

DOI: 10.11779/CJGE201907003

# 基于 Pasternak 地基的盾构隧道开挖非连续地下管线的挠曲

林存刚<sup>1, 2</sup>, 黄茂松<sup>\*1, 2</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 盾构隧道开挖引起地下管线挠曲的准确预估对于其损伤评估与防护控制至关重要。引入 Pasternak 地基模型, 采用有限差分方法推导了盾构隧道开挖地层损失下带接头管线的挠曲解答。经与离心机模型试验结果及连续弹性解对比, 验证了该理论解答的适用性及其在运算效率方面的优势, 并给出了地基剪切刚度的取值建议。参数分析发现, 接头刚度会对管线挠曲产生显著影响, 随接头刚度的增大, 管线最大挠度降低, 挠曲线形态趋近于连续管线; 此外, 接头数量及其分布也会对管线挠曲产生影响, 其影响程度随接头数量的增大而削弱。

**关键词:** 盾构隧道开挖; 地层损失; 带接头管线; 挠曲; 有限差分法; Pasternak 地基

中图分类号: TU470; TD853.34 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)07-1200-08

作者简介: 林存刚(1986—), 男, 博士, 主要从事盾构隧道环境效应及服役性状的研究工作。E-mail: cunganglin@163.com。

## Deflections of discontinuous buried pipelines induced by shield tunnelling based on Pasternak foundation

LIN Cun-gang<sup>1, 2</sup>, HUANG Mao-song<sup>1, 2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and

Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** An accurate prediction of deflections of the buried pipelines induced by shield tunnelling is essential to their damage evaluation and control. By introducing the Pasternak foundation model, the finite difference method is used to deduce a solution to the deflections of jointed pipelines subject to shield tunnelling-induced ground loss. The applicability of this solution and its advantage in computational efficiency are verified by the results of a centrifuge model test and the elastic-continuum solution. Furthermore, a proposal is made for determination of the value of the subgrade shear stiffness. Afterwards, the parametric studies show that the deflection of the pipeline is significantly influenced by the stiffness of the joints. With the increase of their stiffness, the maximum deflection of the pipeline decreases, and the deflection of a jointed pipeline approaches to that of a continuous one. In addition, the deflection of the pipeline is affected by the amount and distribution of the joints to some extent. However, this effect decreases with an increase of the number of the joints.

**Key words:** shield tunnelling; ground loss; jointed pipeline; deflection; finite difference method; Pasternak foundation

## 0 引言

在过去 30 a 间, 国内外涌现出很多隧道–土体–管线相互作用的评析方法。其中, 一种以自由位移场作为输入条件的经验理论法不断发展完善, 并在工程实践中得到广泛应用。

Attewell 等<sup>[1]</sup>假定隧道引起的横向自由位移场呈高斯分布, 使用 Vesic 地基模量<sup>[2]</sup>, 基于 Winkler 地基模型进行管土相互作用分析。Klar 等<sup>[3]</sup>基于同样的位移场假定, 推导出管线纵向形变的连续介质弹性解, 并给出了地基模量的改进公式。Klar 等<sup>[4]</sup>对比了将管线简化为 Euler-Bernoulli 梁与壳单元时其形变的异

同。Klar 等<sup>[5]</sup>基于地层损失守恒原则, 推导了给定地层沉降下的管线挠曲计算公式。

在土体线弹性响应的基础之上, 部分学者推导了考虑土体刚度非线性的管土相互作用解答。Vorster 等<sup>[6]</sup>基于自由位移场产生的平面剪应变来评价土体的刚度弱化, 得到了管线纵向弯曲应力的保守解答。Marshall 等<sup>[7]</sup>和 Klar 等<sup>[8]</sup>经模型试验和离散元模拟, 发现仅考

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFC0800200); 国家自然科学基金项目(51738010, 41702313); 宁波市自然科学基金项目(2016A610090)

收稿日期: 2018-08-28

\*通讯作者 (E-mail: mshuang@tongji.edu.cn)

虑自由位移场引起的土体刚度弱化, 管线计算弯曲应力偏于保守; 进一步考虑管土相互作用所引起的平面外剪切后, 管线的纵向形变与试验更为吻合。

此外, 一些学者开展了模型试验研究。如王正兴等<sup>[9]</sup>通过模型试验研究了盾构隧道开挖对上方正交连续管线的影响; Shi 等<sup>[10]</sup>采用离心机模型试验研究了隧道斜向穿越时管线的响应。

以上研究普遍把管线作连续化处理, 将其视为抗弯刚度沿纵向均匀分布的 Euler-Bernoulli 梁<sup>[1, 3-6, 9]</sup>, 忽略了接口所致管线纵向形变的不连续性。实际上, 城市地下管线多为以接口相连的非连续构件; 而且, 工程实践与试验研究均发现, 接口是管线整体最薄弱的节点, 是控制管线服役周期和运行状态的关键<sup>[11]</sup>。然而, 目前管土相互作用分析中, 针对非连续接口管线的研究尚很少。Klar 等<sup>[12]</sup>及张陈蓉等<sup>[13]</sup>分别基于边界积分法与有限差分法推导出考虑接口效应的管线纵向挠曲连续介质弹性解。随后, 张陈蓉等<sup>[14]</sup>引入 Winkler 地基模型构建了非连续管线挠曲的有限差分解。Shi 等<sup>[15]</sup>数值模拟研究了隧道所引起铰接接口管线的响应, 分析了地层沉降形态、管线尺寸与管节长度、接口位置及土体性质等因素的影响。

