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能比率的影响

Fig. 17 Effects of several parameters on ratio of shear plastic strain energy to total plastic strain energy

由上式可见, 增加锤重  $t_h$  比增加落距使夯沉量增大得更显著, 即重锤低落较轻锤高落有效。同时, 提高夯锤动量比增加夯锤能量更有效。

由图 15, 16 可见, 不管是本文定义的能量转化率还是总塑性应变能占总夯击能的比率, 都与夯击次数正相关, 与提锤高度负相关, 与锤底面积和夯锤厚度的关系虽然并不明显, 但锤底面积和夯锤厚度对应的两个能量比率整体上小于夯击次数对应的比率值, 这可能是因为单击夯击能增大时, 土体相对更软弱易变形且缺乏弹性, 夯锤与土体的碰撞更接近于完全非弹性碰撞, 土体获得的动能占夯锤碰撞动能的比率更小。将以上两个能量比率对提锤高度的变化与对夯锤厚度的变化进行对比, 可以发现相同夯击能条件下, 后者的两个能量比率值更高, 即从能量的角度来看, 也可

推断重锤低落优于轻锤高落。由图 17 可见, 剪切变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能的比率, 与夯锤厚度和提锤高度正相关。同时, 剪切变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能的比率与夯击次数为负相关。有意思的是, 图 15 中的能量转化率和图 16 中的总塑性应变能占总夯击能的比率, 在提高夯击次数和锤底面积时分别比提高夯锤厚度和提锤高度时高, 但对于图 14 中的夯沉量和图 17 中的剪切变形吸收的塑性应变能占总塑性应变能的比率, 却是提高夯锤厚度和提锤高度时分别比提高夯击次数和锤底面积时高。能量转化率相对较低, 但夯沉量却较高, 可以理解为体积压缩变形吸收的塑性应变能向局部集中所致。那么, 根据提高夯锤厚度和提锤高度时剪切变形吸收的塑性应变能占总的塑性应变能的比率较高与夯沉量较大同步发生可以推断, 剪切变形吸收的塑性应变能在本文对能量转化率的定义中虽然并没有考虑进去, 但它可能对强夯效果的提升有很强的辅助作用, 剪切变形吸收的塑性应变能较大可能有助于体积压缩变形吸收的塑性应变能向局部集中。而提高夯击次数和增大夯锤底面积时, 剪切变形吸收的塑性应变能相对较少, 可能导致了体积压缩变形吸收的塑性应变能扩散增强, 向局部集中的能力相对减弱。

## 4 结 论

本文应用物质点法对强夯过程进行了模拟, 得到以下 4 点结论。

(1) 在已有工作基础上, 提出了土体在大应力范围内的密度相关本构模型, 适用于分析强夯等大应力作用下的土体变形问题。

(2) 对采用物质点法分析有关问题时的刚柔接触算法进行了发展修正, 较好实现了强夯过程中夯锤与土体的动力非线性接触过程的模拟, 较现有文献中将夯锤对土体的作用假设为三角形应力波的做法更为符合实际, 是一种模拟弹塑性动接触问题的创新。

(3) 定义了强夯过程中的能量转化率, 通过模拟分析对能量转化的相关规律进行了研究, 提供了研究强夯问题的新视角。

(4) 模拟分析表明, 能量转化率的提高不总意味着每击夯沉量的提高; 剪切变形吸收较多的塑性应变能, 可有利于土体体积压缩变形吸收的塑性应变能向局部集中; 重锤低落时的能量转化率高于轻锤高落, 一定程度上有利于前者产生更大的夯沉量。