此外, 目前普遍使用的 Winkler 地基模型<sup>[1, 3, 14]</sup>忽视了地基变形的连续性。由此可见, 无论是地基模型还是管线模型, 均无法如实地反映各自的形变特性。Klar 等<sup>[12]</sup>与张陈蓉等<sup>[13]</sup>提出的连续介质弹性解虽同时考虑了管线接口的影响及地基变形的连续性, 但其计算涉及数值积分, 求解的复杂性限制了其工程应用。

本文同时考虑了管线接口的影响及地基变形的连续特性, 构建了基于 Pasternak 地基模型的盾构隧道开挖引起非连续接口管线挠曲的有限差分解; 较之于连续介质弹性解, 除可靠度相当外, 其数学求解更为简单, 便于工程应用。

## 1 理论推导

### 1.1 力学模型及基本假定

图 1 所示为欲求解的工程问题。圆形盾构隧道开挖产生的地层损失引起上覆地层位移, 进而导致地下管线挠曲。

如图 2 所示, 带接头管线为由若干标准管节经接头连接而成的细长构件。如图 1 所示, 设沿管线纵向以  $x$  坐标来标注各截面位置。管线接头有柔性与刚性之分, 本文计算理论针对柔性接头管线。

本文理论推导基于以下基本假定和简化处理: ①隧道和管线均水平埋置于均质各向同性地层中, 两者轴线互相垂直; ②管线标准管节视为 Euler-Bernoulli

梁, 接头视为旋转弹簧; ③管线周围地基简化为 Pasternak 地基; ④管线沿其纵向与周围地层保持接触; ⑤管线与地基变形均局限在线弹性范围内; ⑥管线的存在不影响隧道开挖引起的地层自由位移场, 同样, 隧道的存在不影响管线与土体的相互作用; ⑦构建差分方程时, 忽略接头沿管线纵向的长度, 将其视为一点; ⑧沿管线纵向, 无论在标准管节还是接头位置, 截面弯矩  $M$  均连续且关于其纵向坐标  $x$  可导。

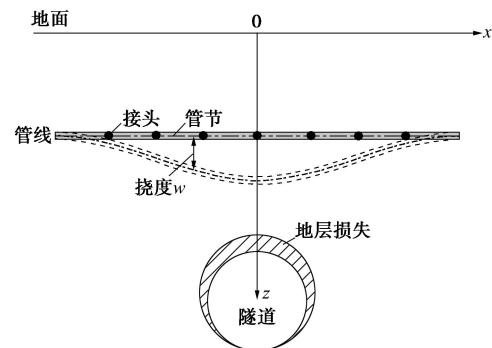


图 1 盾构隧道开挖引起带接头管线挠曲示意

Fig. 1 Schematic diagram of deflection of a jointed pipeline due to shield tunnelling



图 2 带接头管线构造示意

Fig. 2 Schematic diagram of a jointed pipeline

### 1.2 管线挠曲微分方程的构建

如图 3 所示, 任一接头位置左右两端分别截取长为  $dx$  的微元进行受力分析。图 4 为在管线横截面内  $q(x)$  的分布示意, 假定其作用于管线轴线位置且沿  $y$  方向分布。

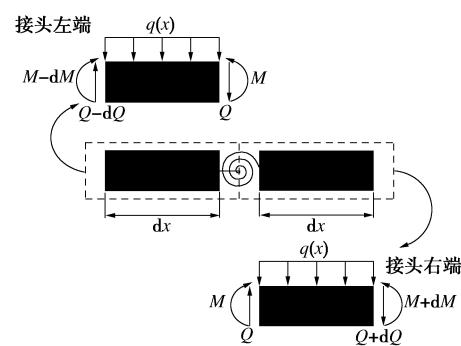


图 3 接头区段微元受力分析

Fig. 3 Analysis of imposed forces acting on an infinitesimal element at joint section

#### 接头左端微元受力分析:

首先, 由微元竖向受力平衡可得

$$(Q - dQ) - q(x)bdx - Q = 0 \quad , \quad (1)$$

式中,  $dx$  为微元宽度 (m),  $Q$  为横截面剪力 (N),

$dQ$  为沿管线  $dx$  长度内截面剪力的增量 (N),  $q(x)$  为作用于管线的地基反力 ( $N/m^2$ ),  $b$  为管线直径 (m)。

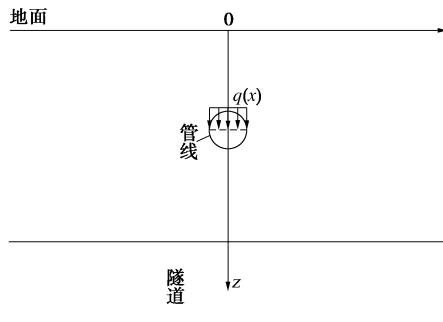


图 4  $q(x)$  沿  $y$  方向分布示意

Fig. 4 Schematic diagram of distribution of  $q(x)$  along  $y$  direction

式(1)化简可得

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x)b \quad . \quad (2)$$

其次, 对微元左端截面求弯矩, 由弯矩平衡可得

$$(M - dM) + Qdx + q(x)b \frac{(dx)^2}{2} - M = 0 \quad , \quad (3)$$

式中,  $M$  为横截面弯矩 ( $N\cdot m$ ),  $dM$  为沿管线  $dx$  长度内截面弯矩的增量 ( $N\cdot m$ )。

式(3)化简并略去二阶微量, 可得

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad . \quad (4)$$

式(2)与(4)联立可得

$$q(x) = -\frac{1}{b} \frac{d^2M}{dx^2} \quad . \quad (5)$$

设管线对周围地层的作用力为  $p(x)$ , 其与  $q(x)$  为相互作用力, 则

$$p(x) = -q(x) \quad . \quad (6)$$

假定管线任一横截面沿  $y$  方向抗弯刚度无穷大, 则管线与土体相互作用时其沿  $y$  方向产生整体平移; 结合管线与周围地层始终接触的假定, 则对于管线任一横截面, 其接触面上的土体竖向位移  $u(x)$  沿  $y$  方向不变。因此, 管线与土体相互作用时, 管线作用力  $p(x)$  与其引起的地基位移  $u(x)$  之间的关系可表述为<sup>[16]</sup>

$$p(x) = ku(x) - G_p \frac{d^2u(x)}{dx^2} \quad . \quad (7)$$

式中,  $k$  为地基反力系数 ( $N/m^3$ ),  $G_p$  为地基剪切刚度 ( $N/m$ )。

联立式(5), (6), (7)可得

$$\frac{d^2M}{dx^2} = kbu(x) - G_p b \frac{d^2u(x)}{dx^2} \quad . \quad (8)$$

同理, 对于接头右端微元及标准管节微元, 均可推得式(8)。

管线周围地层位移源自两个方面, 一是隧道开挖

地层损失引起的地层沉降  $s(x)$ , 二是管线与土体相互作用引起的地基位移  $u(x)$ 。设沿管线纵向其轴线挠曲为  $w(x)$ , 则根据管线与周围地层始终接触的假定可得

$$w(x) = s(x) + u(x) \quad , \quad (9)$$

式中,  $s(x)$  与  $u(x)$  均取自管线轴线位置。

联立式(8), (9), 可得

$$-\frac{d^2M}{dx^2} + kbw(x) - G_p b \frac{d^2w(x)}{dx^2} = kbs(x) - G_p b \frac{d^2s(x)}{dx^2} \quad . \quad (10)$$

对于标准管节, 其挠度  $w(x)$  满足挠曲微分方程<sup>[17]</sup>

$$\frac{d^2w(x)}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad , \quad (11)$$

式中,  $E$  为管线的弹性模量 ( $N/m^2$ ),  $I$  为管线横截面惯性矩 ( $m^4$ )。

将式(11)代入式(10), 可得

$$-\frac{d^2M}{dx^2} + kbw(x) + G_p b \frac{M}{EI} = kbs(x) - G_p b \frac{d^2s(x)}{dx^2} \quad . \quad (12)$$

对于管线接头位置微元, 其挠度  $w(x)$  在接头位置连续但关于  $x$  并不可导, 故无法应用式(10)求解接头微元挠度, 亦无法使用式(11)推求式(12)。式(12)避免了对接头挠度的求导, 这里假定接头挠度亦满足式(12)。因此, 式(12)为标准管节与接头均适用的通用挠曲微分方程。

隧道开挖地层损失引起的垂直于隧道轴线方向的横断面地面沉降  $s(x)$  符合高斯曲线分布形态<sup>[18]</sup>, 即

$$s(x) = \frac{\pi R^2 V_1}{\sqrt{2\pi K(z_0 - z_p)}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2K^2(z_0 - z_p)^2} \right] \quad , \quad (13)$$

式中,  $R$  为隧道外半径 (m),  $V_1$  为隧道开挖引起的地层损失 (量纲为 1),  $K$  为管线轴线位置的沉降槽宽度参数 (量纲为 1),  $z_0$  和  $z_p$  分别为隧道和管线的轴线埋深 (m)。

## 2 有限差分求解

### 2.1 标准管节差分方程的构建

由式(11)可得

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -EI \frac{d^4w(x)}{dx^4} \quad , \quad (14)$$

将式(14)代入式(10), 可得

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4w(x)}{dx^4} + kbw(x) - G_p b \frac{d^2w(x)}{dx^2} \\ = kbs(x) - G_p b \frac{d^2s(x)}{dx^2} \end{aligned} \quad . \quad (15)$$

应用有限差分法求解式(15)。

如图 5 所示, 将长为  $L$  的管线沿其纵向等分为长  $l$  ( $l=L/n$ ) 的  $n$  个单元, 构建  $(n+1)$  个有限差分结点 ( $i=3, 4, 5, \dots, n+3$ ), 其中有  $m$  个结点处于接头位置; 为构

建管线端部结点( $i=3, 4, n+2, n+3$ )的差分方程, 增设 4 个虚拟差分结点( $i=1, 2, n+4, n+5$ )。

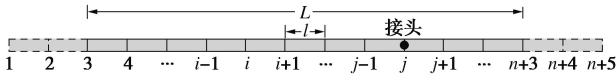


图 5 管线的有限差分处理示意

Fig. 5 Illustration of division of a pipeline for finite difference scheme

对于差分结点  $i=3 \sim (n+3)$ , 除接头及其前后相邻的结点外, 代入标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 可得

$$\begin{aligned} EI\left(\frac{w_{i-2}-4w_{i-1}+6w_i-4w_{i+1}+w_{i+2}}{l^4}\right)+kbw_i- \\ G_p b\left(\frac{w_{i-1}-2w_i+w_{i+1}}{l^2}\right)=kbs_i-G_p b\left(\frac{s_{i-1}-2s_i+s_{i+1}}{l^2}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $w_{i-2}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}$  及  $w_{i+2}$  分别为差分结点( $i-2$ ), ( $i-1$ ),  $i$ , ( $i+1$ )及( $i+2$ )处的管线挠曲 (m),  $s_{i-1}, s_i$  及  $s_{i+1}$  分别为隧道开挖地层损失下差分结点( $i-1$ ),  $i$  及( $i+1$ )处的土体沉降 (m)。