## 参 考 文 献:

- [1] MENARD L. Discussion of dynamic compaction in ground

- treatment by deep compaction[M]. London: Institute of Civil Engineers, 1975: 106 - 107.
- [2] MENARD L, BROISE Y. Theoretical and practical aspects of dynamic consolidation[J]. Géotechnique, 1975, **25**(1): 3 - 18.
- [3] CHOW Y K, YONG D M, YONG K Y, et al. Dynamic compaction analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **118**(8): 1141 - 1157.
- [4] CHOW Y K, YONG D M, YONG K Y, et al. Dynamic compaction of loose sand deposits[J]. Soils & Foundations, 1992, **32**(4): 93 - 106.
- [5] 钱家欢, 帅方生. 边界元法在地基强夯加固中的应用[J]. 中国科学: 数学 物理学 天文学 技术科学, 1987(3): 107 - 114. (QIAN Jia-huan, SHUAI Fang-sheng. Application of boundary element method in dynamic compaction reinforcement of foundation[J]. Scientia Sinica, 1987(3): 107 - 114. (in Chinese))
- [6] 孔令伟, 袁建新. 强夯时地基土的应力场分布特征及应用[J]. 岩土力学, 1999, **20**(3): 13 - 19. (KONG Ling-wei, YUAN Jian-xin. Stress field distribution characteristics and applications of foundation soil during dynamic compaction[J]. Rock and Soil Mechanics, 1999, **20**(3): 13 - 19. (in Chinese))
- [7] 蒋鹏, 李荣强, 孔德坊. 强夯大变形冲击碰撞数值分析[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(2): 222 - 226. (JIANG Peng, LI Rong-qiang, KONG De-fang. Numerical analysis of large deformation impact and collision properties during dynamic compaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(2): 222 - 226. (in Chinese))
- [8] PAN J L, SELBY A R. Simulation of dynamic compaction of loose granular soils[J]. Advances in Engineering Software, 2002, **33**(7): 631 - 640.
- [9] 杨建国, 彭文轩, 刘东燕. 强夯法加固的主要设计参数研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(8): 1335 - 1339. (YANG Jian-guo, PENG Wen-xuan, LIU Dong-yan. Research of choosing tamping factors for dynamic consolidation method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(8): 1335 - 1339. (in Chinese))
- [10] 蔡袁强, 陈仁伟, 徐长节. 强夯加固机理的大变形数值分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, **39**(1): 65 - 69. (CAI Yuan-qiang, CHEN Ren-wei, XU Chang-jie. Numerical analysis of dynamic compaction using large deformation theory[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, **39**(1): 65 - 69. (in Chinese))
- [11] 付乐. 工程碎石土基本力学特性与强夯加固机理研究[D]. 北京: 北京科技大学, 2015: 77 - 93. (FU Le. Research on the basic mechanical properties of engineering gravelly soil and dynamic compaction strengthening mechanism[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2015: 77 - 93. (in Chinese))
- [12] 张北战, 姚仰平, 方雨菲. 填土地基强夯加固效果研究[J]. 地震工程学报, 2015, **37**(7): 30 - 34. (ZHANG Bei-zhan, YAO Yang-ping, FANG Yu-fei. Reinforcement effect of dynamic compaction on a backfilled foundation[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2015, **37**(7): 30 - 34. (in Chinese))
- [13] THILAKASIRI H S, GUNARATNE M, MULLINS G, et al. Investigation of impact stresses induced in laboratory dynamic compaction of soft soils[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2015, **20**(10): 753 - 767.
- [14] 姚仰平, 张北战. 基于体应变的强夯加固范围研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(9): 2663 - 2671. (YAO Yang-ping, ZHANG Bei-zhan. Reinforcement range of dynamic compaction based on volumetric strain[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(9): 2663 - 2671. (in Chinese))
- [15] 向泽华, 胡焕校, 吴高权. 强夯作用下土体动力特性的数值模拟[J]. 水资源与水工程学报, 2015(6): 207 - 211. (XIANG Ze-hua, HU Huan-xiao, WU Gao-quan. Numerical simulation of dynamic characteristics of soil under role of strong compaction[J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2015(6): 207 - 211. (in Chinese))
- [16] EBRAHIMIAN B. Numerical simulation of soil compaction by impact using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method[C]// International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization. Sharjah, 2009.
- [17] PASDARPOUR M, GHAZAVI M, TESHNEHLAB M, et al. Optimal design of soil dynamic compaction using genetic algorithm and fuzzy system[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2009, **29**(7): 1103 - 1112.
- [18] 贾敏才, 吴邵海, 叶建忠. 基于三维离散元法的强夯动力响应研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2015(3): 70 - 76. (JIA Min-cai, WU Shao-hai, YE Jian-zhong. Discrete element modeling of dynamic compaction in granular soils using PFC3D[J]. Journal of Hunan University Natural Sciences, 2015(3): 70 - 76. (in Chinese))
- [19] 张雄, 廉艳平, 刘岩, 等. 物质点法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 38 - 102. (ZHANG Xiong, LIAN Yan-ping, LIU Yan. Material point method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, Beijing, 2013: 38 - 102. (in Chinese))