应用式(16), 共可建立  $(n+1-3m)$  个代数方程。

假定边界条件为管线端部弯矩和剪力为零, 即

$$M_3=0, \quad (17a)$$

$$M_{n+3}=0, \quad (17b)$$

$$Q_3=0, \quad (17c)$$

$$Q_{n+3}=0, \quad (17d)$$

式中,  $M_3$  和  $M_{n+3}$  分别为管线端部差分结点 3 和( $n+3$ )处的管线挠曲(N·m),  $Q_3$  和  $Q_{n+3}$  分别为管线端部差分结点 3 和( $n+3$ )处的管线截面剪力 (N)。下文中,  $M_i$  为差分结点  $i$  处的管线弯矩。

联立式(4), (11) 可得

$$Q=-EI\frac{d^3w(x)}{dx^3}. \quad (18)$$

将标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>代入式(11), (18), 结合式(17), 可得

$$-EI\frac{w_2-2w_3+w_4}{l^2}=0, \quad (19a)$$

$$-EI\frac{w_{n+2}-2w_{n+3}+w_{n+4}}{l^2}=0, \quad (19b)$$

$$-EI\frac{-w_1+2w_2-2w_4+w_5}{2l^3}=0, \quad (19c)$$

$$-EI\frac{-w_{n+1}+2w_{n+2}-2w_{n+4}+w_{n+5}}{2l^3}=0. \quad (19d)$$

式(16)和式(19a)~(19d)组成包含( $n+5-3m$ )个方程的线性代数方程组。

## 2.2 接头区段差分方程的构建

通过增设虚拟变位的方法使得管线挠度在接头位置满足连续可导条件, 进而列出差分方程。

如图 6 所示, 设差分结点  $j$  处于接头位置, 其挠

度为  $w_j$ 。接头左右两边相邻的 4 个差分结点的挠度依次为  $w_{j-2}, w_{j-1}, w_{j+1}$  及  $w_{j+2}$ , 相应地增设 4 个虚拟变位  $w'_{j-2}, w'_{j-1}, w'_{j+1}$  及  $w'_{j+2}$ , 使接头位置满足转角连续条件(即挠度连续且可导)。

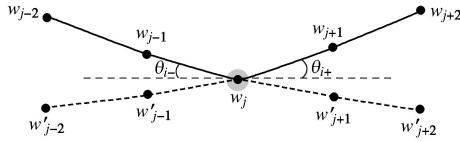


图 6 管线接头增设虚拟变位示意

Fig. 6 Illustration of setup of virtual deflections at pipe joint

因管线接头视为旋转弹簧, 故其弯矩  $M_j$  可表示为

$$M_j=k_j(\theta_{j-}-\theta_{j+}), \quad (20)$$

式中,  $k_j$  为管线接头的转动刚度 (N·m/rad),  $\theta_{j-}$  和  $\theta_{j+}$  分别为接头左右两边管节的转角 (rad)。

首先, 结合 Euler-Bernoulli 梁的转角方程<sup>[17]</sup>与标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>,  $M_j$  的差分表达为

$$M_j=\frac{k_j}{2l}(w'_{j+1}+w'_{j-1}-w_{j-1}-w_{j+1}). \quad (21)$$

假设接头结点  $j$  左右两边对应的标准管节的弯矩分别为  $M_{j-}$  和  $M_{j+}$ , 由弯矩连续条件可知

$$M_{j-}=M_{j+}=M_j. \quad (22)$$

结合式(11)和标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 可得

$$M_{j-}=-EI\frac{w_{j-1}-2w_j+w'_{j+1}}{l^2}, \quad (23)$$

$$M_{j+}=-EI\frac{w'_{j-1}-2w_j+w_{j+1}}{l^2}. \quad (24)$$

联立式(21)~(24), 求解得

$$w'_{j-1}=\frac{k_jlw_{j-1}+2EIw_j-EIw_{j+1}}{EI+k_jl}, \quad (25)$$

$$w'_{j+1}=\frac{-EIw_{j-1}+2EIw_j+k_jlw_{j+1}}{EI+k_jl}. \quad (26)$$

从而可将虚拟变位  $w'_{j-1}$  和  $w'_{j+1}$  消去。

其次, 结合 Euler-Bernoulli 梁的转角方程与高阶中心差分公式<sup>[19]</sup>,  $M_j$  亦可表达为

$$M_j=\frac{k_j}{12l}(-w'_{j-2}-w'_{j+2}+8w'_{j-1}+8w'_{j+1}-8w_{j-1}-8w_{j+1}+w_{j-2}+w_{j+2}). \quad (27)$$

结合式(11)和高阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 可得

$$M_{j-}=-\frac{EI}{12l^2}(-w_{j-2}+16w_{j-1}-30w_j+16w_{j+1}-w'_{j+2}), \quad (28)$$

$$M_{j+}=-\frac{EI}{12l^2}(-w'_{j-2}+16w'_{j-1}-30w_j+16w_{j+1}-w_{j+2}). \quad (29)$$

联立式(22), (27)~(29) 可得

$$\begin{aligned} w'_{j-2} + w'_{j+2} &= \frac{1}{EI + 2k_j l} \{ 2k_j l [8(w'_{j-1} + w'_{j+1}) - \\ &8(w_{j-1} + w_{j+1}) + (w_{j-2} + w_{j+2})] + EI[16(w'_{j-1} + w'_{j+1}) + \\ &16(w_{j-1} + w_{j+1}) - 60w_j - (w_{j-2} + w_{j+2})] \} \quad (30) \end{aligned}$$

将式(25), (26)代入式(30), 进而虚拟变位 $w'_{j-2}$ 与 $w'_{j+2}$ 之和亦可消去。

### (1) 接头处差分结点的差分方程

接下来构建处于接头位置的差分结点满足的代数方程。

结合式(20)、Euler-Bernoulli 梁的转角方程<sup>[17]</sup>及标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 推得

$$\frac{d^2M}{dx^2} \Big|_{x=x_j} = \frac{k_j}{2l^3} [(w'_{j-2} + w'_{j+2}) - 2(w'_{j-1} + w'_{j+1}) - (w_{j-2} + w_{j+2}) + 2(w_{j-1} + w_{j+1})] \quad (31)$$

将式(25), (26), (30)代入式(21), (31), 消去虚拟变位, 加之标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 代入式(12), 可得

$$\begin{aligned} &\frac{k_j}{2l^3} \left\{ \left( 1 - \frac{2k_j l}{EI + 2k_j l} + \frac{EI}{EI + 2k_j l} \right) w_{j-2} + \right. \\ &\left[ -2 + \frac{16k_j l}{EI + 2k_j l} - \frac{16EI}{EI + 2k_j l} + \right. \\ &\left( 2 - \frac{16k_j l}{EI + 2k_j l} - \frac{16EI}{EI + 2k_j l} \right) \frac{k_j l - EI}{k_j l + EI} \left. \right] w_{j-1} + \\ &\left[ \frac{60EI}{EI + 2k_j l} + \left( 2 - \frac{16k_j l}{EI + 2k_j l} - \frac{16EI}{EI + 2k_j l} \right) \frac{4EI}{k_j l + EI} \right] w_j + \\ &\left[ -2 + \frac{16k_j l}{EI + 2k_j l} - \frac{16EI}{EI + 2k_j l} + \right. \\ &\left( 2 - \frac{16k_j l}{EI + 2k_j l} - \frac{16EI}{EI + 2k_j l} \right) \frac{k_j l - EI}{k_j l + EI} \left. \right] w_{j+1} + \\ &\left. \left( 1 - \frac{2k_j l}{EI + 2k_j l} + \frac{EI}{EI + 2k_j l} \right) w_{j+2} \right\} + kD_p w_j - \\ &\frac{G_p b k_j}{l(k_j l + EI)} (w_{j-1} - 2w_j + w_{j+1}) \\ &= kD_p s_j - G_p D_p \left( \frac{s_{j-1} - 2s_j + s_{j+1}}{l^2} \right) \quad (32) \end{aligned}$$

式(32)即为接头处差分结点适用的代数方程, 代入该式,  $m$ 个接头差分结点共可列 $m$ 个代数方程。

### (2) 接头相邻差分结点的差分方程

接下来构建处于接头位置前后相邻的差分结点满足的代数方程。

对于接头前后相邻的差分结点( $j-1$ )和( $j-1$ ), 将式(25), (26)代入式标准一阶中心差分公式<sup>[19]</sup>, 由式(15)可得

$$\begin{aligned} &\frac{EI}{l^4} \left[ w_{j-3} - 4w_{j-2} + \left( 6 - \frac{EI}{EI + k_j l} \right) w_{j-1} - \right. \\ &\left( 4 - \frac{2EI}{EI + k_j l} \right) w_j + \frac{k_j l}{EI + k_j l} w_{j+1} \left. \right] + kbw_{j-1} - \\ &G_p b \left( \frac{w_{j-2} - 2w_{j-1} + w_j}{l^2} \right) \\ &= kbs_{j-1} - G_p b \left( \frac{s_{j-2} - 2s_{j-1} + s_j}{l^2} \right) \quad , \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{EI}{l^4} \left[ \frac{k_j l}{EI + k_j l} w_{j-1} - \left( 4 - \frac{2EI}{EI + k_j l} \right) w_j + \right. \\ &\left( 6 - \frac{EI}{EI + k_j l} \right) w_{j+1} - 4w_{j+2} + w_{j+3} \left. \right] + \\ &kbw_{j+1} - G_p b \left( \frac{w_j - 2w_{j+1} + w_{j+2}}{l^2} \right) \\ &= kbs_{j+1} - G_p b \left( \frac{s_j - 2s_{j+1} + s_{j+2}}{l^2} \right) \quad . \quad (34) \end{aligned}$$

式(33), (34)分别为接头处差分结点的前后相邻结点适用的代数方程, 共可列 $2m$ 个代数方程。

综上, 采用式(16), (19), (32)~(34), 共可列 $(n+5)$ 个代数方程, 联立可求得 $(n+5)$ 个未知量, 即差分结点 $i=1\sim(n+5)$ 处的管线挠度 $w_i$ 。

### 2.3 矩阵构建与求解

Selvadurai 等<sup>[20]</sup>给出了地基剪切刚度 $G_p$ 的计算公式:

$$G_p = \frac{E_s H_t}{6(1+\nu_s)} \psi_t \quad , \quad (35a)$$

$$\psi_t = \frac{3}{2\gamma_p H_t} \frac{\sinh(\gamma_p H_t) \cosh(\gamma_p H_t) - \gamma_p H_t}{\sinh^2(\gamma_p H_t)} \quad , \quad (35b)$$