- [20] SULSKY D, CHEN Z, SCHREYER H L. A particle method for history-dependent materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 1993, **118**(1/2): 179 - 196.
- [21] HARLOW F. A machine calculation method for hydrodynamic problems[R]. Los Alamos: Los Alamos Scientific Laboratory, 1955.
- [22] DAWSON J M. Particle simulation of plasmas[J]. Review of Modern Physics, 1983, **55**(55): 403.
- [23] BRACKBILL J U, RUPPEL H M. FLIP: a method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations of fluid flows in two dimensions[J]. Journal of Computational Physics, 1986, **65**(2): 314 - 343.
- [24] BARDENHAGEN S G, KOBER E M. The generalized interpolation material point method[J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2004, **5**(6): 477 - 495.
- [25] ZHANG D Z, MA X, GIGUERE P T. Material point method enhanced by modified gradient of shape function[J]. Journal of Computational Physics, 2011, **230**(16): 6379 - 6398.
- [26] SOŁOWSKI W T, SLOAN S W, KANTY P T, et al. Numerical simulation of a small scale dynamic replacement stone column creation experiment[C]// International Conference on Particle-based Methods-Fundamentals and Applications. Stuttagrt, 2013: 522 - 533.
- [27] 王钟琦, 邓祥林. 强夯机理及其环境影响[C]// 中国土木工程学会土力学及基础工程学术会议论文选集. 北京, 1983. (WANG Zhong-qi, DENG Xiang-lin. Dynamic mechanism and its environmental impact[C]// Selected Works of the Conference of Soil Mechanics and Basic Engineering of China Civil Engineering Society. Beijing, 1983. (in Chinese))
- [28] WANG Z Q, DENG X I. Mechanism of dynamic consolidation and its environmental effects[C]// First International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. St Louis, 1984.
- [29] 孔令伟, 袁建新. 强夯的边界接触应力与沉降特性研究[J]. 岩土工程学报, 1998, **20**(2): 86 - 92. (KONG Ling-wei, YUAN Jian-xin. Study on surface contact stress and settlement properties during dynamic consolidation[J]. Chinese Jounal of Geotechnical Engineering, 1998, **20**(2): 86 - 92. (in Chinese))
- [30] SULSKY D, ZHEN S, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. Computer Physics Communications, 1995, **87**(1):236-252.
- [31] 孙玉进. 岩土大变形问题的物质点法研究[D]. 北京: 清华大学, 2017: 21 - 51. (SUN Yu-jin. Research on geotechnical problems involving extremely large deformation using the material point methoed[D]. Beijing: Tsinghua University, 2017: 21 - 51. (in Chinese))
- [32] 孙玉进, 宋二祥. 大位移滑坡形态的物质点法模拟[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(7): 1218 - 1225. (SUN Yu-jin, SONG Er-xiang. Simulation of large-displacement landslide by material point method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(7): 1218 - 1225. (in Chinese))
- [33] 廉艳平, 张帆, 刘岩, 等. 物质点法的理论和应用[J]. 力学进展, 2013, **43**(2): 237 - 264. (LIAN Yan-ping, ZHANG Fan, LIU Yan, et al. Material point method and its applications. Advances in Mechanics, 2013, **43**(2): 237 - 264. (in Chinese))
- [34] 黄鹏. 金属及岩土冲击动力学问题的物质点法研究[D]. 北京: 清华大学, 2010: 99 - 102. (HUANG Peng. Material point method for metal and soil impact dynamics problems[D]. Beijing: Tsinghua University, 2010: 99 - 102. (in Chinese))
- [35] AL-KAFAJI I K J. Formulation of a Dynamic Material Point Method (MPM) for Geomechanical Problems[D]. Stuttgart: Uni Stuttgart - Universitätsbibliothek, 2013.
- [36] CUNDALL P A. Explicit finite-difference methods in geomechanics[J]. Numerical Methods in Geomechanics, 1976, **1**: 132 - 150.
- [37] BAUER E. Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(1): 13 - 26.
- [38] SCHANZ T, VERMEER P A, BONNIER P G. The hardening soil model: formulation and verification[C]// Beyond 2000 in Computational Geotechnics. Amsterdam, 1999: 281 - 296.
- [39] HERLE I, GUDEHUS G. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2015, **4**(5): 461 - 486.
- [40] MAYNE P W, JONES J S. Impact stresses during dynamic compaction[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **109**(10): 1342 - 1346.
- [41] PORAN C J, RODRIGUEZ J A. Impact behaviour of sand[J]. Soils & Foundations, 1992, **32**(4): 81 - 92.