式中,  $E_s$ 为土体的弹性模量( $N/m^2$ ),  $\nu_s$ 为土体的泊松比,  $H_t$ 为地基剪切层厚度( $m$ ),  $\gamma_p$ 为经验参数( $m^{-1}$ )。

地基反力系数 $k$ 的确定采用 Yu 等<sup>[21]</sup>提出的考虑管线埋深效应的计算公式。

将各差分结点适用的代数方程整合成以下矩阵形式:

$$[K_p] \{w\} + [K_r] \{w\} - [K_{s1}] \{w\} = [K_r] \{s\} - [K_{s2}] \{s\} \quad (36)$$

式中  $[K_p]$ 为管线的刚度矩阵;  $[K_r]$ 为地基反力刚度矩阵;  $[K_{s1}]$ 和 $[K_{s2}]$ 为两个不同的地基剪切刚度矩阵;  $\{w\}$ 为管线挠曲向量;  $\{s\}$ 为隧道开挖地层损失在各差分结点位置产生的地层沉降向量。

由式(36)可求得

$$\{w\} = ([K_p] + [K_r] - [K_{s1}])^{-1} ([K_r] - [K_{s2}]) \{s\} \quad (37)$$

各矩阵及向量由前述各差分结点的代数方程确定, 限于篇幅, 其具体形式不予展示。



表 1 原型尺寸和物理力学参数<sup>[22]</sup>

Table 1 Dimensions and characteristics of prototype

管线				隧道		土体		
$b/m$	$L/m$	$EI/(10^9 N\cdot m^2)$	$k_j/(10^4 N\cdot m\cdot rad^{-1})$	$z_p/m$	$R/m$	$z_0/m$	$E_s/MPa$	$\nu_s$
1.19	48.06	3.3149	4.47	4.165	2.25	11.25	10	0.3

### 3 实例验证与参数分析

#### 3.1 实例验证

Vorster<sup>[22]</sup>开展了一系列离心机模型试验研究在伦敦黏土中隧道开挖引起的带接头管线的形变响应。表 1 列出了模型试验所对应的原型尺寸与基本物理力学参数。试验分 2 组, 试验 1 和试验 2, 其预设的隧道开挖地层损失分别为 0.3% 和 2%。本文取模型试验结果所对应的原型数据进行分析。

图 7, 8 分别为试验 1 和试验 2 中管线挠曲的实测值和计算值。计算参数取值见表 2。

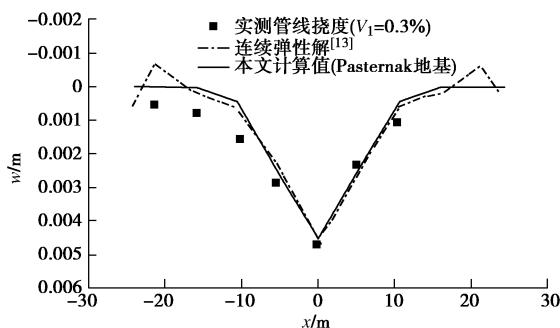


图 7 管线挠度的实测值与计算值(试验 1)

Fig. 7 Observed and calculated pipe deflections (Test 1)

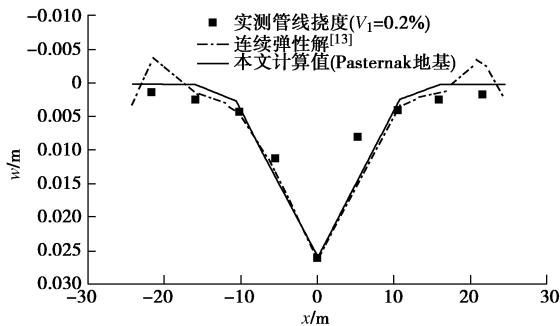


图 8 管线挠度的实测值与计算值(试验 2)

Fig. 8 Observed and calculated pipe deflections (Test 2)

表 2 计算参数取值

Table 2 Values of parameters used for calculation

参数	$V_1/\%$		$m$	$n$	$H_t$	$\gamma_p/(m^{-1})$
	试验 1	试验 2				
	0.7	0.3	2	9	1000	10b

由图 7, 8 可见, 本文理论方法可以较好地预测带接头管线的挠曲, 能够描述管线在接头位置由于旋转而产生的尖角, 而且与 Zhang 等<sup>[13]</sup>基于连续介质弹性理论的计算结果十分接近。

试验 1 与试验 2 中预设的地层损失之比为 0.15; 两者实测及计算所得管线最大挠曲之比均为 0.18, 与地层损失之比十分接近。由此可见, 管线最大挠曲与地层损失成正比, 近似呈线性关系。

在距离隧道轴线 10 m 范围内, 管线挠曲计算值与试验值十分吻合; 在 10 m 范围之外, 计算值稍小于实测。由此可见, 沿管线纵向, 本文计算管线挠曲线的斜率稍大于试验值。从工程应用的角度来看, 管线挠曲变形的斜率越大, 其损伤越严重。因此, 本文计算理论稍偏保守, 可以用来预测隧道开挖引起的非连续管线挠曲, 进而进行管线的损伤评估。

由图 7, 8 可见, 本文计算理论与连续弹性解<sup>[13]</sup>可靠度相当。但就计算过程而言, 连续弹性解<sup>[13]</sup>涉及复杂的积分运算, 数值求解过程依赖于精度设定, 求解较为困难; 相较而言, 本文理论计算过程仅涉及代数运算, 运算效率大为提高, 且计算结果受精度设定的影响较小。因此, 与连续弹性解<sup>[13]</sup>相比, 本文计算方法更适用于工程应用。

#### 3.2 参数分析

##### (1) 地基剪切刚度的取值

本文理论方法在管线与土体相互作用分析中引入了 Pasternak 地基模型, 上述算例验证了其适用性。在 Pasternak 地基模型中,  $G_p$  为描述地基剪切特性的关键参数, 其取值可由地基剪切层厚度  $H_t$  以及经验参数  $\gamma_p$  来确定。徐凌<sup>[23]</sup>建议在进行隧道与土体相互作用分析时取  $H_t$  为隧道直径的 2.5 倍。本文发现  $H_t$  约为管线直径的 10 倍,  $\gamma_p$  约为  $0.7 m^{-1}$ 。因地下管线直径一般小于隧道(约为其 1/4 左右), 因此从地基剪切层厚度的绝对值来看, 本文  $H_t$  取值与徐凌的方法基本一致。

##### (2) 接头刚度与数量的影响

接下来以试验 2 为例, 分析接头刚度与数量对管线挠度的影响。

带接头管线有别于连续管线的显著特征是其在接头位置的刚度弱化。定义刚度比系数

$$R_s = \frac{k_l}{EI} \quad (38)$$

表征接头转动刚度与标准管节抗弯刚度的比值。

试验 2 中,  $R_s$  的初始取值为  $6.48 \times 10^{-7}$ ; 其他参数保持不变, 增大管线接头转动刚度  $k_l$ ,  $R_s$  取为  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ , 1, 分别计算管线弯矩。计算结果见图 9。图 9 中, “连续管线”表示不考虑管线接头影响, 即将管线

视为连续管线的计算结果。由图 9 可见, 刚度比系数会对管线挠曲形态和量值产生明显影响。在接头转动刚度较小的情况下, 管线最大挠度相对较大, 在接头位置转角突变明显; 伴随刚度比系数的增大, 即接头转动刚度的增强, 管线最大挠度有降低的趋势, 挠曲线形态逐渐向连续管线过渡; 当  $R_s=1$  时, 即接头转动刚度与标准管节抗弯刚度相当时, 管线的挠曲形态与连续管线的挠曲基本相同。

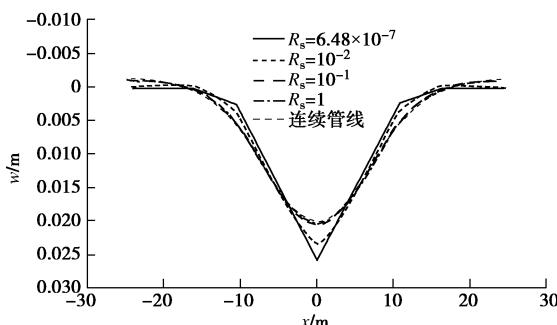


图 9 管线挠度的随  $R_s$  的变化(试验 2)

Fig. 9 Variation of pipe deflections with  $R_s$  (Test 2)

同样, 其他参数不变, 计算在不同接头数量下的管线挠曲。图 10 所示为接头数量分别为 0, 3, 7, 12, 29 时的计算管线挠曲, 图 11 所示为管线最大挠曲及其出现位置随接头数量的变化。计算中, 接头均设置为等间距分布。由图 10, 11 可见, 当管线接头数量小

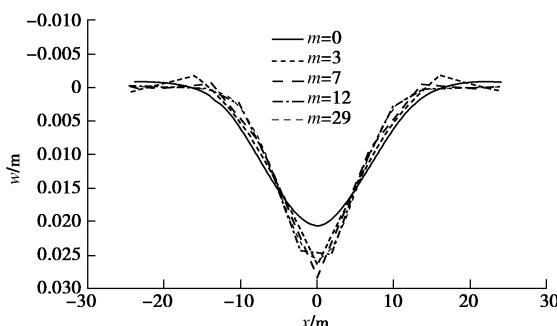


图 10 管线挠度的随  $m$  的变化(试验 2)

Fig. 10 Variation of pipe deflections with  $m$  (Test 2)

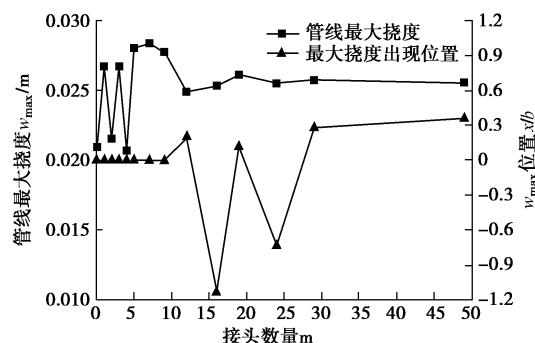


图 11 管线最大挠度及其出现位置随  $m$  的变化(试验 2)

Fig. 11 Variation of maximum pipe deflections and corresponding locations with  $m$  (Test 2)

于 12 时, 接头数量及其分布对管线挠曲影响较大, 对应的最大挠度一般出现在隧道轴线正上方或附近; 当管线接头数量大于 12 时, 管线最大挠度一般出现在距离隧道轴线水平距离  $1.2b$  范围内; 伴随管线数量的增大, 其对管线挠曲形态的影响作用逐渐削弱。

## 4 结 论

本文引入 Pasternak 地基模型推导得到了盾构隧道开挖地层损失引起非连续管线挠曲的有限差分解。通过实例验证与参数分析, 主要得到以下 5 点结论。

(1) 本文计算理论适用于盾构隧道开挖地层损失引起非连续管线挠曲的计算, 便于工程应用。

(2) Pasternak 地基模型适用于盾构隧道开挖引起非连续管线与土体的相互作用分析; 在确定地基剪切刚度  $G_p$  时,  $H_t$  与  $\gamma_p$  分别建议取  $10b$  与  $0.7 \text{ m}^{-1}$ 。

(3) 盾构隧道开挖引起管线的最大挠曲随地层损失的增大而增大, 两者近似呈线性关系。

(4) 接头刚度会对管线挠曲产生显著影响, 伴随接头刚度增大, 管线最大挠度递减, 挠曲形态趋近于连续管线。

(5) 接头数量和分布对管线挠曲有一定影响。当接头数量小于 12 时, 影响较为显著; 当数量大于 12 时, 其影响作用随接头数量的增大而逐渐削弱。

## 参 考 文 献:

- [1] ATTEWELL P B, YEATES J, SELBY A R. Soil movements induced by tunnelling and their effects on pipelines and structures[M]. New York: Chapman and Hall, 1986.
- [2] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, **87**(2):35 - 54.
- [3] KLAR A, VORSTER T, SOGA K, et al. Soil-pipe interaction due to tunnelling: comparison between Winkler and elastic continuum solutions[J]. Géotechnique, 2005, **55**(6): 461 - 466.
- [4] KLAR A, MARSHALL A M. Shell versus beam representation of pipes in the evaluation of tunneling effects on pipelines[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(4): 431 - 437.
- [5] KLAR A, MARSHALL A M. Linear elastic tunnel pipeline interaction: the existence and consequence of volume loss equality[J]. Géotechnique, 2015, **65**(9): 788 - 792.
- [6] VORSTER T E B, KLAR A, SOGA K, et al. Estimating the effects of tunneling on existing pipelines[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005,

- [1] 131(11): 1399 - 1410.
- [7] MARSHALL A M, KLAR A, MAIR R. Tunneling beneath buried pipes: view of soil strain and its effect on pipeline behavior[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(12):1664 - 1672.
- [8] KLAR A, ELKAYAM I, MARSHALL A M. Design oriented linear-equivalent approach for evaluating the effect of tunneling on pipelines[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(1): 04015062.
- [9] 王正兴, 缪林昌, 王冉冉, 等. 砂土中隧道施工对相邻垂直连续管线位移影响的模型试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 2):143 - 149. (WANG Zheng-xing, MIAO Lin-chang, WANG Ran-ran, et al. Model test study of vertical buried continuous pipelines displacements affected by tunnelling in sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(S2): 143 - 149. (in Chinese))
- [10] SHI J W, WANG Y, NG C W W. Three-dimensional centrifuge modeling of ground and pipeline response to tunnel excavation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(11): 04016054.
- [11] WANG Y, MOORE I D. Simplified design equations for joints in buried flexible pipes based on Hetényi Solutions[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, 140(3): 04013020.
- [12] KLAR A, MARSHALL A M, SOGA K, et al. Tunneling effects on jointed pipelines[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(1): 131 - 139.
- [13] ZHANG C R, YU J, HUANG M S. Effects of tunnelling on existing pipelines in layered soils[J]. Computers and Geotechnics, 2012, 43: 12 - 25.
- [14] 张陈蓉, 俞 剑, 黄茂松. 隧道开挖对邻近非连续接口地埋管线的影响分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1018 - 1026. (ZHANG Chen-rong, YU Jian, HUANG Mao-song. Responses of adjacent underground jointed pipelines induced by tunneling[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 1018 - 1026. (in Chinese))
- [15] SHI J, WANG Y, NG C W. Numerical parametric study of tunneling-induced joint rotation angle in jointed pipelines[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(12): 2058 - 2071.
- [16] PASTERNAK P L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants[J]. Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitektur, 1954, Moscow, USSR. (in Russian)
- [17] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学(I)[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002: 156 - 160. (SUN Xun-fang, FANG Xiao-shu, GUAN Lai-tai. Mechanics of meterial (I) [M]. Beijing: China Science Publishing House, 2002: 156 - 160. (in Chinese))
- [18] PECK R B. Deep excavations and tunneling in soft ground[C]// Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexico City, 1969: 225 - 290.
- [19] 王 磊, 李家宝. 结构分析的有限差分法[M]. 北京: 人民交通出版社, 1982: 4 - 11. (WANG Lei, LI Jia-bao. Finite difference method in structural analysis[M]. Beijing: China Communications Press, 1982: 4 - 11. (in Chinese))
- [20] SELVADURAI A P S, GLADWELL G M L. Elastic analysis of soil-foundation interaction[M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1979: 14 - 27.
- [21] YU J, ZHANG C R, HUANG M S. Soil-pipe interaction due to tunnelling: assessment of Winkler modulus for underground pipelines[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 50(5): 17 - 28.
- [22] VORSTER T E B. Effects of tunnelling on buried pipes[D]. London: University of Cambridge, 2006.
- [23] 徐 凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2005. (XU Ling. Study on the longitudinal settlement of shield tunnel in soft soil[D]. Shanghai: Tongji University, 2005. (in Chinese))